Lehrbuch der niederen Geodäsie

von

Dr. Franz Baur

Vierte Auflage

VERLAG VON PAUL PAREY IN BERLIN

EIGENTUM

VON

Lehrbuch

der

niederen Geodäsie

vorzüglich für die praktischen Bedürfnisse der

Forstmänner und Landwirte, Kameralisten und Geometer

sowie zum Gebrauche an

militärischen und technischen Bildungsanstalten.

Von

Dr. Franz Baur,

o. ö. Professor der Forstwissenschaft an der Universität München.

Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 296 Holzschnitten und einer lithographierten Tafel.

Berlin.

Verlag von Paul Parey.

Verlagshandlung für Landwirtschaft, Gartenbau und Forstwesen

1886.

Vorwort zur ersten Auflage.

Seit dem Bestehen der hiesigen Forstlehranstalt habe ich vergeblich nach einem Lehrbuche der niederen Geodäsie gesucht, welches mir geeignet schien, die Grundlage meiner Vorlesungen zu bilden.

Wenn auch das letzte Dezennium allein mehrere vorzügliche Werke über Geodäsie geliefert hat, so sind dieselben doch entweder zu umfangreich und allgemein gehalten oder für den Anfänger viel zu schwierig, und darum mehr für höhere polytechnische Lehranstalten und ein mathematisch durchgebildeteres Publikum, als für ausübende Forst- und Kameralbeamte, Landwirte, Geometer u. s. w. geeignet. Schon der alleinige Umstand, daß auf allen niederen und vielen höheren Forstlehranstalten der mathematische Unterricht sich nur bis zur ebenen Trigonometrie erstreckt, diese aber auf den meisten landwirtschaftlichen Instituten nicht einmal mehr gelehrt wird, macht die besseren und wissenschaftlich gehaltenen Werke über Geodäsie für diesen Teil des Publikums unverständlich und unzugänglich.

Die speziell für Forstwirte bearbeiteten älteren geodätischen Schriften sind in vieler Hinsicht unbrauchbar geworden. Preßlers Meßknecht ist zwar ein nützliches Hilfs- und Nachschlagebuch für Rechner, aber kein Lehrbuch für angehende Geodäten. Die neueren Lehrbücher zeichnen sich aber, wie z. B. der geodätische Teil in Königs Forst-Mathematik, durch eine viel zu dürftige Behandlung oder, wie das Lehrbuch der niederen Geodäsie von Breymann, durch einen allzu großen Reichtum mathematischer Formeln aus. Lehrbücher der ersten Art schweigen über die bei größeren Aufnahmen vorkommenden wichtigen Fragen; letztere empfehlen sich aber nur für gewandte Mathematiker, weniger für den praktischen Beamten, dem meistens die komplizierten Formeln durch die Länge der Dienstjahre in Vergessenheit gekommen sind.

Nach einem Lehrbuche, welches zwischen diesen beiden Extremen die richtige Mitte einhält, sich, neben zureichender wissenschaftlicher Schärfe, durch leicht faßliche Darstellung und nur den notwendigsten mathematischen Aufwand auszeichnet, dabei die im gewöhnlichen Leben am häufigsten vorkommenden Aufgaben erschöpfend behandelt, dagegen aber die weniger

wichtigen Materien gänzlich ausscheidet, sehnt sich namentlich der angehende Forstmann, Kameralist, Geometer, sowie der ausübende Beamte überhaupt, immer noch.

Um den vielfach an mich ergangenen Wünschen der Studierenden hiesiger Anstalt, sowie den wiederholten Aufforderungen gebildeter, forstlicher Fachgenossen, welche mit mir das Bedürfnis nach einem derartigen Buche fühlten, zu entsprechen, habe ich mich zur Bearbeitung des vorliegenden Lehrbuches im fraglichen Sinne entschlossen.

In wie weit es mir gelungen ist, diese gewiß auch anderwärts und namentlich in der forstlichen Litteratur gefühlte Lücke auszufüllen, wird das zum Kritisieren so gern bereite Publikum am besten zu beurteilen vermögen.

Ist jedoch die Ansicht richtig, welche mir jüngst ein verdienstvoller hoher Forstbeamte äußerte, daß eine brauchbare Geodäsie für Forstwirte nur von einem Manne geschrieben werden könne, welcher entweder selbst Forstwirt sei oder sich doch längere Zeit mit den in der forstlichen Praxis vorkommenden Vermessungsarbeiten ausschließlich beschäftigt habe, so darf ich mir schmeicheln, vielleicht als ein nicht ganz ungeeignetes Werkzeug zur Bearbeitung eines derartigen Lehrbuches erkannt zu werden, indem ich selbst Forstwirt bin und mich einige Jahre abwechselnd im Großherzogtum Hessen und im Königreiche Preußen mit Forstvermessungen und Taxationen ausschließlich beschäftigt habe. In den letzten drei Jahren, während welchen ich an der hiesigen Lehranstalt den Unterricht in der Vermessungskunde zu erteilen hatte, war mir weitere Gelegenheit geboten, den Umfang meiner praktischen Erfahrungen bei den kleineren und größeren Meßübungen mit den Studierenden zu erweitern und mit den einschläglichen landesüblichen Verhältnissen Österreichs näher vertraut zu werden.

Was die Ordnung des Stoffes anlangt, so glaubte ich für meinen Zweck das seither in den meisten Lehrbüchern der Geodäsie übliche und dort wohl auch gerechtfertigte System der Zersplitterung der einzelnen Materien verlassen zu müssen, weil nach demselben derjenige, welcher z. B. rasch zur Kenntnis des ganzen Meßtischapparates und der mit demselben verbundenen Aufnahms- und Berechnungsmethoden gelangen wollte, sich das Material hierzu in dem ganzen Lehrbuche zusammen suchen mußte. Hierdurch entstand für die Studierenden, sowie für den Anfänger überhaupt, der Nachteil einer sehr leicht möglichen entmutigenden Verwirrung, für den ausübenden Beamten aber, welcher sich für die ihm gestellte Aufgabe immer nur speziell in ein Instrument oder eine Aufnahmsmethode einzuschießen hat, der Mißstand unnötiger Zeitverschwendung.

Bei Ordnung des Materials im vorliegenden Lehrbuche ging ich daher von der Ansicht aus, daß es namentlich für ausübende Beamte weit zweckmäßiger sei, ein Instrument nach dem anderen, in Verbindung mit ihren

zugehörigen Vermessungs- und Berechnungsarbeiten, vollständig und an einem Platze abzuhandeln. Hierdurch erhielt mein Lehrbuch mehr den Charakter einzelner, aber in sich systematisch geordneter Abhandlungen.

Um eine gründliche Behandlung der einzelnen Aufnahmsmethoden möglich machen zu können, ohne ein allzu starkes Anschwellen des Buches befürchten zu müssen, habe ich mich, nach Vorausschickung der allen Vermessungsmethoden gemeinschaftlichen Abschnitte von den Maßen und Maßstäben, von dem Bezeichnen, Abstecken und Messen der Linien, nur noch über die Arbeiten mit verschiedenen Kreuzscheiben, Winkelspiegeln, Meßtischen, Theodoliten, Bussolen, einfacheren Nivellierinstrumenten und Höhenmessern verbreitet. In einigen weiteren Abschnitten wurde noch kurz die Lehre von der Teilung und Verwandlung der Flächen besprochen, sowie das Zeichnen, Verkleinern und Vergrößern der Karten und die Bergzeichnung aufgenommen.

Wenn daher noch eine Menge geodätischer Instrumente und Geräte, welche zum Unterrichte an höheren Lehranstalten notwendig gehören, in der vorliegenden Schrift unberücksichtigt geblieben sind, so geschah dies nur aus dem Grunde, weil ich es für angemessen hielt, das mir vorschwebende Publikum nur mit dem Notwendigsten bekannt zu machen.

Zum völligen Verständnis der vorgetragenen Lehren gehören nur die niedere Algebra und die einfachsten Sätze der theoretischen Geometrie und ebenen Trigonometrie. Die Einflechtung schwieriger Formeln habe ich, da mein Lehrbuch eine mehr *praktische* Richtung verfolgt, absichtlich vermieden. Bei der Bearbeitung des Meßtisches habe ich mich mehr an die österreichischen Verhältnisse angelehnt, bei derjenigen des Theodoliten kamen aber vorzüglich die Grundsätze der großherzoglich hessischen Landesvermessung, welche sich schon längst einer allgemeinen Anerkennung erfreuen, in Anwendung.

Wenn ich überhaupt dem Theodoliten eine größere Aufmerksamkeit widmete, als dies seither in vielen Lehrbüchern über Geodäsie der Fall war, und mich überdies bemühte, die Vorurteile derjenigen zu berichtigen, welche seither an einer allgemeinen Brauchbarkeit desselben auch zu Detailvermessungen noch ernstlich gezweifelt haben, so konnte ich dies wohl auf die fünfzig- und mehrjährigen Erfahrungen gestützt wagen, welche man in dieser Beziehung im Großherzogtum Hessen und später in anderen deutschen Staaten gemacht hat, in welchen die früher üblichen Meßinstrumente durch den Theodoliten bereits gänzlich verdrängt sind. Haben sich doch auch in Österreich, wo die Meßtischaufnahme bei Wald- und Feldvermessungen seither fast allein üblich war, in neuester Zeit sehr *gewichtige Stimmen* für eine ausgedehntere Anwendung des Theodoliten, namentlich bei umfangreichen Waldaufnahmen, ausgesprochen.

Nur der Theodolit wird unter allen jetzt herrschenden Meßinstrumenten eine sichere Zukunft haben, weil alle sich auf denselben gründenden geodätischen Operationen auf einer festen wissenschaftlichen Basis beruhen, und die Bedenken, welche bis jetzt gegen eine allgemeinere Einführung desselben laut geworden sind, durch die neuesten Fortschritte der Wissenschaft und Mechanik als vollständig gehoben betrachtet werden können.

Zu dieser Behauptung liefert unter anderm einen schlagenden Beweis die neue königlich preußische Instruktion für Geodäten vom 25. August 1857, über welche Vorländer in der „Zeitschrift für Mathematik und Physik", herausgegeben von Dr. O. Schlömilch und Dr. B. Witzschel im 3. Jahrgang, 1. Heft, unter anderm wie folgt, berichtet: So war, um nur ein Beispiel anzuführen, in der Instruktion vom Jahre 1822 der Gebrauch des Meßtisches und der Boussole unter gewissen erschwerenden Versicherungsbedingungen zugelassen, durch die jetzige Instruktion sind diese veralteten und zu Eigentums-Vermessungen, wie die Jetztzeit sie verlangt, unbrauchbaren Instrumente gänzlich ausgeschlossen. Dagegen ist die Polygonal-Konstruktionsmethode, wie sie sich für jedes Terrain im großen bewährt hat, klar auseinander gesetzt und für die Folge zur alleinigen Vorschrift erhoben."

Die trigonometrische Triangulation, barometrische und trigonometrische Höhenmessung sind zwar in vielen Lehranstalten nicht mehr Gegenstand des Vortrages, ich glaubte jedoch im Interesse derjenigen jungen Männer, in deren Absicht es liegt, sich einer höheren Staatsprüfung zu unterziehen, in welchen nach solchen Dingen nicht selten gefragt wird, auch einige Bemerkungen über diese Materie beifügen zu müssen.

Bei der Bearbeitung des vorliegenden Lehrbuches wurden namentlich die vorzüglichen Werke von Hartner, Lemoch, Bauernfeind und Barfuß benutzt, die denjenigen, welche bei größerer mathematischer Vorbildung eine tiefere geodätische Bildung sich aneignen wollen, hiermit besonders empfohlen seien.

Auch aus der neuesten forstlichen Journal-Litteratur habe ich einige Mitteilungen geschöpft, und der großherzoglich hessische Oberforstrat Bose gestattete mir die Aufnahme seines neuen, höchst einfachen und bis jetzt noch in keinem Lehrbuche beschriebenen Instrumentes zum Nivellieren von Waldwegen u. dgl., wofür ich hiermit meinen innigsten Dank ausspreche. Auch das von dem großherzoglich hessischen Oberförster Faustmann neu erfundene Spiegelhypsometer erhielt eine geeignete Stelle angewiesen.

Den vorkommenden Messungen und Rechnungen wurde, wenn nicht ausdrücklich ein anderes bemerkt ist, das österreichische (Wiener) Maß zu Grunde gelegt.

Noch muß bemerkt werden, daß es weniger in meiner Absicht lag, viel neues zu liefern, — denn das ist bei der jetzigen Ausbildung der Geodäsie nicht mehr wohl möglich — als vielmehr dem vorhandenen Material andere Seiten und Formen abzugewinnen, und es in ein solches Kleid zu hüllen, wie es namentlich für das auf dem Titelblatt bezeichnete Publikum passen dürfte. Derjenige, welcher nach einer höheren, verfeinerten geodätischen Kost strebt, wird daher mein Lehrbuch unbefriedigt aus der Hand legen, demjenigen jedoch, welcher durch die Verhältnisse an eine einfache, gesunde Forstmannskost gewiesen ist, wird es, so hoffe ich, gewiß von Nutzen sein.

Indem ich mein Lehrbuch in der Hoffnung seinen Lauf antreten lasse, daß es wenigstens unter meinen Fachgenossen eine milde Beurteilung finden möge, muß ich zum Schlusse die Nachsicht des Publikums schon aus dem Grunde noch in Anspruch nehmen, weil ich die Bearbeitung eines Gegenstandes gewagt habe, der streng genommen nicht in mein eigentliches Fach einschlägt.

Ich habe es gethan, weil bessere Kräfte, wie sie Universitäten und höhere polytechnische Anstalten aufzuweisen haben, sich nicht speciell für unsere Bedürfnisse interessieren können, darum für uns noch nicht geschrieben haben und auch zunächst wohl nicht schreiben werden!

Forstlehranstalt Weißwasser in Böhmen, im April 1858.

F. Baur.

Vorwort zur vierten Auflage.

Dem Wunsche meines Herrn Verlegers, alsbald zur Bearbeitung einer neuen Auflage meiner Geodäsie zu schreiten, — welche 1870 in zweiter, 1878 in dritter Auflage erschien, an verschiedenen Lehranstalten eingeführt ist und sich insbesondere seither einer günstigen Aufnahme bei den Praktikern erfreute, — glaubte ich entsprechen zu müssen, weil ich aus dem raschen

Absatze auch der dritten Auflage den Schluß ziehen durfte, mein Lehrbuch genüge bei seiner einfachen Form und leichtverständlichen Schreibweise immer noch dem auf dem Titel genannten Publikum. Für Geodäten von Fach und solche, welche eine höhere Ausbildung in der Vermessungskunde bedürfen, ist mein Buch nicht geschrieben. Ich konnte deshalb auch dem Wunsche eines Rezensenten, weitergehende mathematische Entwickelungen einzufügen, nicht entsprechen; ich würde dadurch einen großen Teil meines Publikums (Landwirte, Geometer u. s. w.) verloren haben.

Dagegen suchte ich anderen Wünschen gerecht zu werden, indem ich einige Lücken ergänzte und neue Erfindungen u. s. w. soweit berücksichtigte, als es für meinen Leserkreis passend erschien.

Da ich an hiesiger Universität keine Vermessungskunde mehr vorzutragen habe, und ich im Augenblicke mit anderen Arbeiten sehr überladen bin, so hatte mein hochverehrter Kollege, Professor Dr. Weber, welcher die fragliche Disziplin jetzt hier für Forstwirte zu vertreten hat, die Güte, einige Gegenstände zu bearbeiten, deren Aufnahme wünschenswert erschien. Es sind hierher zu rechnen: die Rechenstäbe (Seite 30), die Lehre vom Fernrohre und vom optischen Distanzmessen (Seite 138 und 145), die trigonometrische Auflösung der pothenotischen Aufgabe (Seite 180) und die Grundzüge der Tachymetrie (Seite 543).

Indem ich Herrn Professor Dr. Weber für diese seine gütige Unterstützung an dieser Stelle meinen besten Dank ausspreche, verbinde ich damit den Wunsch, es möge auch diese Auflage eine freundliche Aufnahme finden und allen Lesern, welche nur auf die Lösung leichterer Fragen der Vermessungskunde, unter Anwendung möglichst einfacher Mittel, angewiesen sind, ein zuverlässiger Führer sein und bleiben.

Die Mitteilung, welche mir Offiziere machten, daß meine Geodäsie auch in Militärkreisen, wegen seiner Leichtverständlichkeit, bei der Vorbereitung zu den Prüfungen vielfach benutzt worden, war mir neu und bestimmte mich solches auf dem Titel zum Ausdruck zu bringen.

München, den 1. Juli 1886.

Dr. F. Baur.

Inhalt.

Einleitung.

Erster Teil. Die Flächenmeßkunde.

A. Von den Vorbereitungen zur Flächenaufnahme.

Erster Abschnitt. Von den Maßen und Maßstäben.

Zweiter Abschnitt. Von dem Bezeichnen, Abstecken und Messen der Linien.

B. Von der Aufnahme, Zeichnung und Berechnung der Flächen.

Dritter Abschnitt. Von den Vermessungsarbeiten mit Instrumenten zum Abstecken bestimmter Winkel.

Vierter Abschnitt. Von den Arbeiten mit dem Meßtische.

Siebenter Abschnitt. Von der Teilung der Flächen.

Achter Abschnitt. Von der Verwandlung der Flächen und der Änderung der Grenzen.

Zweiter Teil. Die Höhenmeßkunde.

Erster Abschnitt. Von der geometrischen, trigonometrischen und barometrischen Höhenmessung.

Zweiter Abschnitt. Von dem Nivellement.

Dritter Abschnitt. Grundzüge der Tachymetrie.

Dritter Teil. Von der Planzeichnung.

Erster Abschnitt. Von der Zeichnung von Horizontalplänen.

Zweiter Abschnitt. Von der Bergsituationszeichnung.

Einleitung.

Begriff und Einteilung der Geodäsie.

§ 1.

Diejenige Wissenschaft, welche die theoretischen Sätze der Mathematik, namentlich der Geometrie und Trigonometrie, auf die Vermessung der verschiedenen Ausdehnungen der Erde, sowie deren bildliche Darstellung auf einer Fläche, anwenden lehrt, wird Vermessungskunde (Geodäsie)* oder praktische Geometrie genannt.

Je nach der Ausdehnung, welche die vorzunehmende Vermessung gewinnen soll, unterscheidet man wieder:

A. Die höhere Geodäsie, welche die Vermessung und bildliche Darstellung der ganzen Erdoberfläche, ganzer Weltteile oder ganzer Länder zum Gegenstande hat, und hierbei die sphärische und sphäroidische Krümmung der Erde in Berücksichtigung zieht, und

B. Die niedere Geodäsie, welche sich nur mit der Vermessung und Darstellung solcher Ausdehnungen der Erde beschäftigt, bei welchen die Krümmung der Erde, ohne Beeinträchtigung der praktischen Brauchbarkeit der Resultate, unberücksichtigt bleiben kann.

Die niedere Geodäsie kann, je nach der Art der Objekte, mit welchen sie sich beschäftigt, wieder in zwei Teile zerfällt werden, nämlich:

a) in die Flächenmeßkunde**), welche sich die Bestimmung der Flächeninhalte einzelner Teile der Erdoberfläche (in dem unter B. ange-

*) Das Wort Geodäsie stammt aus dem griechischen γῆ, Erde, und δαίζω, ich theile, und heißt Erdteilung.

**) Einige Schriftsteller verstehen unter Flächenmeßkunde die Feldmeßkunde, da jedoch letztere sich auch mit der Vermessung von Wäldern, Gewässern, Wüstungen u. s. w. beschäftigt, so scheint uns die Bezeichnung „Flächenmeßkunde" richtiger gewählt zu sein.

gebenen Umfange) und die Darstellung der letzteren in Form eines Situationsplanes zur Aufgabe macht;

b) in die Höhenmeßkunde, welche die Ermittlung der Höhenunterschiede zweier oder mehrerer Punkte auf der Erdoberfläche und unter Umständen die Nivellierung derselben zum Gegenstande hat.

Aufgabe der niederen Geodäsie.

§ 2.

Die Zwecke, welche man bei Ausführung der ins Gebiet der niederen Geodäsie einschlagenden Arbeiten zu erreichen strebt, können im Interesse des Staates, der Korporation und der Privaten liegen.

Die aller Orte übliche Besteuerung des landwirtschaftlichen Bodens und des Waldes, unter Zugrundlegung des Flächenraums und der Bonität, die Sicherung der Staatsangehörigen vor Besitzstörungen, die Beseitigung von Grenzstreitigkeiten u. s. w. bedingen eine Aufnahme des Grundbesitzes nach Eigentümern, Kulturart (Feld, Wald, Wiese u. s. w.), Größe, Gestalt und Reinertrag.

Da bei diesen Aufnahmen namentlich eine genaue Ermittelung der Flächeninhalte der einzelnen Parzellen, Fluren und Gemarkungen erforderlich ist, so erscheint es notwendig, daß diese Arbeiten an eine allgemeine, vom Staate schon vorher zu besorgende Landestriangulation angeschlossen werden. Solche auf Veranlassung des Staates auszuführende Vermessungen, welche zunächst die Herstellung eines allgemeinen und richtigen Katasters zum Zwecke haben, nennt man Katastralaufnahmen*).

Neben diesen werden aber auch noch andere Vermessungen notwendig:

So muß z. B. der Waldbesitzer, welcher den nachhaltigen Ertrag seiner Waldungen zu regeln, oder den Wert derselben zu ermitteln wünscht, eine forstwirtschaftliche Vermessung seiner Waldungen vornehmen lassen. In derselben müssen ausgeschieden sein in bezug auf Größe und Form: alle Blößen, Ödungen, Gewässer, Gerölle, alle Holz- und Betriebsarten, getrennt nach Alter und Bonität u. s. w.

Der Landwirt, welcher die Entwässerung eines nassen Wiesengrundes, die Drainierung eines Ackers, die Teilung oder Zusammenlegung seines

---

*) Das Wort Kataster kommt von catastrum, catastum, italienisch von catastro oder catasto, oder französisch von catastre und heißt ein Acker-, Grund-, Flur- oder Lagerbuch. Eine Katastervermessung ist daher eine Vermessung zum Zwecke der Aufstellung eines solchen Buches.

Grundbesitzes beabsichtigt, muß wissen, in welcher Richtung und mit welchem Gefälle er die Abzugsgräben zu führen hat, wie die Teilungen und Zusammenlegungen am zweckmäßigsten vorgenommen werden u. s. w.

Die militärischen Aufnahmen verfolgen wieder andere Zwecke.

Den Feldherrn, welcher sein Heer nicht immer auf der bequemen Landstraße zu führen hat, interessieren nicht genaue Flächenangaben über die einzelnen Parzellen; er wünscht hauptsächlich eine möglichst vollständige Karte mit Angabe der Beschaffenheit des Terrains, der Höhen- und Gebirgszüge, der Sümpfe, Bäche, Gräben, Überbrückungen, Wege, Eisenbahnen u. s. w., sowie die Lage und Größe der Ortschaften zu einander; er wünscht mit andern Worten eine topographische Karte*).

An die Erreichung dieser verschiedenen Vermessungszwecke knüpfen sich natürlich auch verschiedene Mittel, deren Darstellung, soweit es die uns vorgesteckte Aufgabe gestattet, in der Folge gelehrt werden soll.

Darstellung der Aufnahmen in horizontaler Projektion.

§ 3.

Nach § 2 wird bei vielen Vermessungen neben der Flächeninhaltsermittlung auch noch eine bildliche Darstellung der aufgenommenen Figur bezweckt. Da das Kartblatt, auf welches ein gewisser Teil der Erdoberfläche verzeichnet werden soll, immer eine ebene Fläche darstellt, so können streng genommen nach einem und demselben Verjüngungsverhältnisse nur solche Punkte der Erdoberfläche mit ihren wahren Längen dargestellt werden, welche in einer und derselben Ebene liegen.

Nun aber haben die einzelnen Teile der Erdoberfläche oft eine sehr verschiedene Neigung gegen einander; bald ist das Terrain hügelig oder bergig, bald steil oder schroff. Die Erdoberfläche bildet also unendlich viele und unendlich verschiedene geneigte Flächen. Wenn nun auch jede einzelne dieser Flächen, allerdings mit großer Mühe und Umständlichkeit, in ihrer wirklichen Größe und Gestalt auf der Karte dargestellt werden könnte, so ist es doch unmöglich, dieselben im Zusammenhange mit ihren wirklichen

*) Die niedere Geodäsie liefert topographische Karten, d. h. Karten, aus welchen die Beschaffenheit des Terrains eines Landstrichs auf's klarste hervorgeht; dagegen werden die aus den Lehren der höheren Geodäsie hervorgehenden Karten geographische oder Landkarten genannt.

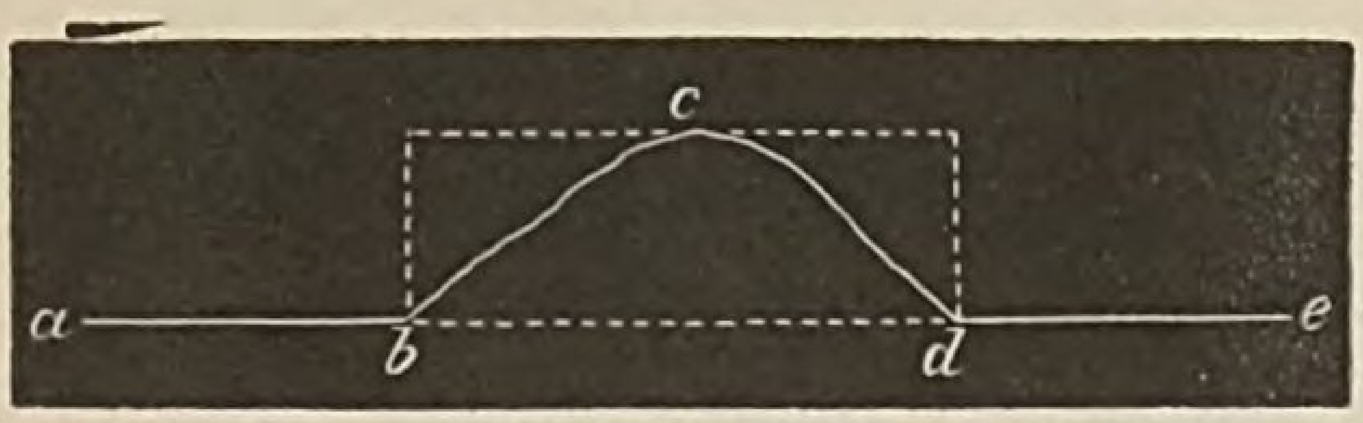


Fig. 1.

Längen auf ein Kartblatt aufzutragen; denn stellen z. B. a b und d e, Figur 1, zwei Ebenen in der Natur vor, welche durch einen Berg b c d getrennt sind, so ist offenbar die krumme Linie b c d größer als die Linie b d, welche die beiden Ebenen a b und d e direkt verbindet.

Würde man daher die krumme Linie b c d in ihrer ganzen Länge auf das ebene Kartblatt auftragen, so müßte dieselbe jedenfalls bei b nach a oder bei d nach e hinübergreifen, ein Fall, der sich beständig wiederholen würde. Es könnte mit andern Worten der Anforderung, aus der Aufnahme eine richtige Karte im Zusammenhange mit den einzelnen Punkten zu fertigen, nicht entsprochen werden.

Aus diesem Grunde ist man übereingekommen, die nicht in einer horizontalen, sondern in verschieden geneigten Ebenen liegenden Teile der Erdoberfläche nicht in ihrer wirklichen Lage, sondern in ihrer horizontalen Projektion darzustellen. Um sich hiervon eine klare Vorstellung zu verschaffen, erinnere man sich, daß die Richtung, welche ein frei fallender Körper oder ein frei hängendes Lot einnimmt, Vertikallinie und jede auf einer solchen Linie senkrecht stehende Ebene eine Horizontalebene genannt wird. Denkt man sich deshalb etwa durch den tiefliegendsten Punkt irgend einer aufzunehmenden Fläche eine solche Horizontalebene gelegt, und fällt man nun in Gedanken aus sämtlichen aufzunehmenden Punkten senkrechte Linien auf die Horizontalebene und verbindet schließlich auf derselben die korrespondierenden Punkte mit einander, so wird die dadurch entstehende Figur die horizontale Projektion der fraglichen Fläche genannt*). Da sowohl die wirklichen Flächen, als die auf den Horizont projicierten, aus Seiten und Winkeln zusammengesetzt sind, so folgt hieraus und aus dem Vorhergehenden, daß auf der Karte die Figur nur dann vollständig zum Schluß wird gebracht werden können, wenn bei der Aufnahme die Seiten und Winkel genau so groß gemessen werden, wie sich dieselben in der horizontalen Projektion darstellen, d. h. man beobachtet keine geneigten, sondern immer nur Horizontalwinkel, und mißt keine schiefen

*) Ist die Projektionsebene eine Vertikalebene, so heißt die Zeichnung eine Vertikalprojektion. Die Horizontalprojektion heißt ein Grundriß, Plan oder Karte, die Vertikalprojektion ein Aufriß, Profil oder eine Höhenkarte.

und krummen Linien wie b c d, sondern immer nur die Horizontalen b d (Figur 1).

Hierdurch gestaltet sich namentlich die Winkelmessung sehr einfach, weil es viel bequemer ist, die Instrumente jedesmal zur Bestimmung von Horizontalwinkeln horizontal zu stellen, als ihnen immer eine solche Neigung zu geben, wie es die verschiedenartige Lage der Ebenen gerade erfordert.

Man könnte zwar einwenden, daß nach dieser Vermessungsmethode nicht die wirklichen Flächeninhalte erhalten würden, weil die schiefen Flächen sich in horizontaler Projektion jedenfalls verkleinert darstellten, und daß deshalb z. B. bei Besteuerung des Grundbesitzes die Inhaber von schief gelegenem Gelände, anderen mit horizontalen Grundstücken gegenüber, im Vorteil wären.

Diese Ausstellung ist jedoch aus dem Grunde nur eine scheinbare, weil man die Beobachtung gemacht hat, daß die Pflanzen ihre Wurzeln nicht senkrecht in die schiefe Ebene, sondern in vertikaler Richtung in die horizontale Ebene senken, und daß sich deshalb auf einer schiefen Fläche, sonst gleiche Verhältnisse vorausgesetzt, doch nicht mehr Pflanzen vollständig entwickeln können, als auf einer deren Horizontalprojektion entsprechenden anderen Ebene.

Übrigens darf hierbei nicht übersehen werden, daß die Besteuerung auf Grund der geometrischen Fläche und der Bonität erfolgt. So kann z. B. ein feuchter, kühler Nordhang die doppelte bis dreifache Holzmasse produzieren, wie ein trockener Südhang ganz gleicher Neigung und ganz gleicher Flächengröße.

Anders verhält es sich allerdings, wenn man z. B. einen Acker oder eine Wiese zum Schneiden der Frucht oder zum Mähen des Grases der Fläche nach in Akkord giebt. Gründen sich hier die Flächenangaben auf die Katastervermessung, d. h. auf den Inhalt, wie er sich bei Darstellung in horizontaler Projektion ergiebt, so wird der Arbeiter, welcher z. B. ein Hektar in ebener Lage um denselben Lohn übernimmt, besser stehen als derjenige, welcher sein Stück an einem Bergabhange liegen hat.

Die Neigung einer Linie oder Ebene gegen die Horizontale kann auf zwei Arten, nämlich in Prozenten der Horizontalen oder in Winkelmaßen ausgedrückt werden. Erhebt sich z. B. eine schiefe Linie bei 100 wagrechten Längeneinheiten (Metern) um 5 Einheiten, so spricht man von einer Neigung von 5 pCt.; drückt man aber die schiefe Lage in Graden und Minuten

aus, so redet man von einer Neigung (Böschungswinkel) von 5° u. s. w. Setzt man z. B. die horizontale Linie = 1, so beträgt die schiefe Länge bei

1°	1,00015	6°	1,00551
2°	1,00061	7°	1,00750
3°	1,00137	8°	1,00983
4°	1,00244	9°	1,01247
5°	1,00382	10°	1,01543

Dieselben Verhältnisse ergeben sich auch bei schiefliegenden Flächen. Liegt z. B. ein Acker um 10° gegen die Horizontale geneigt, so mißt er pro Hektar 154,89 qm oder etwas über 1,5 Ar mehr als bei einer horizontalen Projektion.

Will man Gefäll mit Neigungswinkel und umgekehrt vergleichen, so dienen folgende Zahlen:

1 pCt. Gefäll	= 0° 34′	Neigung	1° Neigung	= 1,7	pCt. Gefäll
2 „ „	= 1° 9′	„	2° „	= 3,4	„ „
3 „ „	= 1° 43′	„	3° „	= 5,2	„ „
4 „ „	= 2° 17′	„	4° „	= 7,0	„ „
5 „ „	= 2° 52′	„	5° „	= 8,7	„ „
6 „ „	= 3° 26′	„	6° „	= 10,5	„ „
7 „ „	= 4° 00′	„	7° „	= 12,3	„ „
8 „ „	= 4° 34′	„	8° „	= 14,1	„ „
9 „ „	= 5° 9′	„	9° „	= 15,8	„ „
10 „ „	= 5° 43′	„	10° „	= 17,6	„ „

u. s. w.

Die Darstellung eines Teiles der Erdoberfläche auf einer horizontalen Ebene hat jedoch wegen der Kugelgestalt der Erde ihre Grenze. Wollte man z. B. die ganze Oberfläche der Erde aus den einzelnen auf den Horizont reduzierten Aufnahmen zusammensetzen, so würden sich in Form und Inhalt bedeutende Veränderungen zeigen. Um dieses einzusehen, erinnere man sich, daß die Erde als keine vollkommene Kugel, sondern als ein Sphäroid zu betrachten ist, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Axe entsteht; sie ist also eine nach den beiden Polen hin etwas abgeplattete Kugel, und zwar beträgt nach Messungen von Bessel der Halbmesser des Äquators (halbe große Axe) 3 272 077,14 Toisen*) = 6 377 397 Meter = 859,480 geo=

*) 1 Toise = 1,94053631 Meter.

graphische Meilen, dagegen die halbe kleine Erdaxe 3 261 139,33 Toisen = 6 356 079 Meter = 856 geographische Meilen*). Der Unterschied der beiden Halbaxen beträgt somit 21 318 Meter = 2,871 geogr. Meilen = $^1/_{299}$ der großen Halbaxe, und wird das Verhältnis $^1/_{299}$ die Abplattung der Erde genannt. Nimmt man aus den beiden Halbaxen das arithmetische Mittel, so ergiebt sich der mittlere Erdhalbmesser 6 366 738 Meter = 858 geographische Meilen. Der mittlere Erdhalbmesser ergiebt sich aber auch aus dem der geographischen Breite von 45° (= 50° neue Teilung) entsprechenden Krümmungshalbmesser. Die durch die Gebirge an der Erdoberfläche hervorgerufenen Unebenheiten sind im Verhältnis zu der Größe des mittleren Erddurchmessers verschwindend kleine Größen, und kommen darum nicht weiter in betracht. Denkt man sich nun die Erde als eine Kugel von dem mittleren Erdhalbmesser 6 366 738 Meter, so nennt man die Oberfläche dieser Kugel selbst, sowie jede mit dieser konzentrische Fläche, den wahren Horizont, während jede andere Ebene, welche die Oberfläche der Kugel nur an einem einzigen Punkte berührt (tangiert), der scheinbare Horizont genannt wird. Die krumme Linie A E C B D, Figur 2, drückt demnach den wahren, die gerade Linie a b den scheinbaren Horizont für den Punkt E und die Linie c d den scheinbaren Horizont für den Punkt C aus.

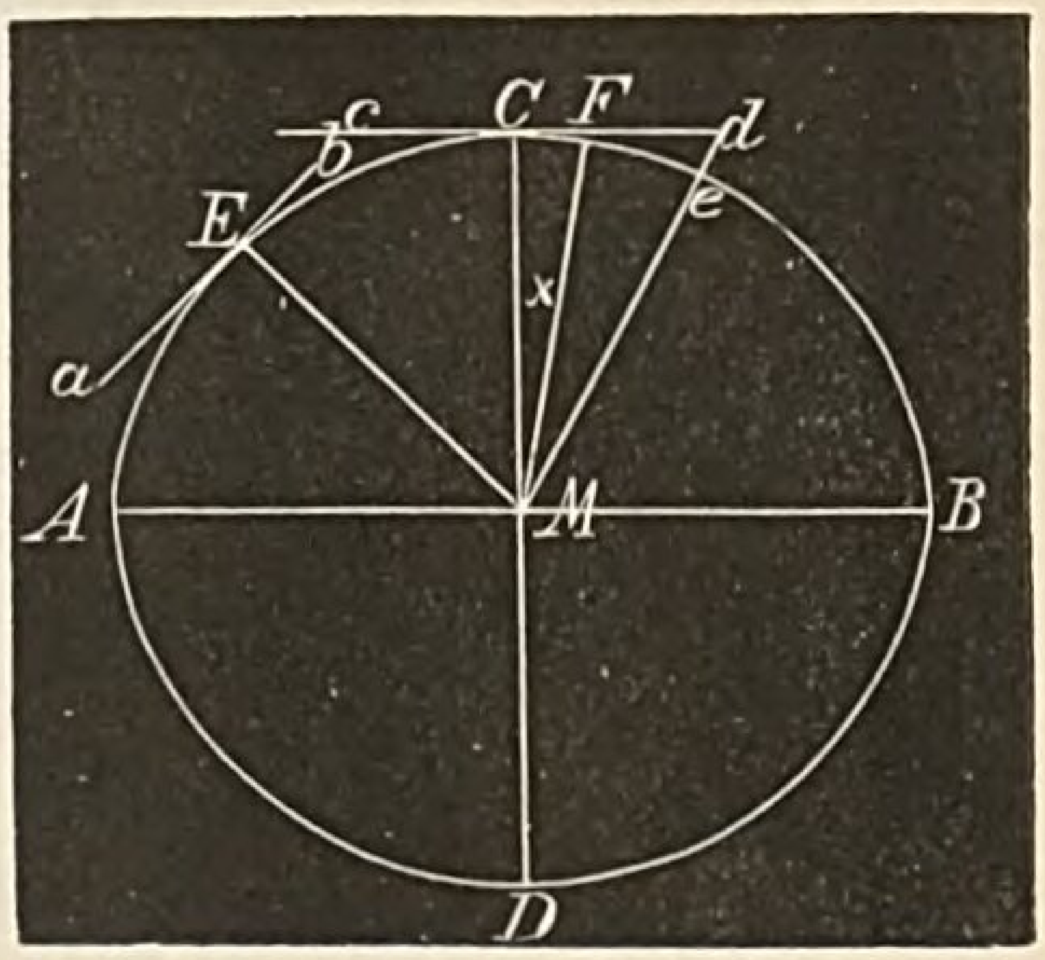


Fig. 2.

Da man sich nun an jedem Punkte der Erdoberfläche eine solche Berührungsebene gezogen denken kann, welche Ebenen sämtlich senkrecht auf dem Halbmesser stehen müssen, welcher den Mittelpunkt M mit dem betreffenden Punkte der Erdoberfläche verbindet, so folgt hieraus, daß es unzählige scheinbare Horizonte giebt, und daß es darum nicht möglich ist, alle Punkte der Erdoberfläche auf einem einzigen scheinbaren Horizont darzustellen.

Es handelt sich nun noch darum die Grenze zu bezeichnen, bis zu welcher verschiedene Punkte der Erdoberfläche auf eine gemeinsame Horizontalebene ohne erheblichen Fehler dargestellt werden dürfen. Denkt man sich deshalb unter C und F zwei Punkte der Erdoberfläche in solcher Entfernung von einander, daß sie etwa einen Bogen C F oder den Winkel x von $^1/_4$° oder $^1/_{1440}$ des Erdumfangs (alte Teilung) umspannen, so ergiebt sich, daß wegen des großen Halbmessers der Erde, sowohl Sehne als Bogen und

*) 1 geographische Meile = $^1/_{15}$ eines Äquatorgrades = 7420,44 Meter.

Tangente dieses Winkels x fast ganz über einander fallen und nahezu eine Länge von 3,7 geographischen Meilen haben. Man ist also berechtigt auf Entfernungen von 3 bis 4 Meilen hin anzunehmen, daß die wahren Horizonte mit den scheinbaren zusammen fallen und daraus folgt dann weiter, daß man die Punkte, welche Flächen von 3^2 bis 4^2 oder von 9 bis 16 Quadratmeilen angehören, auf ein und demselben Horizont darstellen kann, ohne für den vorliegenden Zweck einen nennenswerten Fehler zu begehen. Wächst dagegen die Entfernung C F etwa bis d, geht also der Wenkel x in den Winkel C M d über, alsdann wird auch die Abweichung des wahren von dem scheinbaren Horizonte immer größer und beträgt hier schon das Stückchen d e, d. h. in diesem Falle muß die Krümmung der Erde schon berücksichtigt, und darum die höhere Geodösie zu Hilfe genommen werden.

Erster Teil.

Die Flächenmeßkunde.

A. Von den Vorbereitungen zur Flächenaufnahme.

Erster Abschnitt.

Von den Maßen und Maßstäben.

Vorbemerkungen.

§ 4.

Bei jeder Messung wird von einer Maßeinheit ausgegangen, mit welcher man die auszumessende Größe vergleicht, um zu untersuchen, wie oft die letztere in ersterer enthalten ist. Da man jedoch nur gleichartige Größen mit einander vergleichen kann, so muß auch für Längen, Flächen, Körper und Winkel wieder eine besondere Maßeinheit gewählt werden, obgleich es ziemlich einerlei ist, welche Länge, Fläche oder welchen Körper man als Maß zu Grunde legt, wenn man nur die einmal angenommene Einheit durch die ganze Aufnahme oder Berechnung hin beibehält. Aus diesem Grunde haben auch die Staaten*) ihre besonderen Maßeinheiten, welche in ihren Gebieten gesetzlich eingeführt sind, und von welchen ein Normalmaß von der Staatsbehörde aufbewahrt wird, damit die üblichen Maße jederzeit damit verglichen und auf ihre Richtigkeit geprüft werden können. Da sich aber alle Körper in der Wärme mehr oder weniger ausdehnen, und in der Kälte wieder zusammenziehen, so ist es notwendig, daß man genau die Temperatur kennt, bei welcher das Normalmaß seine normale Länge hat.

Die Grundlagen, auf denen die Maßeinheiten in den verschiedenen Staaten beruhen, waren früher sehr mannigfaltig, oft auch schwankend. Schon seit

*) Früher und teilweise noch jetzt, waren sogar in den verschiedenen Provinzen, selbst Städten eines und desselben Landes Maßeinheiten sehr verschiedener Grundlagen üblich.

Jahrhunderten beschäftigten sich Gelehrte mit der Einführung eines Urmaßes, welches, im Falle es verloren ginge, jederzeit wieder hergestellt werden könne. So schlug schon Huyghens im 17. Jahrhundert die Länge des einfachen Sekundenpendels vor; sodann wurde in der Mitte des 18. Jahrhunderts der Fallraum eines Körpers in der ersten Sekunde und Ende des 18. Jahrhunderts von einer Kommission der französischen Akademie der Wissenschaften der zehnmillionste Teil eines Erdquadranten in der Richtung der Meridiane als Maßeinheit in Vorschlag gebracht, welche 1790 von der französischen Nationalversammlung angenommen wurde. Die Astronomen Mechain und Delambre wurden mit der Ausführung einer neuen Gradmessung (zwischen Barcellona und Dünkirchen) beauftragt und die Länge des Meridianquadranten 5 130 740,74 Toisen gefunden. Der zehnmillionste Teil dieser Länge, nämlich 0,513 074 Toisen wurde nun unter dem Namen Meter (mètre) als Maßeinheit in Frankreich bestimmt.

Das metrische Maß- und Gewichtssystem erfreute sich im Laufe der Zeit einer immer wachsenden Anerkennung. Es besteht in Frankreich, Belgien, Holland, Spanien, Portugal, Griechenland, seit 1868 im Norddeutschen Bunde, seit 1871 im ganzen Deutschen Reiche; dann folgte Österreich; in England, der Schweiz und in den Vereinigten Staaten besteht es fakultativ.

Wenn hiernach das neue französische Maß auch bald das allgemeine Weltmaß werden wird, so dürften doch in der nächsten Zeit noch Maßreduktionen notwendig werden, weshalb wir jetzt die Regeln kurz betrachten wollen, nach welchen die Reduktionen der Maße eines Staates in diejenige eines anderen, soweit es für Zwecke der Flächenmeßkunde nötig erscheint, vorgenommen werden.

1. Von den Längenmaßen.

§. 5.

Die in den verschiedenen Staaten üblichen Längenmaße lassen sich in zwei Systeme bringen: in das Decimalsystem (dc) und das Duodecimalsystem (ddc). Das Decimalsystem beruht auf der weiteren Einteilung der Maßeinheit in 10 zu 10 Teile, das Duodecimalsystem in 12 zu 12 Teile.

In Frankreich z. B. wird der Meter, die Einheit des Längenmaßes, in 10 Decimeter, der Decimeter in 10 Centimeter, der Centimeter in 10 Millimeter geteilt, während die Oberabteilungen des Meters, nämlich 10 Meter Dekameter, 10 Dekameter Hektometer, 10 Hektometer Kilometer und 10 Kilometer Myriameter genannt werden.

In den Großherzogtümern Hessen und Baden, sowie im Königreiche Württemberg, war vor Einführung des Metermaßes ebenfalls die bequeme Decimalteilung gebräuchlich, indem der Fuß in 10 Zoll, der Zoll in 10 Linien geteilt wurde. Es bildeten also 100 Linien einen Fuß und ebenso 10 Fuß eine Klafter.

Dagegen bestand in anderen Staaten das Duodecimalsystem.

So war z. B. im Kaiserstaate Österreich die Maßeinheit die Klafter, der sechste Teil einer Klafter heißt Fuß, $^1/_{12}$ eines Fußes Zoll, $^1/_{12}$ eines Zolles Linie u. s. w., so daß also 1 Fuß = 144, und 1 Klafter = 144 × 6 = 864 Linien lang ist.

In Preußen, wo das rheinländische Maß früher üblich war, bildeten 12 Fuß eine Rute, 12 Zoll einen Fuß, 12 Linien einen Zoll u. s. w., so daß also 1 Klafter = 12 Fuß = 144 Zoll = 1728 Linien lang ist.

Die in neuerer Zeit im Deutschen Reiche angenommenen Längenmaße sind: der Meter (Stab) als Einheit; der Centimeter (Neuzoll) = $^1/_{100}$ Meter; der Dekameter (Kette) = 10 Meter; der Kilometer = 1000 Meter und die Meile = 7500 Meter. Die gesetzlichen Bezeichnungen dieser Maße sind seit 8. Oktober 1877 für den amtlichen Verkehr und den öffentlichen Unterricht: Kilometer = km; Meter = m; Centimeter = cm; Millimeter = mm.

Um größere Zahlen bequemer lesen zu können, sollen die Zahlengruppen nicht durch Punkte oder Komma abgeschieden werden, sondern man giebt entsprechenden Zwischenraum (Spatium). Man schreibt daher 22 Millionen nicht etwa 22·000,000; sondern 22 000 000 und gebraucht das Komma nur zur Bezeichnung von Decimalstellen, dadurch werden Irrtümer und Verwechselungen vermieden.

Wäre z. B. österreichisches Duodecimalmaß in Decimalmaß zu verwandeln, so ist bekannt, daß 1 Klafter = 6 Duodecimalfuß = 10 Decimalfuß, oder 1 Duodecimalfuß = $\frac{10}{6}$ = 1,666 Decimalfuß ist, und es ergiebt sich folgende

Übersicht zur Verwandlung von Duodecimalmaß in Decimalmaß:

1 Duodecimalfuß	= 1,666			Decimalfuß	= 0,1667	Decimalklafter
2 "	= 1,666	× 2	= 3,3334	"	= 0,3333	"
3 "	= 1,666	× 3	= 5,0000	"	= 0,5000	"
4 "	= 1,666	× 4	= 6,6667	"	= 0,6667	"
5 "	= 1,666	× 5	= 8,3333	"	= 0,8333	"
6 "	= 1,666	× 6	= 10,0000	"	= 1,0000	"
7 "	= 1,666	× 7	= 11,6667	"	= 1,1667	"
8 "	= 1,666	× 8	= 13,3334	"	= 1,3333	"

9 Duodecimalfuß	= 1,666 × 9	= 15,0000 Decimalfuß	= 1,5000 Decimalklafter
10 „	= 1,666 × 10	= 16,6667 „	= 1,6667 „
11 „	= 1,666 × 11	= 18,3333 „	= 1,8333 „
12 „	= 1,666 × 12	= 20,0000 „	= 2,0000 „

Will man etwa noch wissen, wie viel 1, 2, 3, 4 u. s. w. Duodecimalzolle sind, so braucht man die vorstehenden Zahlen für 1, 2, 3, 4 u. s. w. Duodecimalfuße nur durch 12 zu dividieren.

Da ferner bei rheinländischem oder anderem 12teiligen Maße erst 12 Duodecimalfuß = 1 Klafter = 10 Decimalfuß, und aus demselben Grunde 6 Duodecimalfuß = 0,5 Decimalklafter sind, so kann die vorstehende Übersicht zugleich als rheinländisches oder anderes 12teiliges Maß gelten, wenn man die Zahlen für Decimalfuß und Decimalklafter nur durch 2 dividiert.

Um umgekehrt Decimalmaß in Duodecimalmaß umzuwandeln, weiß man, daß z. B. in Österreich 10 Decimalfuß = 6 Duodecimalfuß sind, mithin ist 1 Decimalfuß = $\frac{6}{10}$ Duodecimalfuß = 0 + $\frac{6 \cdot 12}{10}$ Duodecimalzoll = $0' \; 7'' + \frac{2 \cdot 12}{10}$ Duodecimallinien = $0' \; 7'' \; 2{,}4'''$, d. h. man verwandelt die Decimalteile der Klafter in Fuße, Zolle, Linien u. s. w. Nimmt man nun den gefundenen Wert für 1 Decimalfuß doppelt, dreifach, vierfach u. s. w., so erhält man die Werte für 2, 3, 4 u. s. w. Decimalfuß, und es ergiebt sich dann folgende

Übersicht für Verwandlung von Decimalmaß in Duodecimalmaß:

0,1 Decimalklafter	= 0′ 7″ 2,4‴	Duodecimalmaß
0,2 „	= 1′ 2″ 4,8‴	„
0,3 „	= 1′ 9″ 7,2‴	„
0,4 „	= 2′ 4″ 9,6‴	„
0,4 „	= 3′ 0″ 0,0‴	„
0,6 „	= 3′ 7″ 2,4‴	„
0,7 „	= 4′ 2″ 4,8‴	„
0,8 „	= 4′ 9″ 7,2‴	„
0,9 „	= 5′ 4″ 9,6‴	„
1,0 „	= 6′ 0″ 0,0‴	„

Werden die vorstehenden Zahlen für Duodecimalmaß der Reihe nach durch 10 dividiert, so erhält man die Werte für 0,01 Klafter = 1 Decimalzoll; 0,02 Klafter = 2 Decimalzoll u. s. w.

Da ferner die rheinländische Decimalklafter = 12 Duodecimalfuß und

nicht wie die österreichische = 6 Duodecimalfuß ist, so kann natürlicherweise die vorstehende Übersicht auch zur Verwandlung von rheinländischen oder anderem zwölfteiligen Maße von gleicher Einteilung benutzt werden, wenn man nur die Zahlen, welche das Duodecimalmaß ausdrücken, mit 2 multipliziert, hiernach ist z. B.: 0,1 Decimalklafter = (0′ 7″ 2,4‴) · 2 = 1′ 2″ 4,8‴ rheinländisches Duodecimalmaß; 0,2 Decimalklafter = (1′ 2″ 4,8‴) · 2 = 2′ 4″ 9,6‴ rheinländisches Duodecimalmaß u. s. w.

Wie leicht einzusehen, hat das Decimalsystem große Vorzüge vor dem Duodecimalsystem. Aus diesem Grunde teilt man auch in denjenigen Staaten, in welchen noch das zwölfteilige Maß eingeführt ist, bei allen Vermessungsarbeiten die Rute oder Klafter in 10 Fuß, den Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien; so daß bei Vermessungen seltener Reduktionen von Dezimalmaß in Duodezimalmaß und umgekehrt vorkommen.

Weit häufiger kommt man hingegen in die Lage, die Längenmaße verschiedener Staaten mit einander zu vergleichen oder zu untersuchen, wie viel z. B. eine Anzahl preußische Fuße an österreichischen Fußen betragen. Da sich das neu-französische Metersystem durch große Einfachheit und konsequente Durchführung auszeichnet, so wählt man in der Regel den Meter als Maßeinheit und drückt die Längenmaße aller übrigen Staaten in Teilen dieser Einheit aus, wodurch sich zugleich auch die Längenverhältnisse des Maßes der einzelnen Staaten unter sich ergeben. Wir beschränken uns hier nur auf die Vergleichung der in Deutschland am häufigsten vorkommenden Maße. Es hat nämlich

1 Meter Fuße in:

Preußen	Bayern	Hannover	Württemberg	Sachsen	Hessen-Kassel	Hessen-Darmstadt	Baden, Nassau	Braunschweig	Österreich	Frankreich (Paris)	England, Rußland
3,19	3,43	3,42	3,49	3,53	3,47	4,00	3,33	3,50	3,16	3,08	3,28

Will man nun z. B. wissen, wie viel preußische Fuße 64 sächsische sind, so sagt vorstehende Übersicht:

1 Meter = 3,19 preußische Fuß und }
1 „ = 3,53 sächsische „ } daher auch

3,53 sächsische Fuß = 3,19 preußische Fuß und

1 sächsische Fuß $= \frac{3,_{19}}{3,_{53}}$ preußische Fuß, mithin auch

64 „ „ $= \frac{3,_{19}}{3,_{53}} \times 64 = 57,_8$ preußische Fuß.

Oder 100 Württemberger Fuß wie viel in österreichischem Maße?

1 Meter $= 3,_{49}$ württembergische Fuß } daher auch
1 „ $= 3,_{16}$ österreichische „ }

$3,_{49}$ württemb. Fuß $= 3,_{16}$ österreichische Fuß und

1 „ „ $= \frac{3,_{16}}{3,_{49}}$ „ „ mithin auch

100 „ „ $= \frac{3,_{16}}{3,_{49}} \times 100$ österreichische Fuß $=$

$0,_{90544} \times 100 = 90,_{544}$ österrreichische Fuß.

Da der Faktor $0,_{90544}$ ein konstanter ist, so kann man also jede beliebige Anzahl Württemberger Fuße in österreichischem Maße ausdrücken, wenn man ihre Anzahl mit der ständigen Zahl $0,_{90544}$ multipliziert. Dasselbe gilt von den Maßen der übrigen Staaten, wenn man den konstanten Faktor, wie soeben gezeigt wurde, vorher berechnet.

Beabsichtigt man die Längenmaße in der Art mit einander zu vergleichen, daß man z B. wissen will, wie sich ein Fuß irgend eines Staates zu dem Fuß eines andern Staates verhält, so benutzt man am besten folgende Übersicht, nach welcher:

1 Fuß an Millimetern enthält in:

Preußen	Bayern	Hannover	Württemberg	Sachsen	Hessen-Kassel	Hessen-Darmstadt	Baden, Nassau	Braunschweig	Österreich	Frankreich (Paris)	England, Rußland
313,8	291,9	292,1	286,5	283,2	287,7	250,0	300,0	285,4	316,1	324,8	304,8

Um nun z. B. zu erfahren, wie sich der sächsische Fuß zum preußischen verhält, hat man nach vorstehender Übersicht:

1 sächsischer Fuß $= 283,_2$ Millimeter } daher auch
1 preußischer „ $= 313,_8$ „ }

1 sächsischer Fuß : 1 preußischen Fuß $= 283,_2 : 313,_8 =$

„ „ : „ „ $= \frac{283,_2}{283,_2} : \frac{313,_8}{283,_2} =$

„ „ : „ „ $= 1 : 1,_{108} \ldots$

Ebenso findet man das Verhältnis des preußischen Fußes zum österreichischen:

1 preußischer Fuß = 313,8 Millimeter
1 österreichischer „ = 316,1 „ } daher

1 preußischer Fuß : 1 österreichischen Fuß = 313,8 : 316,1 oder

„ „ : „ „ $= \frac{313{,}8}{313{,}8} : \frac{316{,}1}{313{,}8}$

„ „ : „ „ = 1 : 1,007 . . .

2. Von den Flächenmaßen.

§. 6.

Bei Bestimmung von Flächeninhalten wählt man als Maßeinheit die einfachste und bequemste aller Flächen, das Quadrat. Je nach der Größe der auszumessenden Fläche dient entweder der Quadratmillimeter, Quadratmeter, Quadratkilometer, oder eine gewisse Anzahl von Quadratmetern, welche man dann Ar, Hektar nennt, als Einheit des Maßes. Auch die Bezeichnungen Morgen, Acker, Tagwerk, Joch ꝛc. sind noch im Gebrauch.

Unter Umständen wird sogar die Quadratmeile als Maßeinheit genommen.

Die Quadratklafter (Quadratrute) bezeichnet man in der Regel durch □° oder q°, den Quadratfuß durch □′ oder q′, den Quadratzoll durch □″ oder q″ u. s. w.

Bei den gewöhnlichen Vermessungen von Feldern, Wäldern u. s. w. drückte man vor Einführung des Metermaßes die Inhalte in Jochen (Österreich) oder Morgen, (Preußen, Hessen-Darmstadt, Nassau, Baden, Württemberg u. s. w.) oder Acker (Sachsen, Hessen-Kassel u. s. w.) oder Tagwerk (Bayern) oder Are (Frankreich) und in Decimalteilen derselben aus.

Im Deutschen Reiche bestehen jetzt bei Vermessungen folgende Flächenmaße: der Quadratmeter (Quadratstab) als Einheit; das Ar = 100 Quadratmeter; das Hektar = 10 000 Quadratmeter.

Die gesetzlichen Bezeichnungen für Flächenmaße überhaupt sind: Quadratkilometer = qkm; Hektar = ha; Ar = a; Quadratmeter = qm; Quadratcentimeter = qcm und Quadratmillimeter = qmm.

Da sich die Flächeninhalte ähnlicher Figuren wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Seiten verhalten, so lassen sich nach diesem Satze die Flächeninhalte ein und derselben Maßeinheit in den verschiedenen Staaten leicht mit einander vergleichen.

Will man z. B. untersuchen, wie sich der österreichische q' zum preußischen verhält, so weiß man aus der letzten Übersicht § 5, daß:

1 österreichischer Fuß = 316,1 Millimeter	} enthält, daher auch	
1 preußischer „ = 313,8 „		
1 österreichischer q' = $(316{,}1)^2$ und	} mithin	
1 preußischer q' = $(313{,}8)^2$		

1 österreichischer q' : 1 preußischen q' = $(316{,}1)^2 : (313{,}8)^2$

„ q' : „ q' = 99919 : 98470

„ q' : „ q' $= \frac{99919}{99919} : \frac{98470}{99919}$

„ q' : „ q' = 1 : 0,9855 . . .

Um daher eine Anzahl preußische Quadratfuße in österreichischen auszudrücken, braucht man nur erstere mit dem Reduktionsfaktor 0,9855 zu multiplizieren. So sind z. B.

40 preußische q' = 40 × 0,9855 = 39,42 österreichische q'.

Umgekehrt findet man aber den Reduktionsfaktor für die Verwandlung von österreichischem Quadratfußmaß in preußisches nach der Proportion:

1 preußischer q' : 1 österreichischen q' = 98470 : 99919, daher

„ q' : „ q' $= \frac{98470}{98470} : \frac{99919}{98470} =$

„ q' : „ q' = 1 : 1,0147 . . .;

d. h. man findet eine Anzahl österreichische Quadratfuße in preußischen ausgedrückt, wenn man die ersteren mit dem Reduktionsfaktor 1,0147 multipliziert. So sind z. B.

50 österreichische q' = 50 × 1,0147 = 50,74 preußische q'.

Am bequemsten nimmt man jedoch auch hier die Reduktion von Flächenmaß wieder vor, wenn man die Verhältnisse der verschiedenen Landesmaße in dem neu-französischen oder Metermaß ausdrückt.

Hiernach hat z. B. 1 Quadratfuß Quadratcentimeter in:

Preußen	Bayern	Hannover	Württemberg	Sachsen	Hessen-Kassel	Hessen-Darmstadt	Baden, Nassau	Braunschweig	Österreich	England, Rußland
985	852	853	821	802	828	625	900	814	999	929

Will man nun z. B. das Verhältnis des bayerischen q′ zu dem Hessen-Darmstädter haben, so hat:

$$\left.\begin{array}{l}1 \text{ bayerischer } q' = 852 \\ 1 \text{ hessischer } q' = 625\end{array}\right\} \text{qcm, daher}$$

$$1 \text{ baierischer } q' : 1 \text{ hessischen } q' = 852 : 625$$

$$\text{〃} \quad q' : \quad \text{〃} \quad q' = \frac{852}{852} : \frac{625}{852} \text{ und}$$

$$\text{〃} \quad q' : \quad \text{〃} \quad q' = 1 : 0{,}7336\ldots;$$

d. h. um Hessen-Darmstädter Quadratfuße in bayerische zu verwandeln, müssen dieselben mit dem Reduktionsfaktor 0,7336 multipliziert werden.

Auf ähnliche Weise verfährt man nun auch, wenn man höhere Quadratmaßeinheiten, etwa Quadratklafter oder Quadratruten, mit einander vergleichen will.

Da z. B. die österreichische q° nur 36 q′, die preußische q° aber 144 q′ enthält, so ergiebt sich hieraus das Verhältnis:

$$1 \text{ österr. } q' : 1 \text{ preuß. } q' = 1 : 0{,}9855, \text{ oder}$$

$$\text{〃} \quad q^\circ : \quad \text{〃} \quad q^\circ = 36 \times 1 : 144 \times 0{,}9855, \text{ daraus}$$

$$\text{〃} \quad q^\circ : \quad \text{〃} \quad q^\circ = 36 : 141{,}91$$

$$\text{〃} \quad q^\circ : \quad \text{〃} \quad q^\circ = \frac{36}{36} : \frac{141{,}91}{36} =$$

$$\text{〃} \quad q^\circ : \quad \text{〃} \quad q^\circ = 1 : 3{,}9420\ldots;$$

d. h. um eine Anzahl preußische Quadratklafter in österreichische zu verwandeln, braucht man dieselben nur mit dem Reduktionsfaktor 3,9420 zu multiplizieren.

Da ferner 1 österreichisches Joch = 1600 q°, ein preußischer Morgen aber = 180 q° zählt, so muß die weitere Proportion bestehen;

$$1 \text{ österr. Joch} : 1 \text{ preuß. Morgen} = 1 \times 1600 : 3{,}9420 \times 180, \text{ oder}$$

$$\text{〃} \quad \text{〃} \quad : \quad \text{〃} \quad \text{〃} \quad = 1600 : 709{,}56$$

$$\text{〃} \quad \text{〃} \quad : \quad \text{〃} \quad \text{〃} \quad = 1 : 0{,}4435\ldots;$$

d. h. um eine Anzahl preußische Morgen in österreichische Joch zu verwandeln, multipliziert man dieselben mit dem Reduktionsfaktor 0,4435.

So sind z. B.

100 preuß. Morgen = 100 × 0,4435 = 44,35 österr. Joch.

Zur Vergleichung der Feldmaße (Joche, Acker, Morgen, Tagewerke u. s. w.) der verschiedenen Länder bedient man sich mit Vorteil auch wieder der folgenden Übersicht:

1 Joch, Morgen, Acker, Tagewerk, Dessätin hat Aren in:

Preußen	Bayern	Hannover	Württemberg	Sachsen	Hessen-Kassel	Hessen-Darmstadt	Nassau	Baden	Braunschweig	Oesterreich	England	Rußland
25,53	34,07	26,21	31,52	55,34	23,86	25,00	25,00	36,00	25,00	57,55	40,47	109,25

Um z. B. zu wissen, wie sich das österreichische Joch zum Hessen-Darmstädter Morgen verhält, hat man

1 österreichisches Joch = 57,55 } Aren, daher
1 Darmstädter Morgen = 25,00 }

1 österreichisches Joch : 1 Darmstädter Morgen = 57,55 : 25

" " : " " $= 1 : \frac{25}{57{,}55}$

" " : " " = 1 : 0,4344.

Hiernach wären also

100 Darmstädter Morgen = 100 × 0,4344 = 43,44 österr. Joch u. s. w.

4. Von den Körpermaßen.

§ 7.

Als Einheit des Maßes dient der Würfel oder Kubus. Je nach der Größe des auszumessenden Raumes wählte man vor Einführung des Metermaßes einen Würfel, der 1″, 1′, 1° oder gar 1 Meile zur Seite hatte und unterschied hiernach den Kubikzoll (c″), Kubikfuß (c′) die Kubikklafter oder Kubikrute (c°) u. s. w.

Im deutschen Reiche bildet jetzt ein Würfel von einem Meter Seitenlänge, d. h. der Kubikmeter, die Grundlage. Weiter kommen vor das Liter (Kanne) = $^1/_{1000}$ Kubikmeter als Einheit; das Hektoliter (Faß) = $^1/_{10}$ Kubikmeter = 100 Liter; der Schoppen = $^1/_2$ Liter, und der Scheffel = 50 Liter = $^1/_{20}$ Kubikmeter.

Die gesetzlichen Bezeichnungsweisen für die jetzigen Körpermaße sind für: Kubikmeter = cm, Hektoliter = hl, Liter = l, Kubikcentimeter = ccm, Kubikmillimeter = cmm.

Um nun körperliche Räume mit einander zu vergleichen, erinnere man sich, daß sich die Kubikinhalte ähnlicher Körper zu einander verhalten, wie die dritten Potenzen ihrer ähnlich liegenden Seiten; d. h. zwei verschiedene Würfel verhalten sich z. B. wie die auf den Kubus erhobenen zugehörigen Seiten derselben.

Da es aus § 5 bekannt ist, daß sich verhält:

1 österr. Fuß : 1 preuß. Fuß = 316,1 : 313,8,

so muß sich auch verhalten:

1 österr. c′ : 1 preuß. c′ = $(316,1)^3$: $(313,8)^3$, oder
" : " = 31 584 462,3 : 30 900 024,1
" : " = 1 : 0,9783 . . .;

d. h. um eine Anzahl preußische Kubikfuße in österreichischen auszudrücken, multipliziert man erstere mit dem Reduktionsfaktor 0,9783.

So sind z. B.

100 preuß. c′ = 100 × 0,9783 = 97,83 c′ in österreichischem Maß.

Um auch Reduktionen von Kubikklaftern vornehmen zu können, muß man wissen, wie viele Kubikfuße jede der zu vergleichenden Kubikklaftern enthält.

So haben z. B.

die österreichische und die preußische Holzklafter 108 c′;

daher verhält sich auch:

1 österr. Holzklafter : 1 preuß. = 108 × 1 : 108 × 0,9783, oder
" " : " = 1 : 0,9783

In diesem Falle bleibt also der Reduktionsfaktor derselbe.

Anders verhält sich jedoch z. B. die österreichische Kubikklafter zur preußischen Kubikrute, da nämlich

die österreichische c° = $(6)^3$ = 216 c′,
die preußische c° aber = $(12)^3$ = 1728 c′ enthält,

so wird sich verhalten:

1 österr. c° : 1 preuß. c° = 216 × 1 : 1728 × 0,9783
" : " = 216 : 1690,5
" : " = 1 : 7,826.

Am bequemsten werden die Körper-Reduktionen jedoch vorgenommen, wenn man die Größe der Kubikfuße verschiedener Länder wieder mit dem Metermaße vergleicht.

So enthält z. B.

1 Kubikfuß an Kubikdecimetern oder Litern in:

Preußen	Bayern	Hannover	Württemberg	Sachsen	Hessen-Kassel	Hessen-Darmstadt	Baden, Nassau	Braunschweig	Österreich	England	Rußland
30,92	24,86	24,92	23,52	22,71	23,81	15,62	27,00	23,24	31,58	28,31	28,31

Hiernach kann z. B. das Verhältnis des bayerischen zum württembergischen Kubikfuß wie folgt bestimmt werden:

$$1 \text{ bayer. } c' : 1 \text{ württemberg. } c' = 24{,}86 : 23{,}52, \text{ oder}$$

$$\text{''} \quad : \quad \text{''} \quad = \frac{24{,}86}{24{,}86} : \frac{23{,}52}{24{,}86} \text{ daraus}$$

$$\text{''} \quad : \quad \text{''} \quad = 1 : 0{,}9461 \ldots;$$

d. h. man drückt eine Anzahl württembergische Kubikfuße in bayerischen aus, wenn man dieselben mit dem Reduktionsfaktor 0,9461 multipliziert.

Es sind demnach

$$100 \text{ württembergische } c' = 100 \times 0{,}9461 = 94{,}61 \text{ bayerische } c'.$$

Ganz in derselben Weise können die Kubikinhalte aller übrigen Länder verglichen werden.

4. Von den Winkelmaßen.

§ 8.

Jede von geraden Linien begrenzte Figur besteht aus so viel Seiten als Winkel. Die letzteren werden durch die Länge eines Bogens gemessen, welcher zwischen den beiden Schenkeln des Winkels liegt, und seinen Mittelpunkt im Scheitel hat. So verschiedenartig auch die Verhältnisse der Längen-, Flächen- und Körpermaße in den verschiedenen Ländern sein können, so einfach gestalten sich dieselben bei den Winkelmaßen, bei welchen nur zwei verschiedene Einteilungen bestehen, nämlich die Sexagesimalteilung und und die Centesimalteilung.

Nach der Sexagesimalteilung wird der Kreisumfang in 360 gleiche Teile oder Grade, der Grad in 60 Minuten und die Minute in 60 Sekunden geteilt.

Den vierten Teil eines Kreises nennt man Quadranten, er zählt darum

$\frac{360}{4} = 90$ Grad.

Bei der weit bequemeren Centesimalteilung teilt man den Kreis in 400 gleiche Grade, den Grad in 100 Minuten, die Minute in 100 Sekunden und den Quadranten in 100 Grade.

Diese neue Einteilung ging von Frankreich aus, sie ist aber z. B. schon längst bei geodätischen Vermessungen auch im Großherzogtume Hessen, Baden und anderen Ländern eingeführt; auch fertigen jetzt viele Mechaniker Winkelmeßinstrumente neuer Teilung an.

Die Vorteile dieser Einteilung namentlich bei polygonometrischen Berechnungen sind von selbst einleuchtend.

Man kommt öfters in die Lage, Winkel, welche nach alter oder Sexagesimalteilung gemessen wurden, in neue oder Centesimalteilung zu verwandeln und umgekehrt.

In solchen Fällen kann man wie folgt verfahren:

Da 100 Centesimalgrad $= 90$ Sexagesimalgrad sind, so ist auch

1 " $= \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ " , daher

n " $= \frac{9 \cdot n}{10}$ Sexagesimalgrad.

So sind z. B.

40 Centesimalgrad $= \frac{9 \cdot 40}{10} = 36$ Sexagesimalgrad.

Umgekehrt hat man aber auch, da

90 Sexagesimalgrad $= 100$ Centesimalgrad sind,

1 " $= \frac{100}{90} = \frac{10}{9}$ "

oder n " $= \frac{10 \cdot n}{9}$ Centesimalgrad.

So sind z. B.

36 Sexagesimalgrad $= \frac{10 \cdot 36}{9} = 40$ Centesimalgrad.

Um Grade und Minuten enthaltende Winkel zu verwandeln, weiß man, daß

100 Centesimalgrad = 100 × 100 = 10000 Centes.-Min. und

90 Sexagesimalgrad = 90 × 60 = 5400 Sexag.-Min. sind,

daher auch

10000 Centesimalminuten = 5400 Sexagesimalminuten und

1 " $= \frac{5400}{10\,000} = \frac{54}{100}$ " "

n " $= \frac{54 \cdot n}{100}$ Sexagesimalminuten.

Hat man z. B. einen Winkel von 59° 56′ neuer Teilung in alte Teilung zu verwandeln, so sind 59° 56′ = 5956′, daher nach der Formel

$$\frac{54 \cdot n}{100} = \frac{54 \cdot 5956}{100} = 3216' = \frac{3216}{60} = 53^{\circ}\ 36' \text{ alte Teilung.}$$

Sollen umgekehrt Sexagesimalminuten in Centesimalminuten verwandelt werden, dann ergiebt sich gerade das umgekehrte Verhältnis, nämlich

n Sexagesimalminuten $= \frac{100 \cdot n}{54}$ Centesimalminuten.

So enthält z. B. ein Winkel von 53° 44′ alter Teilung = 53 × 60′ + 44′ = 3224′ alter Teilung, mithin in neuer Teilung nach Formel:

$$\frac{100 \cdot n}{54} = \frac{100 \times 3224}{54} = 5970' = 59^{\circ}\ 70' \text{ neuer Teilung.}$$

Enthält ein Winkel neben Minuten auch noch Sekunden, so geschieht die Reduktion ganz auf ähnliche Weise.

Es enthalten nämlich

100 Centesimalgrad = 10 000′ = 10 000 × 100 =
1 000 000 Centesimalsekunden,

ebenso 90 Sexagesimalgrad = 5400′ = 5400 × 60 =
324 000 Sexagesimalsekunden,

daher auch

1 000 000 Centesimalsekunden = 324 000 Sexagesimalsekunden und

1 Centesimalsekunden $= \frac{324\,000}{1\,000\,000} = \frac{324}{1000}$ Sexagesimalsekunden

n " $= \frac{324 \, . \, n}{1000}$ Sexagesimalsekunden.

Ist demnach der nach neuer Teilung gemessene Winkel 173° 9′ 97″ in alte Teilung zu verwandeln, dann sind 1 730 997″ = n,

$$\text{daher } \frac{324 \cdot 1\,730\,997}{1000} = \frac{560\,843\,028}{1000} = 560\,843'' =$$

$$\frac{560\,843}{60} = 9347' + 23'' = \frac{9347}{60} + 23'' = 155^{\circ}\ 47'\ 23''$$

in alter oder Sexagesimalteilung.

Sind dagegen Sexagesimalsekunden in Centesimalsekunden zu verwandeln, dann ergiebt sich wieder das umgekehrte Verhältnis, nämlich:

$$n \text{ Sexagesimalsekunden} = \frac{1000\,.\,n}{324} \text{ Centesimalsekunden.}$$

So enthält z. B. ein Winkel von 88° 50′ 47″ = 319 847″ alte Teilung:

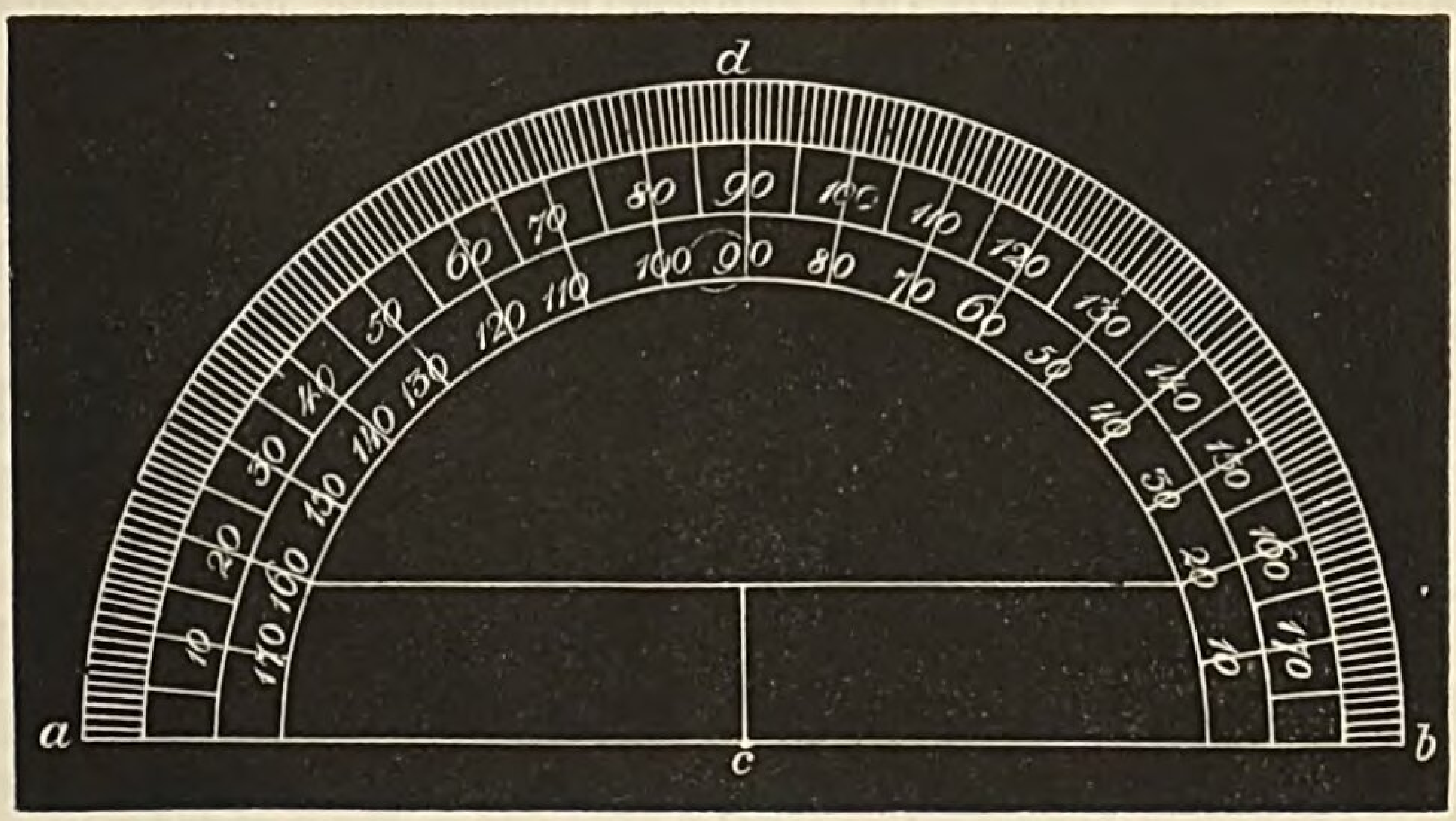
$$\frac{1000\,.\,319\,847}{324} = \frac{319\,847\,000}{324} = 987\,182'' = 98^{\circ}\ 71'\ 82''$$

neue Teilung.

5. Von dem Transporteur.

§ 9.

Bei kleineren Vermessungen, namentlich solchen, welche einen geringeren Grad von Genauigkeit beanspruchen, muß man häufig in Graden und Teilen derselben gemessene Winkel auf dem Papier verzeichnen, wozu man sich gewöhnlich eines Transporteurs bedient. Es giebt Halbkreis- und



Figur 3.

Vollkreistransporteure. Sie bestehen aus Horn, Stahl, Messing, Kautschuk, Elfenbein, bessere Transporteure sind öfter auch versilbert. Die Anfertigung erfolgt in alter (360°) und neuer Teilung (400°). Fig. 3 stellt einen ganz

einfachen Halbkreistransporteur alter Teilung vor. Die Teilung selbst ist hierbei, vom Mittelpunkt c ausgehend, auf einzelne ganze Grade ausgeführt. Die Grade selbst sind oft noch in halbe und viertel Grade geteilt. Bei feineren Transporteuren ist noch ein um den Mittelpunkt c drehbares Lineälchen mit einer Noniusvorrichtung angebracht, welche dann ein Übertragen der Winkel bis auf Minuten gestattet. Es ist einleuchtend, daß mit dem Wachsen des Teilungshalbmessers a c auch die zu den einzelnen Graden gehörigen Bögen größer werden müssen. Es nimmt daher die Genauigkeit mit der Größe des Durchmessers zu.

Um mit dem Transporteur einen gemessenen Winkel auf dem Papier zu verzeichnen, zieht man zuerst einen Schenkel des Winkels, wenn derselbe nicht etwa schon durch irgend eine Linie gegeben ist, schiebt hierauf den Punkt c des Transporteurs genau an das eine Ende des Schenkels und legt den Rand des Durchmessers a b scharf an den Schenkel selbst an, alsdann sticht man mit einer feinen Kopiernadel das Papier an derjenigen Stelle am Teilungsrande des Transporteurs durch, welche gerade den gegebenen Winkel bezeichnet, und verbindet schließlich den Scheitelpunkt des Winkels mit dem durchstochenen Punkte, so schließen die beiden Linien jetzt den gemessenen Winkel bis zu dem überhaupt möglichen Grade der Genauigkeit ein.

Das Verfahren, aus den gemessenen Seiten und Winkeln kleinere Figuren in irgend einem Verjüngungsverhältnisse (§ 10) aufzutragen, ist ein so einfaches, daß wir es für Raumverschwendung halten, dasselbe hier noch näher zu beschreiben.

Der Transporteur wird namentlich bei Waldvermessungen zum Auftragen der inneren Bestandesgrenzen und Unterabteilungen dann gebraucht, wenn der äußere Umfang bereits fest liegt, man keine sehr große Genauigkeit der Detailaufnahme verlangt, und es ferner für überflüssig gehalten wird die inneren Abteilungspunkte trigonometrisch zu bestimmen und die Inhalte aus den Koordinaten der Umfangspunkte zu berechnen. Auch bei dem Durchhauen von Schneißen auf mehr elementarem Wege wird der Transporteur zum Ablesen der sogenannten Schneißenwinkel, d. h. derjenigen Winkel verwendet, welche die auf der Forstkarte bereits projektierten Schneißen mit den anliegenden Polygonseiten bilden und werden wir auf diesen Punkt geeigneten Orts zurückkommen.

Vollkreistransporteure (Alhidaden-Transporteure) sind, bei einem Durchmesser von 20 — 30 cm, einer Einteilung in $^1/_3{}^0$ und Ablesung auf

30 Sekunden, natürlich viel teurer (50—120 Mk.), gestatten dafür aber auch, wegen der Noniusvorrichtung, ein viel genaueres Abtragen der Winkel. Dieselben werden in dem mathematisch-mechanischen Institut von Ludwig Tesdorpf in Stuttgart, Gustav Heyde in Dresden, Ertel u. Sohn in München u. s. w. in den verschiedensten Formen ausgeführt.

6. Von den Verjüngungsmaßstäben.

§ 10.

Soll von einem vermessenen Objekte eine Karte gezeichnet werden, so kann dieselbe die einzelnen aufgenommenen Teile natürlich nicht in ihrer wirklichen Größe, sondern nur in verjüngtem Maße enthalten.

Es handelt sich deshalb bei der Kartenzeichnung nicht darum, ein der Natur gleiches, sondern ein derselben ähnliches kleineres Bild zu entwerfen.

Verjüngte ähnliche Bilder lassen sich jedoch nur dann darstellen, wenn die einzelnen, die ganze Figur formirenden Linien, nach einem und demselben Verjüngungsverhältnisse auf die Karte aufgetragen werden; wozu die sogenannten Verjüngungsmaßstäbe dienen.

Unter einem Verjüngungsmaßstabe versteht man darum eine, in eine gewisse Anzahl gleiche Teile geteilte Linie, von welcher jeder einzelne Teil zu dem wirklichen Maße der Natur in einem gewissen bekannten Verhältnisse steht.

Wird z B. auf einer Karte die Länge von 100 m durch 1 cm ausgedrückt, so ist das Verjüngungsverhältnis, da 100 m = 10 000 cm sind, wie 1 : 10 000. Oder wird auf einem österr. Katasterblatt eine Länge von 40 Wiener Klaftern durch 1 Zoll ausgedrückt, so ist das Verjüngungsverhältnis, da $40^0 = 40 \times 6' = 240' = 240 \times 12'' = 2880''$ sind, wie 1 : 2880, d. h. 2880″ in der Natur werden in der Karte durch 1″ dargestellt.

Werden aber auf einer hessischen Forstkarte 50 großherzogliche hessische Klafter $= 50 \times 10' = 500' = 500 \times 10'' = 5000''$ durch die Länge von 1″ dargestellt, so ist das Verjüngungsverhältnis wie 1 : 5000 u. s. w.

Es ist einleuchtend, daß der Maßstab, in welchem eine Karte gezeichnet werden soll, zunächst durch den beabsichtigten Zweck bedingt ist. Handelt es sich z. B. nur darum, von einer Gegend den Lauf der Wege, Flüsse, Bäche, Gebirge u. s. w. im allgemeinen in einem Situationsplane klar darzustellen, so genügt es den Verjüngungsmaßstab so klein zu wählen, daß die fraglichen Gegenstände noch deutlich unterschieden werden können.

Anders ist es jedoch, wenn die Karte, wie dies z. B. bei sämtlichen Meßtischaufnahmen der Fall ist, zugleich noch zur Bestimmung des Flächeninhaltes benutzt werden soll. In diesem Falle ist der Maßstab so zu wählen, daß noch Decimalteile einer Klafter oder eines Meters genau von der Karte abgegriffen werden können, weil hier Bruchteile der Längeneinheit auf die Berechnung der Flächeninhalte schon einen nennenswerten Einfluß ausüben.

Soll aber die aufgenommene Karte etwa zu Teilungs- oder Grenzregulierungszwecken einzelner Grundstücke benutzt werden, so ist sogar ein noch größerer Maßstab, etwa das Verjüngungsverhältnis 1 : 1000 erwünscht.

Faßt man die bis jetzt gemachten Erfahrungen zusammen, so dürften sich überhaupt für die nachbemerkten Zwecke folgende Maßstäbe am meisten empfehlen:

I. Maschinenzeichnungen: 1 : 12 bis 1 : 10. Einzelne Teile in wahrer Größe.

II. Baurisse 1 : 100 und Bauplätze 1 : 200.

III. Geometrische Aufnahmen zum Zwecke der Inhaltsbestimmung: 1 : 1000 bis 1 : 3000.

IV. Ökonomische Karten. Flurkarten: 1 : 2000 bis 1 : 4000; Forstkarten: 1 : 5000 bis 1 : 10 000; Bestandskarten: 1 : 10 000; Bodenkarten: 1 : 20 000. Übersichtskarten: 1 : 40 000 bis 1 : 50 000.

V. Militärische Aufnahmen: 1 : 10 000 bis 1 : 40 000 und flüchtige Aufnahmen nach dem Augenmaße (Croquis) 1 : 50 000.

Nachdem man sich für den zweckmäßigsten Maßstab entschieden hat, handelt es sich zunächst um die richtige Anfertigung solcher Verjüngungsmaßstäbe. Wir werden das Verfahren an zwei Beispielen anschaulich machen.

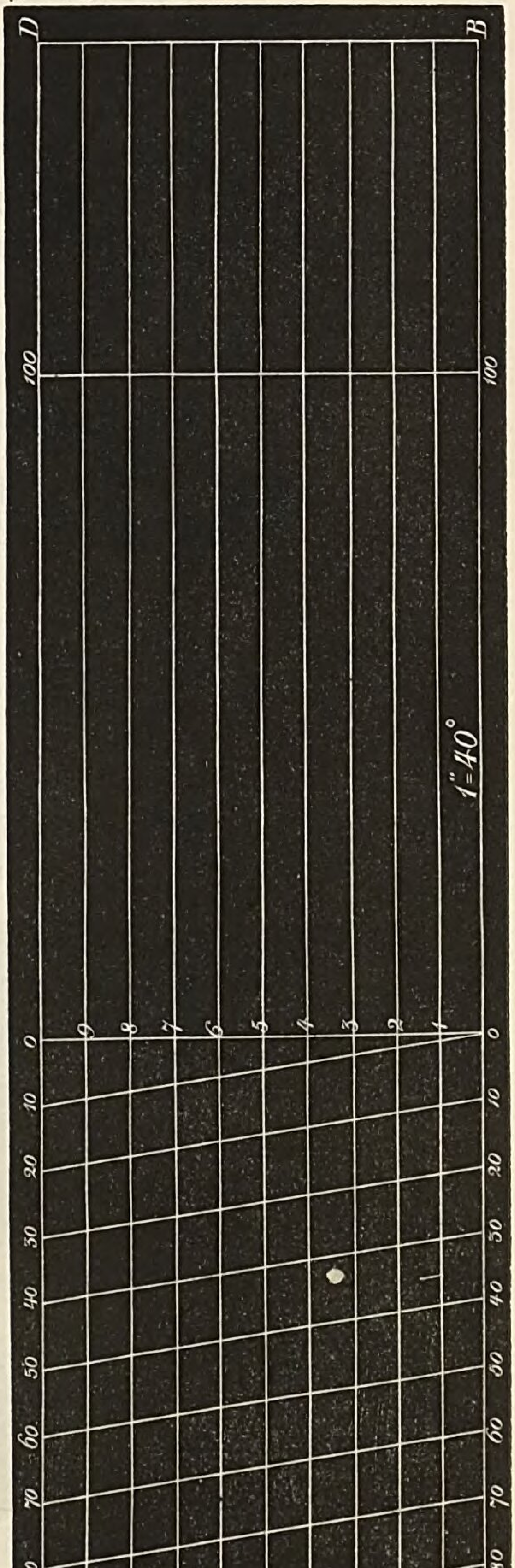
Beispiel 1. Es ist ein Maßstab der Art zu fertigen, daß 40 verjüngte Wiener Klafter = 2880″ auf demselben einen wirklichen Zoll ausmachen und noch Decimalteile einer Klafter abgegriffen werden können.*)

*) Wir wählen gerade dieses Beispiel, weil die österreichischen Katasterkarten nach demselben gezeichnet sind.

Die Konstruktion sämtlicher Verjüngungsmaßstäbe gründet sich auf den Satz von den Proportionallinien, daß die in ähnlichen Dreiecken den gleichen Winkeln gegenüberliegenden Seiten in Proportion stehen. Will man nun den fraglichen Maßstab konstruieren, so hat man ihm zunächst eine solche Gestalt zu geben, daß die einzelnen gegebenen Linien auch auf bequeme Weise von demselben abgetragen werden können. Im vorliegenden Falle, wo 1″ = 40° sein sollen, sind $2^1/_2$ Duodecimalzoll = 100 Wr. Klafter, und diese bilden hier am schicklichsten eine Hauptabteilung des Maßstabes.

Man nimmt deshalb $2^1/_2$ Duodecimalzoll in den Zirkel und trägt diese Entfernung, Fig. 4, von A aus etwa dreimal in der Richtung nach B auf A B, so daß also A, 0 und 100 solche Haupt-Abteilungspunkte von je 100 Klafter bilden*). Hierauf errichtet man in A und B mit möglichster Schärfe die Senkrechten A C und B D, trägt auf jeder derselben ein schicklich gewähltes Stück A 1 zehnmal von A nach C und von B nach D, wie Figur 4 zeigt, auf, verbindet alsdann auch C mit D, trägt schließlich dieselben Haupt-Abteilungen von je 100 Klafter auch dreimal in der Richtung von C nach D auf, und verbindet endlich die Punkte 0, 0 und 100, 100 u. s. w. mit einander, wobei namentlich darauf zu sehen ist, daß die Haupt-

*) Die Entfernung von 100 nach B konnte wegen beengtem Raume hier nur 50° lang gemacht werden, in Wirklichkeit beträgt sie jedoch 100° Länge.



Figur 4.

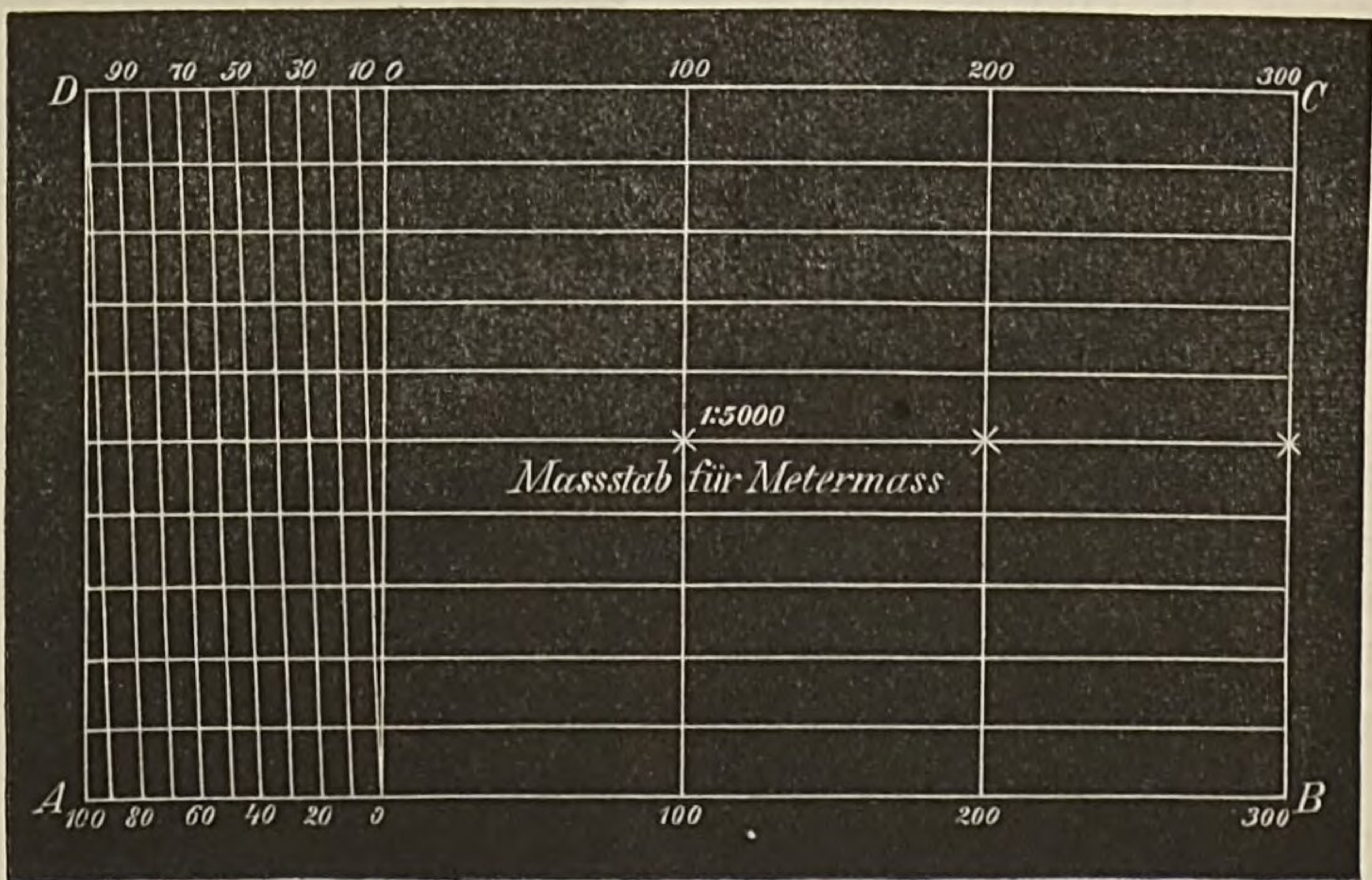
Abteilungspunkte auf der Linie A B ganz genau mit denjenigen der Linie C D zusammenfallen. Ist die Konstruktion soweit richtig, so teilt man noch den ersten Hauptteil 0 A und 0 C in 10 vollkommen gleiche Teile, zieht hierauf die Transversallinien 0, 10; 10, 20; 20, 30 u. s. w. und nimmt schließlich noch die Bezifferung, wie in Figur 4 geschehen, vor, so ist der Maßstab fertig.

Auf welche Weise nun eine beliebige Anzahl Klafter nebst deren Decimalteilen abgegriffen werden können, geht aus der Figur deutlich hervor.

Da neuere Vermessungen meist in Metermaß ausgeführt werden, so wollen wir an einem Beispiele auch die Anfertigung eines Metermaßstabes zeigen.

Beispiel 2. Es ist ein Maßstab in dem Verhältnis 1 : 5000 zu fertigen, auf welchem noch Decimalteile von Metern abgegriffen werden können.

Da die Länge von 1 Meter auf der Karte die Länge von 5000 Metern in der Natur repräsentieren soll, so kommen auf $^1/_{100}$ Meter = 50 Meter, oder auf $^2/_{100}$ Meter oder 2 Centimeter = 100 Meter. Die Hauptteile auf



Figur 5.

dem Maßstabe sind daher Entfernungen von 2 Centimeter, welchen 100 Meter in der Natur entsprechen. Man nehme deshalb 2 Centimeter zwischen die Zirkelspitzen und trage dieselben eine beliebige Anzahl mal auf die Linie AB,

Fig. 5, auf. Errichte hierauf in A und B die Senkrechten AD und BC, teile beide in 10 gleiche Teile und ziehe die Linie CD, welche wie AB in dieselbe Anzahl von 2 Centimeter großen Teilen eingeteilt wird. Jetzt kann man auf dem Maßstabe nur Entfernungen von 100 zu 100 Meter abgreifen. Um auch Linien von 10 zu 10 Metern abnehmen zu können, wird die Linie 0A = 0D = 100 Meter wieder in 10 gleiche Teile geteilt, wie dies aus der Figur deutlich ersichtlich ist. Zieht man endlich noch die Transversallinien 0, 10; 10, 20; 20, 30; u. s. w. so lassen sich auf dem Maßstabe einzelne Meter und Decimalteile von Metern abgreifen.

In ähnlicher Weise können auch noch andere Maßstäbe angefertigt werden. So ist z. B. der Katastermaßstab in Württemberg 1 : 2500 d. h. es kommen auf

	1 Meter	auf der Karte			=	2500 Meter	in der Natur			
oder auf	1 Centimeter	„	„	„	=	25 Meter	„	„	„	
„ „	4 Centimeter	„	„	„	=	100 Meter	„	„	„	

Um einen solchen Maßstab zu fertigen, würden am besten 100 Meter à 4 Centimeter die Haupteinteilung bilden. Diese 4 Centimeter würden wieder in 10 gleiche Teile à 4 Millimeter geteilt, durch Transversalen verbunden, so daß man einzelne Meter direkt, Decimeter aber noch durch Schätzung abgreifen könnte. Nach diesem Maßstabe wurden in Württemberg die einzelnen Meßtischblätter à $416^2/_3$ Morgen Inhalt aufgenommen.

Die Maßstäbe werden am besten auf 2—3 Millimeter dicke Messingplatten von 23—24 Centimeter Länge und 4—5 Centimeter Breite eingeschnitten und können dann auf eine solche, wenn man beide Seiten benutzt, bequem 4 Maßstäbe verzeichnet werden. Sollte man nicht in den Besitz eines Maßstabes von Messing gelangen können, so kann man auch gutes, trockenes und nicht zu poröses Holz, was man vorher sorgfältig mit Papier überklebt, zur Anfertigung von Maßstäben benutzen. Stets muß aber eine sorgfältig ausgeführte Konstruktion als Grundbedingung eines guten Maßstabes vorausgesetzt werden.

Ist nur ein Verjüngungsmaßstab vorhanden, so kann dieser im Notfall auch für irgend eine andere Verjüngung verwendet werden. Angenommen, man besitze einen Maßstab 1 : 1000 und man wolle mit demselben eine Linie in dem Verhältnis 1 : 2000 auftragen, so muß man dieselbe, z. B. 48 Meter, durch 2 dividieren und an dem Maßstabe dann nur 24 Meter abgreifen. Sollte aber mit einem Maßstab 1 : 1000 die gleiche Linie

in dem Verhältnis 1 : 2500 abgegriffen werden, so muß man dieselbe zuerst mit $\frac{1000}{2500} = \frac{10}{25}$ multiplizieren, d. h. es würden von dem Maßstab 1 : 1000 statt 48 Meter,

$$\text{nur } 48 \cdot \frac{10}{25} = \frac{480}{25} = 19{,}2 \text{ Meter}$$

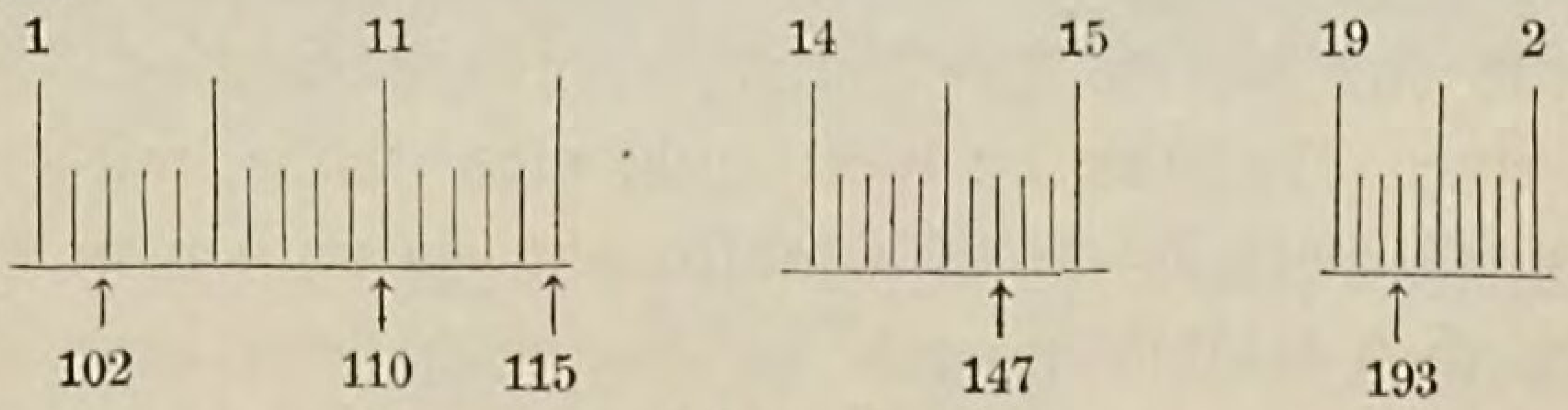
abgegriffen und auf die Karte übertragen.

7. Von den Rechenmaßstäben.

§ 11.

Für Reduktionen verschiedener Landesmaße in andere (§ 5—7), so wie für viele andere geometrische Arbeiten eignen sich in vielen Fällen die sog. *Rechenmaßstäbe*, welche auf dem Prinzipe der graphischen Darstellung der logarithmischen Mantissenskala beruhen, jedoch in der Form der Ausführung zahlreiche Variationen zeigen. Am meisten verbreitet sind die linearen, meist aus Buchsbaumholz verfertigten „*Rechenschieber*“ (slide rule, règle à calcul), die einem gewöhnlichen prismatischen Maßstabe nachgebildet sind und eine in einer Nute verschiebbare Holzleiste — die sog. Zunge — auf ihrer oberen Fläche eingelassen tragen. Letztere Fläche enthält ebenso wie die Zunge an der gemeinsamen Berührungslinie ein auf dieser normal stehendes System von Teilstrichen, die sog. Skalen, welche teils durch beigesetzte Ziffern, teils durch die verschiedene Länge der Striche in eine Hauptteilung, eine Teilung zweiter und dritter Ordnung unterschieden werden. Indem man den Wert irgend eines Teilstriches durch seine Stellung im System der Skala ausdrückt, übersetzt man ihn in eine drei- oder vierstellige Zahl, während man umgekehrt irgend eine Zahl durch einen korrespondierenden Punkt auf der Skala bezeichnen kann, wie das ja bei gewöhnlichen Millimetermaßstäben, bei Meßlatten, Barmometerskalen u. s. w. analog zu geschehen pflegt.

So bezeichnet z. B. auf nachstehenden Darstellungen (Fig. 6—9) der Pfeil jedesmal die darunterstehende Zahl, wenn der Zifferlauf von links nach rechts geht.



Figur 6.

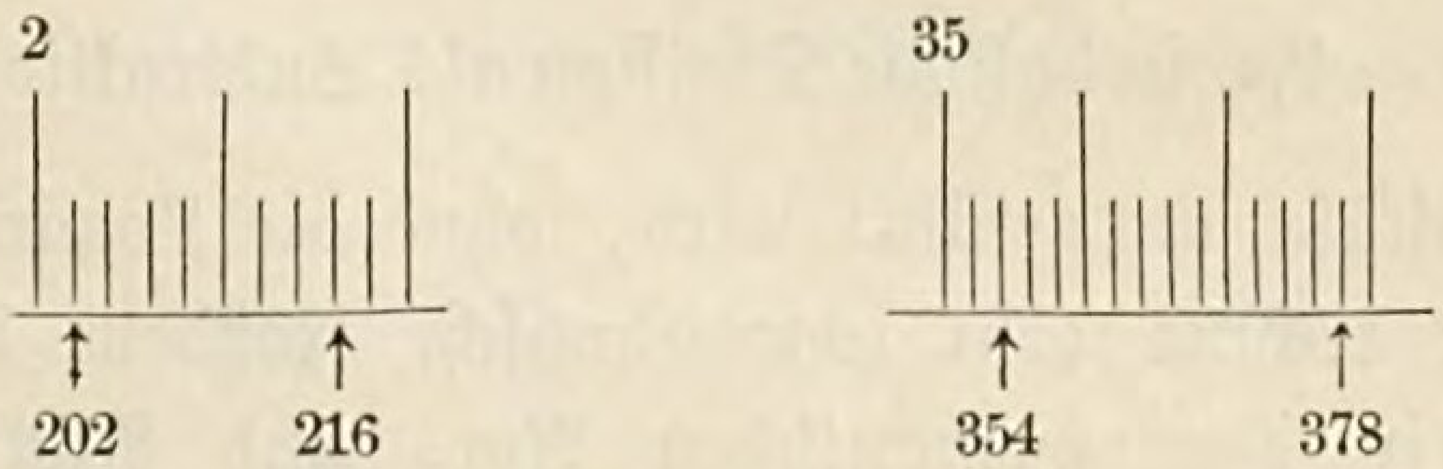
Das Prinzip der Teilung dieser Skalen ist aber das logarithmische d. h. die Strecke vom Anfangspunkte 1 bis zum Endpunkte, welcher wieder mit 1 bezeichnet ist, wird als Einheit gedacht und in solche Bruchteile zerlegt, welche den Mantissen der Briggschen Logarithmen korrespondieren. So ist z. B. der lineare Abstand des mit 2 bezeichneten Teilstriches vom

Anfangspunkte = 0,3010300 der ganzen Skalenlänge

ebenso die Strecke von 1—3 = 0,4771213 „ „ „
u. s. w.

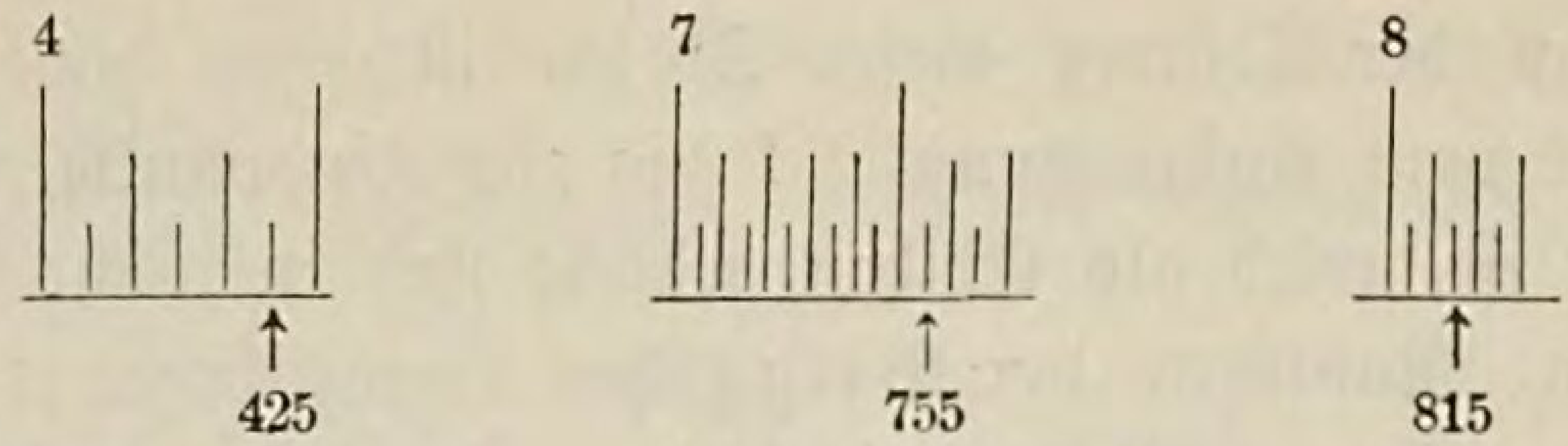
Demnach ist im allgemeinen der Abstand jedes Punktes vom Anfangspunkte genau der so vielste Teil der ganzen Skalenlänge als der Logarithmus seines Wertes in Form eines Decimalbruches angiebt. Die Skala entspricht also den Mantissen der Logarithmentafel, während die Ziffern und das sich daran anschließende System der Ordnungen von Teilstrichen den numerus darstellt. Hieraus folgt unmittelbar, daß die Abstände der Teilstriche vom Anfangspunkte sich nach demselben Gesetz verändern müssen, wie die Briggschen Logarithmen ansteigen. Während also der Abstand von 1 bis 2 noch so groß war, daß er leicht in $^1/_{10}$ und in dritter Ordnung in $^1/_{100}$ teilbar war, ist dies von 2 bis 4 schon nicht mehr möglich.

Hier wurden deshalb die Abstände der Teilung II. Ordnung nur in 5 ebenfalls ungleiche Teile zerlegt; der Wert eines solchen Teilstrichs III. Ordnung ist also $^2/_{10}$ von dem der II. und $^2/_{100}$ von jenem der I. Ordnung. Man denkt sich diese Striche ebenfalls von links nach rechts numeriert und zwar mit 2, 4, 6, 8, welche an III. Stelle geschrieben werden, z. B. 202, 216, 354, 378 (Fig. 7).



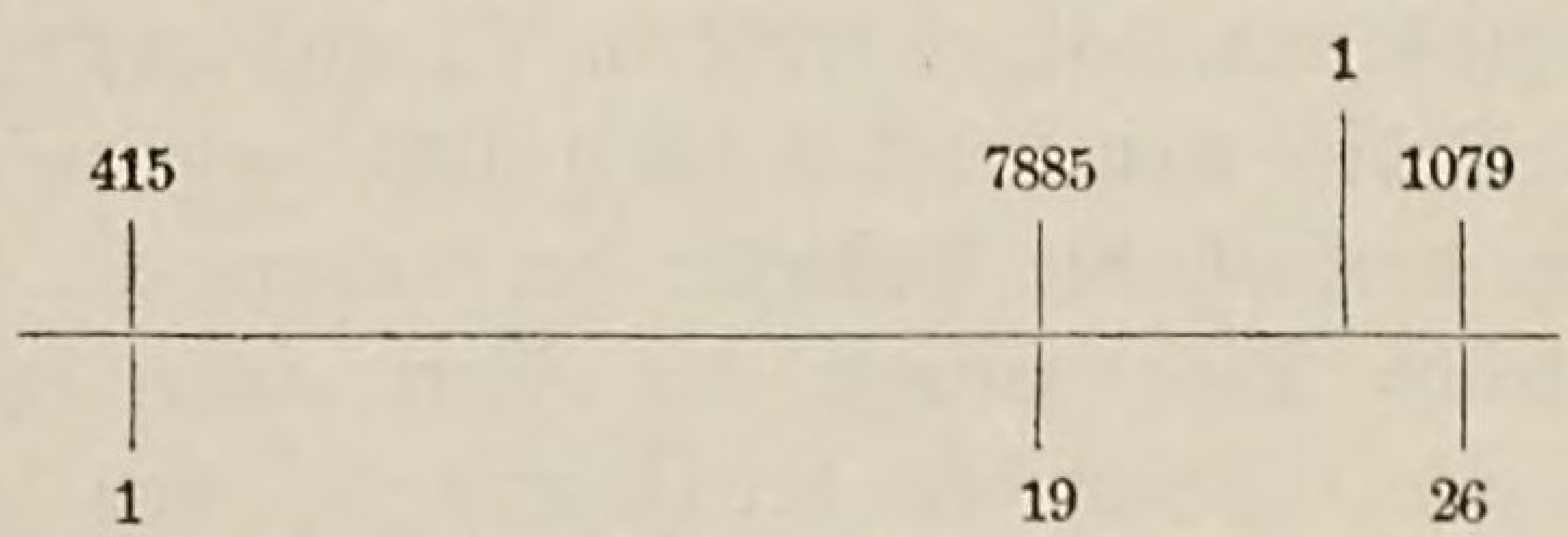
Figur 7.

Die Strecke zwischen 4 und 10 (resp. dem Anfangspunkte) zeigt nur solche Teilstriche III. Ordnung, welche $^1/_2$, also $^5/_{10}$ von dem Werte der Teilung II. und $^5/_{100}$ von jenem der I. Ordnung betragen, indem man sich die Einteilung als decimale denkt. Man schreibt also die Angabe dieser Striche an III. Stelle mit 5, z. B. 425, 755, 815 (Fig. 8).



Figur 8.

In analoger Weise ist auch die Zunge logarithmisch geteilt und mit Ziffern zur Angabe des Numerus bezeichnet, so daß, wenn der Anfangspunkt der beweglichen, verschiebbaren Skala auf 1 der feststehenden genau eingestellt wird, alle gleichnamigen Teilstriche exakt auf einanderfallen müssen. Verschiebt man aber die Zunge in der Richtung des Ziffernlaufes, so daß der Anfangspunkt 1 — der sog. Index — derselben unter irgend eine Zahl der feststehenden Skala eingestellt wird, so ist dies eine Addition des Logarithmus dieser Zahl zu demjenigen aller übrigen Zahlen der unteren Skala, mithin eine Multiplikation der numeri. Die sämtlichen übereinander stehenden Teilstriche stellen daher auf der oberen Skala Produkte der unteren Zahlen mit der über dem Index eingestellten Zahl dar, z. B. in der Figur 9 ist $7885 = 19 \times 415$ oder $1079 = 2{,}6 \times 415$. Umgekehrt sind alle unten-



Figur 9.

stehenden Zahlen Quotienten derjenigen Zahl, auf welche der Index eingestellt ist, in die korrespondierenden Zahlen der oberen Skala, z. B. $\frac{788}{415} = 1{,}9$; $\frac{1079}{415} = 2{,}6$, so daß die Division als Subtraktion der Logarithmen auf der Mantissenskala ausgeführt wird, ohne die Logarithmen selbst aufzuschlagen. Man rechnet also logarithmisch, trotzdem die Addition und Subtraktion nur in dem mechanischen Vor- und Rückwärtsschieben der beweglichen Skala besteht. Wird demnach der Index auf eine bestimmte Verhältniszahl für irgend eine Längen- oder Flächenreduktion eingestellt, so liest man über den Zahlen der unteren Skala die Produkte des Reduktionsfaktors auf der oberen, feststehenden Skala ab, während bei gleicher Einstellung die Division mit dem Faktor durch Aufsuchen der korrespondierenden Werte der unteren Skala ausgeführt wird. So können also die koinzidierenden Teilstriche auf der unteren Skala Füße, auf der oberen

dagegen Meter angeben, wodurch deren gegenseitige Umwandlung ungemein erleichtert ist, sobald man mit dem Ablesen hinlänglich vertraut ist.

Da bei linearen Maßstäben häufig der Fall eintritt, daß in manchen Stellungen der Zunge ein Teil ihrer Skala über den Endpunkt der oberen hinausfällt, so ergiebt sich die Notwendigkeit, sowohl auf der Zunge als auf dem feststehenden Maßstabe zwei gleiche Skalen nebeneinander anzubringen — eine Notwendigkeit, die man durch Anwendung von logarithmisch geteilten Kreisen sog. Rechenkreisen oder Rechenscheiben vermeiden kann. In der Regel enthalten die Rechenmaßstäbe auch noch eine Skala der Quadratwurzeln resp. der Quadrate, bei welchen die ganze Skalenlänge zuerst verdoppelt und dann erst logarithmisch geteilt wird, so daß die übereinanderstehenden Teilstriche die Werte von Quadraten der korrespondierenden Skala angeben. Endlich sind manche graphische Darstellungen der trigonometrischen Logarithmen im Gebrauche, die in Verbindung mit den gewöhnlichen logarithmisch geteilten Skalen sehr vorteilhaft zu trigonometrischen Rechnungen z. B. Höhenermittlungen, Reduktionen geneigter Linien auf die Horizontalprojektion u. s. w. Anwendung finden können.

Zweiter Abschnitt.

Von dem Bezeichnen, Abstecken und Messen der Linien.

---

1. Von der Bezeichnung der Grenzpunkte und den Signalen.

§ 12.

Da jede Fläche von Linien begrenzt ist, die Grenzen der Linien aber Punkte bilden, so muß man, ehe zur Vermessung einer Fläche selbst geschritten werden kann, mit den Mitteln bekannt sein, die Grenzpunkte von aufzunehmenden Flächen zu bezeichnen.

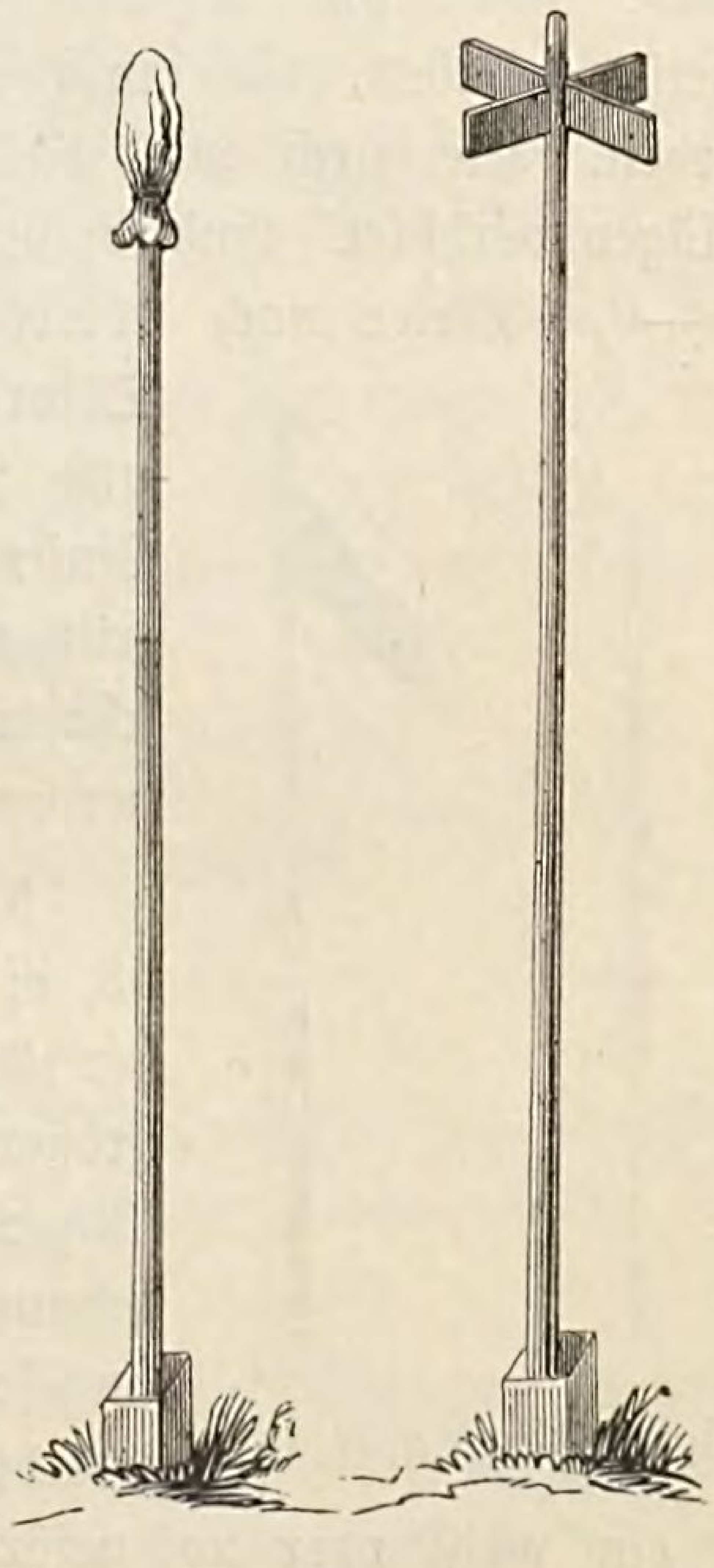
Die Art der Begrenzung wird durch die Wichtigkeit der Grenzen bedingt. Bei Landesgrenzen ist eine dauerhafte und sorgfältige Begrenzung durch bis zu 1 Meter hohen behauenen Steinen notwendiger, als bei Grenzpunkten, welche etwa mehrere Gemeinden eines Landes von einander scheiden. Letztere erfordern wieder eine sorgfältigere Grenzbezeichnung, als rein wirtschaftliche Grenzen, wozu in der Regel schon kleinere unbehauene Steine, unter Umständen sogar starke Holzpfähle verwendet werden können. Jedenfalls müssen aber vor der Aufnahme sämtliche Grenzen sicher gestellt und nach Bedürfnis dauernd bezeichnet werden.

Da jedes Land seine besonderen Vorschriften über die Regulierung und Aussteinung der Grenzpunkte hat, so können wir auf dieselben verweisen und uns hier nur auf die Angabe solcher Mittel zur Bezeichnung von Punkten beschränken, wie sie bei der Vermessung selbst unerläßlich sind.

Sollen nämlich Linien oder Winkel in der Natur gemessen werden, so muß man die Endpunkte der Linien oder die Schenkelenden der Winkel vom Anfangspunkte aus deutlich sehen können. Da aber die kleinen Objekte, wie Steine, Pflöcke u. dgl., mit welchen man die betreffenden aufzunehmenden Punkte bezeichnet, in der Regel durch Bäume, Gebüsche, Hügel und andere Hindernisse verdeckt sind, so sucht man den beabsichtigten Zweck durch das Aufstellen größerer Gegenstände, welche man Signale nennt, zu erreichen.

Solche Signale sind häufig schon in der Natur in Gestalt von Kirchturmspitzen, Blitzableitern, hervorragenden stärkeren Bäumen, auf welchen man etwa noch eine Stange befestigt, u. s. w. gegeben, und kommen vorzüglich dann in Anwendung, wenn es sich um die Ausmessung von größeren, mehrere Quadratmeilen großen Flächen oder eines ganzen Landes handelt. Mangelt es jedoch an natürlichen Signalen, so müssen künstliche errichtet werden, die, je nach dem Zweck, den man mit ihnen erreichen will, verschiedenartig gebaut werden. Oft trifft man Signale in Form von drei- oder vierseitigen Pyramiden, die aus drei oder vier schlank gewachsenen, möglichst langen Baumstämmen zusammengefügt und fest in die Erde, entweder dauernd befestigt werden, oder so eingerichtet sind, daß dieselben leicht auseinander gelegt und wieder an einem anderen Orte eingefügt werden können.

Signale einfacherer Art, welche man häufig findet, sind in Fig. 10 und 11 abgebildet. Dieselben bestehen aus 6 bis 12 Meter langen, schlank gewachsenen Baumstangen, am besten von Fichtenholz, welche dergestalt in die Erde eingegraben werden, daß sie bequem herausgenommen und wieder eingesetzt werden können. Zu diesem Behufe dienen vier kleine Brettchen, welche am Fuße des Signals in Form eines Kästchens fest an das Signal angelegt und nachher mit Erde, unter Umständen noch mit Pflöcken festgekeilt werden. Damit die Signale von fernen Standpunkten aus deutlich gesehen werden können, pflegt man solche Stangen noch weiß anzustreichen, und in dem oberen Ende derselben, Figur 11, rechtwinklig aufeinander zwei Brettchen von 0,60—1 Meter Länge, 0,16—0,26 Meter Höhe und 0,03 Meter Dicke zu befestigen, welche zu einer Hälfte weiß, zur andern Hälfte rot oder schwarz angestrichen werden. Statt der Brettchen befestigt man wohl auch an der Spitze der Signalstangen, Figur 10, Büschel Stroh oder altes Gras, welche mit einem weißen Bogen Papier umgeben und festgebunden werden.

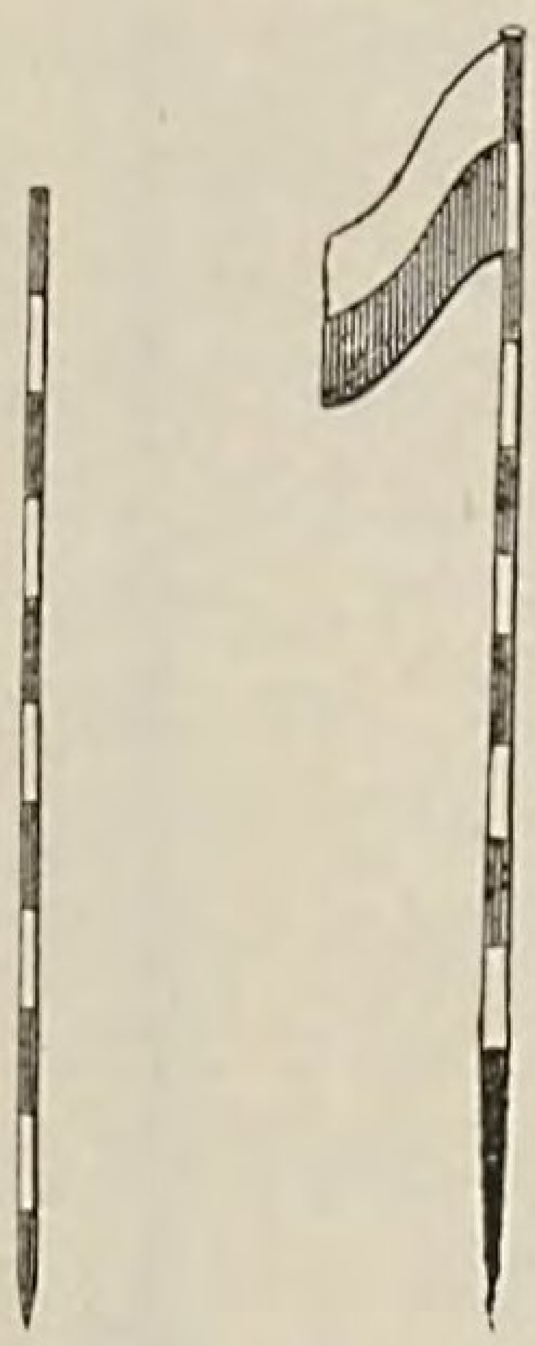


Figur 10. Figur 11.

Solche Signale leuchten sehr deutlich in der Ferne, und können durch den Geometer oder dessen Gehilfen leicht selbst gefertigt und nötigenfalls repariert werden.

Die soeben beschriebenen Signale dienen mehr zur dauerhaften Bezeichnung der Punkte während Triangulationsarbeiten im Gange sind, oder Detailvermessungen an Triangulationspunkte angeschlossen werden sollen. Bei kleineren Vermessungen und auf kürzere Entfernungen hin bedient man sich der folgenden einfachen Vorrichtungen.

A. Die Absteckstäbe (Fluchtstäbe, Baken, Jalons), Figur 12, dienen nur zur Bezeichnung der Grenzpunkte während der Vermessung und zum Abstecken gerader Linien. Dieselben sind etwa 0,03 Meter dick und 2—3 Meter lang, so daß sie unter Umständen auch zur Messung kurzer Entfernungen benutzt werden können. Sie sollen wo möglich aus unterdrückten zähen Fichtenstämmchen gefertigt, aber nicht aus Latten und Brettern geschnitten werden, weil sie sich sonst mehr werfen und leichter brechen. Um sie fest in die Erde stecken zu können, sind sie am Ende mit eisernen Beschlägen versehen, welche unten gut verstählt sind, und auf beiden Seiten schienenförmige Fortsätze haben, die durch einen Nagel mit dem Stabe fest verbunden werden. Hierdurch wird das oft so lästige Wackeln der Stäbe in den Beschlägen verhütet. Endlich bestreicht man die Absteckstäbe in Abständen von 0,20—0,30 Meter noch abwechselnd mit weißer und schwarzer oder roter Ölfarbe, damit sie in der Ferne kenntlicher werden und mit denselben unter Umständen noch kleine Linienmessungen vorgenommen werden können. Es tritt nämlich die weiße Farbe auf dunklem, die schwarze Farbe auf hellem Hintergrunde deutlicher hervor.



Figur 12. Figur 13.

B. Die Meßfahnen (Figurierfahnen), Figur 13, dienen wie die Absteckstäbe zur Sichtbarmachung der Grenzpunkte. Öfters werden sie auf etwas größere Entfernungen verwendet, sind dann auch länger (6—8 Meter) und kräftiger (4—5 Centimeter) gebaut, gerade wie die Absteckstäbe beschlagen und angestrichen, haben am oberen Ende aber noch überdies einen etwa 0,3—0,6 Meter tiefen Einschnitt, um ein weiß oder rot gefärbtes Fahnentuch hinein zu klemmen, welches durch einen Ring von Eisen, den man am oberen Ende der Fahnen=

stange einsteckt, am leichtesten befestigt werden kann. Bei kleineren Meßfahnen sind die Fahnentücher aufgenagelt oder mit Heftstiftchen befestigt.

C. Die Meß- oder Absteckpflöcke (Markierpflöcke) dienen zur längeren Bezeichnung der aufzunehmenden Punkte auf der Erde, etwa bis zur erfolgenden Aussteinung, während die unter A. und B. besprochenen Werkzeuge nur während der Vermessung Verwendung finden. Sie sind je nach Bedürfnis 0,3—0,6 Meter lang, 0,03—0,06 Meter stark und am einen Ende zugespitzt, am andern Ende aber wenigstens an einer Seite glatt gehauen, um dieselben fortlaufend numerieren zu können. Dienen die Pflöcke nicht nur zur vorübergehenden Bezeichnung während der Vermessung, haben sie vielmehr den Zweck, eine dauernde Aussteinung zu ersetzen, wie dies bei forstwirtschaftlichen Vermessungen noch öfters vorzukommen pflegt, so müssen sie größer, von dauerhaftem Holze und an dem zugespitzten Teile leicht angebrannt oder ganz imprägniert sein, damit sie der Verwesung längeren Widerstand leisten.

Da mutwillige und boshafte Menschen die durch den Geometer oder andere Personen geschlagenen Pflöcke oft entwenden, versetzen oder zerstören, so empfiehlt es sich, um solche abgepflöckten Punkte leichter wieder auffinden zu können, dieselben mit einem kreisförmigen Gräbchen zu umgeben, oder in der Richtung der Schenkel von den Winkelpunkten aus 1 Meter lange, etwa 0,3 Meter tiefe und breite Gräbchen zu ziehen.

Bei dem Abpflöcken der einzelnen Grenzpunkte einer Figur geht man in der Regel von Ost über Nord und West nach Süden, schlägt dabei an jedem Winkelpunkt einen Pflock fest in die Erde und numeriert dieselben in fortlaufender Zahlenfolge bis zu Ende.

2. Von dem Abstecken gerader Linien.

§ 13.

In der Geodäsie nennt man jede auf der Erdoberfläche liegende Linie, durch welche man sich eine vertikale Ebene gelegt denken kann, eine gerade Linie.

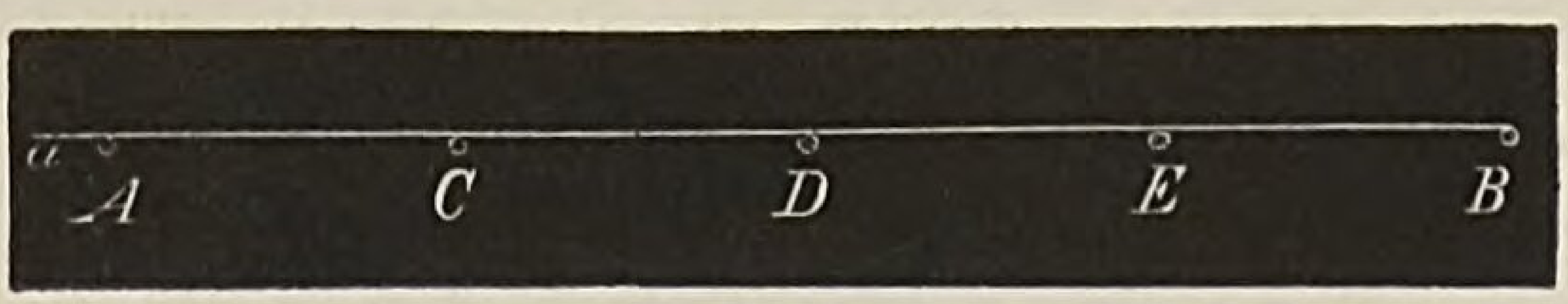
Obgleich durch zwei Punkte in der Natur die Richtung einer Geraden schon bestimmt ist, so ist es doch häufig notwendig, namentlich wenn die Entfernung dieser Punkte von einander schon eine beträchtliche ist, und man bei der Messung einer Linie fürchten muß, aus der geraden Richtung

herauszukommen, zwischen den gegebenen Punkten noch einen oder mehrere einzurichten.

Wenn wir es auch im allgemeinen der Einsicht des Messenden überlassen müssen, bei den verschiedenartigen Fällen der Linienabsteckung richtig vorzugehen, so soll nachfolgend das Verfahren doch an einigen besonders häufig vorkommenden Aufgaben gezeigt werden.

A. Zwischen die Endpunkte einer gegebenen Geraden A B, Figur 14, sind mehrere Punkte, C, D und E einzuvisieren.

Man stellt in jeden der Endpunkte A und B der Linie A B mit Hilfe eines Lotes, welches immer die vertikale Richtung vorstellt, einen Absteckstab oder eine Meßfahne senkrecht auf, schickt alsdann einen Gehilfen in die Gegend von E, stellt sich selbst aber 1—2 Meter hinter A bei a in der Art auf, daß das beobachtende Auge in a und die tangierenden Punkte der Stäbe A und B genau in eine vertikale Ebene fallen. Hierauf richtet man den Gehilfen in E, welcher mit ausgestrecktem Arme einen



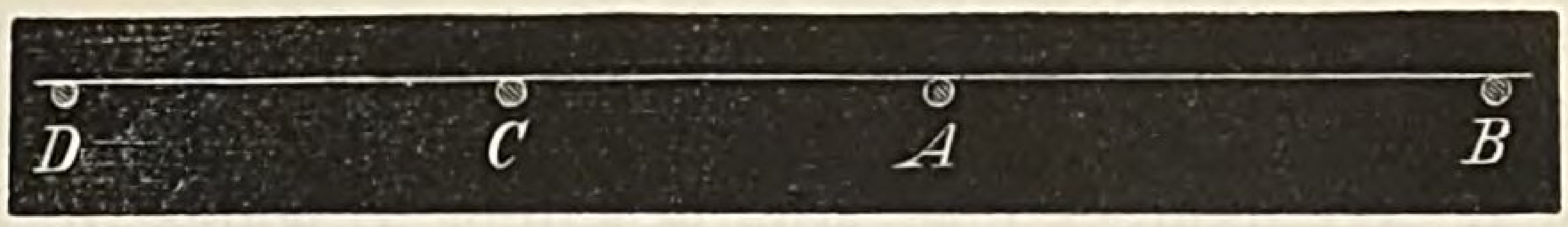
Figur 14.

Absteckstab in vertikaler Richtung zwischen zwei Fingern hält, durch besondere Winke mit der Hand nach links oder rechts so lange ein, bis der Stab in E ebenfalls genau mit den übrigen Stäben A und B an ein und derselben Seite tangiert, was man dem Gehilfen durch ein Zeichen mit der Hand nach der Erde hin zu verstehen giebt, worauf derselbe den Stab E fest eindrückt, oder einen Pflock in den Fußpunkt desselben einschlägt. Soll nun noch in D ein Stab einvisiert werden, so begiebt sich der Gehilfe mit einem zweiten Stab in die Gegend von D, wo derselbe von a aus wieder in derselben Weise wie vorhin durch besondere Zeichen eingerichtet wird. Ganz auf dieselbe Weise verfährt man auch bei Bestimmung des Punktes C.

Wären von dem anderen Ende B aus verschiedene Stäbe einzuvisieren, so beginne man mit C und schicke hierauf den Gehilfen nach D und zuletzt nach E; denn wollte man zuerst E bestimmen, so würden dadurch die Stäbe D und C mehr verdeckt, und die Bestimmung der geraden Linie darum unsicherer und beschwerlicher.

B. Eine Gerade AB, Figur 15, in derselben Richtung rückwärts zu verlängern.

Diese Aufgabe stimmt mit der vorhergehenden fast vollständig überein, der Gehilfe ist hier noch überdies entbehrlich. Man bezeichnet nämlich zunächst den Anfangspunkt A und den Endpunkt B mit vertikal eingesteckten Absteckstäben. Soll nun die Linie AB in der Richtung nach D hin verlängert werden, so begiebt man sich mit einem dritten Absteckstab rückwärts nach C, von wo aus die Stäbe A und B noch deutlich gesehen werden

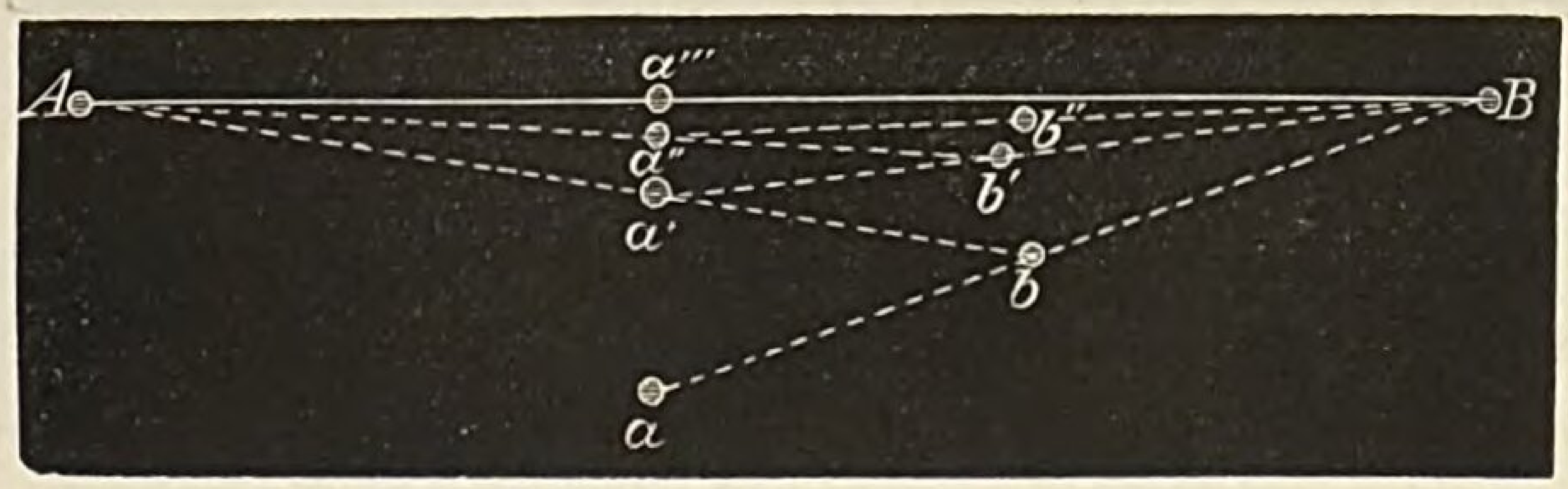


Figur 15.

können. Hierauf richtet man sich in C mit der die Stäbe A und B tangierenden Vertikalebene so ein, daß der Rand des Stabes C genau in dieselbe fällt; ist dies geschehen, so müssen die Punkte C, A, B in einer geraden Linie liegen. Soll die Linie noch weiter verlängert werden, so begiebt man sich jetzt mit einem andern Stab nach D und wiederholt dasselbe Verfahren so lange als man die Linie fortzusetzen beabsichtigt.

C. Eine Gerade AB, Figur 16, abzustecken, wenn der Anfangs- und Endpunkt der Linie unzugänglich ist.

Wäre nur ein Punkt A oder B zugänglich, so könnte die Aufgabe nach **A.** gelöst werden, so aber wählt man sich innerhalb AB zunächst einen Punkt a, welchen man in der Richtung der Linie AB glaubt, schickt einen Gehilfen in die Gegend von b und visiert einen Stab b genau in



Figur 16.

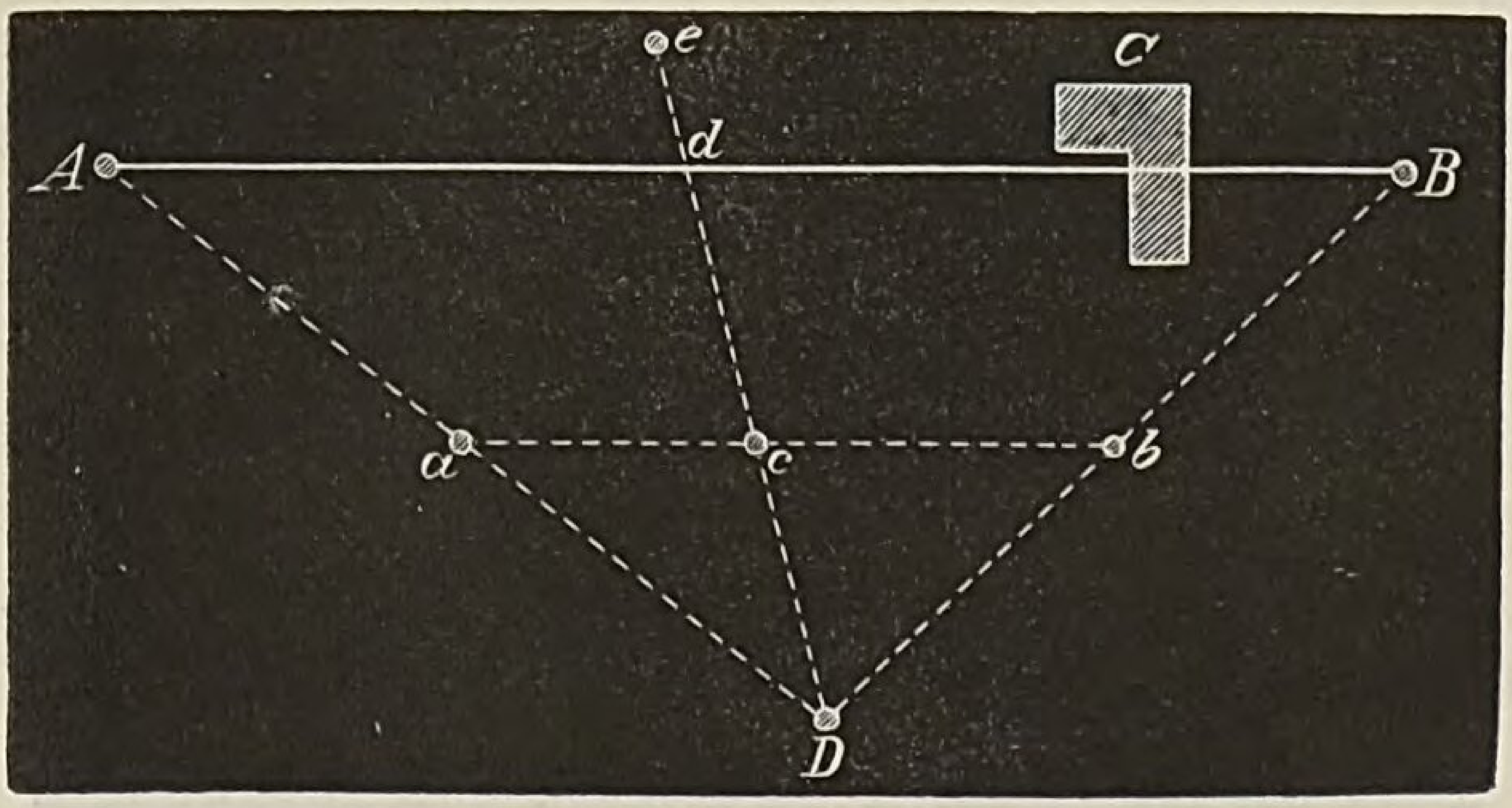
die Richtung aB ein. Hierauf geht die in a befindliche Person nach a', und wird daselbst von dem Gehilfen in b genau in die Richtung bA einvisiert, alsdann wird der Gehilfe wieder von a' aus bei b' in die Richtung a'B eingerichtet, u. s. w. Man sieht, daß auf diese Weise die bei-

den thätigen Personen sich immer mehr der geraden Linie nähern, bis sie endlich ganz in dieselbe zu stehen kommen, und dann die Aufgabe als gelöst betrachtet werden kann; denn sind in dieser Weise einmal zwei Zwischenpunkte einvisiert, so können nach **A.** alsdann noch eine beliebige Anzahl von Punkten bestimmt werden.

D. Eine gerade Linie AB, Figur 17, abzustecken, wenn der Punkt B etwa durch einen Hügel oder ein Gebäude u. s. w. verdeckt ist und von A aus nicht gesehen werden kann.

Ist der Punkt B von A aus durch einen Hügel verdeckt, so sucht man sich innerhalb der Geraden A B und möglichst in der Richtung derselben in einiger Entfernung zwei Punkte a und b, Figur 16, von welchen aus sowohl A und B gesehen werden können, und verfährt ganz wie unter **C.**

Ist aber etwa ein Gebäude C, Figur 17, das Hindernis, so daß nicht zwei solche Punkte gefunden werden können, so verfahre man wie folgt:



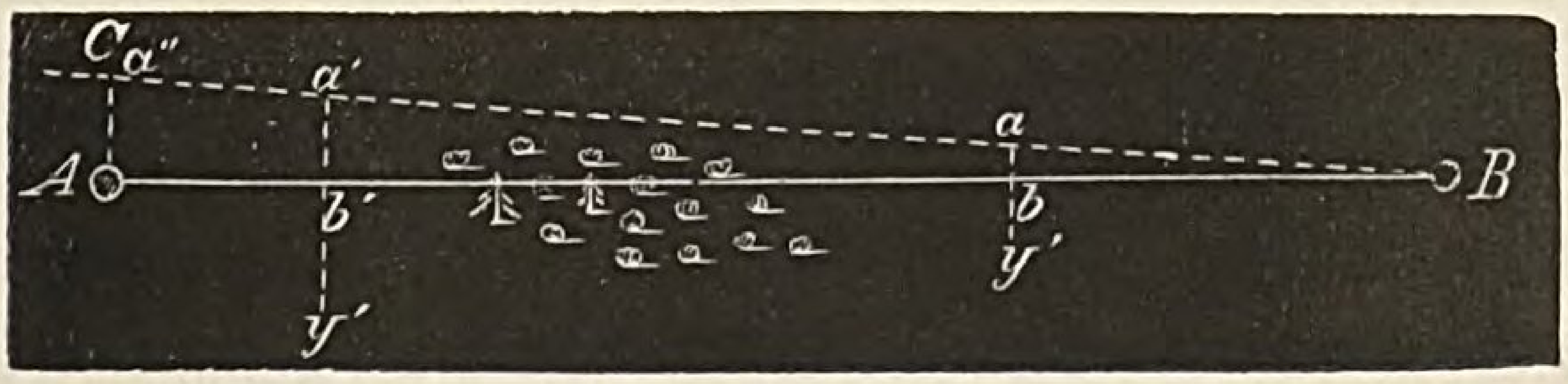
Figur 17.

Man wähle sich einen beliebigen Punkt D, von welchem aus sowohl A als B sichtbar sind, halbiere die Linie A D in a und die Linie B D in b, und stecke sowohl nach a als b einen Absteckstab. Hierauf bestimme man sich durch einen weiteren Stab e die Richtung einer beliebigen Linie D e dergestalt, daß dieselbe jedenfalls die Linie A B etwa in d durchschneidet, und stecke weiter noch genau in den Durchschnittspunkt der Linien a b und D e, nämlich in den Punkt c, einen Stab. Wird nun endlich noch die Entfernung von D nach c gemessen, und dasselbe Stück auch in der Richtung von c nach e bis d hin aufgetragen, d. h. D c = c d gemacht,

so muß der Punkt d in der Richtung der Geraden A B liegen*). Nachdem einmal ein Zwischenpunkt innerhalb A B gefunden ist, können dann noch eine beliebige Anzahl Stäbe auf bekannte Weise einvisiert werden.

E. Eine Linie A B, Figur 18, abzustecken, wenn dieselbe mit Bäumen bewachsen ist, man also von A nicht nach B und von B nicht nach A sehen kann.

Ist die Entfernung von A nach B nur so groß, daß man den kräftigen Ruf eines Menschen oder ein Signalhorn noch deutlich vernehmen kann, so schickt man am besten eine Person auf den einen Endpunkt A der Linie A B, der Geometer selbst begiebt sich aber auf den Punkt B, von welchem aus die Absteckung oder Durchhauung der Linie erfolgen soll. Nun giebt der Gehilfe in A von Zeit zu Zeit ein deutliches Signal und der Geometer steckt in dieser Richtung rückwärts aufs Geratewohl die Linie auf bekannte Weise nach A hin ab. Nur im Ausnahmfalle wird man nach dieser Methode auf den Punkt A ausmünden, in der Regel wird man dagegen etwas nach links oder rechts abweichen. Angenommen, man wäre in C herausgekommen, so fällt man nach einer der Methoden, wie sie später beschrieben werden, aus dem Endpunkte A eine Senkrechte A a''



Figur 18.

auf die falsch gefallene Linie B C. Ebenso verfährt man noch an einem oder mehreren Punkten der Linie B C, indem man etwa in a und a' die beliebig langen Senkrechten a y und a' y' errichtet. Da nun die Entfernungen a'' B, a B und A a'' gemessen werden können, und Dreieck A a'' B ähnlich b a B ist, so hat man folgende Proportion

*) In der Geometrie wird nämlich bewiesen, daß wenn zwei Dreiecke A B D und a b D einen Winkel z. B. D gleich haben, und die Seiten A D und B D, sowie a D und b D, welche den gleichen Winkel einschließen, in Proportion stehen, die beiden Dreiecke ähnlich sind, d. h. es ist auch A B parallel a b; wird deshalb D c = c d gemacht, so müssen auch die Dreiecke A D d und a c D ähnlich, d. h. es muß a c parallel A d sein, und auch d in der Geraden A B liegen.

$$a''B : a''A = aB : ab, \text{ daraus}$$

$$ab = \frac{a''A \cdot aB}{a''B}.$$

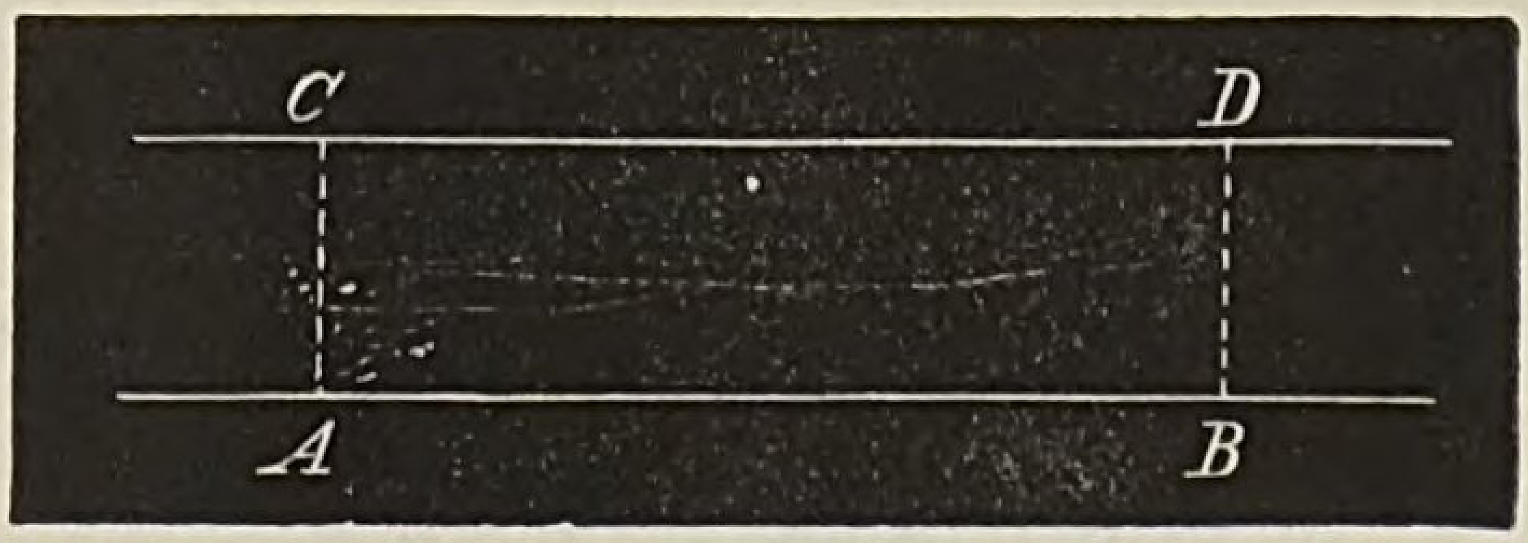
Hat man so die Entfernung ab berechnet, so mißt man dieselbe von a aus in der Richtung nach y hin ab, und es muß dann b ein Punkt in der Linie AB sein. Ist die Linie AB schon eine größere, so kann man sich ganz auf dieselbe Weise auch die Entfernung a' b' berechnen und daraus den Punkt b' finden. Sind einmal b, b' bekannt, dann lassen sich leicht noch Zwischenpunkte bestimmen.

Bei derartigen Arbeiten, die namentlich bei der Ausscheidung der Flächen und Bestände zum Zwecke einer forstwirtschaftlichen Vermessung vorzukommen pflegen, tragen oft Signale, welche man auf Bäumen befestigt, Meßfahnen u. s. w. sehr zur Vereinfachung und Erleichterung dieses meist mühsamen Geschäftes bei.

Wie auf sichere und sehr bequeme Weise die Aufgabe gelöst werden kann, „durch einen Wald eine Schneiße zu hauen", werden wir am gehörigen Orte bei der Lehre vom Meßtische, der Boussole und dem Theodoliten näher kennen lernen.

F. Sind paralle Linien abzustecken, d. h. Linien, welche in allen ihren Punkten gleichweit von einander abstehen, so können verschiedene Methoden eingeschlagen werden, nämlich:

a) Mittest gleicher Senkrechten. Soll nämlich zu AB, Figur 19, in einem gewissen Abstande eine Linie CD parallel gezogen werden, so errichtet man auf AB in A eine Senkrechte und trägt die gegebene Entfernung von A nach C auf. Alsdann errichtet man an einem möglichst entfernten Punkte B der Geraden AB noch eine zweite Senkrechte BD und trägt denselben Abstand auf dieselbe, so muß, wenn man C mit D verbindet, CD die Paralle vorstellen. Dies ist das einfachste und gebräuchlichste Verfahren.



Figur 19.

Ein anderes ist noch:

b) Mittelst Abstecken gleicher Winkel. Nachdem man wie vorhin in A auf A B eine Senkrechte A C errichtet und den gegebenen Abstand bis C aufgetragen hat, errichtet man wieder in C auf C A eine Senkrechte C D, welche dann zu A B parallel laufen muß.

c) Ein drittes Verfahren parallele Linien zu ziehen, welches sich auf die Proportionalität der Linien gründet, wurde bereits unter D. berührt.

G. Schlußbemerkung. Bei der Absteckung gerader Linien ist besonders darauf zu achten, daß die Absteckstäbe alle lotrecht stehen, daß man nicht nach der Mitte, sondern immer nur an dem Rande derselben vorüber visiert, und bei Bestimmung der Visierrichtung immer nur das eine Auge benützt, das andere aber am besten ganz schließt. Überhaupt kann hier, wie bei allen geometrischen Arbeiten, dem Anfänger große Aufmerksamkeit und ein gewisser Grad von Pedanterie nicht genug empfohlen werden.

3. Beschreibung der Linienmeßwerkzeuge.

§ 14.

Da wir nur die niedere Geodäsie zum Gegenstande unserer Betrachtung gewählt haben, so müssen wir, wenn wir von Werkzeugen zur Linienmessung reden, natürlich auch von dem ganzen und komplizierten Apparate absehen, wie er bei großen Landesvermessungen zur möglichst genauen Bestimmung einer Basis unentbehrlich ist. Wir halten uns nur an den vorliegenden Zweck und geben darum nur eine Beschreibung der im praktischen Leben bei Linienmessungen in Anwendung kommenden Meßketten, Meßlatten, Stahlbänder und Meßschnüre.

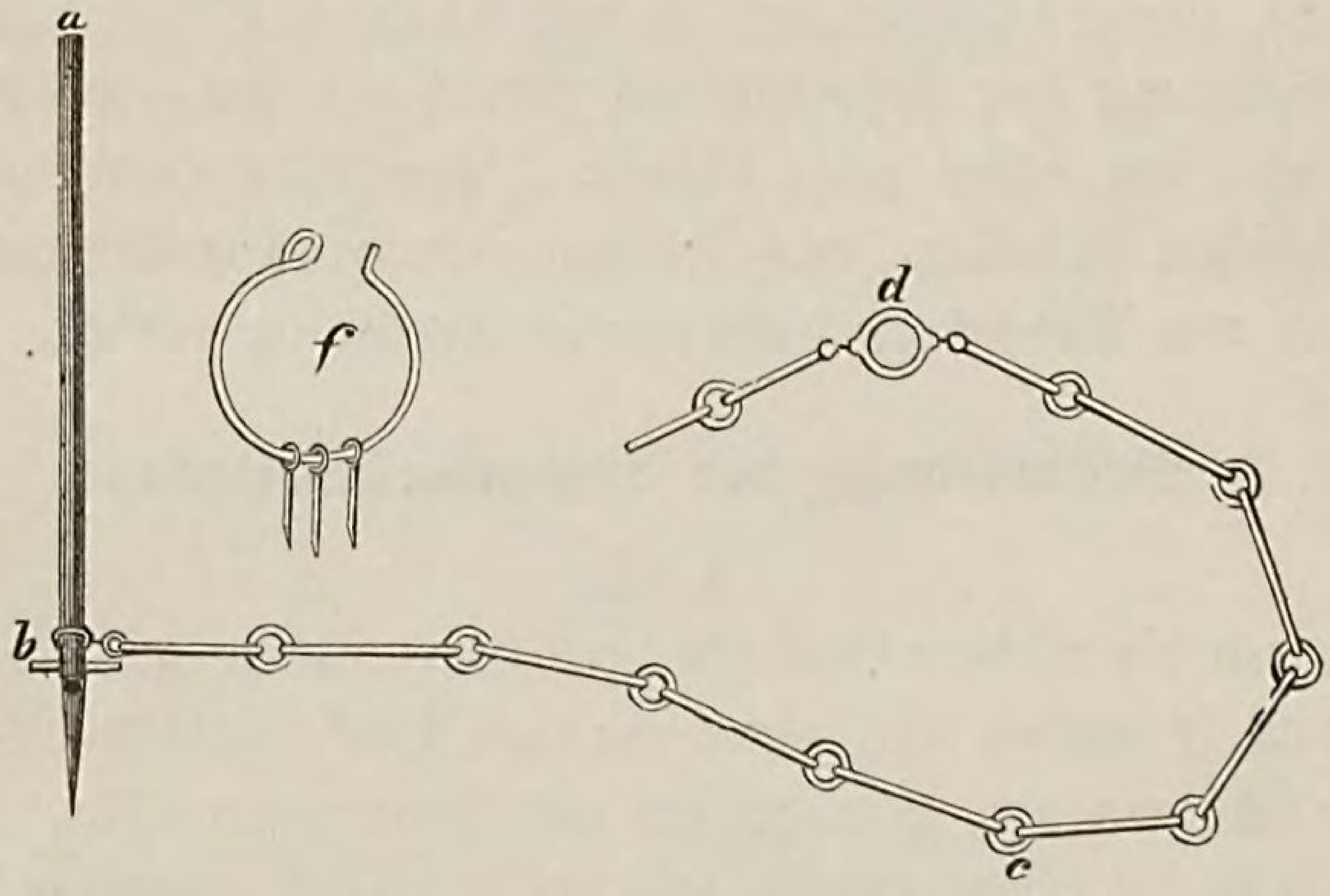
A. Beschreibung der Meßkette.

Die Meßkette, französisch chaine d'arpenteur, englisch nach ihrem Erfinder Gunters chain, Figur 20, dient zur Linienmessung und hat am besten eine Länge von 10 Meter. Auch die für offizielle Messungen im deutschen Reiche vorgeschriebene Kette ist 10 Meter lang. In Frankreich sind die Ketten 10 oder auch 20 Meter lang, die einzelnen Glieder, pièces, halten $0_{,5}$ Meter oder $0_{,2}$ Meter.

Die Meßketten werden am besten in $0_{,2}$ Meter lange Glieder von gutem federkielstarkem Eisendraht, welche durch kleine Ringelchen von Eisen mit einander verbunden sind, geteilt. Am Anfang und Ende der Kette, sowie am Ende eines jeden Meters befinden sich jedoch, um die einzelnen Meter deutlicher von einander unterscheiden zu können, größere Ringe von

Messing mit Wirbeln, welche das Drehen der Kette ermöglichen und somit das Verschlingen derselben verhüten. Die alten Meßketten, welche vor Einführung des Metermaßes üblich waren, hatten 1 Decimalfuß lange Glieder. Die einzelnen Klafter (Ruten), Figur 20, waren durch größere Messingringe d, die halben Klaftern mit kleineren Messingringen c, die Fuße durch gleich große Eisenringe deutlich kenntlich gemacht.

Zu einer vollständigen Meßkette gehören ferner noch zwei Kettenstäbe, in welche die beiden Enden der Kette eingesteckt werden, und 10—20 Kettennägel oder Zählpflöcke.



Figur 20.

Die Kettenstäbe a b dienen zum bequemeren Aufspannen der Kette während des Gebrauches und zum Einrichten derselben in die zu messende Linie. Sie sind so dick, daß die Endringe der Kette gerade in die Stäbe hineingesteckt werden können, und haben in der Regel die Länge eines Mannes. Damit die Kette durch den Stab nicht durchrutscht, hat derselbe bei b einen hinlänglich starken auf beiden Seiten etwas hervorstehenden Eisenstift und überdies noch am Ende eine gut vernietete eiserne Spitze, um den Kettenstab fest in den Boden einstecken zu können.

Die Kettennägel (Zählpflöcke) dienen zum Bezeichnen und Zählen der Kettenzüge, haben eine Länge von 0,3 Meter, sind entweder von Holz mit eisernen Spitzen oder ganz von Eisen wie bei f, Figur 20, und dann so eingerichtet, daß sie in einen eisernen Ring eingefaßt und herausgenommen werden können. Beim Gebrauch hängt man den Ring f in den Arm.

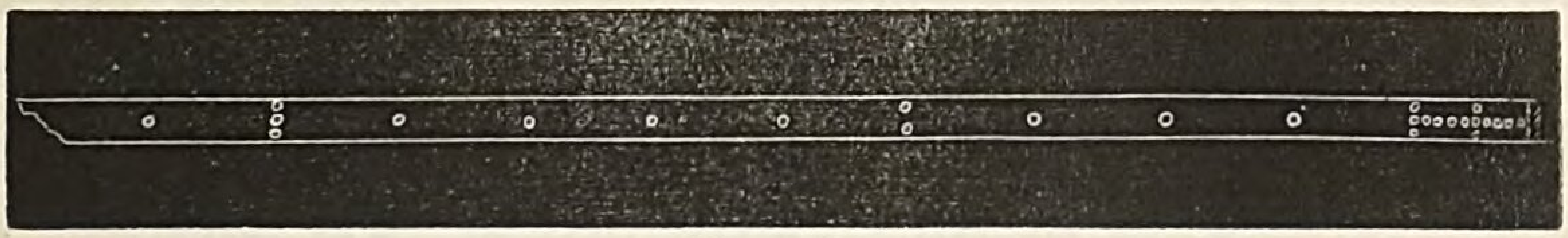
Hin und wieder werden die Zählpflöcke auch in einem ledernen Täschchen, noch bequemer aber in einem Köcher von Blech oder Leder aufbewahrt, welche zum Umhängen eingerichtet sind.

B. Beschreibung der Meßlatte.

Die Meßlatten, Figur 21, dienen ebenfalls zur Linienmessung.

In Ländern mit Metermaß sind es meist 5 Meter lange, viereckige oder besser elliptisch abgerundete gerade Stäbe von gut ausgetrocknetem Fichtenholze, welche an beiden Enden zur Vermeidung von Abnutzungen mit Eisen beschlagen werden.

Die einzelnen Meter werden entweder verschiedenfarbig angestrichen, oder durch 2 oder 3 nebeneinander eingeschlagene gelbe oder weiße Nägel (Sophanägel) möglichst genau bezeichnet, Figur 21.



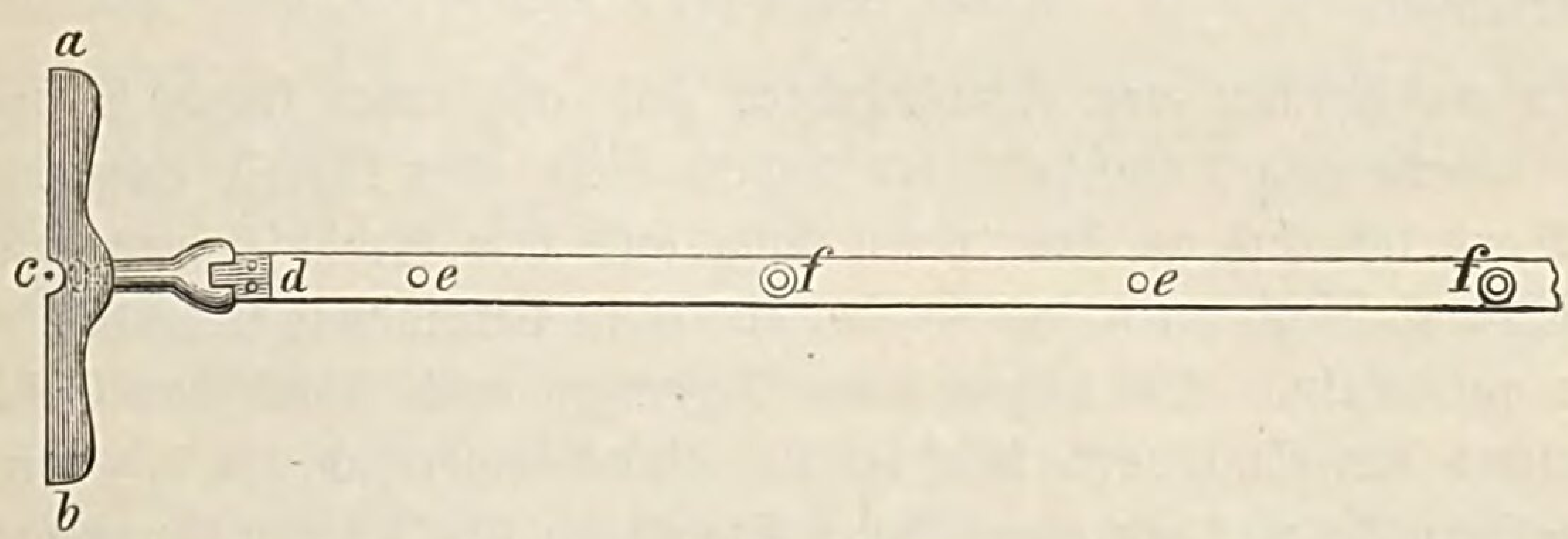
Figur 21.

Der letzte Decimeter an beiden Enden der Meßlatte kann noch überdies eine Einteilung in Centimeter erhalten. Bei der Linienmessung bedarf man immer zwei solcher Latten, wovon die eine am besten weiß, die andere aber schwarz oder rot angestrichen wird.

Die alten Meßlatten waren meist 2 Klafter (Ruten) lang und decimal in 20 Fuße, die beiden Endfuße wieder in 10 Zolle geteilt.

C. Beschreibung des Stahlbandes.

Das Stahlband, ein Endstück ist Figur 22 in $^1/_4$ seiner natürlichen Größe abgebildet, eignet sich ganz vortrefflich zu Messungen im Feld und Wald, denn es zeichnet sich durch Bequemlichkeit und Genauigkeit aus.

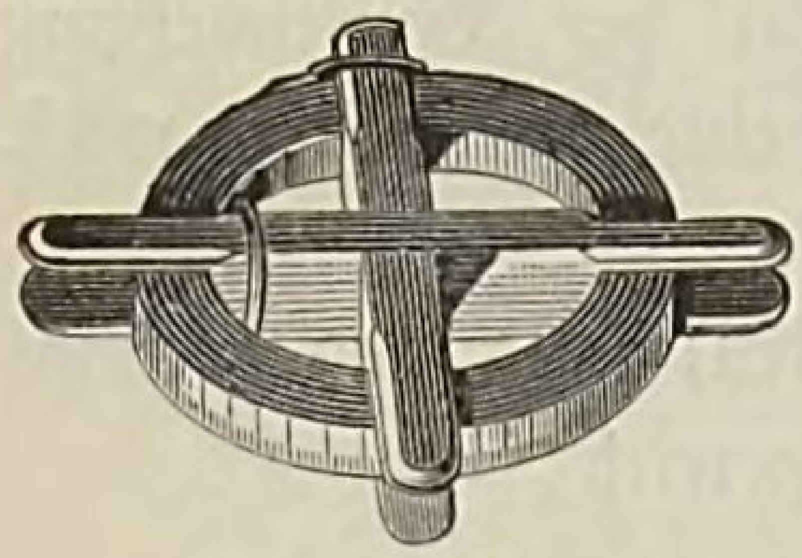


Figur 22.

Es besteht aus einem ganz dünnen, 16 Millimeter breiten, und einschließlich der an beiden Enden angebrachten Handhaben a b, 10 oder 20 Meter langen Stahlstreifen, welcher in ganze Meter, Decimeter und zwei Decimeter eingeteilt ist. Die Decimeter sind dadurch kenntlich gemacht, daß durch

das Stahlband von $0_{,1}$ zu $0_{,1}$ Meter kleine runde Öffnungen e geschlagen sind, die Stellen für $0_{,2}$ Meter zu $0_{,2}$ Meter enthalten kleine runde Messingplättchen f, die ganzen Meter größere runde Messingplättchen, und endlich ist die Stelle für 5 Meter (halbe Stahlbandlänge) durch viereckige Plättchen bezeichnet.

Der Anfang der Kette ist durch den Punkt c oder durch die gerade Kante a b der Handhabe bezeichnet. Bei c ist die Handhabe derart halbkreisförmig ausgearbeitet, daß der Radius des Halbkreises c dem Radius des Kettennagels entspricht, mit welchem immer die beiden Enden des Stahlbandes bei der Messung bezeichnet werden. Hierdurch ist eine sehr genaue Messung möglich. Damit das Stahlband beim Gebrauch an den Handhaben nicht abbricht, ist bei d ein Gelenk angebracht. Auch kann die Handhabe a b noch um die Axe c d gedreht werden. Das Stahlband legt sich sehr schön gerade auf die Erde und verschlingt sich nicht, da die beiden Handhaben drehbar sind.


Figur 23.

Nach dem Gebrauche muß das Stahlband stets trocken abgerieben werden, damit es nicht rostet. Hierauf wickelt man es auf ein einfaches hölzernes Kreuz, Figur 23, in engen konzentrischen Kreisen auf, so daß es in dieser Form bequem in einem Täschchen nachgetragen werden kann.

An Stelle der Handhaben können an beiden Enden auch Ringe, Figur 23, angebracht werden, durch welche man dann gewöhnliche Kettenstäbe steckt. In letzterem Falle werden die Linien gerade wie mit der Meßkette gemessen.

Andere Formen von Stahlbändern sind auf einer kurzen Walze in einem dosenförmigen Gehäuse von Leder, Holz oder Metall aufgewickelt. Das Band läßt sich an dem einen Ende aus dem Gehäuse herausziehen, und sich auch leicht durch eine mit der Walze in Verbindung stehende Kurbel wieder aufwickeln. Bei anhaltenden Messungen wird jedoch das Gehäuse, an welches das Stahlband befestigt ist, etwas hinderlich, so daß wir für größere Vermessungen dem abgebildeten Stahlband, Fig. 22, den Vorzug geben.

D. Beschreibung der Meßleinen oder Meßbänder.

Sie sind aus Hanf angefertigte, mehr oder weniger starke Leinen oder schmale Bänder von 30—60 und mehr Meter Länge, welche, um sie möglichst vor Witterungseinflüssen zu bewahren, mit Leinöl und dergl. Sub-

stanzen getränkt werden. Da sie bei aller Vorsicht dennoch einer gewissen Dehnbarkeit unterliegen, so sind sie zu genauen Messungen unbrauchbar, und werden darum auch selten verwendet. Mehr sind sie zum Abstecken von Wegen, Gräben, Pflanzungen u. s. w. im Gebrauch. Auch zum Abstecken von Probeflächen können sie verwendet und bequem in der Jagdtasche ꝛc. nachgetragen werden.

Die Unterabteilungen (Meter, Decimeter, Pflanzweiten u. s. w.) werden durch eingenähte, verschiedenfarbige schmale Tuchstreifen oder Fäden angezeigt.

4. Von der unmittelbaren Linienmessung mittelst Kette, Meßlatte und Stahlband.

§ 15.

Nachdem wir in § 13 die verschiedenen Methoden, gerade Linien abzustecken, und in § 14 die in der niederen Geodäsie vorkommenden Linienmeßinstrumente kennen gelernt haben, kann nun zur unmittelbaren Linienmessung selbst geschritten werden.

A. Linienmessung mit Meßkette und Stahlband.

Da die Länge einer Linie nur dann richtig bestimmt werden kann, wenn das Längenmaß richtig oder die Größe des Fehlers des Maßes bekannt ist, so hat man vor dem Gebrauch Kette und Stahlband auf ihre Richtigkeit zu prüfen. Zu diesem Behufe trägt man, bei einer etwaigen Kettenlänge von 10 Metern, auf einen ebenen, festen Boden, etwa den Gang eines Hauses u. s. w. mit einem Normallängenmaß 10 Meter in einer geraden Linie mit aller Sorgfalt auf, bemerkt aber zugleich auch durch feine Striche die Länge der Unterabteilungen.

Da Anfang und Ende der Kette durch eine Marke in der Mitte der Endringe, bei dem Stahlband aber durch die Kante a b, Figur 22, an der Handhabe, bezeichnet ist, so spannt man jetzt Kette oder Stahlband, ohne ein Glied zu verschlingen, gerade aus und legt sie mit dem einen Ende genau auf den Anfang des Normalmaßes; stimmen dann auch die anderen Enden mit einander überein, so haben die Werkzeuge ihre richtige Totallänge. Auf dieselbe Weise überzeugt man sich auch von der Richtigkeit der einzelnen Unterabteilungen. Ergiebt sich eine unzulässige Abweichung, so müssen die Linienmeßwerkzeuge von einem Sachverständigen repariert werden.

Kleinere Fehler an der Kette sind jedoch mittelst Zusammenklopfens der einzelnen die Glieder derselben verbindenden Ringe leicht zu beseitigen.

Will man nach Berichtigung der Kette die Messung einer beliebigen Linie A B, Figur 24, vornehmen, so kann das leicht auf folgende Weise geschehen:



Figur 24.

Zunächst bezeichnet man den Anfang A und das Ende B mit einem vertikal stehenden Absteckstab, und wenn die Linie so lang ist, daß man fürchtet, während der Messung aus der Richtung zu kommen, so visiert man noch einige Stäbe a, b und c zwischen A und B ein. Hierauf steckt man die Endringe der Kette in die Kettenstäbe. Zum Ziehen der Kette werden zwei gewöhnliche, aber gewandte und zuverlässige Arbeiter verwendet. Jeder ergreift einen Kettenstab, und der vordere, nämlich derjenige, welcher zunächst dem Ende B der Linie zu stehen kommt, nimmt noch überdieß sämtliche Kettennägel zu sich. Der hintere Kettenzieher steckt nun seinen Kettenstab vertikal in den Anfangspunkt A der Linie, der vordere bewegt sich ungefähr 10 Meter in der Richtung nach a fort, läßt sich, daselbst angekommen, ganz genau in die Richtung der Linie einvisieren, zieht hernach die Kette, ohne zu reißen, mäßig stark an und bemerkt den Endpunkt durch einen Kettennagel. Hierbei ist besonders darauf zu sehen, daß sich kein Glied der Kette verschlingt und beide Kettenstäbe stets genau vertikal stehen. Alsdann bewegt sich der vordere Kettenzieher wieder um 10 Meter in der Richtung der Linie weiter, der hintere nimmt dagegen den in der Erde steckenden Kettennagel heraus, und setzt genau in dasselbe kleine Loch den Kettenstab ein, worauf der vordere Kettenzieher die Kette wie vorhin anzieht und in die Vertiefung, welche die Spitze des Kettenstabes bildet, einen zweiten Nagel einsteckt. In dieser Weise wird die Operation bis zu Ende fortgesetzt, und es ist einleuchtend, daß, wenn z. B. der hintere Kettenzieher, welche alle Kettennägel sammelt, 8 solcher hat, im ganzen 8 Kettenzüge $= 8 \times 10 = 80$ Meter gemessen wurden. Da in der Regel am Ende der Linie noch ein Teil einer Kettenlänge bleibt, so muß dieser dann noch besonders gemessen werden. Ist die gemessene Linie länger als 10 Kettenzüge, so muß der hintere Kettenzieher, im Falle nur 10 Nägel vorhanden sind, so oft die Kettennägel an den vorderen zurückgeben, als

10 Kettenzüge gemacht wurden, und man hat sich nur genau zu merken, wie oft mit den Nägeln gewechselt wurde, um am Schlusse die Länge der gemessenen Linien beurteilen zu können.

Bei unebenem Terrain wird der Gebrauch der Meßkette umständlich und unsicher; denn da nach § 3 alle Linien horizontal gemessen werden sollen, so müßte die Kette wagerecht gespannt werden, was wegen ihrer Schwere nur durch mehrmalige Unterstützung erreichbar, aber gerade deshalb bei sehr schroffen Abhängen nicht immer möglich ist. In solchen Fällen nimmt man daher zur Messung nur Teile der Kette oder ersetzt — was noch mehr zu empfehlen — die Kettenmessung gänzlich durch die Lattenmessung. Jedenfalls muß aber bei abschüssigem Terrain ganz besonders auf den vertikalen Stand der Kettenstäbe gesehen werden.

Da man während der Vermessung nicht immer Zeit noch Gelegenheit hat, die Kette alsbald zu verbessern, so kann man in die Lage kommen, mit einer unrichtigen Kette Messungen vornehmen zu müssen. Um nun doch die richtige Länge der Linien zu erhalten, hat man nur nötig, den Unterschied zwischen der normalen und der wirklichen Kettenlänge zu ermitteln. Angenommen, eine Meßkette übersteige ihre normale Länge um 0,02 m, so wäre

die Verbesserung	für	1 Kettenzug	=	$1 \times 0{,}02 = 0{,}02$	m
"	"	2 Kettenzüge	=	$2 \times 0{,}02 = 0{,}04$	"
"	"	3 "	=	$3 \times 0{,}02 = 0{,}06$	"
"	"	4 "	=	$4 \times 0{,}02 = 0{,}08$	"
"	"	10 "	=	$10 \times 0{,}02 = 0{,}20$	"

u. s. w.

Hätte man unter dieser Voraussetzung etwa 15 Kettenzüge gemacht, so hätte man

$$10 \times 15 + 0{,}02 \times 15 = 150 + 0{,}3 = 150{,}3 \text{ m}$$

als wirkliche Länge der Linie. Wäre dagegen die Meßkette um 0,02 m zu kurz, so wäre bei 15 Kettenzügen die wahre Länge der Linie =

$$10 \times 15 - 0{,}02 \times 15 = 150 - 0{,}3 = 149{,}7 \text{ m.}$$

Ist daher die wirkliche Kette größer als die normale, so ist die Differenz in der angegebenen Weise zu addieren, ist sie dagegen kleiner, so ist die Differenz abzuziehen.

Kennt man daher die Differenz zwischen der wirklichen und normalen Kettenlänge, so kann man sich schon im voraus eine Tabelle wie die vorstehende entwerfen, nach welcher dann die Korrektion leicht ohne weitere Rechnung vorgenommen werden kann.

Die Linienmessung mit dem Stahlbande erfolgt in ähnlicher Weise, nur fallen hier meist die Kettenstäbe weg. Die zwei Arbeiter ergreifen je eine Handhabe des Stahlbandes, ziehen dasselbe in der Richtung der zu messenden Linie unmittelbar über dem Boden scharf an und bezeichnen das Ende jeden Meßzugs mit einem Kettennagel. Die Länge der Linie ergiebt sich wie bei der Kette, nur werden die Resultate aus naheliegenden Ursachen genauer werden.

B. Linienmessung mittelst Meßlatten.

Auch die Meßlatte muß vor ihrem Gebrauche mit einem Normallängenmaße verglichen und nötigenfalls berichtigt werden. Zur Meßoperation selbst verwendet man nur einen Arbeiter, welcher seither „Rutenschläger" genannt wurde. Man reicht also, gegenüber der Meßkette, gerade mit der Hälfte des Personals aus, welcher Vorteil indessen durch den langsameren Fortgang der Meßoperation selbst — wenigstens im ebenen Terrain — meist wieder absorbiert wird.

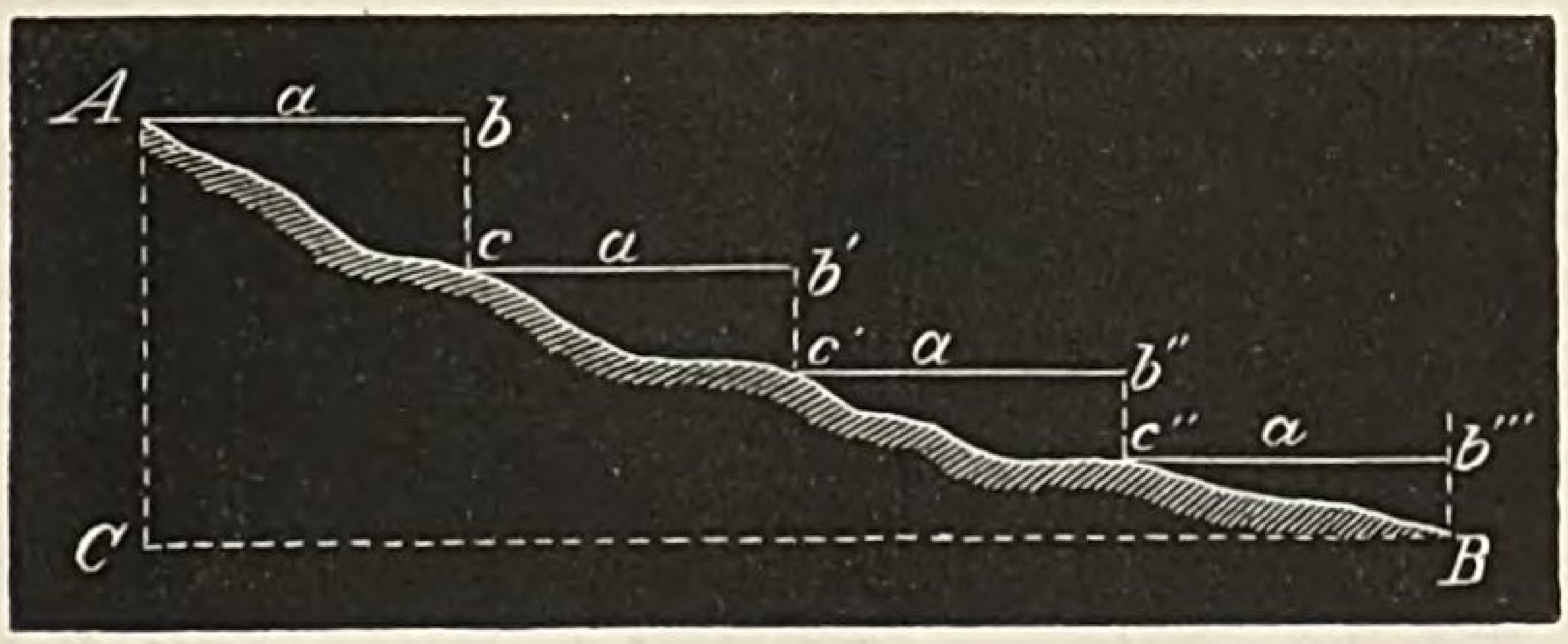
Der Vorgang bei der Linienmessung ist folgender: Die eine Meßlatte wird in die Richtung der Linie gebracht und das eine Ende derselben genau an den Anfangspunkt A der zu messenden Linie gelegt. Ist dies geschehen, so wird die zweite etwa handbreit vor das Ende der ersten Latte, aber genau in der Richtung der Linie niedergelegt und dann mit der einen Hand langsam an das vordere Ende des ersten Stabes dergestalt angeschoben, daß der letztere durchaus keine Verrückung erfährt. Erst nachdem der zweite Stab festliegt, wird der erste wieder aufgehoben, in derselben Weise wieder an den zweiten gelegt und bis zum Ende der Linie fortgefahren, wo dann etwaige Bruchteile der Meßlatte (Decimeter oder Centimeter) noch angemerkt werden.

Bei der Messung selbst ist namentlich noch darauf zu achten, daß die Meßlatten immer genau in der Richtung der Linie eingelegt und sorgfältig gezählt werden. In letzterer Beziehung ist es darum rätlich, den Rutenschläger daran zu gewöhnen, daß er immer ein und dieselbe Farbe der Meßlatte zuerst anlegt, weil dadurch eine gewisse Kontrolle der Linienmessung möglich wird. Denn legt man z. B. immer die rote Latte zuerst an, so müssen auf alle ungeraden Zahlen rote Latten kommen. Gelangt nun der Rutenschläger an das Ende der Linie und die letzte Lage ist eine rote Latte, die gesamte Zahl der Lattenlagen aber eine gerade Zahl, so ist bei der Messung jedenfalls ein Fehler unterlaufen, der durch wiederholtes Messen alsbald aufgesucht werden muß.

Ist die Lattenmessung gut eingeübt und wird dieselbe von willigen, tüchtigen jungen Männern verrichtet, dann geht die Arbeit gar nicht so langsam von statten, wie dies von manchen Schriftstellern angeführt wird.

Liegt die zu messende Linie in unebenem Terrain, so muß die sogenannte Staffelmessung in Anwendung kommen.

Wäre z. B. die Linie A B, Figur 25, zu messen, so handelt es sich nach § 3 um die Bestimmung ihrer horizontalen Projektion B C. Um nun diese Linie zu finden, beginnt man am zweckmäßigsten mit der Messung an dem höchsten Endpunkte A, schiebt die Meßlatte a mit dem einen Ende genau an A an, hebt sie hierauf dem Anscheine nach horizontal auf, und hält an das andere Ende b ein an einem Bindfaden befestigtes zugespitztes Lot, welches bis zur Erde reicht, so daß man sich den Punkt c genau merken kann. Alsdann legt man die Meßlatte mit dem Ende genau an c, hebt sie wieder horizontal auf und bestimmt mittelst des Lotes an dem anderen Ende b′ wieder den Fußpunkt c′ und fährt so bis zum Ende B fort. Es ist einleuchtend, daß jetzt die Summe der horizontalen Stablagen A b + c b′ + c′ b″ + c″ b‴ gleich sein muß der horizontalen Projektion C B.



Figur 25.

Statt des Lotes, welches man bequem in die Tasche stecken kann, wird auch die Benutzung eines Absteckstabes empfohlen, welchen man an die Endpunkte b, b′, b″ u. s. w. der Meßlatten stellen soll, um die Fußpunkte c, c′, c″ u. s. w. zu bestimmen. Da man jedoch den vertikalen Stand solcher Stäbe, namentlich an Abhängen, nie so sicher beurteilen kann, so wird nach dieser Methode die Messung ungenauer, ganz abgesehen davon, daß das Mitnehmen eines solchen Absteckstabes, ohne Verwendung eines zweiten Arbeiters bei der Linienmessung sehr lästig würde.

Wäre die Staffelmessung mit besonderen Schwierigkeiten verbunden, so kann man auch die schiefe Linie A B direkt messen, muß dieselbe aber schließlich auf die Horizontale B C reduzieren. Es geschieht das in der Art, daß man mit einem einfachen Böschungsmesser, wozu auch der Faustmannsche Hypso-

meter leicht eingerichtet werden kann, den Böschungswinkel α = A B C oder b A c bestimmt und B C nach der Formel B C = A B $\times$ cos. α berechnet. Zur Erleichterung der Rechnung verwendet man Tabellen, aus welchen man die jedem Böschungswinkel und jeder schiefen Linie entsprechende horizontale Linie direkt ablesen kann.

Schließlich sei noch bemerkt, daß es sich zur Vermeidung von Fehlern empfiehlt, die Linien doppelt zu messen und aus den einzelnen Messungen, im Falle sie sich innerhalb der erlaubten Fehlergrenze bewegen, das Mittel zu ziehen.

C. Vergleichende Bemerkungen über die Resultate der Ketten- und Lattenmessung.

Unter allen Linienmeßmethoden verdient diejenige den Vorzug, welche bei bequemer Ausführung und geringstem Kostenaufwande die genauesten Resultate liefert. Die Meßkette, obgleich durch sie eine für viele Fälle genügende Genauigkeit erzielt werden kann, unterliegt dennoch einer Menge störender Einflüsse und ist darum ein ziemlich unvollkommenes Werkzeug. Das leichte Verschlingen und Biegen der Kettenglieder, die Abnutzung (Ausschleifen) der Kettenringe, der Einfluß der Temperatur, die verschieden starke Anspannung der Kette, sowie der Umstand, daß dieselbe nicht immer mathematisch genau in die Richtung der Linie gelegt werden kann, daß sie bei unebenem Terrain, beim Messen über einen Graben, Bach u. s. w. infolge ihrer Schwere immer etwas gebogen erscheint, daß die Kettenzieher die Kettenstäbe nicht senkrecht oder nicht in diejenigen Punkte stellen, in welchen vorher sich der Kettennagel befand u. s. w., dies sind lauter Einflüsse, welche auf die Genauigkeit der Resultate der Linienmessung herabstimmend einwirken.

Das Stahlband ist von den meisten dieser störenden Einflüsse frei.

Obgleich die Lattenmessung auch ihre Schattenseiten hat, so ist sie doch — namentlich wenn die Latten möglichst lang angefertigt werden — gerade von denjenigen Fehlerquellen befreit, welche auf die Richtigkeit der Resultate den größten Einfluß üben. Diese Behauptung findet in vielen Versuchen, welche von Praktikern angestellt wurden, ihre Bestätigung.

So kann man die mit der Meßkette auf ebenem, günstigem Terrain erreichbare Genauigkeit auf $^1/_{1000}$ annehmen, d. h. man weiß nicht ob man bei einer Länge von 1000 Metern 1001 oder 999 Meter erhalten wird. Bei ungünstigerem Terrain nimmt die Genauigkeit immer mehr ab und kann selbst bis unter $^1/_{500}$ herabsinken.

Weit günstiger gestalten sich die Resultate der Lattenmessung, deren erreichbare Genauigkeit auf ebenem, günstigem Terrain auf $^1/_{10000}$ angenommen werden kann, bei ungünstigen Verhältnissen jedoch bis auf $^1/_{6000}$ herabsinkt. Bei sorgfältigeren Basismessungen, wie solche mit verfeinerten Hilfsapparaten ausgeführt werden und Triangulationsarbeiten vorauszugehen pflegen, beträgt die erreichbare Genauigkeit sogar $^1/_{100000}$. Aus diesen Erfahrungen geht hervor, daß die Lattenmessung und nach ihr die Stahlbandmessung, im allgemeinen den Vorzug vor der Kettenmessung verdient und überall da angewendet werden sollte, wo das trigonometrische Vermessungssystem bis zur Flur- (Ried-) und Gewannenvermessung herab eingeführt ist. An denjenigen Orten dagegen, wo die Aufnahme mit dem Meßtische noch eine Rolle spielt, man also von einer genaueren Detailaufnahme absieht, ist vielfach auch die Meßkette noch im Gebrauch. Jedenfalls möchte die Abneigung, die sich von mancher Seite gegen die Anwendung der Meßlatte bemerkbar macht, großenteils auf Vorurteil beruhen. Im Großherzogtum Hessen z. B., welches ein anerkannt musterhaftes, auch noch in anderen Staaten angenommenes Vermessungssystem hat, kamen bei sämtlichen Katastralaufnahmen bis zur Parzellenvermessung herab nur die Meßlatten in Anwendung. Auch in Württemberg ist nur die Meßlatte gestattet.

Wenn auch die Lattenmessung etwas langsamer vorschreitet, so ist doch zu bedenken, daß die Kettenmessung auch eine zweite Arbeitskraft in Anspruch nimmt. Endlich ist auch eine raschere Linienmessung für den Geometer vielfach ohne besonderen Wert, namentlich wenn er, wie bei Umfangsmessungen, gleichzeitig die entsprechenden Winkel mißt oder Rayons zieht, welche Arbeiten meist mehr Zeit in Anspruch nehmen als die Linienmessung selbst, so daß das ganze Geschäft doch nicht früher beendigt werden kann.

Bezüglich der bei Linienmessungen zulässigen Fehler, sei auf folgende amtliche Bestimmungen verwiesen:

a) Bayern: Die bayerische Instruktion für Katastervermessungen sagt § 13 (bezüglich der Theodoliteaufnahme): „Die Längen der Strecken sind mit 5 Meter Meßlatten doppelt zu messen. Das Verhältnis der gefundenen Differenz zur Länge der Linie darf 1 : 3000 bei günstiger, 2 : 3000 bei ungünstiger Bodenbeschaffenheit nicht übersteigen."

b) In Württemberg wird auf ziemlich wagerechtem, bei 2 pCt. geneigtem Boden 0,001; bei 2—7 pCt. Gefäll 0,002, bei größerer Steigung 0,003 der Länge, wozu noch je 10 Centimeter für jeden Endpunkt kommen, als Unsicherheit geduldet.

c) Die badische Vorschrift gestattet eine Unsicherheit:

für die Länge			in der Ebene	im Gebirge	
unter	30	Meter	0,004	0,005	der Länge.
"	60	"	0,003	0,004	
"	150	"	0,0017	0,0025	
"	200	"	0,0012	0,0020	

5. Von der mittelbaren Linienmessung mittelst Kette und Stäben.*)

§ 16.

Nicht immer ist man in der günstigen Lage, die Länge gerader Linien direkt nach § 15 ohne Hindernis bestimmen zu können; es ergeben sich vielmehr, wenn auch selten, örtliche Schwierigkeiten, welche eine unmittelbare Linienmessung unmöglich machen, und den Messenden nötigen, die fragliche Linie mittelst geometrischer Konstruktion mit anderen zugänglichen Linien in Verbindung zu bringen und auf diese Weise die Länge der Linie auf indirekte Weise zu messen. Dieses Verfahren, die Längen gerader Linien zu bestimmen, bezeichnet man mit dem Namen mittelbare Linienmessung.

Um jedoch mögliche Mißverständnisse gleich von vornherein abzuschneiden, müssen wir bemerken, daß die in diesem § folgenden Aufgaben im allgemeinen dem praktischen Geometer nur selten vorkommen, und daß wir sie mehr als Übungsbeispiele betrachten, die geeignet sind, Anfänger in den richtigen Gebrauch der Absteckstäbe, Meßkette, Meßlatten u. s. w. einzuführen.

Obgleich, wegen den sehr wechselnden Terrainverhältnissen, auch eben so viele verschiedene Fälle mittelbarer Linienmessung denkbar sind, so lassen sich doch sämtliche hierher gehörigen Aufgaben im allgemeinen auf folgende drei Hauptfälle zurückführen:

A. Die zu messende Linie ist zwar an ihren beiden Endpunkten, aber nicht in ihren Zwischenpunkten zugänglich.

B. Die zu messende Linie ist nur an einem ihrer Endpunkte zugänglich.

C. Die zu messende Linie ist an ihren beiden Endpunkten unzugänglich.

---

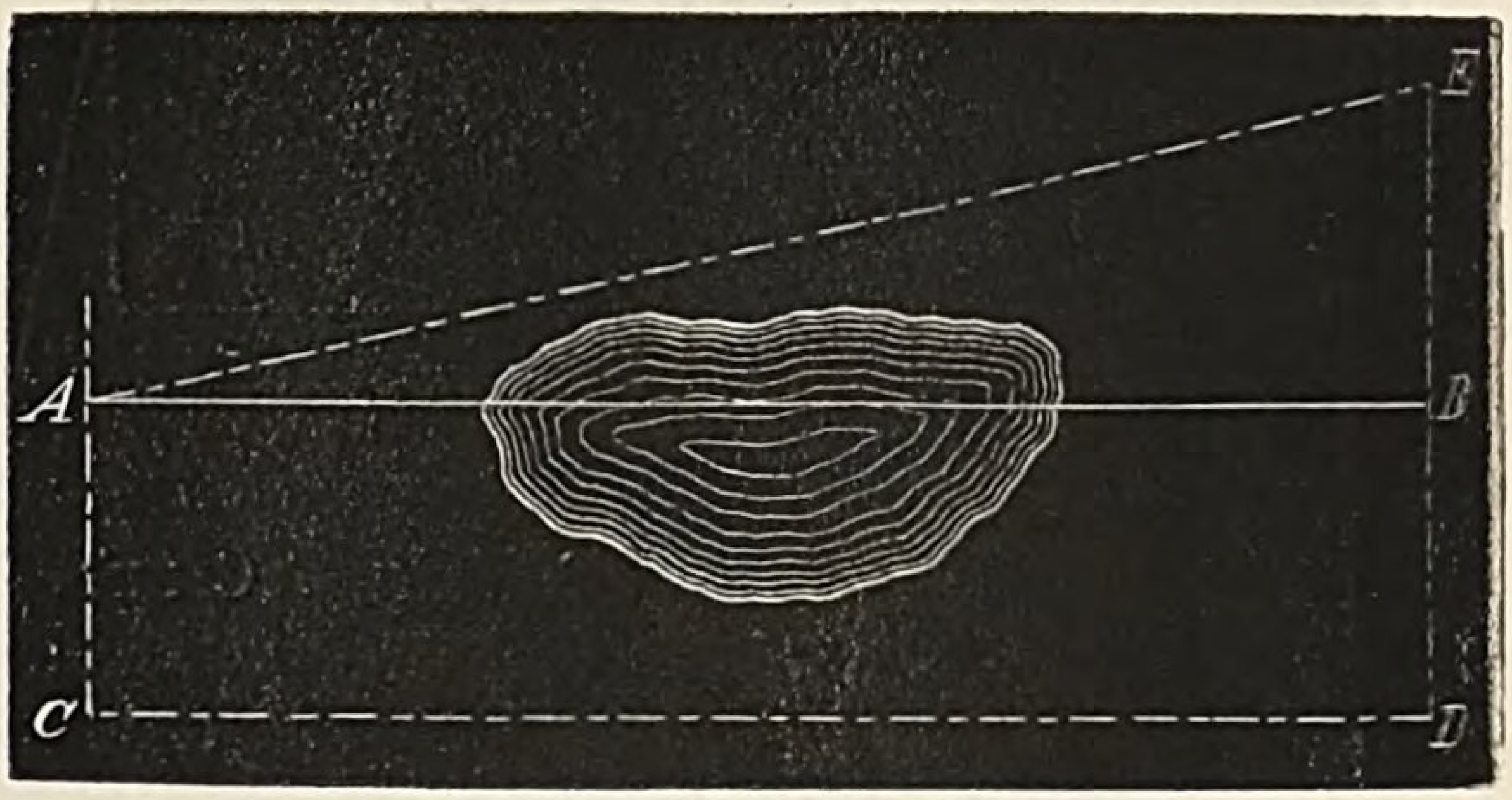
*) Wie man mittelst des Meßtisches und Theodoliten mittelbare Linienmessungen ausführen kann, wird bei Besprechung dieser Instrumente gezeigt werden.

Wenn es auch für die vorstehenden Fälle sehr verschiedene Auflösungsmethoden giebt, so dürfte es doch genügen, wenn hier nur die wesentlichsten und einfachsten Berücksichtigung finden.

ad A. Die zu messende Linie ist in ihren beiden Endpunkten, aber nicht in ihren Zwischenpunkten zugänglich.

Hier lassen sich wieder zwei Fälle unterscheiden, nämlich:

a) Die Aussicht zwischen den Endpunkten A und B der Geraden AB, Figur 26, ist offen.



Figur 26.

Auflösung 1. Liegt etwa zwischen AB ein Teich oder Sumpf, über den zwar nicht gemessen, oder doch visiert werden kann, so errichtet man über A die Senkrechte AC und über B die Senkrechte BD, macht hierauf AC = BD, so muß auch AB = CD sein, und es kann dann CD mit Zwischenpunkten noch näher bezeichnet und mittelst Kette oder Latte gemessen werden.

Das Errichten von Senkrechten in diesem und den folgenden Fällen geschieht am zweckmäßigsten mittelst der Kreuzscheibe, dem Winkelkreuz oder Winkelspiegel, deren Gebrauch im folgenden Abschnitte gelehrt werden soll.

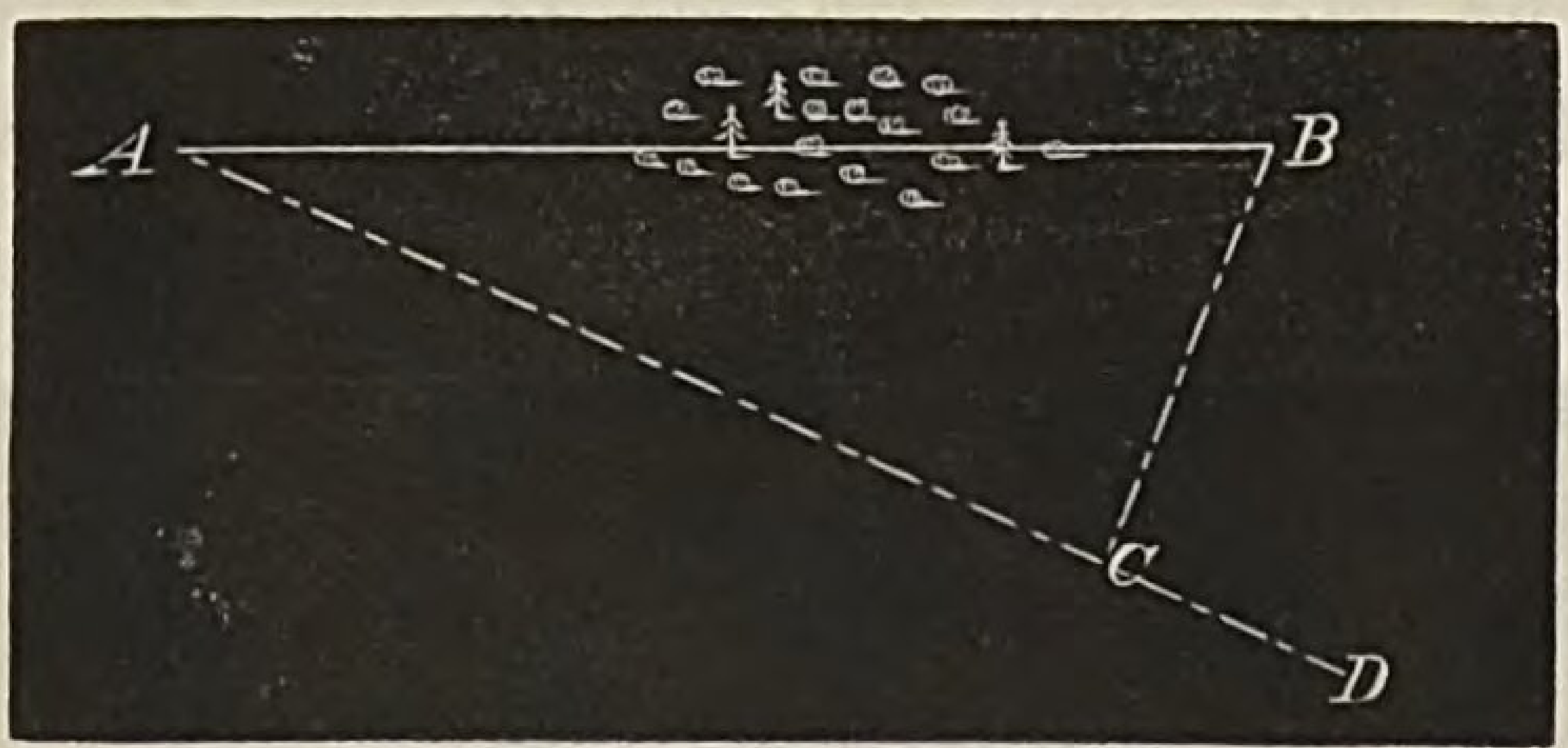
Auflösung 2. Sollte das eben beschriebene Verfahren wegen Terrainschwierigkeiten nicht sicher auszuführen sein, so kann die Aufgabe auch noch mittelst des pythagoräischen Lehrsatzes „das Quadrat der Hypotenuse ist der Summe der Quadrate der beiden Katheten gleich" gelöst werden.

Man errichtet nämlich über einem Endpunkte, z. B. der Linie AB, Figur 26, die Senkrechte BE, mißt dieselbe, sowie auch die Linie AE, so ist:

$$AE^2 = BE^2 + AB^2 \text{ daher auch}$$
$$AB^2 = AE^2 - BE^2 \text{ und}$$
$$AB = \sqrt{AE^2 - BE^2}.$$

b) Die Aussicht zwischen den Endpunkten A und B der Geraden AB, Figur 27, ist geschlossen.

Auflösung 1. Ist die Aussicht durch Bäume oder Gebüsch geschlossen, so steckt man außerhalb des Hindernisses eine beliebige Linie AD ab und fällt aus dem Endpunkte B mittelst Kreuzscheibe oder Winkelspiegel die

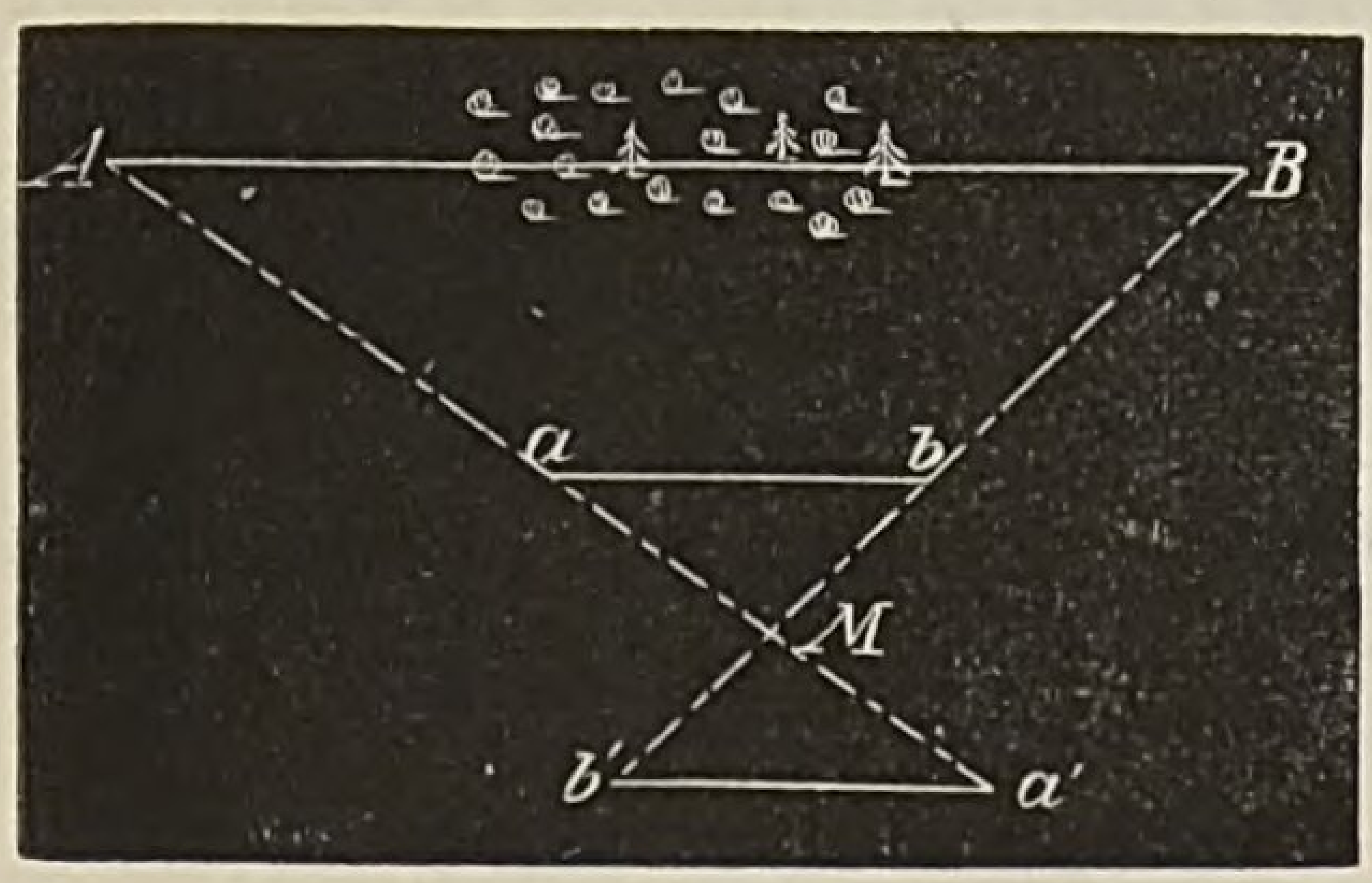


Figur 27.

Senkrechte BC auf AD, mißt hierauf die Linien AC und BC, so ist in dem rechtwinkeligen Dreiecke ABC:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ oder}$$
$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}.$$

Auflösung 2. Sollten sich der vorstehenden Lösung Schwierigkeiten entgegensetzen, so wählt man einen beliebigen Punkt M, Figur 28, von welchem aus sowohl nach A als nach B gesehen und gemessen werden kann. Hierauf mißt man die Linien AM und BM, nimmt etwa $^1/_3$ oder allgemein $^1/_n$ der Linie AM und mißt es von M nach a und ebenso $^1/_3$ von BM und mißt es nach b zurück, so ist nach der Proportionalität der Linien ab parallel AB und Dreieck ABM ähnlich abM, daher auch $ab = {}^1/_3 AB$ (oder allgemein $^1/_n$ AB), mithin $AB = 3 \cdot ab$ (oder allgemein $n \cdot ab$).



Figur 28.

Man braucht also nur die Linie ab zu messen und dieselbe 3mal oder allgemein nmal zu nehmen, so erhält man die Länge der Linie AB.

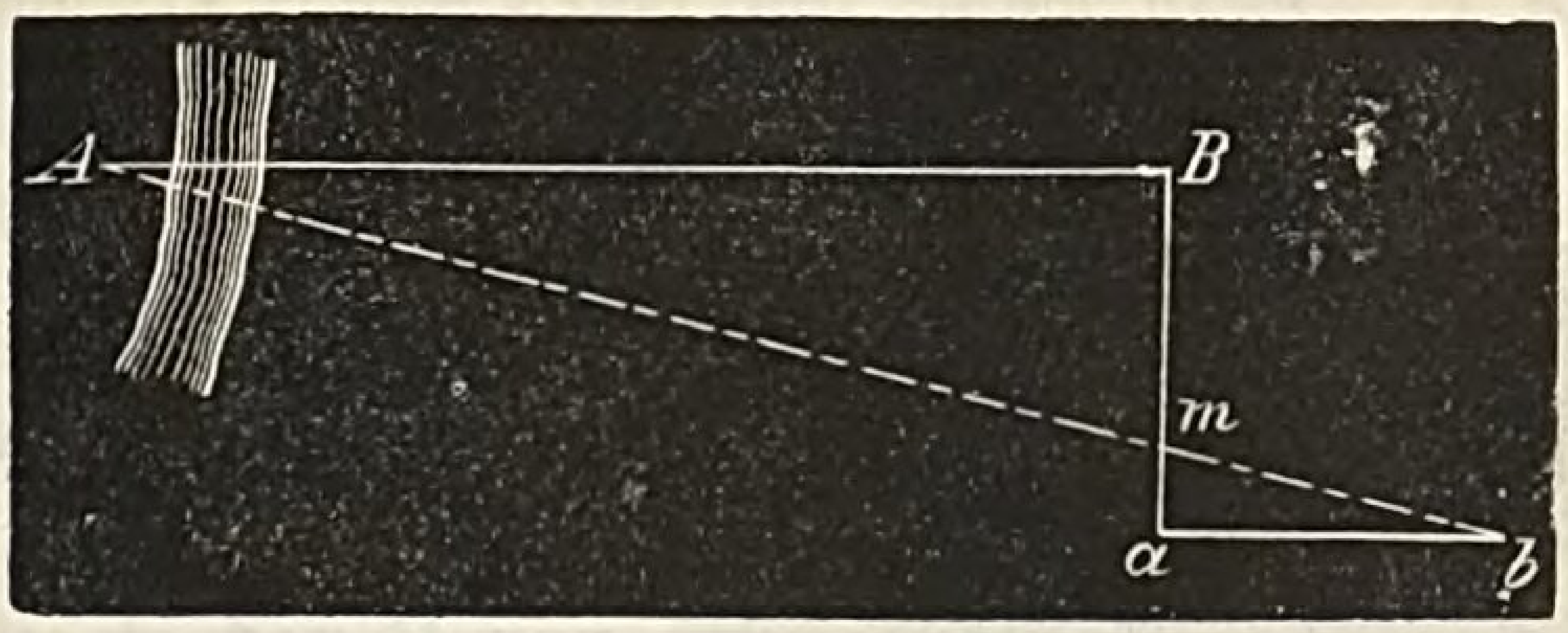
Sollte die Messung der Linie ab, ungünstiger Terrainverhältnisse halber, Schwierigkeiten darbieten, so verlängere man die Linie AM rückwärts

nach a', die Linie BM rückwärts nach b', mache Ma = Ma' und Mb = Mb', so muß auch ab = a'b', mithin auch AB = 3 · a'b' oder allgemein n · a'b' sein.

ad **B.** Die zu messende Linie ist nur an einem ihrer Endpunkte zugänglich.

Auch hier kann man wieder unterscheiden:

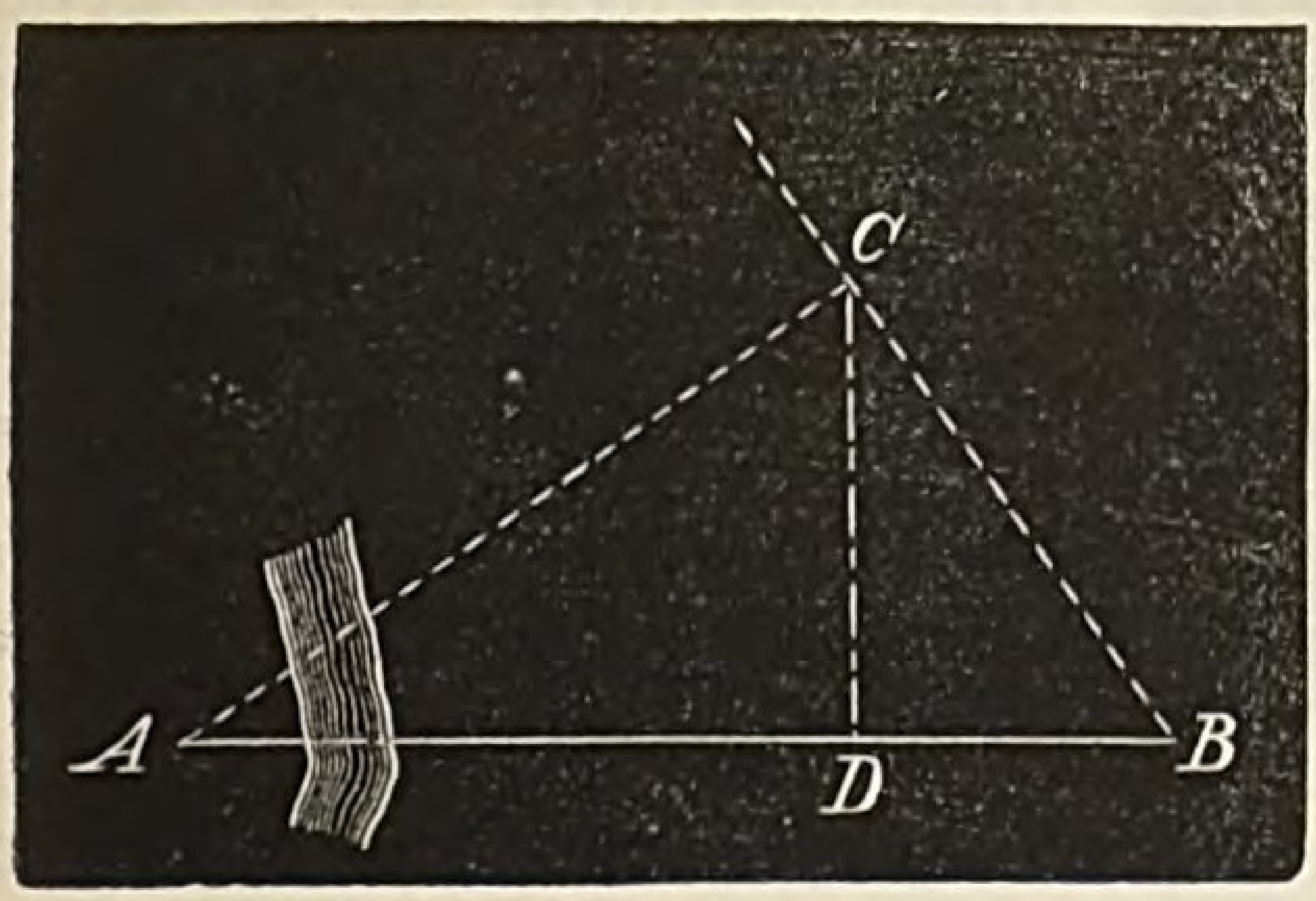
a) Die Sicht von A nach B, Figur 29, ist offen.



Figur 29.

Auflösung 1. Man errichtet in B auf AB die Senkrechte Ba, mißt dieselbe und schneidet von a aus $^1/_n$ der ganzen Linie Ba nach m ab. Errichtet man nun in a eine Senkrechte ab auf Ba, steckt nach m einen Stab und verlängert die Linie Am rückwärts, bis sie die Linie ab in dem Punkte b schneidet, so ist Dreieck ABm ähnlich abm, daher auch, da am = $^1/_{n-1}$ mB und ab = $^1/_{n-1}$ AB ist: AB = (n—1) ab; d. h. man mißt die Linie ab, multipliziert dieselbe mit n—1, so ergiebt sich die Länge der Linie AB.

Ist z. B. am = $^1/_4$ aB, so ist auch ab = $^1/_{n-1}$ AB = $^1/_3$ AB oder AB = 3 · ab.



Figur 30.

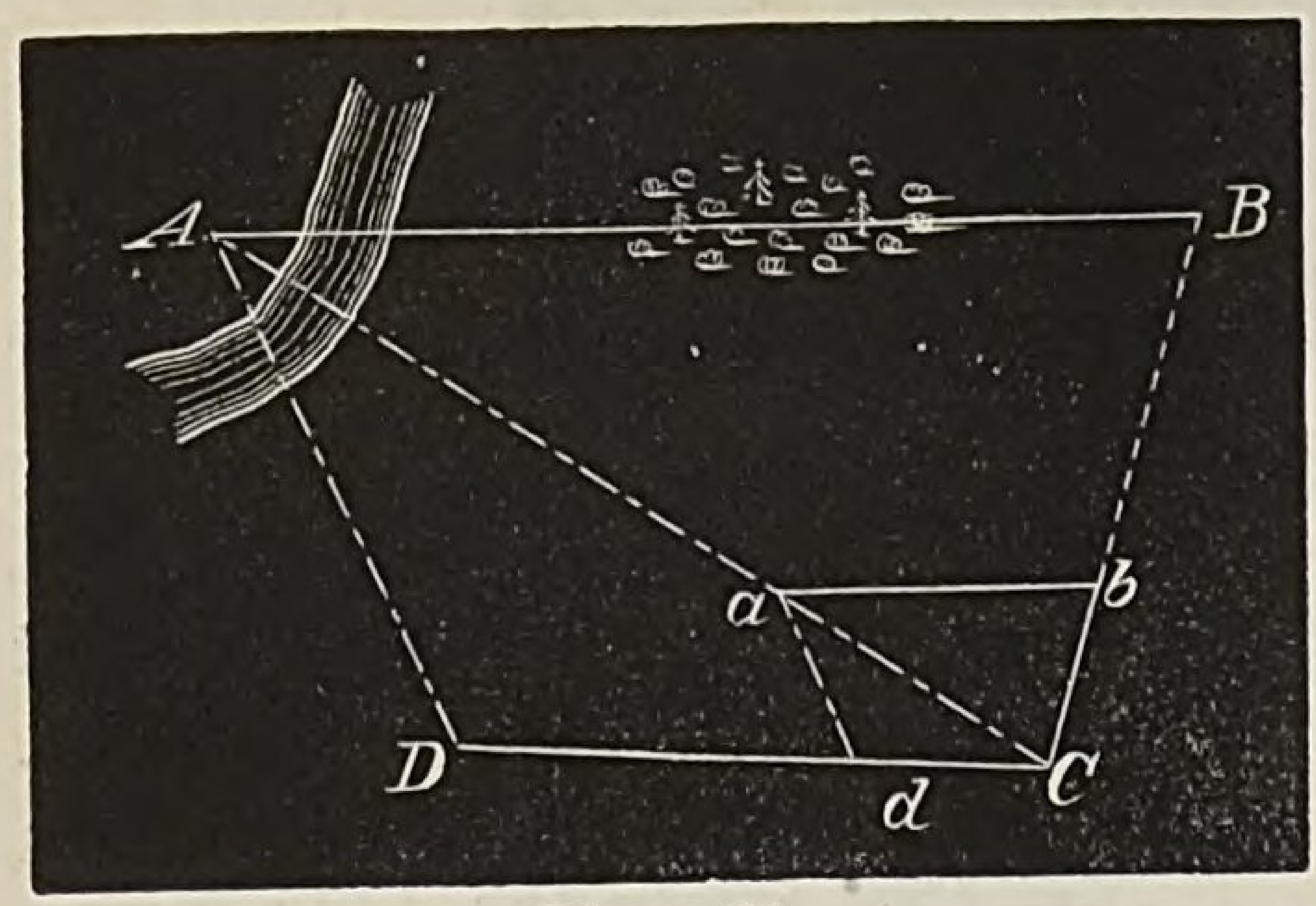
Auflösung 2. Man steckt eine beliebige Linie BC, Figur 30, derartig ab, daß der Winkel ABC nicht zu spitz wird, fällt hierauf aus A eine Senkrechte AC auf BC und alsdann auch aus C auf AB, so ist das rechtwinkelige Dreieck ABC ähnlich BCD und da in ähnlichen Dreiecken die den gleichen Winkeln gegenüberliegenden Seiten in Proportion stehen:

$$BD : BC = BC : AB \text{ und}$$
$$AB \cdot BD = BC^2 \text{ oder}$$
$$AB = \frac{BC^2}{BD};$$

d. h. man erhält die Länge der Linie AB, wenn man die Länge von BC bestimmt, dieselbe quadriert und durch die vorher zu messende Linie BD dividiert.

b) Die Sicht von A nach B, Figur 31, ist geschlossen.

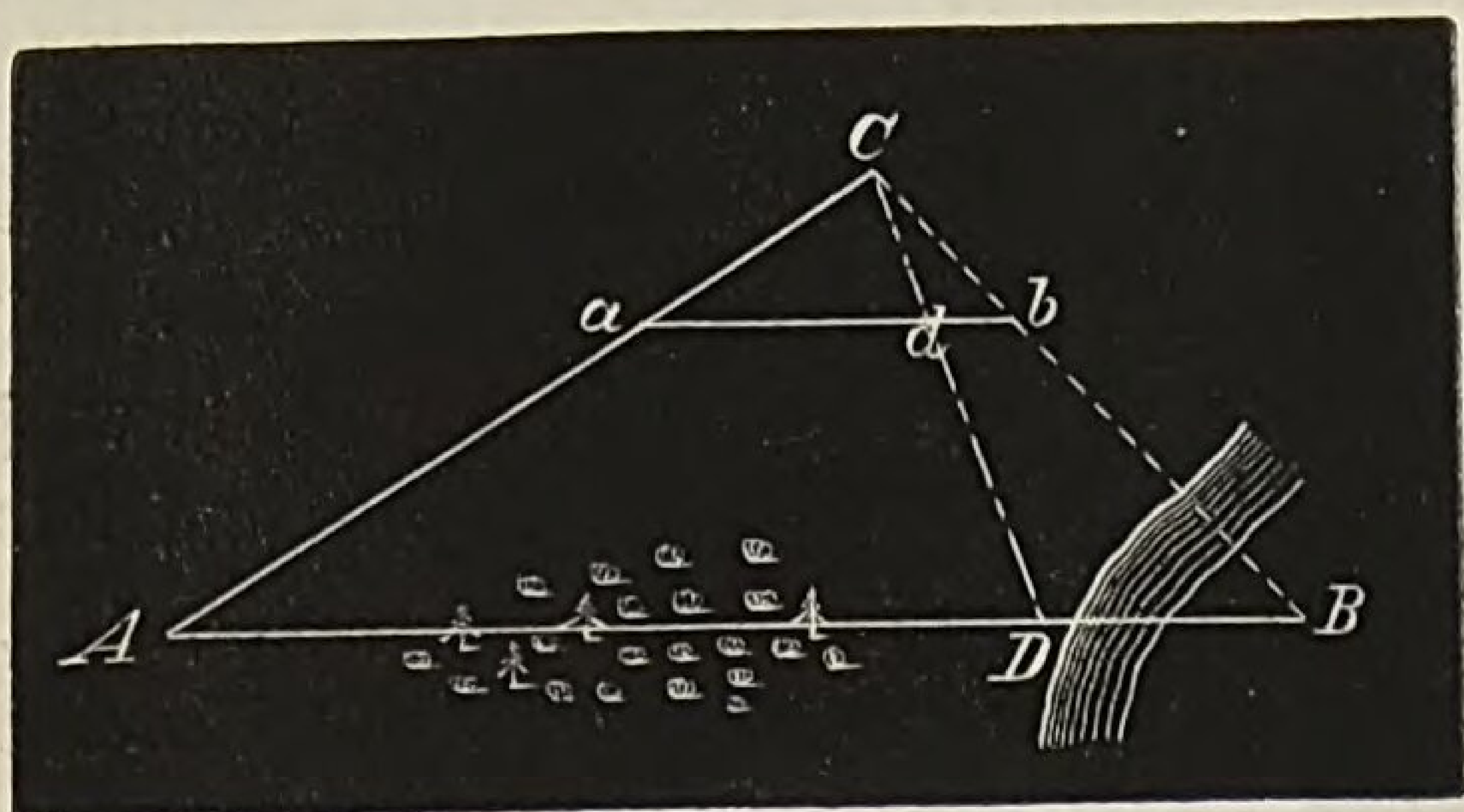
Auflösung 1. Man wählt sich einen Punkt C, von welchem aus nach B gemessen und nach A gesehen werden kann, sodann einen Punkt D, von welchem aus A sichtbar und die Messung der Linie DC möglich ist. Hierauf mißt man CD, trägt $^1/_n$ der Linie (etwa $^1/_3$) von C nach d auf, zieht alsdann nach § 13 F. durch d parallel zu AD die Linie ad so lange, bis dieselbe von der Linie AC geschnitten wird, so ist jetzt Dreieck ADC ähnlich adC, mithin $aC = {}^1/_n AC$.



Figur 31.

Mißt man nun auch die Linie BC und trägt $^1/_n$ derselben von C nach b, so ist ab parallel AB und daher auch $ab = {}^1/_n AB$ und $AB = n \cdot ab$.

Auflösung 2. Ist B, Figur 32, unzugänglich und von A aus unsichtbar, kann aber von C aus ein einziger Punkt der Linie AB, nämlich D, gesehen, ferner von C nach A gemessen werden, und ist endlich auch die Sicht von C nach B offen, so mißt man AC und trägt $^1/_n$ der Länge von C nach a, ferner auch $^1/_n$ der zu messenden Linie CD von C nach d, so ist ad parallel AD. Verlängert man nun ad so lange, bis dieselbe die Linie CB in b schneidet, so ist auch ab parallel AB, mithin Dreieck ABC ähnlich abC und somit $ab = {}^1/_n AB$ oder $AB = n \cdot ab$; d. h. man hat nur die



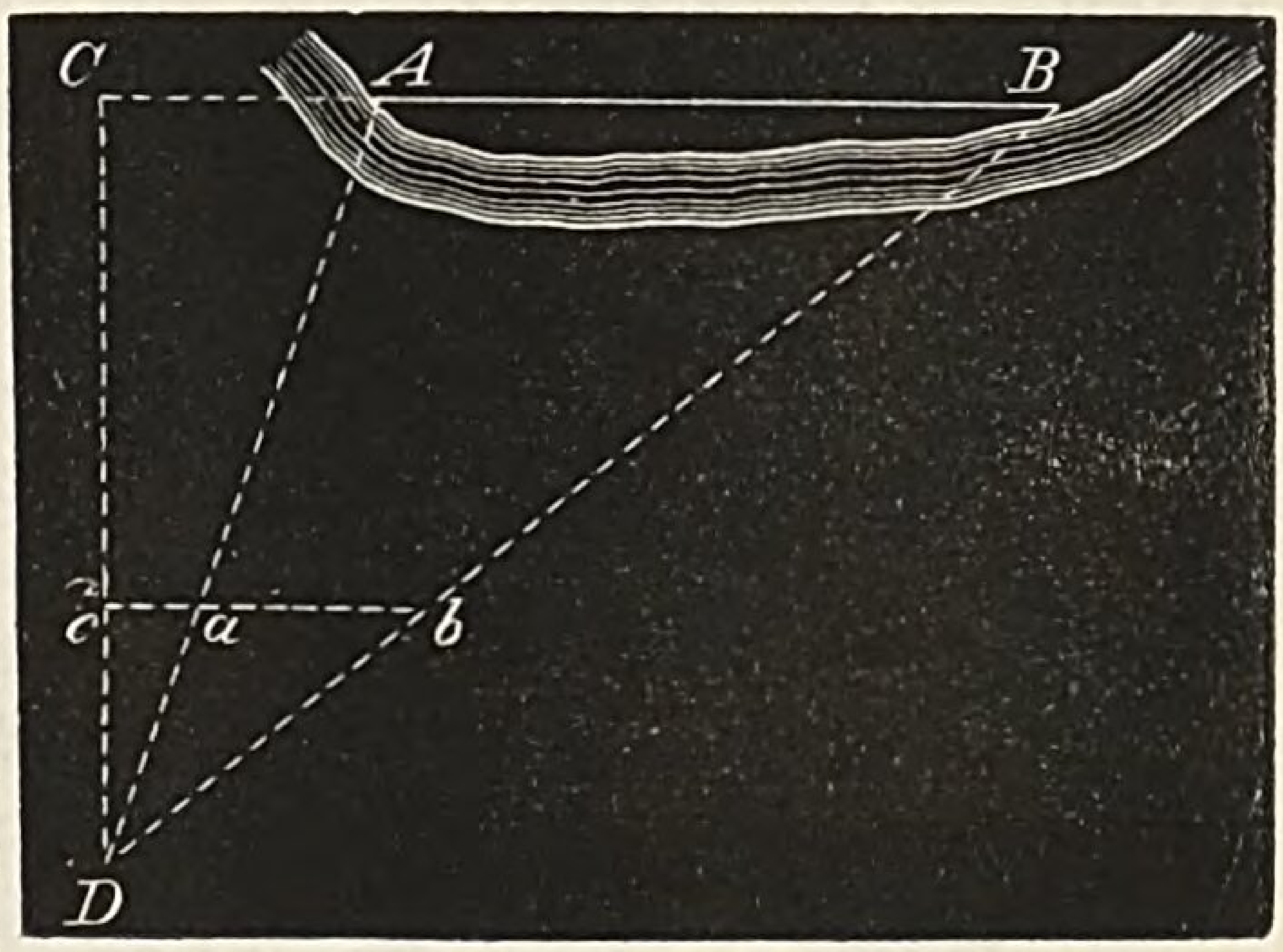
Figur 32.

Linie ab im Felde zu messen und mit n zu multiplizieren, so erhält man AB.

ad **C**. Die zu messende Linie ist an beiden Endpunkten unzugänglich.

a) Die Sicht zwischen den Endpunkten A und B, Figur 33, ist offen.

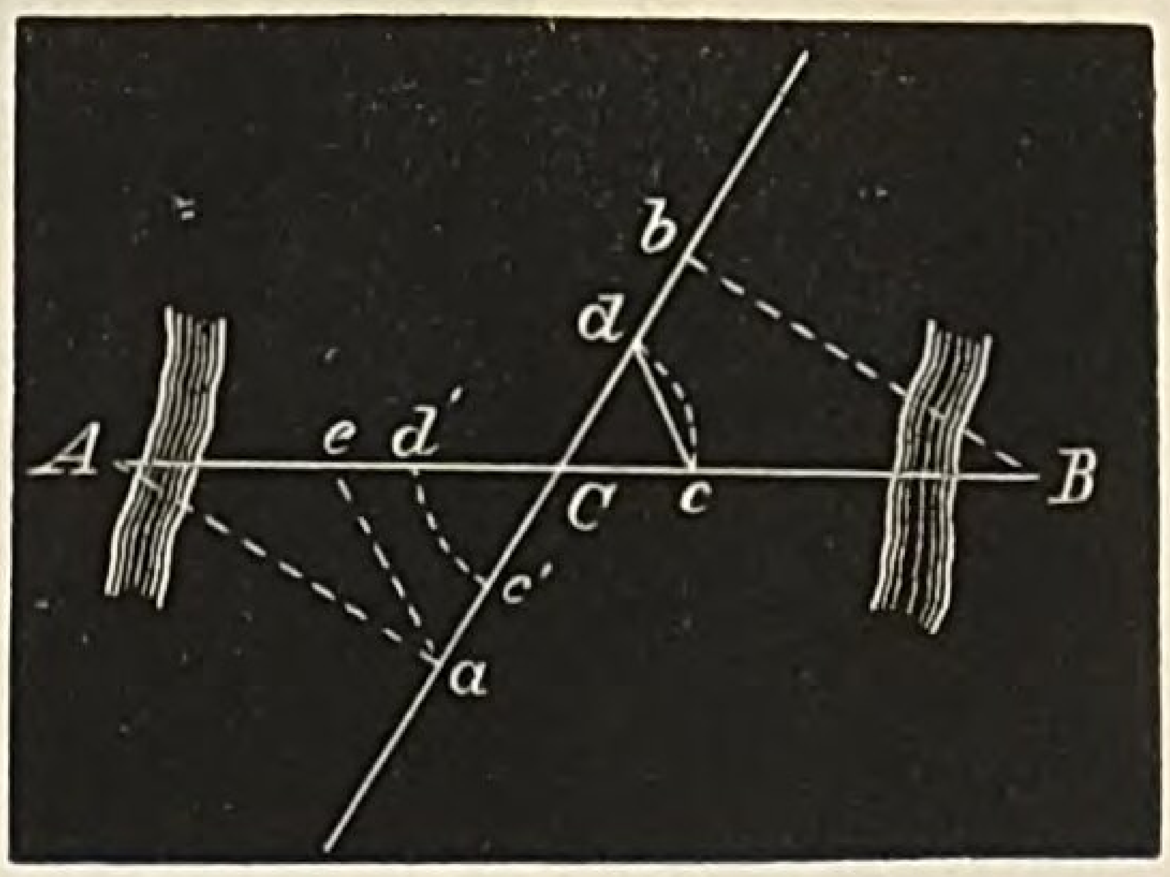
Auflösung 1. Ist die Sicht von A nach B offen, kann man also die Linie AB rückwärts bis C abstecken, so errichtet man in C eine Senkrechte CD, mißt diese und trägt $^1/_n$ derselben von D nach c auf, errichtet dann noch im Punkte c die Senkrechte cb so weit, bis sie die Gerade DB schneidet, wobei jedoch vorausgesetzt wird, daß von D aus sowohl der Punkt B als A der Linie AB sichtbar ist. Nun ist offenbar Dreieck ABD ähnlich abD, daher auch $ab = {}^1/_n\,AB$ und $AB = n \cdot ab$. Nachdem also die Senkrechte cb errichtet ist, bestimmt man die Durchschnittspunkte a und b derselben mit den Linien AD und DB, mißt hierauf ab und multipliziert diese Linie mit n.



Figur 33.

Wenn z. B. $cD = {}^1/_3\,CD$ ist, so ist auch $ab = {}^1/_3\,AB$, daher hier $n = 3$ und $AB = 3 \cdot ab$.

Auflösung 2. Ist zwar die Linie AB wegen zweier Hindernisse nicht meßbar, können aber innerhalb der Linie Messungen vorgenommen werden, so zieht man durch einen schicklich gelegenen Punkt C, Figur 34, auf der Geraden AB eine Linie der Art, daß dieselbe mit AB einen Winkel von 60° einschließt. Dies wird dadurch bewirkt, daß man mit der ganzen Länge oder einem gewissen Teile der Meßkette oder auch mit einer Meßschnur von dem Scheitelpunkte C aus einen Kreisbogen cd oder c′d′ beschreibt, und hierauf mit derselben Länge



Figur 34.

von c aus den Bogen bei d durchschneidet, so ist das Dreieck Ccd gleich-

seitig, mithin der Winkel $dCc = 60^\circ$. Nachdem nun auf diese Weise die Richtung der Linie ab bestimmt wurde, fällt man auf diese von B und A aus die Senkrechten Bb und Aa, und es lehrt dann die Geometrie, daß $aC = \frac{1}{2} AC$ und $bC = \frac{1}{2} BC$ ist.

Hieraus ergiebt sich dann

$$aC + bC = \tfrac{1}{2} AC + \tfrac{1}{2} BC = \tfrac{1}{2}(AC + BC),$$

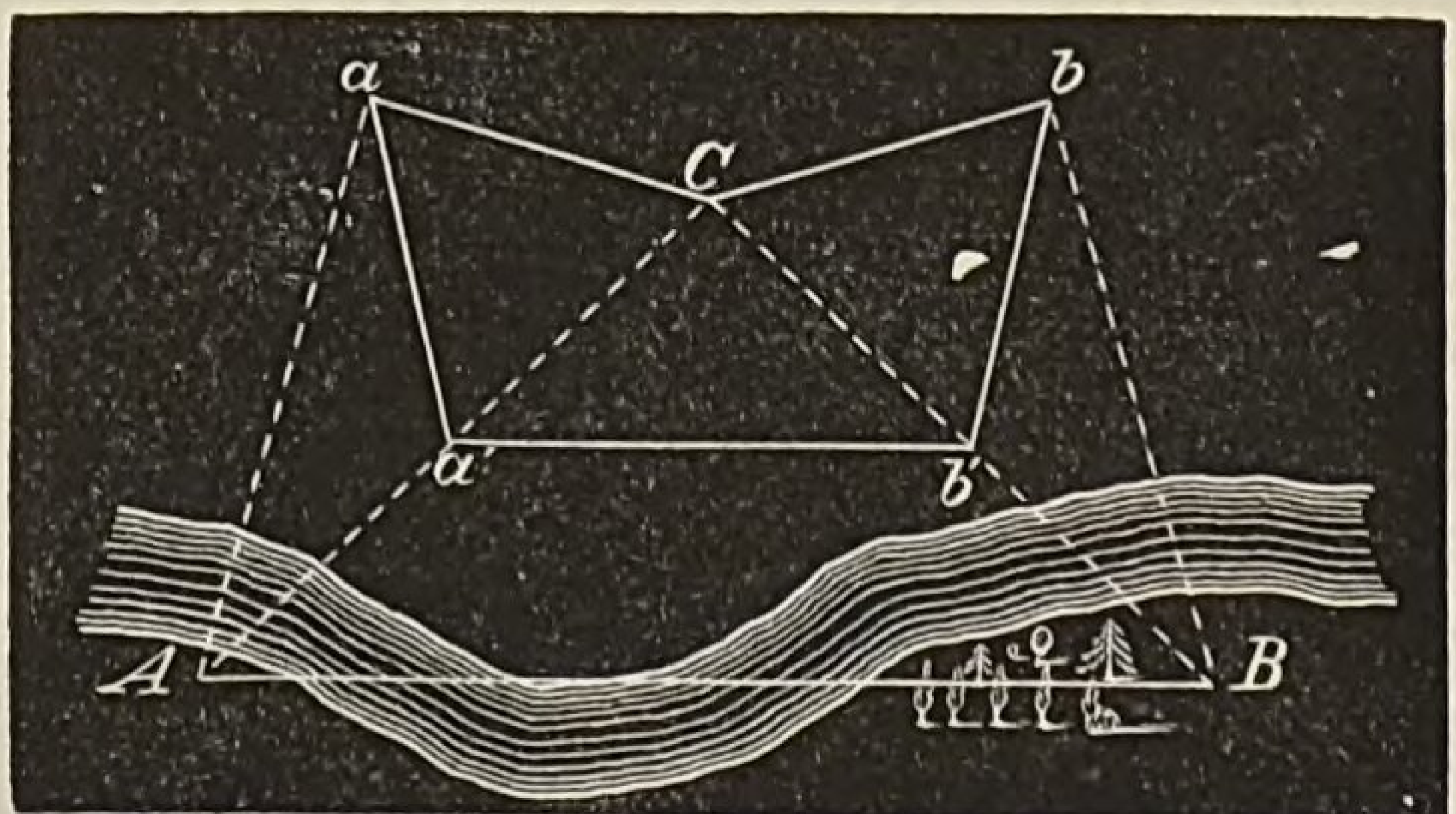
da nun $aC + bC = ab$ und $AC + BC = AB$, so ist auch $AB = 2 \cdot ab$ d. h. man findet die Länge der Linie AB, wenn man ab mißt und den gefundenen Betrag mit 2 multipliziert.

Um einzusehen, daß die Kathete aC immer gleich der halben Hypotenuse AC im rechtwinkeligen Dreiecke ACa ist, unter der Voraussetzung jedoch, daß Winkel $ACa = 60^\circ$, mache man nur $aC = eC$, so ist auch $ae = aC$. Nun aber ist Winkel $aAC = 30^\circ$, ebenso Winkel $Aae = 30^\circ$, und da ferner die in einem Dreiecke den gleichen Winkeln gegenüberliegenden Seiten einander gleich sind, so muß auch $Ae = ae = aC$ sein, d. h. es ist

$$aC = \frac{Ae + eC}{2} = \frac{AC}{2}.$$

b) Die Sicht von A nach B, Figur 35, ist geschlossen.

Auflösung 1. Die Lösung dieser Aufgabe fällt teilweise mit der vorhergehenden zusammen. Man wählt nämlich wieder einen Punkt C, von welchem sowohl nach A als nach B gesehen werden kann, und trägt hierauf an CA den Winkel aCa′, an CB den Winkel bCb′, beide = 60°. Fällt



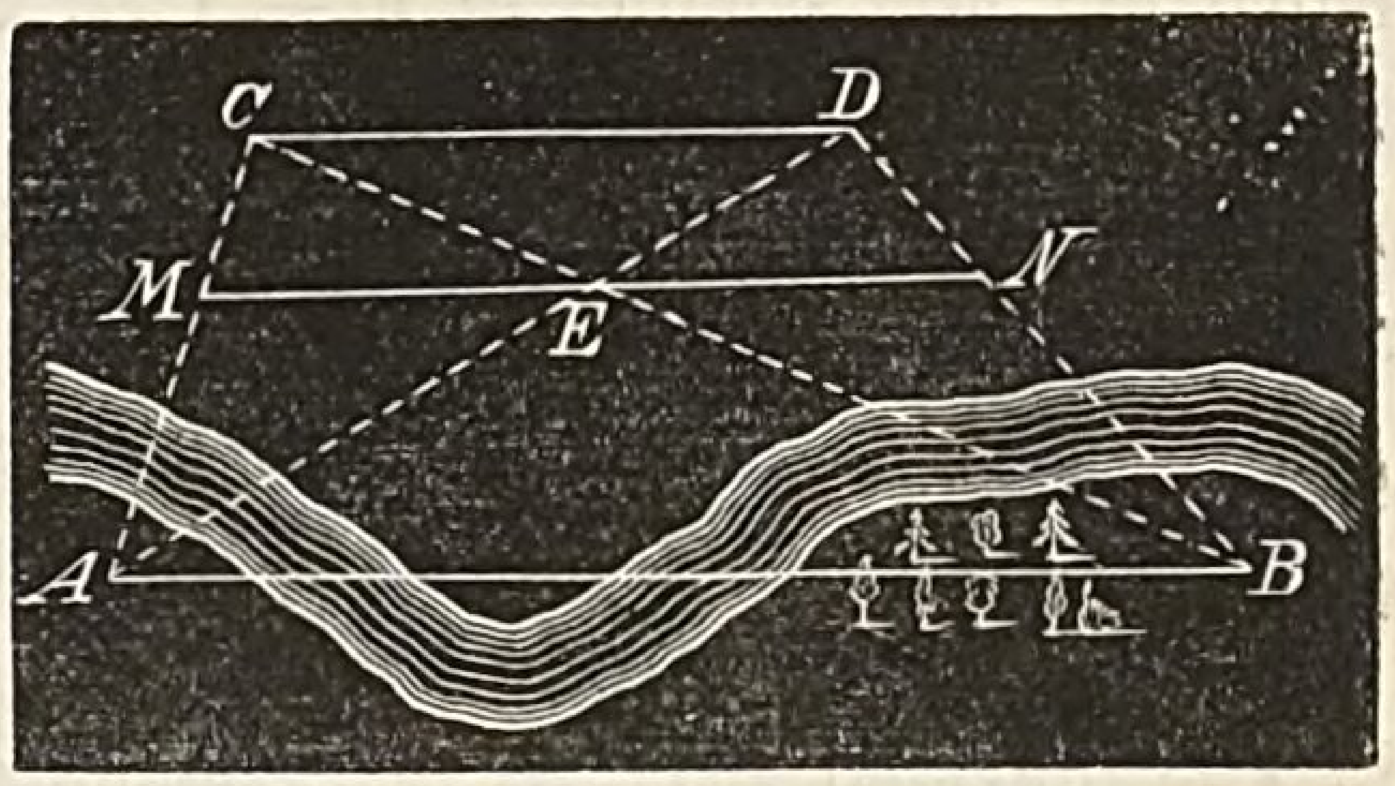
Figur 35.

man alsdann auf den Schenkel aC die Senkrechte Aa und auf den Schenkel Cb die Senkrechte Bb und macht ferner $aC = a'C$ und $bC = b'C$, so sind die Dreiecke aCa′ und bCb′ gleichseitig, und nach der vorigen Aufgabe $AC = 2 \cdot aC = 2 \cdot a'C$; ebenso $BC = 2 \cdot bC = 2 \cdot b'C$. Es werden somit die Seiten AC und BC des Dreiecks ABC in proportionale Teile geschnitten, d. h. es ist Dreieck ABC ähnlich a′b′C, und man hat die Proportion:

$$AB : a'b' = AC : a'C, \text{ oder}$$
$$AB : a'b' = 2 : 1 \text{ und}$$
$$AB = 2 \cdot a'b'.$$

Um daher die Länge AB zu erhalten, mißt man a' b' und nimmt diese Linie doppelt.

Auflösung 2. Man legt eine Standlinie CD, Figur 36, derart fest, daß sowohl von C als D nach A und B gesehen werden kann. Hierauf bestimmt man den Durchschnittspunkt E, welchen die beiden Geraden AD und CB mit einander bilden, mittelst eines Stabes, legt alsdann eine beliebige Gerade MN ziemlich parallel zu CD durch den Punkt E, bestimmt hernach auch die Durchschnittspunkte M und N mit der Geraden AC und DB und mißt schließlich sämtliche Seiten der Dreiecke CEM und DEN. Trägt man dann die Gerade MN im verjüngten Maßstabe auf ein Blatt Papier, verzeichnet auf diese mittelst der gegebenen Seiten die Dreiecke CEM und DEN, prüft ferner, ob die gemessene Linie CD zwischen die Punkte C und D hineinpaßt, verlängert dann die Seiten CM und DE rückwärts bis sie sich in A, und die Seiten CE und DN, bis sie sich in B schneiden, so erhält man die beiden Endpunkte A und B der zu messenden Linie AB im verjüngten Maßstabe. Nimmt man daher die Entfernung AB in den Zirkel, und greift die Zirkelöffnung auf demselben Maßstabe ab, so ergiebt sich auf dem Wege der Konstruktion die Länge der Linie AB.



Figur 36.

6. Von dem Nonius.

§ 17.

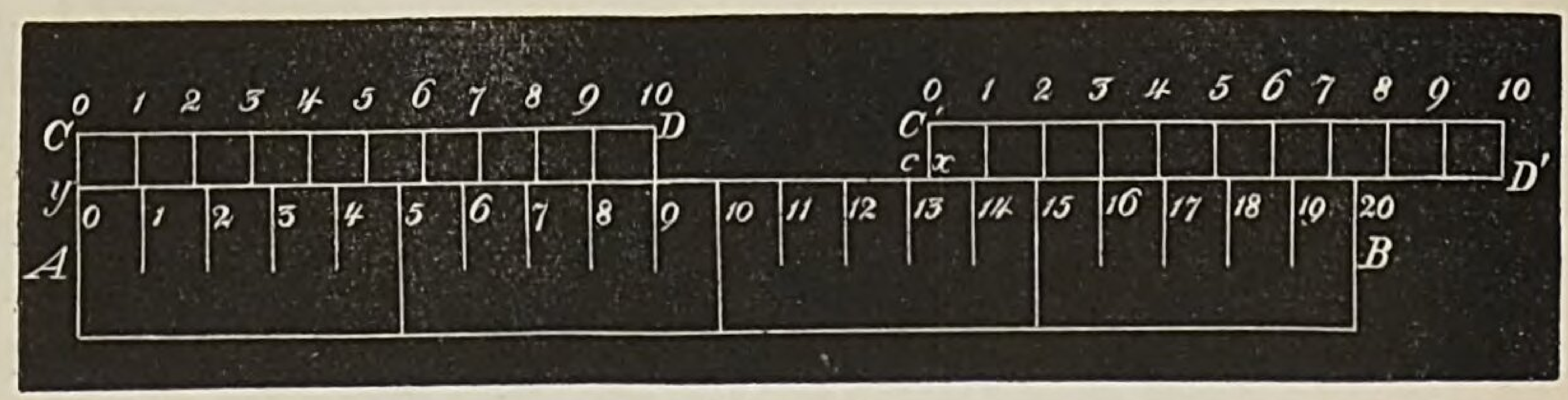
In den nächst vorhergehenden Paragraphen wurde gezeigt, wie mittelst der Meßkette oder der Meßlatte die Längen gerader Linien bis zu einer gewissen Genauigkeit gemessen werden können. Die Meßkette giebt jedoch die zu messenden Linien nur auf Decimeter, die Meßlatte höchstens auf Centimeter genau an, kleinere Längenbeträge müssen nach dem Augenmaß eingeschätzt werden. Obgleich nun für die gewöhnlichen Vermessungszwecke das Augenmaß, zum Ablesen noch kleinerer Beträge als Meßkette, Meßlatte u. s. w. direkt angeben, vollständig hinreicht, so giebt es doch auch eine

Menge geodätischer Operationen, bei welchen noch weit kleinere Teile von Linien und Gradbögen mit vollständiger Schärfe angegeben werden müssen.

Zur Messung solcher fast verschwindend kleinen Längengrößen dient die Noniusvorrichtung, Figur 37 und Figur 38, welche aus einem größeren Maßstabe AB, gewöhnlich Limbus genannt, und einem kleinern, an ersterem verschiebbaren Maßstabe CD, dem Nonius, besteht*). Der Limbus AB ist in eine gewisse Anzahl gleicher Teile geteilt, die Einteilung des Nonius CD ist aber der Art, daß die Länge von n (z. B. 9) Limbusteilen auf dem Nonius in n + 1 (z. B. 9 + 1 = 10), oder auch n Limbusteile (z. B. 11) in n − 1 (z. B. 11 − 1 = 10) gleiche Teile geteilt werden. Hiernach giebt es also zwei verschiedene Arten von Noniusvorrichtungen, nämlich:

A. Die Länge von n Limbusteilen ist auf dem Nonius in n + 1 Teile geteilt. (Nachtragender Nonius.)

Bezeichnet man nun, Figur 37, die Länge eines Limbusteiles mit a, so sind offenbar n (z. B. 9) Limbusteile = n · a = der ganzen Länge des Nonius CD.



Figur 37.

Da ferner im vorliegenden Falle die Länge des Nonius aus (n + 1) Teilen besteht, so muß notwendig die Länge eines solchen Noniusteiles ausgedrückt sein durch $\frac{n \cdot a}{n + 1}$.

*) Was den Namen Nonius betrifft, so sagt Bauernfeind in seiner Vermessungskunde, München 1862, hierüber folgendes: Der Name „Nonius" schreibt sich von dem Portugiesen Pero Nuñez (Petrus Nonius) her, welcher im Jahre 1492 ein Verfahren zur Messung kleiner Winkel angab, das später den niederländischen Schloßhauptmann Peter Werner veranlaßte, dem Nonius die Gestalt zu geben, welche soeben erklärt wurde und nunmehr näher betrachtet werden soll. In Deutschland ist für den Namen Nonius wohl auch der Name „Werner" im Gebrauch; häufiger aber nennt man ihn „Vernier", weil sich der genannte Erfinder in seiner im Jahre 1631 zu Brüssel erschienenen und französisch geschriebenen Abhandlung über den Nonius Pierre Vernier unterzeichnete.

Der Unterschied zwischen einem Limbusteile und einem Noniusteile ist daher: $a - \frac{n \cdot a}{n+1} = \frac{an + a - an}{n+1} = \frac{a}{n+1}$; d. h. es ist ein Noniusteil um $\frac{a}{n+1}$ eines Limbusteiles kleiner.

Ebenso wird naturgemäß der Unterschied zwischen zwei Teilen des Limbus und zwei Teilen des Nonius $\frac{2 \cdot a}{n+1}$, der Unterschied zwischen drei Teilen aber $\frac{3 \cdot a}{n+1}$ sein, u. s. w.

Da z. B. nach Figur 37 auf 9 Teile des Limbus 10 Teile des Nonius gehen, so muß, wenn die Nullpunkte des Nonius und Limbus übereinander gelegt werden, der erste Teilpunkt des Nonius um $^1/_{10}$ a, d. h. um $^1/_{10}$ des ersten Teilstriches des Limbus, ebenso der zweite Teilstrich um $^2/_{10}$, der dritte Teilstrich um $^3/_{10}$ des letztern abstehen.

Sollte nun etwa die Länge der Linie y x, Figur 37, mit Hilfe des Nonius bestimmt werden, so rückt man denselben der Art an der Kante des Limbus nach C′ D′ hin, daß der Nullpunkt des Nonius genau mit dem Endpunkte x der Linie y x zusammenfällt, wodurch der Nonius um $yc + cx = 13$ Teile $+ cx$ verschoben wird. Um nun noch das Stückchen c x zu ermitteln, läßt man das Auge an der Bezifferung des Nonius soweit hingleiten, bis ein Noniusstrich erscheint, welcher mit einem Limbusstriche genau zusammenfällt. Im vorliegenden Falle ist dies der Strich 3, woraus also nach dem vorhergehenden folgt, daß $cx = {}^3/_{10}$ einer Einheit des Limbus enthält, die ganze Linie y x also 13,3 Limbusteile in sich schließt.

Wäre somit die Größe eines Limbusteiles = 1 cm, so würde die gemessene Linie = 13,3 cm u. s. w. sein.

Nach der soeben beschriebenen Noniuseinrichtung werden Nonius- und Limbusteile nach ein und derselben Richtung gezählt.

B. Die Länge von n Limbusteilen ist auf dem Nonius in n − 1 Teile geteilt. (Vortragender Nonius.)

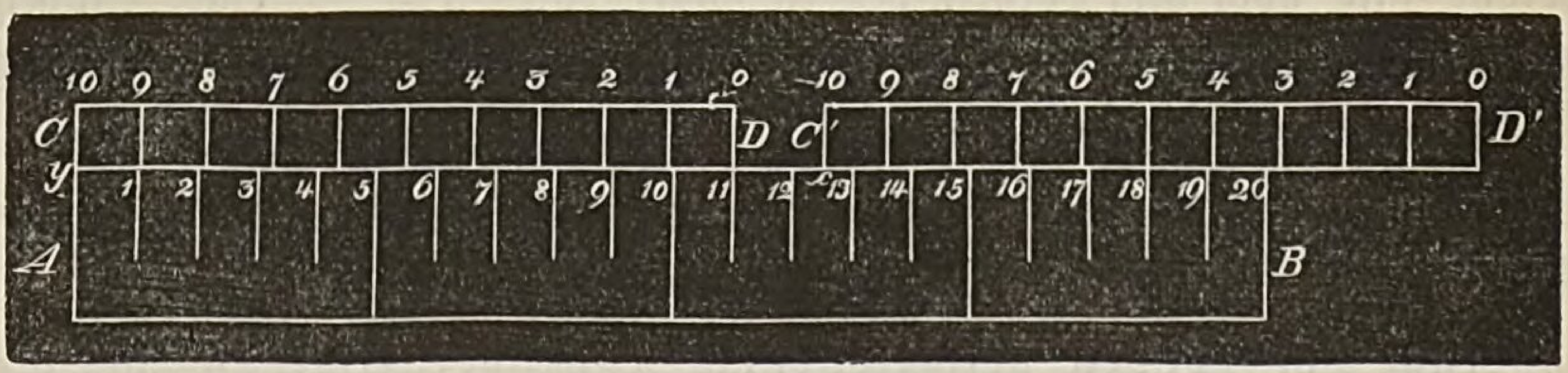
Bezeichnet man, Figur 38, (wie bei **A.**) die Länge eines Limbusteiles wieder mit a, so können auch n Limbusteile = n · a = der ganzen Länge des Nonius gesetzt werden.

Da nun sämtliche Noniusteile n − 1 Limbusteile enthalten, so muß die Größe eines Noniusteils ausgedrückt sein durch $\frac{n \cdot a}{n - 1}$, und es ist mithin die Differenz zwischen einem Noniusteile $\left(\frac{n \cdot a}{n - 1}\right)$ und einem Limbusteile (a) ausgedrückt durch $\frac{n \cdot a}{n - 1} - a = \frac{n \cdot a - n \cdot a + a}{n - 1} \quad \frac{a}{n - 1}$ d. h. in diesem Falle ist ein Noniusteil um $\frac{a}{n - 1}$ eines Limbusteiles größer.

Ebenso ist auch der Unterschied zwischen zwei Teilen des Nonius und zwei Teilen des Limbus $= \frac{2 \cdot a}{n - 1}$, der Unterschied zwischen drei Teilen aber $= \frac{3 \cdot a}{n - 1}$ u. s. w.

Da nun nach Figur 38 auf 11 Teile des Limbus 10 Teile des Nonius gehen, so giebt auch hier wieder der erste Teilstrich des Nonius $\frac{a}{11 - 1} = {}^1/_{10}\,a$, d. h. $^1/_{10}$ der Länge des Limbusteiles, der zweite Teilstrich aber $^2/_{10}$, der dritte $^3/_{10}$ eines solchen an, nur mit dem Unterschiede, daß die Noniusstriche jetzt in entgegengesetzter Richtung mit den Limbusstrichen laufen.

Soll z. B. die Länge der Linie y x gemessen werden, so schiebt man den Nonius C D über alle ganzen Einheiten des Limbus hinaus, bis er



Figur 38.

in die Lage C′ D′ kommt, wo sich dann 12 Einheiten + dem Stückchen 12,x ergeben.

Um nun noch die Größe von 12,x zu erhalten, läßt man das Auge wieder über den Nonius hingleiten und findet, daß der 5. Teilstrich desselben mit einem Limbusstriche zusammenfällt, d. h. 12,x ist = $0{,}_5$ einer Limbuseinheit und somit y x = $12{,}_5$.

Die vorzüglichste Anwendung findet der Nonius bei allen geodätischen Operationen, welche eine sehr genaue Bestimmung auch nur kurzer Linienteile erfordern. Aber auch bei den besseren Winkelmeßinstrumenten sind die Noniusvorrichtungen zur Angabe sehr kleiner Winkel unentbehrlich; denn es ist z. B. unmöglich die verschiedenen Grade einer Kreisscheibe in einzelne Minuten oder diese gar wieder in Sekunden zu teilen, weil sich die vielen Teilstriche jedenfalls decken würden. Das Verfahren, die Nonien an Winkelmeßinstrumenten zu konstruieren, weicht jedoch von dem vorhin beschriebenen nur darin ab, daß dort die Noniusvorrichtung geradlinig ist, hier aber der Limbus eine Kreisscheibe bildet, in welche sich der Nonius enge anschließt. Wäre z. B. die Limbusscheibe nach neuer Decimalteilung in lauter halbe Grade geteilt, und betrügen etwa 49 solcher halber Grade auf dem Nonius 50 Teile, oder 51 halbe Grade auf dem Nonius 50 Teile, so könnte man die Winkel bis auf $^1/_{50}$ halbe Grade oder bis auf 1 Minute genau ablesen.

Da die Noniuseinteilung an Winkelmeßinstrumenten meist sehr klein ist, so bedient man sich zur Vergrößerung guter Lupen.

Öfter ereignet es sich hierbei, daß nicht ein einziger Noniusstrich mit einem Limbusstriche genau zusammenfällt, in welchem Falle man dann noch kleinere Teile, als der Nonius direkt angiebt, (etwa halbe Minuten) nach dem Augenmaß einschätzen kann.

Zum Einstellen der Nonien auf den richtigen Beobachtungspunkt dienen, wenn die abzulesenden Entfernungen sehr klein sind, sorgfältig gearbeitete Mikrometerschrauben.

B. Von der Aufnahme, Zeichnung und Berechnung der Flächen.

Dritter Abschnitt.

Von den Vermessungsarbeiten mit Instrumenten zum Abstecken bestimmter Winkel.

Vorbemerkungen.

§ 18.

Soll eine Fläche vermessen werden, so muß man die gegenseitige Lage ihrer einzelnen Umfangspunkte derart bestimmen, daß aus den Ergebnissen der Aufnahme sowohl ein vollständig ähnliches Bild von der Figur gezeichnet, als auch der Flächeninhalt ermittelt werden kann. Die theoretische Geometrie löst diese Aufgabe mittelst Bestimmung der Koordinaten der einzelnen Punkte dadurch, daß sie auf eine zweckmäßig angenommene Stand- oder Abcissenlinie von allen Grenzpunkten der Figur Senkrechte fällt, die Länge dieser Abstände (Ordinaten) bestimmt, und überdies auch die Entfernungen von den Fußpunkten der Ordinaten bis zu einem auf der Abscissenlinie angenommenen Nullpunkte mißt.

In der praktischen Geometrie wird in vielen Fällen, namentlich bei kleinen Aufnahmen, ganz ähnlich verfahren, und es handelt sich deshalb zunächst darum, die Mittel kennen zu lernen, wie solche senkrechte Linien am zweckmäßigsten auf eine beliebig in der Natur abgesteckte Gerade gefällt werden können.

Hierzu werden am häufigsten Kreuzscheiben, Winkelkreuze oder verschiedene Arten Spiegelinstrumente verwendet. Die Aufnahme mit diesen Instrumenten zeichnet sich durch große Einfachheit, bei sorgfältiger Handhabung derselben, auch durch genügende Zuverlässigkeit aus und kommt namentlich bei der Vermessung kleinerer Grundstücke, z. B. Äcker, Wiesen, Waldblößen, Holzschlägen u. s. w. in Anwendung, ist überhaupt in allen Fällen am Platze, wo dem Messenden keine teueren und komplizierten

Instrumente zur Verfügung stehen, oder derselbe diese nicht zu handhaben versteht.

I. Beschreibung der nötigen Instrumente.

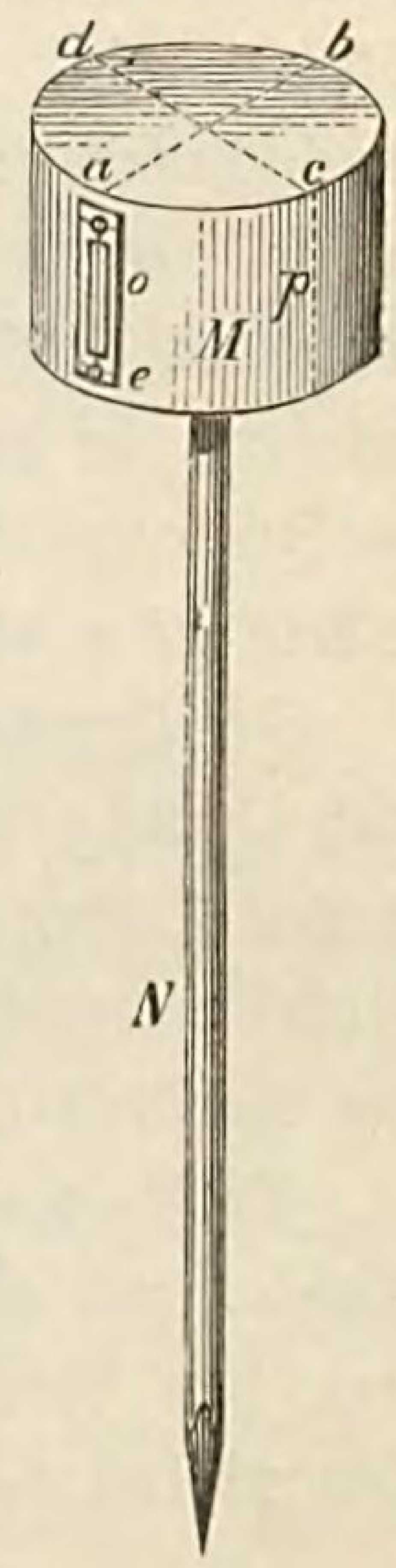
1. Beschreibung, Prüfung und Berichtigung der Kreuzscheiben.

§ 19.

Die Kreuzscheiben erscheinen unter sehr verschiedenen Formen und Einrichtungen, welche jedoch alle die Absteckung von senkrechten Linien (rechten Winkeln) bezwecken. Hier sollen nur die gewöhnlichsten Formen beschrieben werden:

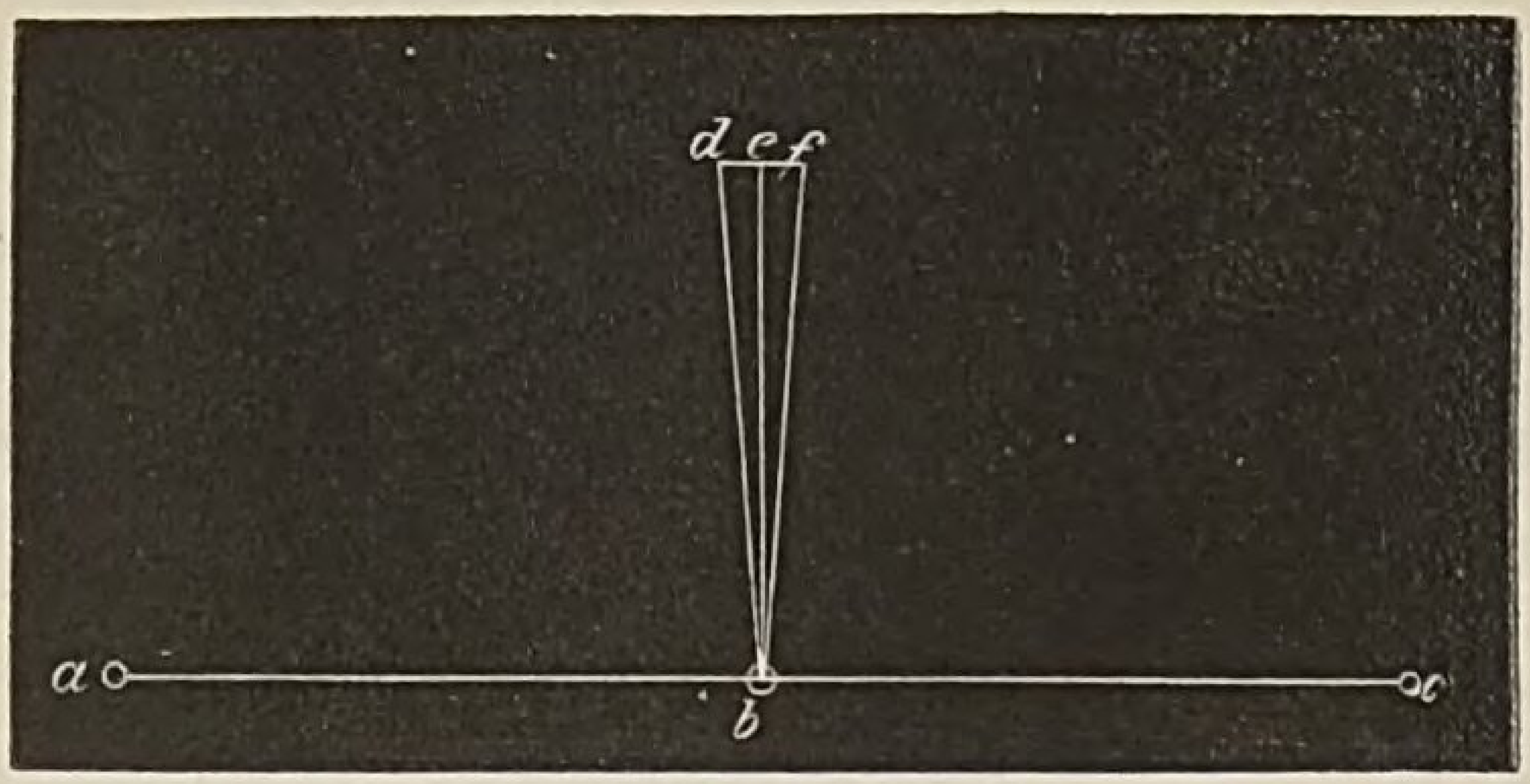
A. Die cylinderförmige Winkeltrommel.

Sie besteht aus einem hohlen Cylinder von Messing oder Eisenblech von 0,10—0,12 Meter Höhe und demselben Durchmesser (Fig. 39). In dem Mantel des Cylinders befinden sich bei a und d zwei senkrechte Einschnitte, in deren Mitte ein feines Roßhaar gespannt ist. Diesen diametral gegenüber sind bei b und c (siehe p) eine Anzahl kleiner Diopteröffnungen in vertikaler Richtung angebracht, von welchen aus das Auge die gegenüberliegenden Roßhaare erblicken und sie als Visier (Diopter) benutzen kann. Die zwei Ebenen, welche man sich durch die bei a und d gespannten Roßhaare und die Diopter b und c senkrecht gelegt denken kann, müssen sich rechtwinkelig durchschneiden. Damit das Instrument genau dieser Anforderung entspreche, d. h. damit die Ritzen vollständig senkrecht zu einander gerichtet werden können, ist es notwendig, daß zum Zweck der Korrektion die eine Ritze a o verschiebbar gemacht wird, wozu die Schräubchen a und e dienen. Werden dieselben nämlich gelüftet, so kann das Schild o, auf welchem das Roßhaar befestigt ist, nach links und rechts geschoben, also beliebig verrückt werden. Im Mittelpunkte der unteren Cylindergrundfläche befindet sich endlich noch eine Schraubenmutter, in welche ein einfaches Stockstativ M N von etwa 1,4 Meter Länge, welches unten eine Spitze besitzt und mit Eisen gut beschlagen ist, eingeschraubt werden kann. Diese Winkeltrommel ist sehr zu empfehlen, sie kostet 20 Mk.



Figur 39.

Um dieses Instrument auf seine Richtigkeit zu prüfen, steckt man zuerst in einem möglichst ebenen Terrain eine Gerade a b c, Figur 40, mittelst dreier Stäbe ab, nimmt hierauf den Stab in b heraus und steckt die Winkeltrommel genau senkrecht an derselben Stelle ein. Nun richtet man die eine Visiervorrichtung genau in den Stab a ein, sieht alsdann durch die andere Okularritze und bestimmt in einer nicht zu kleinen Entfernung den Punkt d durch einen Stab. Dreht man hierauf die Winkeltrommel um einen rechten Winkel herum und richtet die eine Visur in den Stab c ein, so muß die andere genau den vorher bestimmten Stab d durchschneiden; ist dies nicht der Fall, zeigt die Visur vielmehr nach f hin, so ist das Instrument fehlerhaft und es zeigt die Entfernung d f den doppelten Fehler an. Dieser wird dadurch korrigiert, daß man die Linie d f halbiert, in der Mitte einen Stab e aufstellt und nun die bewegliche Ritze am Instrumente so lange verschiebt, bis die eine Visiervorrichtung, wenn die andere in a oder c eingestellt ist, genau mit dem Stabe in e zusammenfällt.



Figur 40.

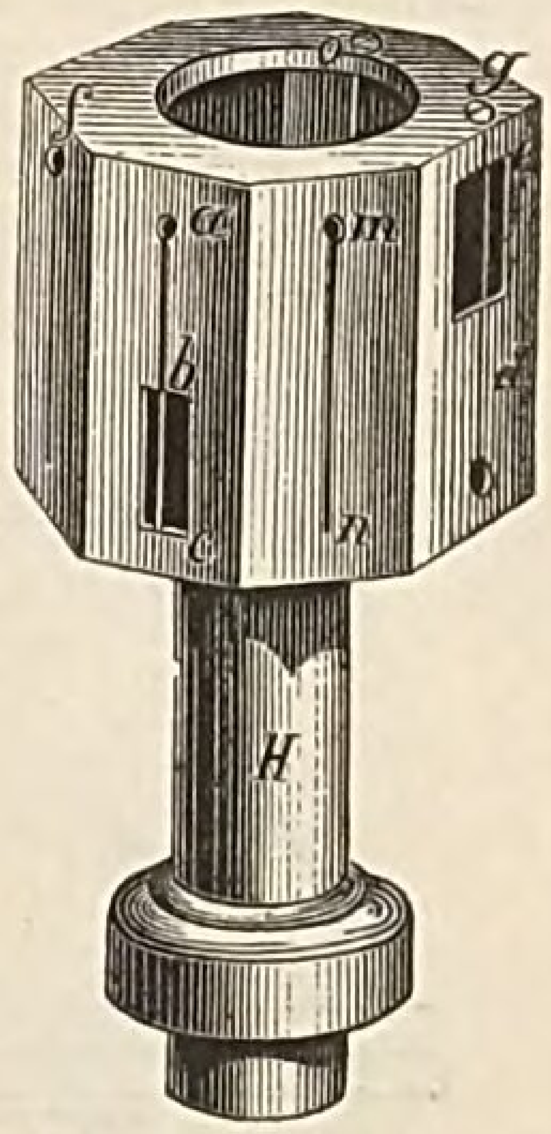
In Ermangelung der soeben beschriebenen Winkeltrommel findet man auch häufig den Cylinder durch einen Würfel mit 10—15 Centimeter großen Seiten von Holz ersetzt, in welchem 4—6 Centimeter tiefe, sich rechtwinkelig durchkreuzende, feine Sägeschnitte angebracht sind, welche dann, wie die Ritzen, als Visierrichtungen dienen.

Diese einfachste aller Kreuzscheiben hat den Vorteil, daß sie jeder Tischler aus einem Stückchen Holz leicht um weniges Geld anfertigen kann, aber den Nachteil, daß sie keiner Korrektion fähig ist, überhaupt auch an Genauigkeit der vorigen etwas nachsteht.

B. Die prismatisch geformte Winkeltrommel.

Dieses Instrument (Figur 41) ist nicht cylinderförmig, sondern besteht aus einem achteckigen regelmäßigen Prisma von ca. 7,5 Centimeter Höhe und 6 Centimeter Durchmesser. In das hohle Prisma ist eine ca. 6 Centi=

meter lange Hülse H geschraubt, in welche, wie bei der vorigen Form, ein gewöhnliches Stockstativ eingesteckt werden kann.



Figur 41.

Vier Seiten, f, g, m und o des Prismas, wovon je zwei parallel sind und jedes Paar auf dem andern senkrecht steht, haben durchgehende feine Ritzen, z. B. m n, während auf jeder der übrigen vier Seiten gleichzeitig eine Ritze a b als Okular und ein ausgespanntes Pferdehaar b c als Objektiv dient. Es ist einleuchtend, daß je zwei gegenüberstehende Visierebenen senkrecht aufeinander stehen und sich in der Achse der Trommel durchschneiden müssen, welche auch die Achse der Hülse und des Stockstativs ist. Dagegen bilden die Visierebenen o m und o a u. s. w. Winkel von 45° oder ½ R. mit einander. Man kann daher mit diesem Instrumente Winkel von 90° und 45° abstecken. Gebrauch, Prüfung und Berichtigung dieses Instrumentes stimmen ganz mit dem unter A dieses Paragraphen beschriebenen Verfahren überein.

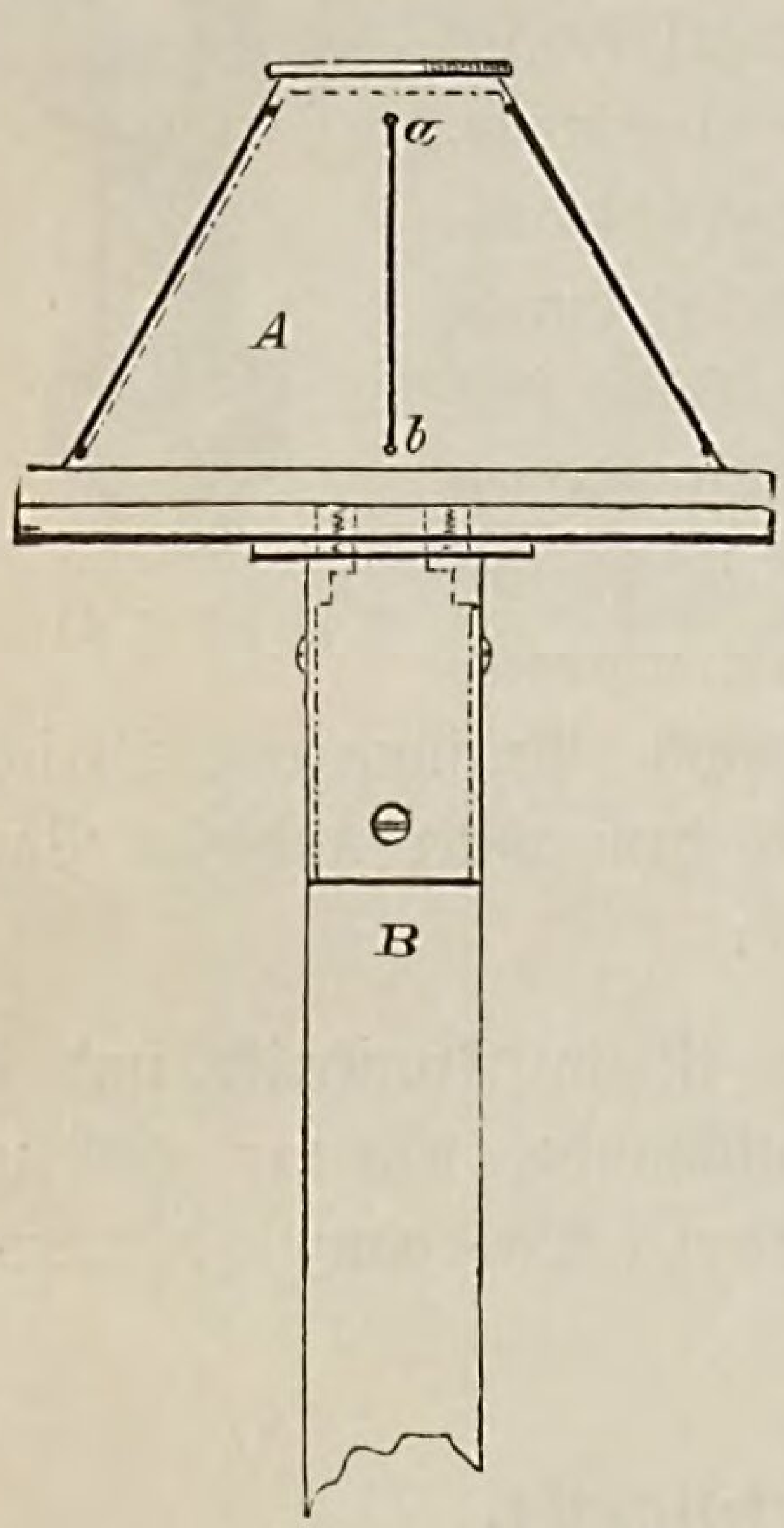
Die prismatisch geformte Winkeltrommel ist in Frankreich und der Schweiz, aber auch in einzelnen Teilen Deutschlands, sehr verbreitet und kann für gewöhnliche Arbeiten empfohlen werden. Das ganze Instrument kostet 10—15 Mk.

C. Die kegelförmige Winkelscheibe.

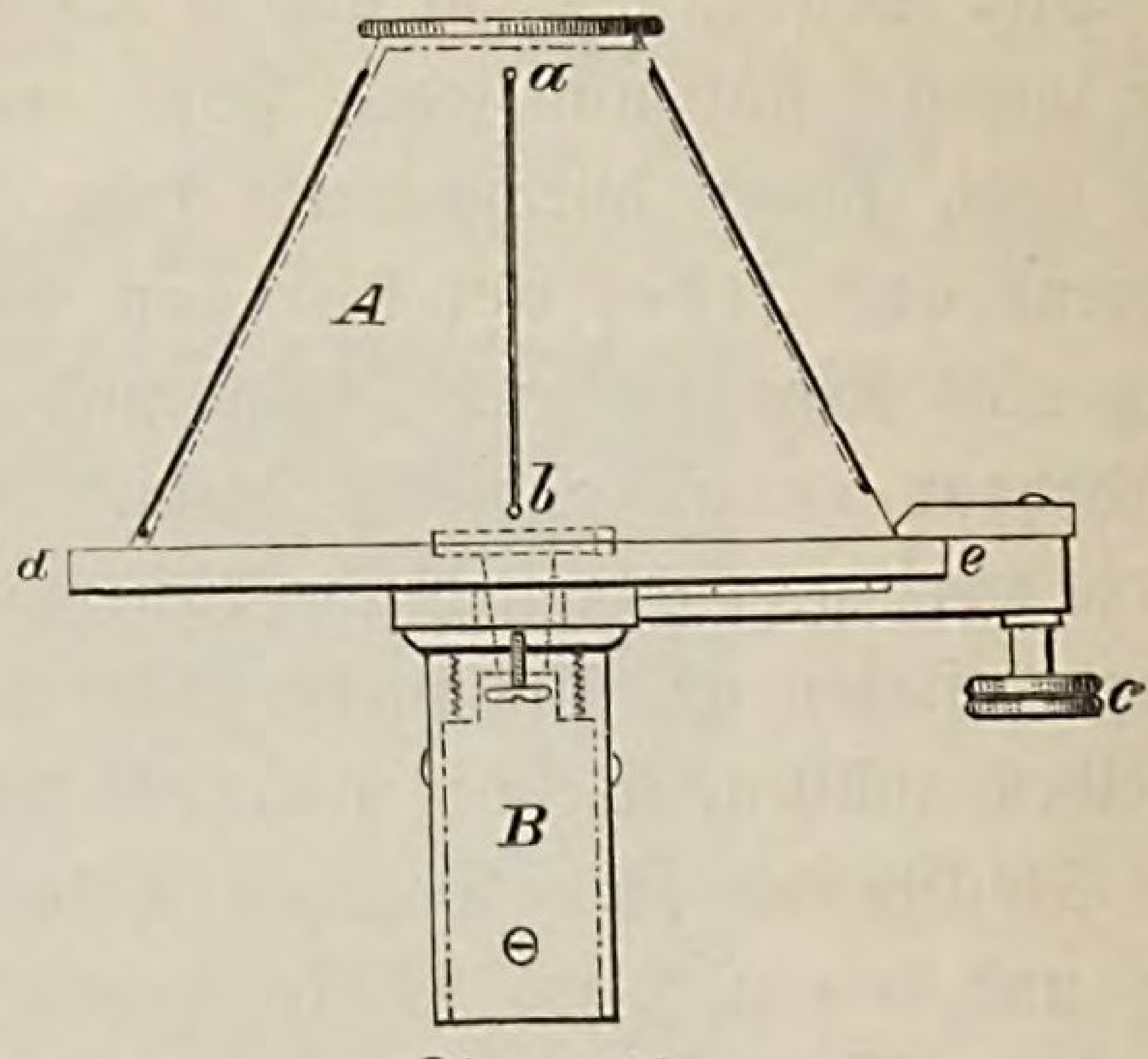
Hier besteht der wesentlichste Teil des Instrumentes aus einem hohlen abgestutzten ebenen Kegel A von Messing, in welchen ein gewöhnliches, unten mit einer eisernen Spitze versehenes Stockstativ eingelassen ist (Figur 42). In diesen Hohlkegel sind vier Ritzen a b, Figur 42, eingeschnitten, welche sich rechtwinkelig durchschneiden, Figur 44, so daß mit diesem Instrumente, wie mit den beiden vorher beschriebenen, rechte Winkel abgesteckt und Perpendikel gefällt werden können. Das ganze Instrument kostet 20 Mk.

Öfters ist der äußere untere runde Rand d e, Figur 43, noch in Grade eingeteilt und mit einer noch 5 Minuten angebenden Noniusvorrichtung n, Figur 44, versehen, so daß man mit diesem Instrumente, wenn es senkrecht in die Erde eingesteckt ist, noch Winkel von 5 zu 5 Minuten messen kann. In letzterem Falle läßt sich dann die Winkelscheibe A,

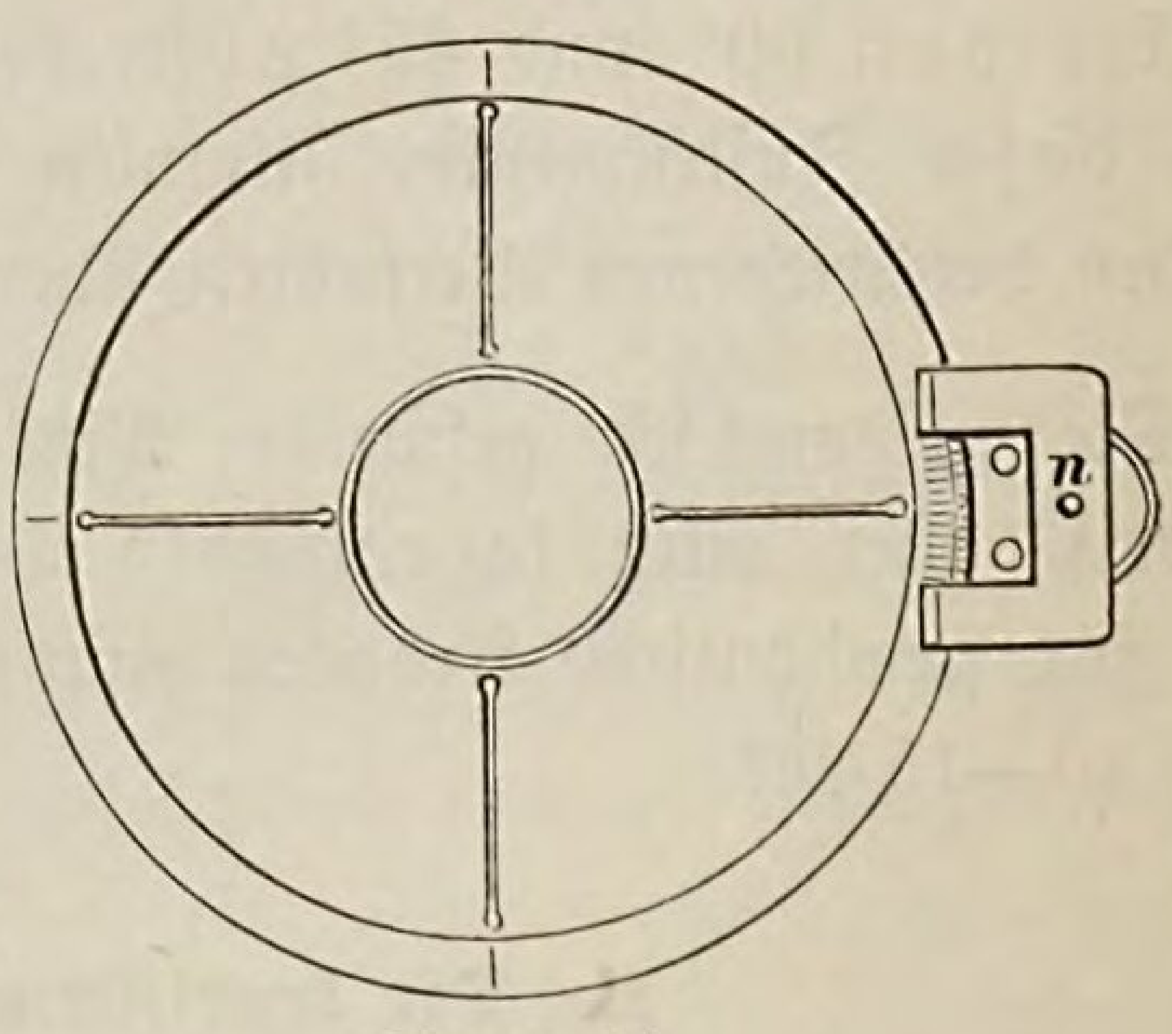
Figur 43, wenn man die Schraube c öffnet, im Kreise herumführen und auch wieder beliebig festschrauben. Die Figur 43 abgebildete Form kostet 40 Mk.



Figur 42.



Figur 43.



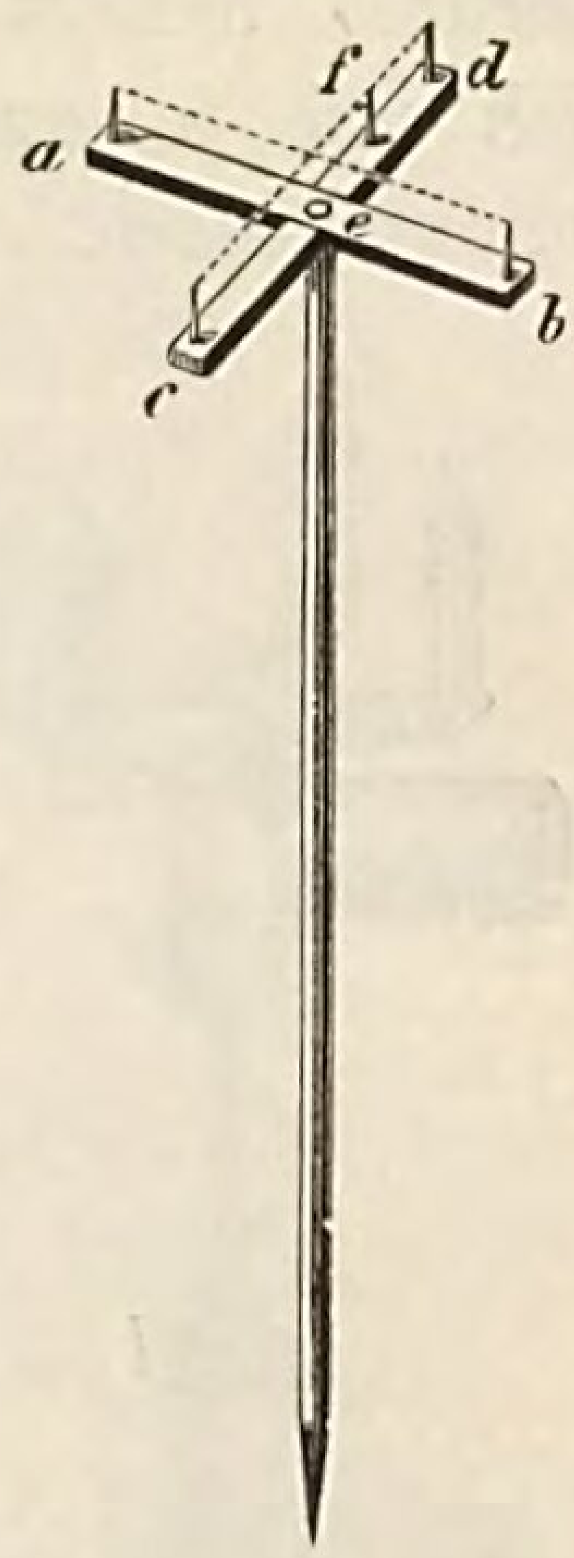
Figur 44.

Gebrauch, Prüfung und Berichtigung der kegelförmigen Winkelscheibe fällt mit dem unter A dieses Paragraphen beschriebenen Verfahren überein, doch arbeitet namentlich der Anfänger mit diesen Instrumenten, welche in Württemberg sehr verbreitet sind, nicht so leicht, und ziehen wir daher die unter A beschriebene Form oder das beim Transport sehr bequeme Winkelkreuz mit Dioptern (§ 19 E) vor. Dagegen kann man mit diesem Instrumente, wegen der kegelförmigen Gestalt an Bergabhängen, leichter auf- und abwärts visieren.

D. Das Winkelkreuz mit Stahlstiften.

Es besteht in der Regel aus zwei senkrecht auf einander stehenden 12—18 Centimeter langen Leisten a b und cd, Figur 45 von Holz, Stahl oder Messing, auf deren Enden vier Stahlspitzen a, b, c und d so ange-

bracht sind, daß die durch dieselben gehenden Visuren a b und c d sich rechtwinkelig durchschneiden. Dieses Winkelkreuz wird auf einem Stockstativ befestigt und wie die andern Formen von Kreuzscheiben auf seine Richtigkeit geprüft.



Figur 45.

Sind die Abstände der Stifte von dem Mittelpunkte e alle einander gleich, so bilden die Stifte a, b, c und d ein Quadrat. Visiert man daher das eine Mal nach der Diagonale a b und das andere Mal nach der Seite a d oder a c, so muß der Winkel e a d oder e a c = 45° sein. Bringt man aber zwischen e d noch einen Stift f an, so daß e f = 0,5773 e d ist, so muß der Winkel e a f = 30°, der Winkel f a c = 75° und e f a = 60° sein. Man kann daher mit diesem Instrumente Winkel von 30°, 45°, 60°, 75° und 90° alte Teilung abstecken.

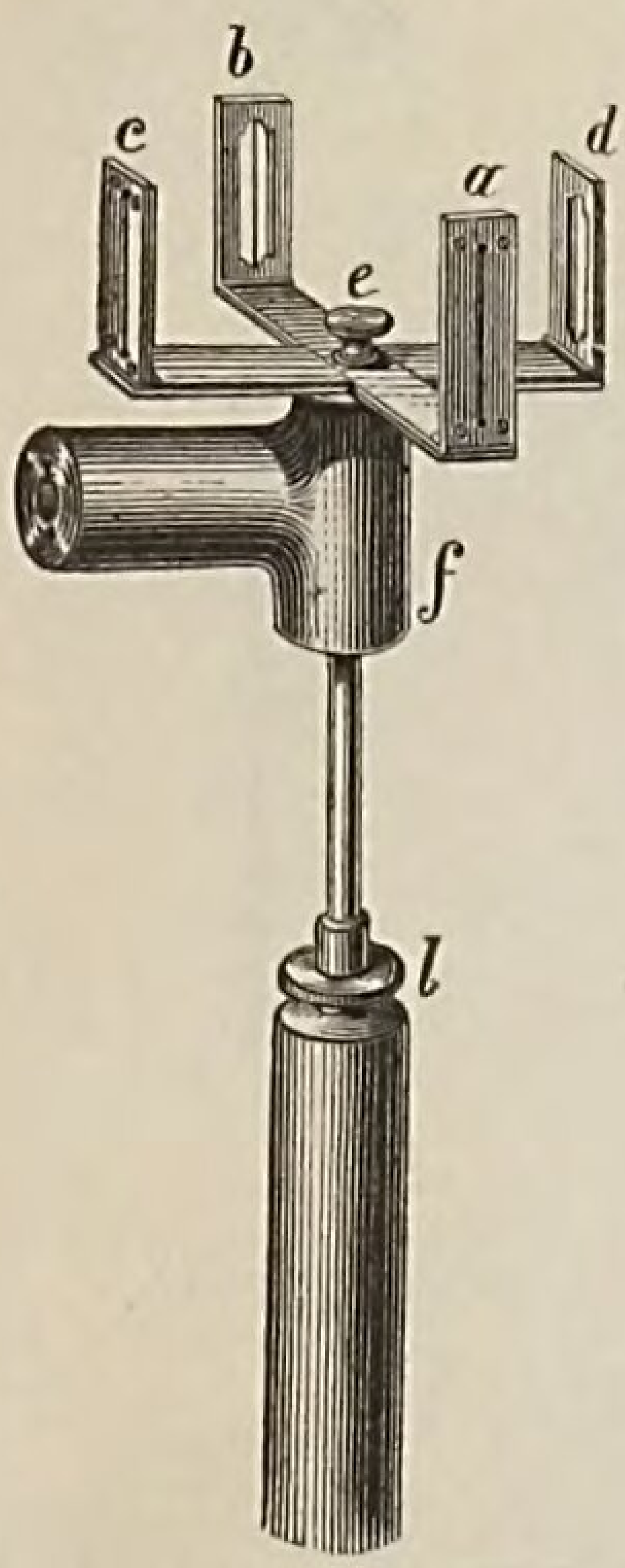
E. Das Winkelkreuz mit Diopteru.

Statt auf das soeben beschriebene Winkelkreuz Stahlstifte senkrecht zu errichten, kann man senkrecht auf den vier Endpunkten des Kreuzes auch Roßhaardiopter anbringen, wodurch die Visierrichtung jedenfalls noch richtiger bestimmt wird.

Nach diesem Prinzipe haben wir das nachstehende Instrument Figur 46, konstruirt, welches sich viel leichter als die übrigen Formen von Kreuzscheiben transportieren läßt, sich durch große Genauigkeit auszeichnet und namentlich den Bedürfnissen des Forst- und Landwirtes entsprechen dürfte, die öfter Versuchs- und Probeflächen, Forstgärten, Wiesen, Grundstücke u. s. w. abstecken und vermessen müssen, sich aber nicht gerne mit den verhältnismäßig schweren, großen und darum unbequemen seither üblichen Formen von Kreuzscheiben belästigen wollen. Die einzelnen Teile dieses Instrumentes sind:

Ein etwas kräftiger Spazierstock, welcher mit eiserner Spitze, gebogenem Holzgriffe versehen und ähnlich einem Stockdegen durchbohrt ist. Wird die Schraube l in der Richtung von links nach rechts nur einmal umgedreht, so kann der vorher feste und auf l aufsitzende Griff f, welcher auf einem stark federspuldicken Eisenstab befestigt ist, nun bis auf Brusthöhe ausgezogen und durch einmalige Umdrehung der Schraube l in entgegengesetzter Richtung festgestellt werden. Der Spazierstock dient jetzt als Stativ, auf

welches mittelst der Schraube e die beiden Messingdiopter ab und cd fest und so angeschraubt werden können, daß sie sich genau rechtwinkelig durchschneiden.



Figur 46.

Wie aus Figur 46 hervorgeht, sind die beiden Messingplättchen b und d in der Mitte ausgeschnitten und mit einem feinen Roßhaare durchspannt, während in die beiden anderen Messingplättchen a und c nur eine ganz feine Ritze geschnitten ist. Die in der Ritze a und dem Roßhaar b, sowie der Ritze c und dem Roßhaar d liegenden beiden Ebenen müssen senkrecht aufeinander stehen und sich in dem Punkte e, welcher zugleich die Achse des Stativs bildet, durchschneiden. Prüfung und Berichtigung des Instrumentes erfolgt in der unter A dieses Paragraphen beschriebenen Weise.

Dadurch, daß die Messingplättchen b und d auf beiden Seiten der gespannten Roßhaare durchbrochen sind, ist es möglich, einen beträchtlichen Teil der Landschaft bei dem Visieren zu überblicken, wodurch das Abstecken von rechten Winkeln und Perpendikeln, gegenüber den Kreuzscheiben, Figur 42 und 43, sehr wesentlich erleichtert wird.

Ein weiterer Vorzug dieses Instrumentes besteht darin, daß sich die Diopter a, b, c und d nach e hin zusammenlegen und nach Auflösung der Schraube e einzeln herausnehmen lassen. Hierdurch ist man in Stand gesetzt die ganze Visiervorrichtung in ein etwa 12 Centimeter langes, 6 Centimeter breites und 3 Centimeter hohes Etui zu legen und bequem in der Rock- oder Hosentasche nachzutragen.

Nach dem Gebrauche wird die ganze Visiervorrichtung, nach Öffnung der Schraube e, weggenommen und samt letzterer im Etui aufbewahrt. Hierauf durch eine Umdrehung die Schraube l geöffnet, der Stockgriff bis l eingedrückt, die Schraube l wieder geschlossen, so daß dann der Stock wieder einem gewöhnlichen Spazierstock gleicht. — Wir können dieses Instrument, welches wir durch Mechanikus Zimmer, jetzt L. Tesdorpf, in Stuttgart, samt allem Zubehör fertigen lassen, allen, welche mit kleineren Vermessungen zu thun haben, nur empfehlen.

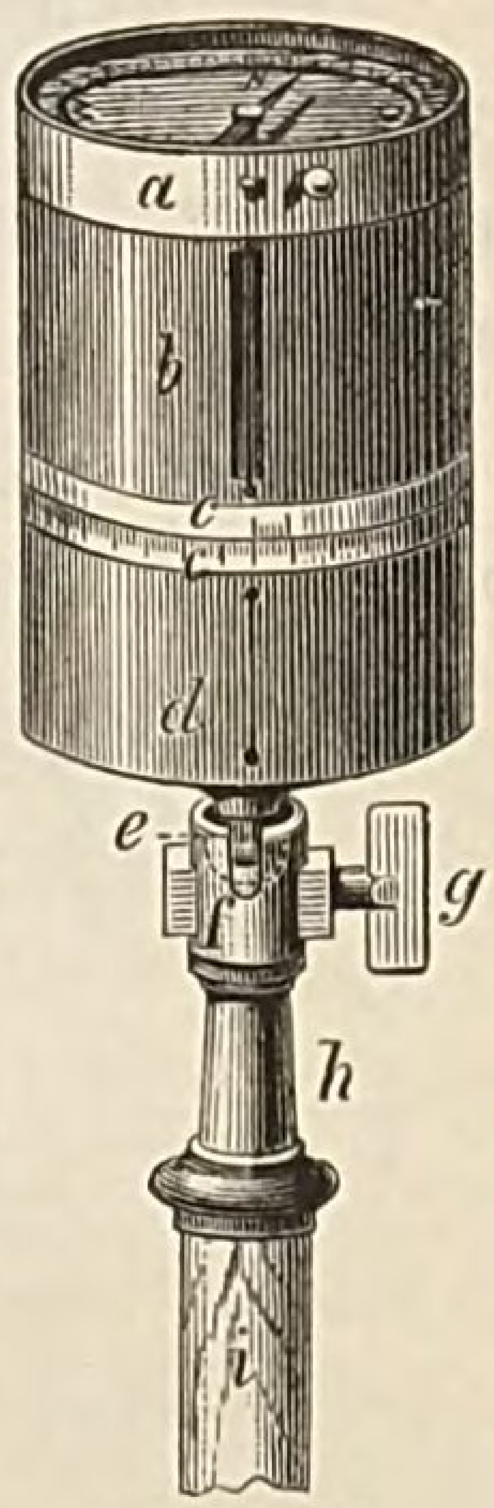
Sollen nun mit Hilfe der soeben beschriebenen Kreuzscheiben auf eine vorher abgesteckte gerade Linie Senkrechte von außerhalb derselben liegenden

Punkten gefällt werden, so hat man nur nötig, sich genau in der gegebenen Linie aufzustellen, die eine Visur sorgfältig in dieselbe einzurichten und nun in dieser Stellung sich so lange auf der Linie auf- und abzubewegen, bis nach und nach sämtliche Punkte scharf mit der anderen Visierrichtung zusammenfallen. So oft dieser Fall eintritt, ist der Fußpunkt eines Perpendikels gefunden. Ganz in ähnlicher Weise können von gewissen Punkten einer Geraden aus auch Senkrechte auf dieselbe errichtet werden.

F. Das Pantometer.

Das Pantometer, Figur 47, oder die verbesserte Winkeltrommel, dient zur schnellen Winkelaufnahme und zum Zeichnen von Polygonen; es soll ferner die Kreuzscheibe beim Abstecken bestimmter Winkel ersetzen.

Das Instrument besteht aus zwei übereinander stehenden messingenen Cylindern, hat eine Höhe von 102 Millimetern und einen Durchmesser von 90 Millimetern. Auf dem oberen Cylinder b, mit zwei um 90° von einander abstehenden Diopten, sitzt eine Boussole a mit einer arretierbaren, 75 Millimeter langen Magnetnadel und einem in einzelne Grade geteilten versilberten Kreis. Der obere Cylinder b dreht sich um einen mit dem unteren Cylinder verbundenen Zapfen. An dem oberen Teile des Cylinders d sowohl, wie am oberen b, ist bei c c′ ein Kreis aus Neusilber aufgelötet. Auf c′ befindet sich eine Einteilung in einzelne Grade, auf c aber ein Nonius, wodurch eine Ablesung von 2 Minuten möglich wird. Der untere Teil des Cylinders d hat ebenfalls zwei um 90° von einander abstehende Diopter.



Figur 47.

Endlich ist in dem Boden des Cylinders d ein Zapfen e eingeschraubt, welcher in eine Kugel endigt, um die sich die Hülse f h drehen und durch die Bremsschraube g arretieren läßt Die Hülse kann auf einen metallenen Stock i gesteckt werden, dessen Zapfen genau in der Hülse h eingeschliffen ist, und eine Drehung derselben um ihn herum gestattet.

Das beschriebene Instrument, mit welchem alle möglichen Winkel, wenn auch nicht so genau wie mit dem Theodoliten gemessen werden können, wird von Mechanikus L. Tesdorpf in einfachster Form um den Preis von 38 Mark, mit Zugehör verhältnismäßig teurer geliefert.

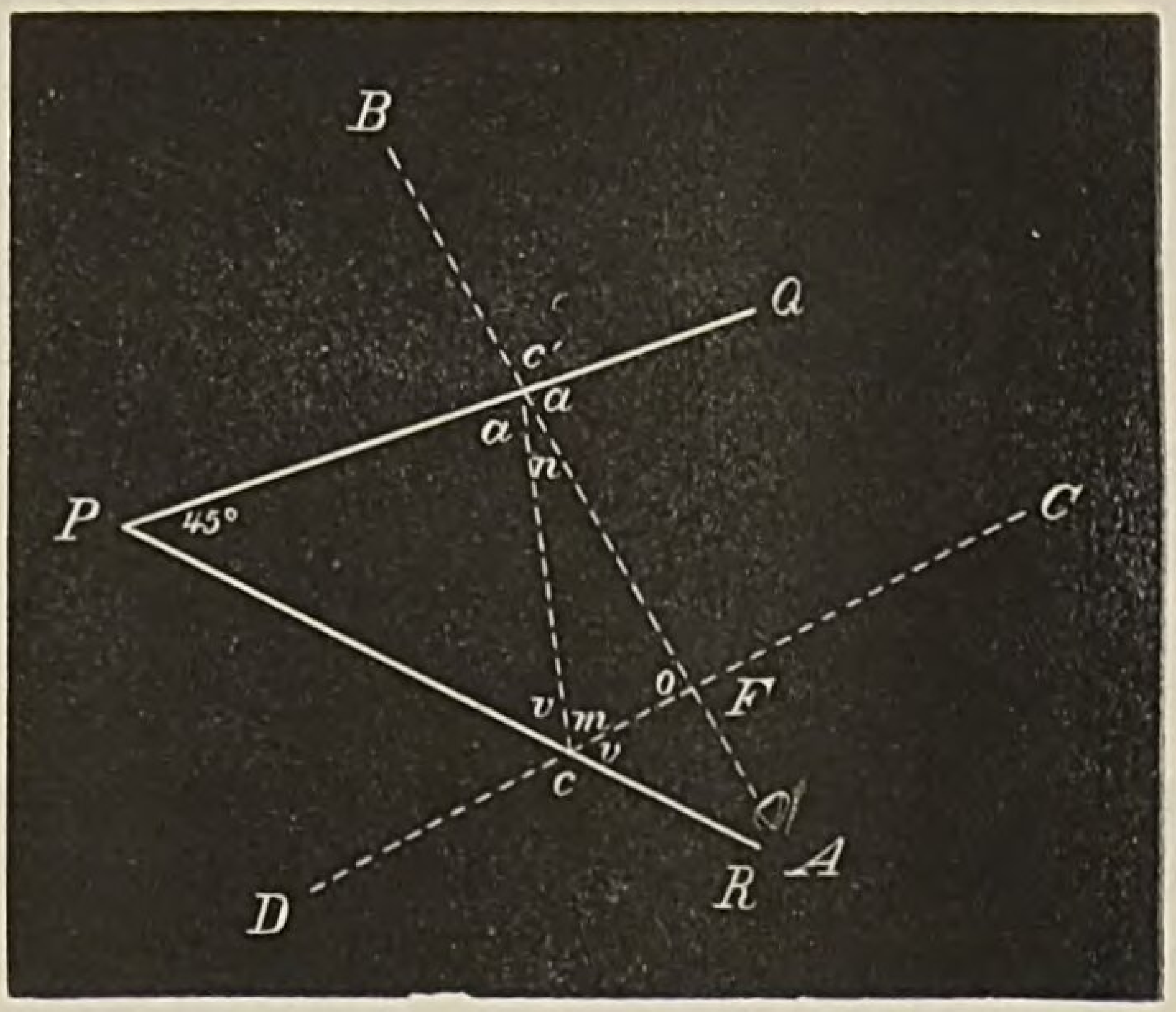
2. Beschreibung, Prüfung und Berichtigung des Winkelspiegels.

§ 20.

Dieses Instrument dient wie die Kreuzscheibe zur Bestimmung von rechten Winkeln in der Natur und zeichnet sich durch Einfachheit und Bequemlichkeit besonders aus, indem es leicht in der Tasche nachgetragen werden kann und nicht minder gute Resultate wie die Kreuzscheibe liefert. Für den Gebrauch im dichten Walde ist jedoch der Winkelspiegel etwas weniger geeignet, auch gewöhnen sich Anfänger etwas schwerer an die Handhabung desselben. Leute, die seltener mit geometrischen Arbeiten zu thun haben, werden daher besser zu den im vorigen Paragraph beschriebenen Kreuzscheiben greifen.

Die Konstruktion des Winkelspiegels beruht auf dem einfachen physikalischen Gesetz, daß ein Lichtstrahl, welcher unter einem gewissen Winkel auf einen Planspiegel auffällt, unter demselben Winkel auch wieder reflektiert wird.

Denkt man sich nun, Figur 48, zwei unter einem Winkel von 45° oder $^1/_2$ R gegen einander geneigte Planspiegel P Q und P R, und von



Figur 48.

einem entfernten Gegenstande C einen Lichtstrahl C c auf den Spiegel P R unter dem Winkel v fallend, so wird dieser Lichtstrahl unter demselben Winkel in der Richtung c c' auf den anderen Spiegel P Q geworfen, von da unter dem Winkel a wieder nach c' F reflektiert und gelangt so derartig

in das im Punkte A befindliche Auge, daß dasselbe etwa einen in C aufgestellten Stab im Spiegel P Q erblickt und C F zugleich senkrecht auf A B steht.

Denn da die Auffallswinkel = den Reflexionswinkeln sind, so muß $\measuredangle v = \measuredangle v$ und ebenso $\measuredangle a = \measuredangle a$ sein.

Ferner ist im Dreiecke c c' P der

$$\measuredangle v + \measuredangle a = 180^0 - 45^0 = 135^0,$$

mithin auch $2 \measuredangle v + 2 \measuredangle a = 2 \times 135^0 = 270^0$.

Ebenso ist

$$2 \measuredangle v + \measuredangle m + 2 \measuredangle a + \measuredangle n = 360^0,$$

und da $2 \measuredangle v \qquad + 2 \measuredangle a \qquad = 270^0$,

so ergiebt sich durch Abzug $\measuredangle m + \measuredangle n = \ 90^0$.

Endlich beträgt die Winkelsumme in dem Dreiecke c c' F, nämlich:

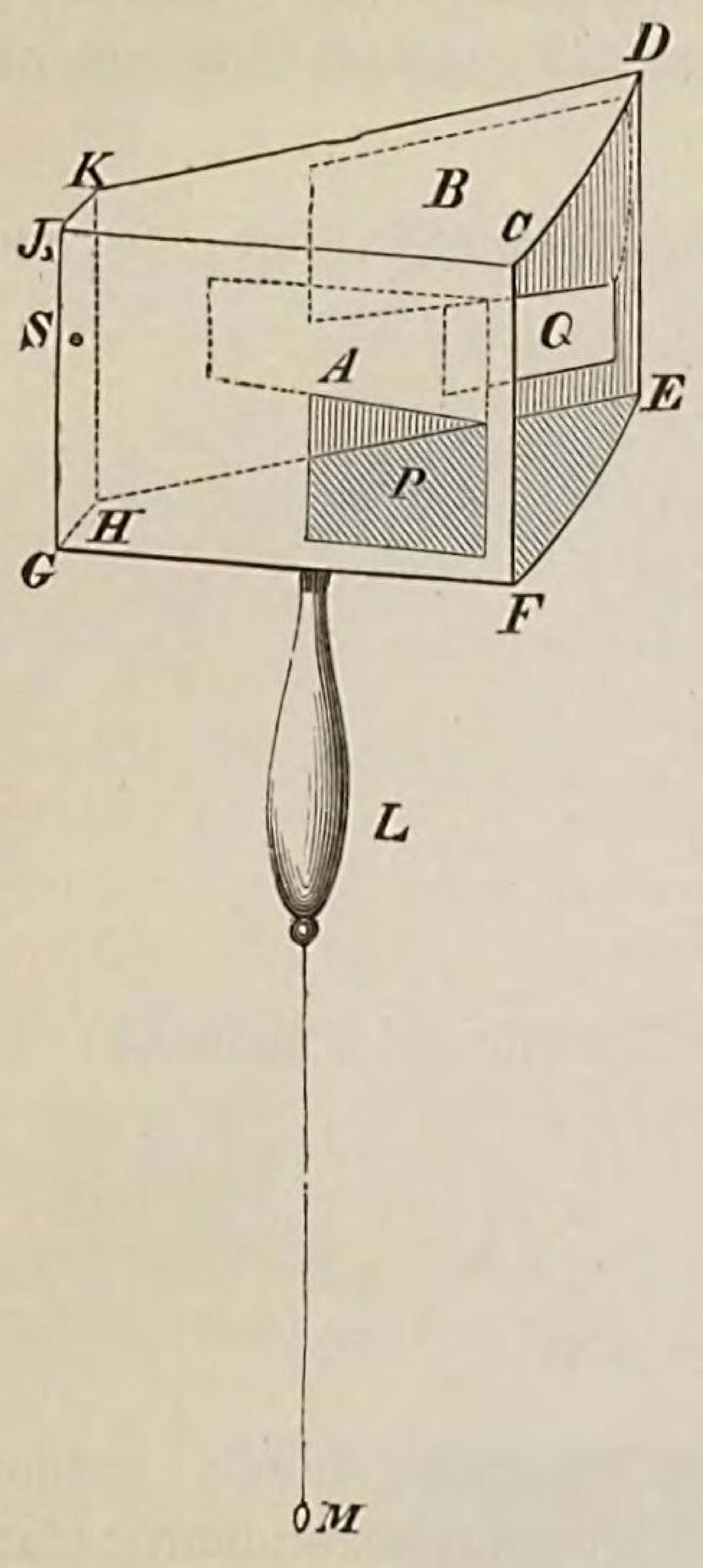
$$n + m + o = 180^0,$$

davon abgezogen: $n + m = \ 90^0$

bleibt $\measuredangle o = \ 90^0$;

d. h. es steht die Linie C D senkrecht auf A B.

Um nun die beiden Planspiegel zum Abstecken rechter Winkel geeignet zu machen, giebt man denselben in der Regel folgende Einrichtung: Die beiden 2 Centimeter hohen und 3 Centimeter langen Planspiegel A und B, werden auf der Innenseite einer unter 45° gegen einander geneigten dünnen Metallplatte befestigt und mit dieser dann in ein prismatisches, nach hinten keilförmig zulaufendes, innen geschwärztes Messinggehäuse S C F E D, Figur 49, gezwängt und mittelst der Schraube S festgeschraubt. Letztere dient zugleich aber auch zum genauen Einstellen der beiden Spiegel auf 45°; denn mit dem Anziehen oder Lösen der Schraube S ändert sich gleichzeitig auch die Lage der Spiegel zu einander. Die etwa 4 Centimeter langen und $3_{,5}$ Centimeter breiten Seiten C F G J_1 und D E H K des Gehäuses sind unterhalb der Spiegel A und B durch viereckige Öffnungen P und Q durchbrochen, so daß durch dieselben hindurch gesehen werden kann. Öfters liegen die Spiegel auch unten bei P und Q und die Seiten des Gehäuses sind dann oben bei A und B durchbrochen. Das ganze Instrumentchen ruht auf einer 6 Centimeter langen Handhabe L, an deren Ende sich ein Ringelchen zur Befestigung eines Lotes M befindet. Die Seite C D E F des Gehäuses ist offen.



Figur 49.

Will man nun das Instrument zum Fällen von Senkrechten auf eine ausgesteckte Linie gebrauchen, so ergreift man die Handhabe desselben, legt die Nase bei der Kante C F oder D E entweder an die Seite C F G J1, oder D E H K des Gehäuses, und hält das Instrument so, daß das Lot genau mit der Richtung der geraden Linie, auf welche die Senkrechte gefällt werden soll, zusammenfällt. Nun sieht man, wenn die Nase etwa an C F anliegt, mit dem rechten Auge durch die Öffnung Q nach dem im Endpunkte der Geraden aufgestellten Absteckstabe, bewegt sich dann so lange auf der Linie auf und ab, bis auch der Stab, von welchem aus eine Senkrechte gefällt werden soll, in dem über Q liegenden Spiegel B erscheint. In dem Momente nun, als der Absteckstab, welchen man durch die Öffnung Q erblickt, mit dem, welcher im Spiegel B erscheint genau übereinanderfällt, zeigt das Lot M den Fußpunkt des Perpendikels auf der Linie an.

Um sich schließlich noch von der Richtigkeit des Instrumentes zu überzeugen, hat man nur nötig, sich mit demselben auf dem gefundenen Fußpunkte umzudrehen, und nun durch die Öffnung nach dem andern Endpunkte der Linie zu sehen, so muß der Stab in dem Spiegel auch jetzt noch genau über den in der Linie zu liegen kommen. Findet eine Abweichung statt, so sind die Spiegel nicht unter 45° gegen einander geneigt, und das Instrument wird mittelst der Schraube S berichtigt.

Will man mit dem Winkelspiegel, von einem auf einer Geraden gegebenen Punkte aus, eine Senkrechte errichten, so stellt man sich genau über diesen Punkt, sieht durch eine Öffnung des Spiegels nach dem im Endpunkte der Linie aufrecht gestellten Stab und läßt auf der Seite einen anderen Stab so stecken, daß er in dem Spiegel genau über dem Stab der Linie zu liegen scheint, so ist die Aufgabe gelöst.

Es bedarf kaum der Erwähnung, daß mit einem derartigen Instrumente auch andere Winkel, etwa von 45° abgesteckt werden können, wenn die beiden Spiegel z. B. nur eine Neigung von $^{45}/_{2}{}^{0} = 22^{1}/_{2}{}^{0}$ zu einander haben u. s. w.

3. Beschreibung, Prüfung und Berichtigung des Winklerschen Winkelspiegels und des Spiegellineals.

§ 21.

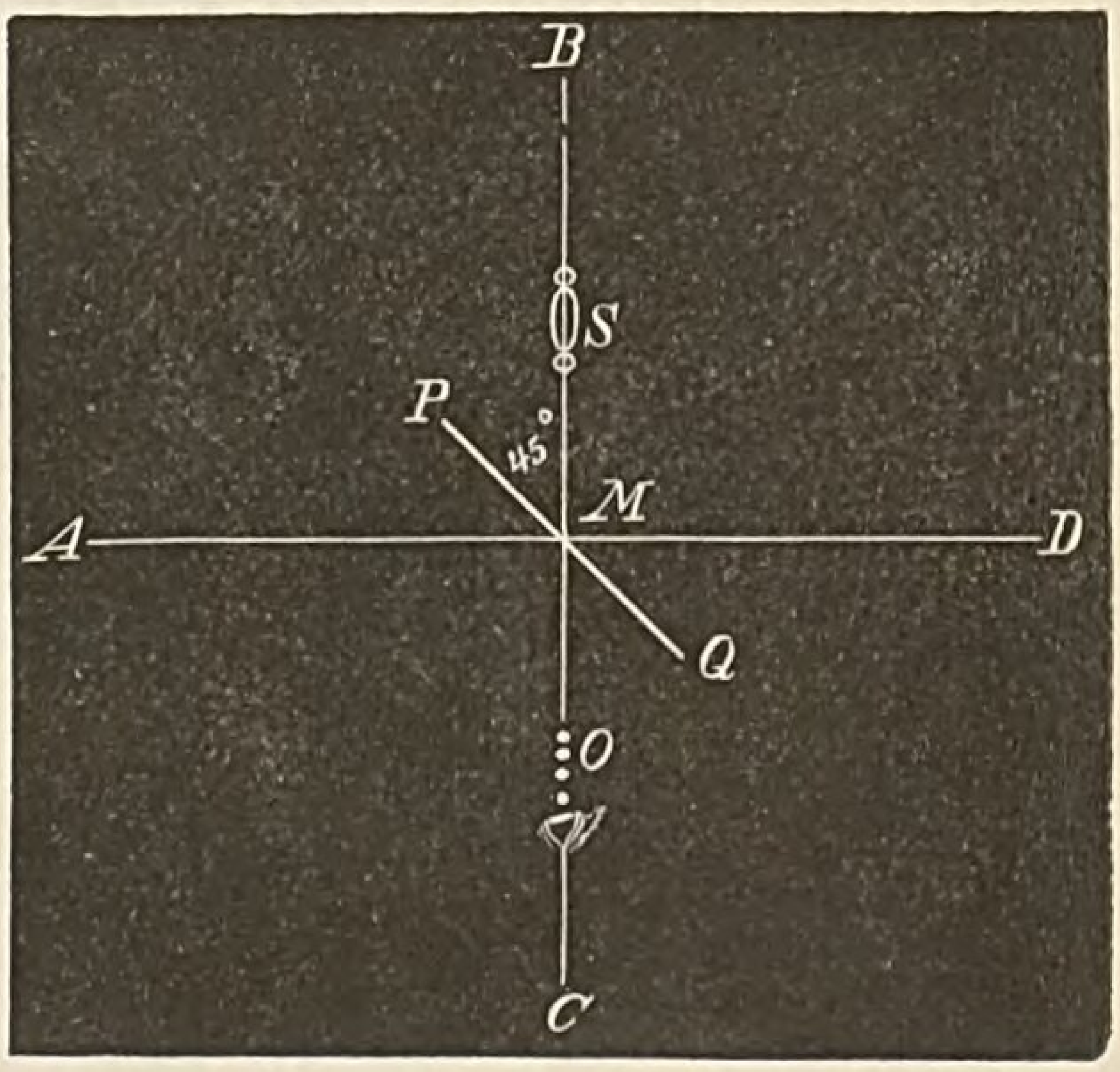
A. Der Winklersche Winkelspiegel.

Unter dem Namen Winklerscher*) Winkelspiegel findet man namentlich in Österreich ein kleines Instrument, welches fast auf demselben Prinzip wie der § 20 beschriebene Winkelspiegel beruht, auch denselben Zweck verfolgt, sich von diesem aber besonders darin unterscheidet, daß zum Abstecken der Senkrechten nur ein Planspiegel dient.

Die Theorie dieses Instrumentes ist sehr einfach und beruht kurz in folgendem:

Man denke sich unter O S, Figur 50, eine Visierrichtung, bei S die Objektivritze und bei O die Okularöffnungen, durch welche man sich, bei senkrechter Stellung beider, eine vertikale Ebene gelegt denken kann.

Bringt man nun zwischen O und S unter einer Neigung von 45° gegen die Visierrichtung einen Planspiegel P Q in vertikaler Stellung so an, daß man über den Spiegel hinweg von dem Augenpunkte O aus noch einen hinter der Visierrichtung senkrecht eingesteckten Stab B erblicken kann; so wird ein von A senkrecht auf B C fallender und den Spiegel P Q in M treffender Strahl genau nach dem Augenpunkte O reflektiert werden, d. h. A M wird senkrecht auf B C stehen.



Figur 50.

Denn da der Winkel P M S = 45° ist, der von einem Gegenstand A kommende Strahl aber den Spiegel P Q in M senkrecht zu B C treffen

*) Winkler war Professor der Mathematik an der k. k. Forstlehranstalt zu Mariabrunn bei Wien.

soll, so muß auch Winkel A M P = 45° sein. Ferner ist der Auffallswinkel A M P = dem Reflexionswinkel Q M O = 45°; daher auch Winkel A M O = R = 90°.

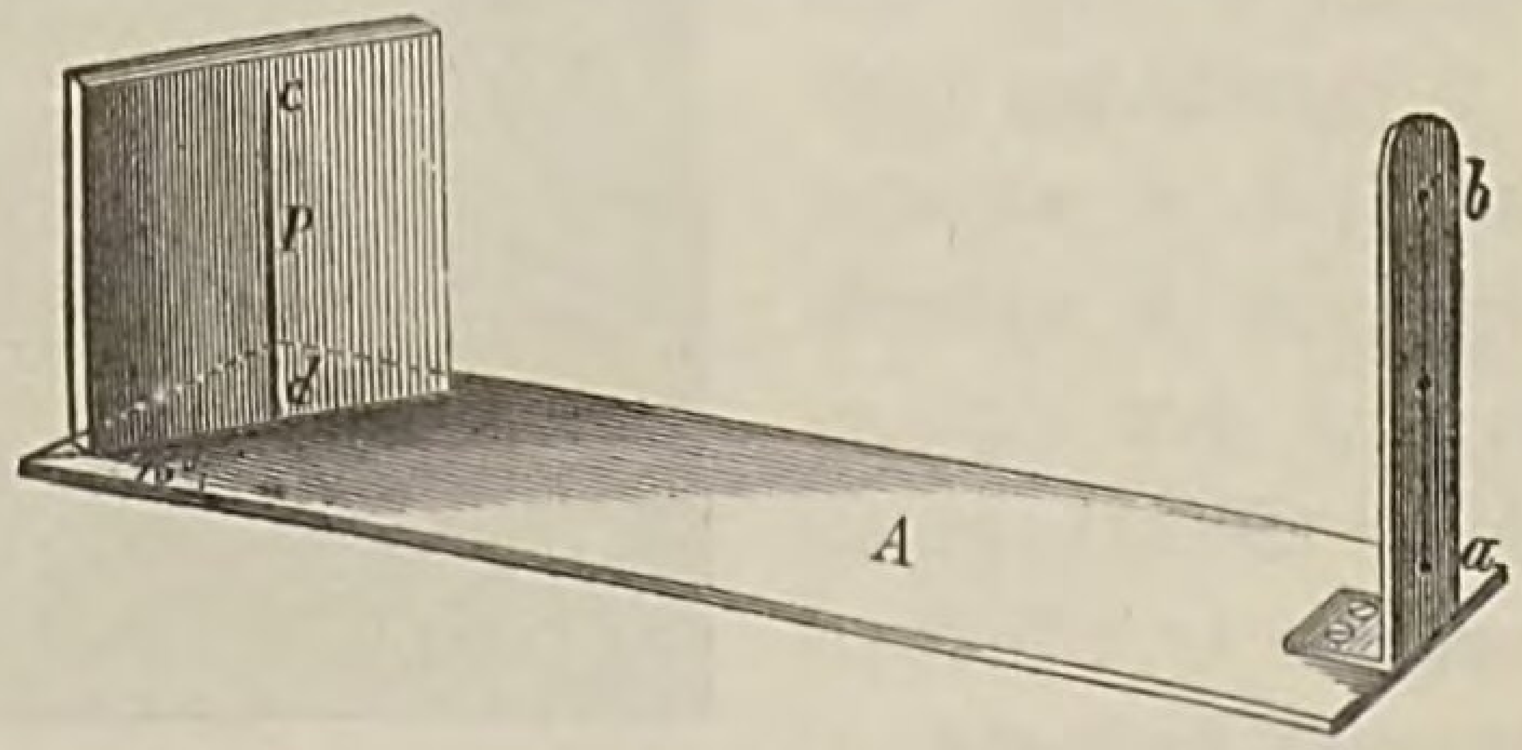
Will man nun mit diesem Instrumente etwa von A aus auf eine abgesteckte Gerade B C ein Perpendikel fällen, so hat man nur nötig mit dem Instrumente, den Spiegel desselben nach A gekehrt, so lange in der Linie B C vor oder zurück zu gehen, bis das Bild, welches von A in dem Spiegel erscheinen wird, genau mit dem Stabe B, welchen man in der Visierrichtung über dem Spiegel erblickt, zusammenfällt.

Um dieses Instrument auf seine Richtigkeit zu prüfen, dreht man sich mit demselben auf dem gefundenen Fußpunkte des Perpendikels herum und visiert nun nach dem am anderen Ende der Linie eingesteckten Stabe C, so muß, wenn das Instrument richtig ist, der Stab A auch noch jetzt über dem Stabe C zu liegen scheinen. Findet eine Abweichung statt, so wird der Fehler dadurch beseitigt, daß man den Spiegel mittelst einer Schraube oder einer anderen Vorrichtung so lange verrückt, bis er genau um 45° gegen B C geneigt ist; es müssen dann die Stäbe A und C in der beschriebenen Weise genau über einander fallen.

Die soeben beschriebene Vorrichtung findet sich in der Regel in einem viereckigen, prismatischen, metallenen oder hölzernen Gehäuse von 12—15 Centimeter Länge und etwa 4—5 Centimeter Höhe und Breite.

B. Das Spiegellineal.

Es fällt in der Theorie ganz mit dem Winklerschen Winkelspiegel zusammen, ist nur noch einfacher und wird in kein Gehäuse eingeschlossen.



Figur 51.

Es besteht aus einem etwa 20 Centimeter langen und 3 Centimeter breiten Messinglineale A, Figur 51. An dem einen Ende desselben ist senkrecht zum Lineale das Messingdiopter (Okular) a b, an dem anderen Ende ebenfalls senkrecht ein Planspiegel P angeschraubt. Mitten über dem

Spiegel ist eine feine sichtbare Linie c d derart eingeätzt, daß bei horizontaler Haltung des Lineals die beiden Linien a b und c d eine vertikale Ebene bilden. Endlich macht der Spiegel P mit dieser vertikalen Ebene einen Winkel von 45°, so daß man mit dem Instrumente ebenfalls rechte Winkel abstecken und Perpendikel fällen kann.

Das Spiegellineal wird gerade wie der Winklersche Winkelspiegel gebraucht. Anfänger arbeiten mit demselben leichter als wie mit dem Winkelspiegel § 20.

Die unter dem Namen Winkelrohr, Winkeldiopter, Rommershausens Spiegeldiopter noch vorkommenden Instrumente verfolgen alle denselben Zweck und beruhen auch ihrem Wesen nach auf den soeben besprochenen Prinzipien, weshalb wir nicht nötig haben, auf ihre Beschreibung hier näher einzugehen.

4. Beschreibung des Winkelprismas und Prismenkreuzes von Bauernfeind.

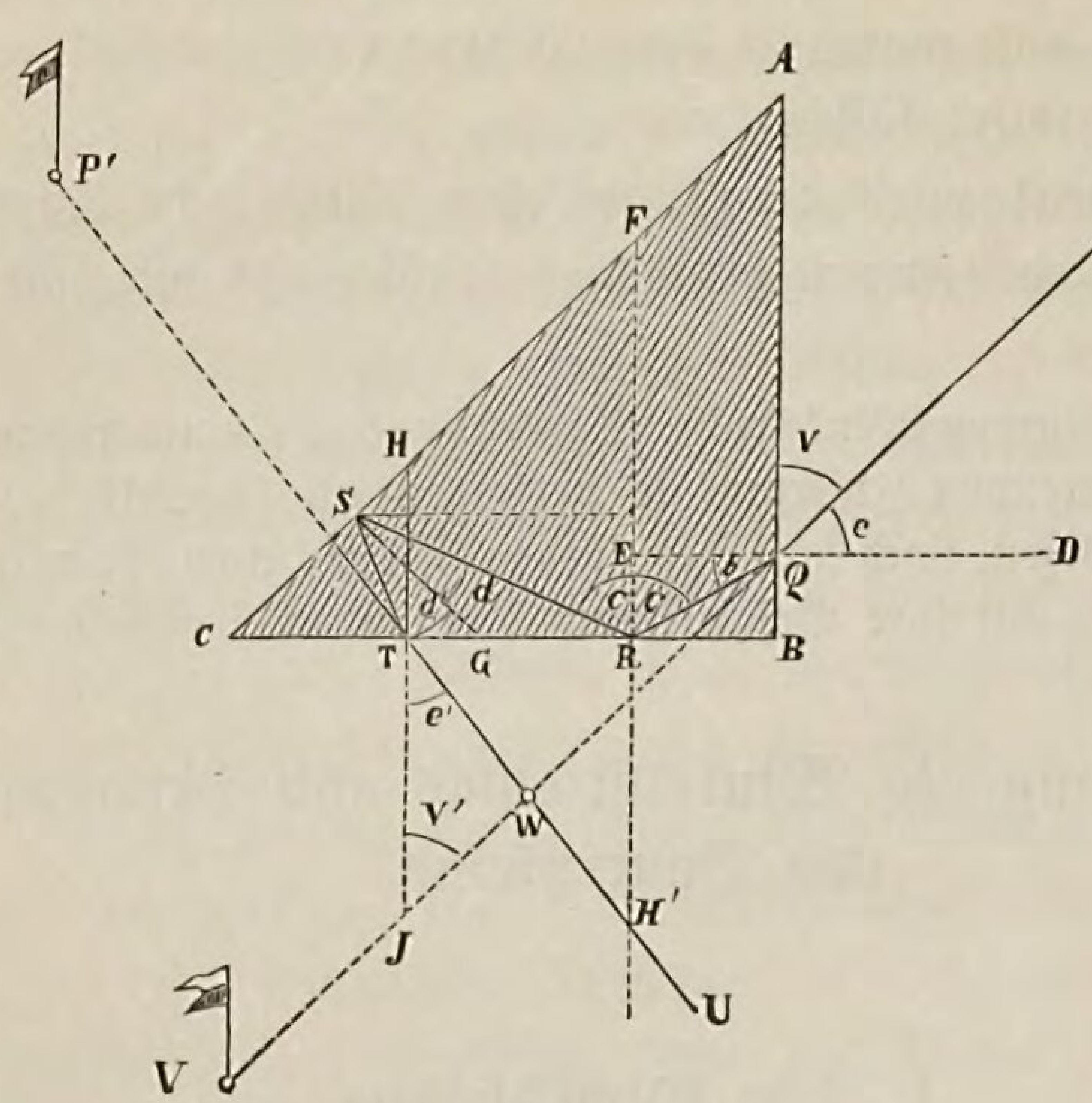
§ 22.

A. Das Winkelprisma.

Dieses von Baurat und Professor Bauernfeind in München erfundene und in dessen Elementen der Vermessungskunde, München 1869, beschriebene Instrumentchen dient, wie die in den vorhergehenden Paragraphen aufgeführten Apparate, zur Absteckung von rechten Winkeln. Es besteht aus einem senkrechten Glasprisma, dessen Grundflächen ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck bilden, Figur 52, und welches, um es bequem halten zu können, nur mit einer geeigneten Fassung versehen ist, welche die Hypotenusenebene blendet.

Stellt nämlich (Figur 52) die Linie P V irgend eine Basis vor, auf welche in dem Punkte W eine Senkrechte W P′ abgesteckt werden soll, so halte man das Winkelprisma nur so, daß auf eine seiner Kathetenebenen A B, z. B. in dem Punkte Q, Licht von dem Stabe P fallen kann. Es wird dann das Licht, bei zweimaliger Reflexion und zweimaliger Brechung, den Weg P, Q, R, S und T nehmen, endlich in der Richtung T W so aus dem Prisma austreten, daß ein in W befindliches Auge den Eindruck erhält, ein in P stehender Stab oder eine Meßfahne befinde sich in der Richtung P′. Gleichzeitig wird dann die Linie P′ W senkrecht auf P V stehen, und kann darum das Instrumentchen zum Abstecken von Senkrechten auf eine Linie, sowie zum Fällen von Perpendikeln auf eine solche verwendet werden.

Der Beweis für letztere Behauptung kann wie folgt geführt werden: Fällt ein Lichtstrahl P Q unter dem Einfallswinkel e auf die Ebene A B



Figur 52.

des Prismas, so wird er, wenn D E das Lot bezeichnet, zum Lot unter dem kleineren Winkel b gebrochen, und es läßt sich, wenn man n das Brechungsverhältnis zwischen Luft und Glas (Kronglas) nennt, bekanntlich das Brechungsgesetz durch die Gleichung:

$$\sin e = n \cdot \sin b$$

ausdrücken.

Nun hat offenbar der Brechungswinkel b dann seinen größten Wert, wenn der Sinus des Einfallswinkels e sein Maximum erreicht, d. h. $90^0 = 1$ ist. In diesem Falle ist $n \sin b = 1$. Nimmt man nun das Brechungsverhältnis n zwischen Luft und Kronglas = 3 : 2 an, so ist

$$\frac{3}{2} \sin b = 1 \text{ oder } \sin b = \frac{2}{3} \text{ und } b = 41^0\,48'.$$

Für Luft und Glas ist also der größte überhaupt mögliche Brechungswinkel $41^0\,48'$; trifft daher in einem Glasprisma ein Lichtstrahl so auf eine Wand desselben, daß er mit dem Einfallslot einen größeren Winkel als $41^0\,48'$ bildet, so kann er gar nicht mehr austreten, sondern er muß wieder in das Glas gerade so zurückgeworfen werden, als wäre er auf eine vollkommene Spiegelfläche gefallen, — er wird total reflektiert.

Auf diesen Satz gestützt, können wir nun den Gang eines auf eine Kathete des Prismas fallenden Strahles näher verfolgen. Ein unter dem Winkel e auf die Fläche A B des Prismas in Q auffallender Strahl P Q wird hier gebrochen und tritt unter dem Winkel b in der Richtung Q R in das Prisma ein. Da b nicht größer als 41° 48′ sein kann, so muß offenbar der Winkel, welchen der Strahl Q R mit dem Einfallslote F H′ macht, d. h. $c = 90 - b$ und somit größer als 41° 48′ sein; d. h. es kann der Strahl P Q gar nicht austreten, sondern er muß unter demselben Winkel c in der Richtung R S auf die geblendete Fläche der Hypotenuse A C geworfen werden. In S angekommen, bildet der einmal reflektierte Strahl mit dem Lot S G einen Winkel $d = 45^0 - b$. So lange nun $b < 3^0\ 12'$ ist, wird das in der Richtung R S auffallende Licht total reflektiert werden, im anderen Falle wird aber der größere Teil des Lichtes bei S austreten, und nur der kleinere Teil wird unter demselben Winkel als er auf A C gefallen ist, nämlich unter dem Winkel $d' = 45^0 - b$, in der Richtung S T reflektiert werden. Nun aber ist der Winkel, welchen der zurückgeworfene Strahl S T mit dem Lot H T macht, nämlich $STH = R - cTS = R - (d + d' + b) = R - (45^0 - b + 45^0 - b + b) = R - (90^0 - b) = R - R + b = b$. Wenn aber der Brechungswinkel b, welchem der Einfallswinkel e entspricht, gleich ist dem Winkel S T H, so muß, da zu gleichen Brechungswinkeln auch gleiche Einfallswinkel gehören, der Strahl S T jetzt notwendig aus der Fläche B C des Prismas unter dem Winkel $JTW = e'$ austreten, d. h. es muß $e = e'$ sein.

Da ferner H J parallel zu A B läuft, so muß der Winkel $v = v'$ sein; ebenso ist $e + v = 90^0$, daher auch $e' + v' = 90^0$ und endlich $JWT = 90^0$, d. h. es steht die Linie P V senkrecht auf P′ W, was zu beweisen war.

Hinsichtlich der Anwendung des Winkelprismas ist noch zu bemerken, daß, wenn z. B. in dem Punkte W eine Senkrechte W P′ auf P V errichtet werden soll, man nur nötig hat, während man gleichzeitig in und über das Prisma sieht, in der Richtung W P′ einen Stab so einzurichten, daß dieser und das Bild von P sich decken. Soll umgekehrt von P′ aus ein Perpendikel auf P V gefällt werden, so geht man, wie bei dem Winkelspiegel, so lange auf der Linie P V hin oder her, bis die oben erwähnte Deckung erfolgt.

Fallen Lichtstrahlen von P mehr nach A hin auf, so werden sie nur einmal, und zwar nur von der Hypotenusenebene zurückgestrahlt, und der

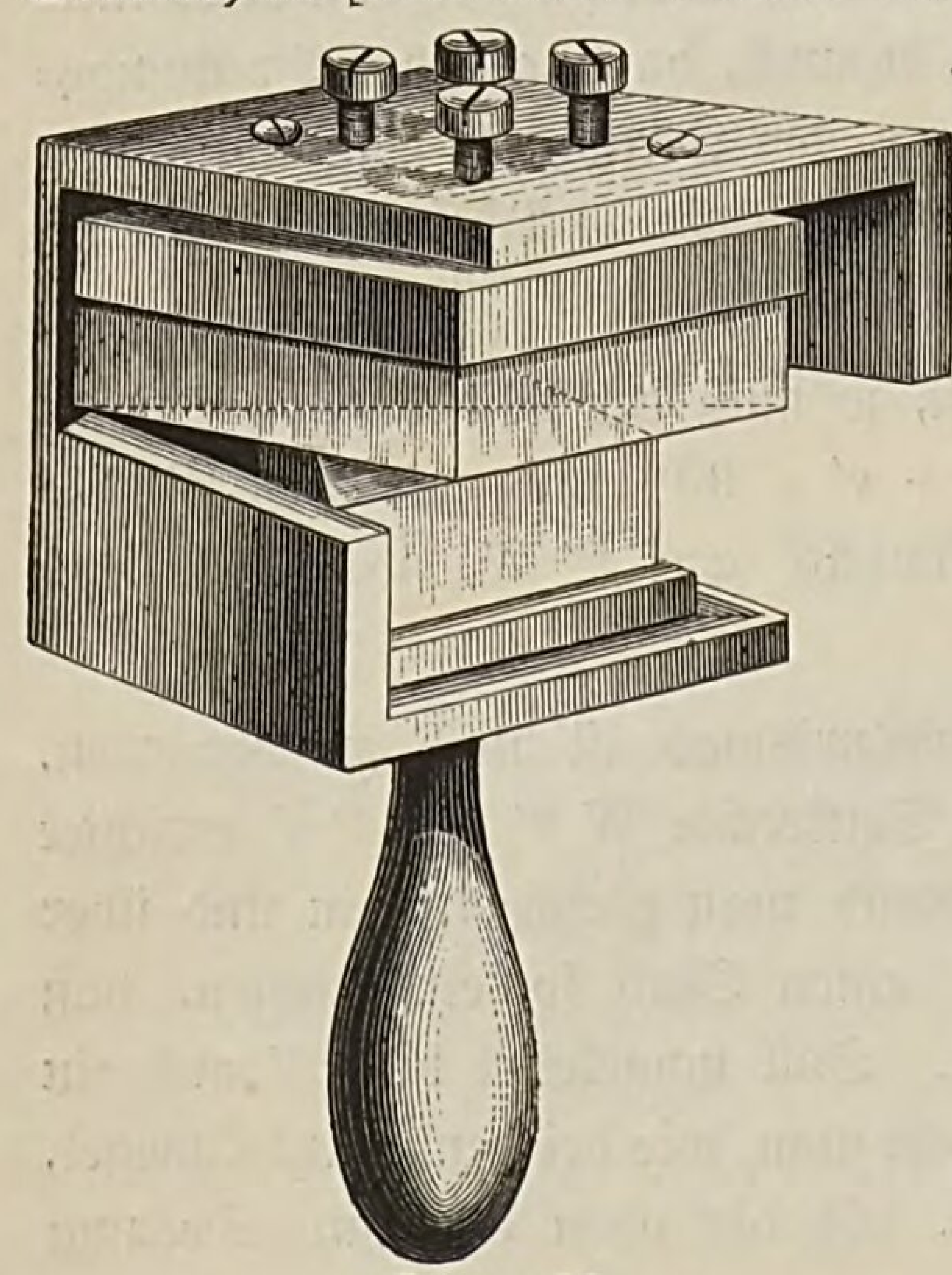
Winkel, welchen der einfallende und der austretende Strahl mit einander bilden, ist dann nur, wenn e = o, ein rechter Winkel, in der Regel daher kein solcher. Man wird daher gewöhnlich zwei Bilder von P in dem Prisma erblicken, welche sich jedoch leicht unterscheiden lassen. Das falsche Bild ändert nämlich beim Umdrehen des Prismas um seine Achse seine Lage, während das richtige Bild, welches von dem Einfallswinkel unabhängig ist, seine Lage beibehält und auch wegen der doppelten Reflexion etwas schwächer beleuchtet ist. Endlich darf man auch das richtige Bild nicht in der Mitte der Kathetenebene, sondern immer nur mehr nach dem Ende C derselben suchen.

Die Winkelprismen bedürfen nie einer Berichtigung, wenn sie ursprünglich richtig geschliffen waren, und zeichnen sich hierdurch vor den Winkelspiegeln aus.

Statt eines dreiseitigen Prismas kann auch ein vierseitiges verwendet werden, welches man erhält, wenn man ein regelmäßiges Achteck durch zwei senkrecht auf einander stehende Durchmesser in vier gleiche Teile zerlegt.

B. Das Prismenkreuz.

Während das soeben beschriebene Winkelprisma nur zum Abstecken von Senkrechten verwendet werden kann, dient das Prismenkreuz auch noch dazu, zwischen zwei gegebenen Punkten einen dritten in einer geraden Linie einzuschalten, oder den Durchschnittspunkt zweier Diagonalen eines Vierecks auf dem Felde zu bestimmen.



Figur 53.

Die wesentlichen Teile des Prismenkreuzes, Figur 53, sind zwei Glasprismen, wie die unter A beschriebenen, deren Grundflächen gleichschenkelige rechtwinkelige Dreiecke sind und welche so aufeinanderliegen, daß ihre Hypotenusenebenen sich senkrecht durchkreuzen, während die Kathetenebenen und ihre Achsen mit einander parallel laufen Die beiden Prismen sind in eine schickliche Fassung mit Handgriff gebracht.

Mit dem Prismenkreuz können ohne Zuziehung von Gehilfen Winkel von 180° sehr bequem abgesteckt werden, und da jedes der Prismen ein

Winkelprisma für sich ist, so können mit demselben natürlich auch senkrechte Linien oder Winkel von 90° abgesteckt werden. Wer daher das Prismenkreuz besitzt, braucht kein Winkelprisma mehr.

Ein einfaches Prismenkreuz kostet bei Ertel und Sohn in München 12 Mark, ein solches mit sehr bequemer Korrektion und größeren Prismen 40—45 Mark.

Wenn auch das Prismenkreuz schon viele Anerkennung gefunden hat, so werden sich doch Leute, welche, wie Forst- und Landwirte, seltener Vermessungen vorzunehmen haben, nicht so leicht in Theorie und Praxis dieses Instrumentes einarbeiten, als dies bei den Kreuzscheiben der Fall sein dürfte.

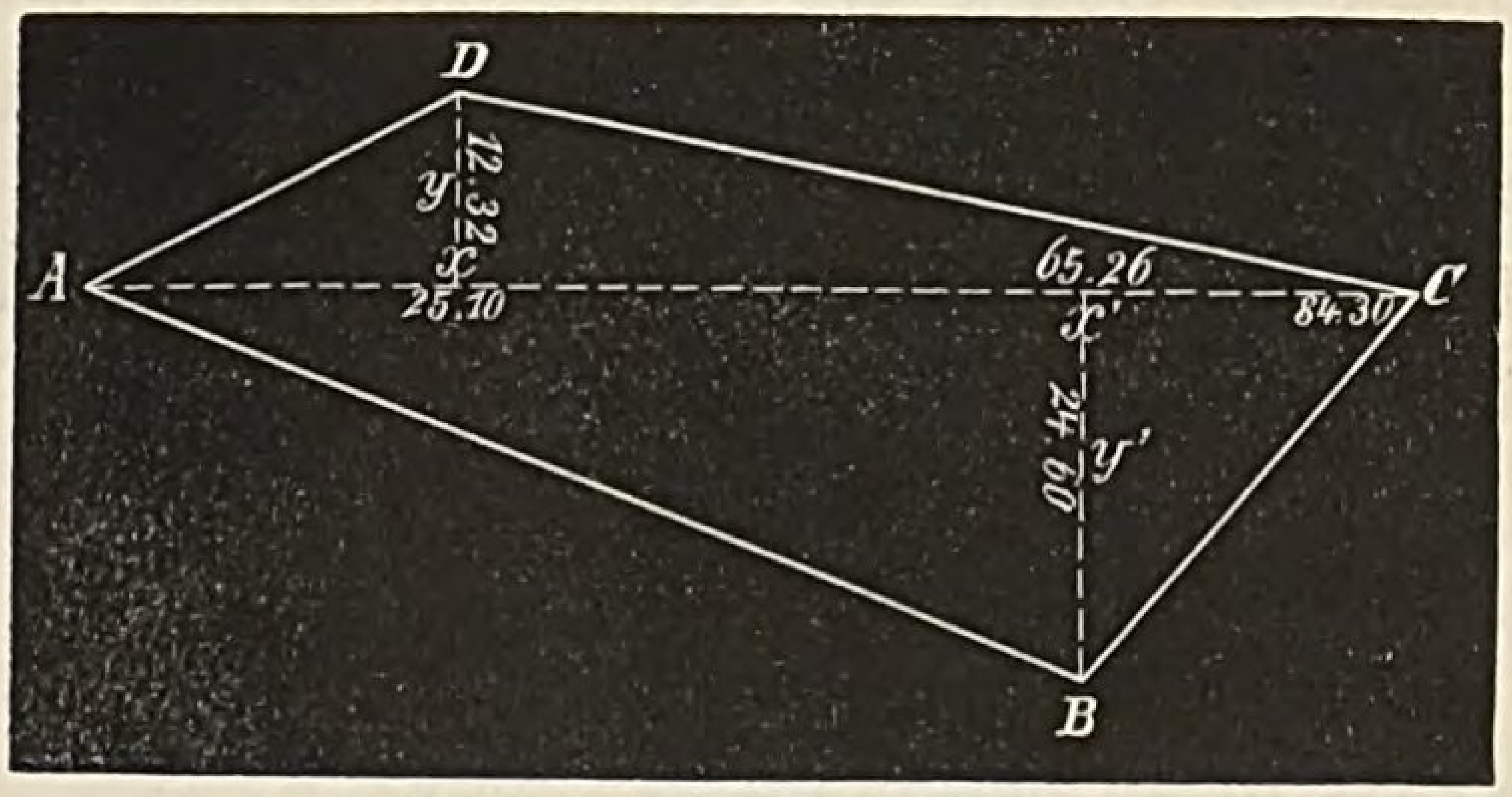
II. Vermessung von im Innern zugänglichen Figuren.

1. Vermessung kleiner Grundstücke nach der Koordinatenmethode.

§ 23.

Aufgabe 1. Vermessung eines unregelmäßigen Vierecks.

a) Aufnahme der Figur. Soll eine einzelne Parzelle, etwa ein viereckiger Acker, Figur 54, von nicht zu großer Flächenausdehnung ver-



Figur 54.

messen werden, so hat man denselben zunächst abzupflöcken und sich eine Skizze (Brouillon, Handriß) von demselben zu fertigen. Zu diesem Behufe schlägt man in jeden Endpunkt der aufzunehmenden Figur A B C D einen Markierpflock, numeriert dieselben fortlaufend in der Richtung von Süd über Ost nach Norden und Westen, und zeichnet auf ein Skizzenblatt die Figur entweder nach dem Augen- oder Schrittmaße so genau und in einem solchen Maßstabe auf, daß daraus die gegenseitige Lage der einzelnen Punkte mit möglichster Sicherheit beurteilt und jeder zur Vermessung dienende Eintrag gemacht werden kann.

Nun steckt man nach § 13 durch die Mitte der aufzunehmenden Figur die Diagonale A C ab und fällt auf diese entweder mit der Kreuzscheibe oder, wenn die Distanzen nicht zu beträchtlich sind, mit dem Winkelspiegel, Spiegellineal oder Winkelprisma das Perpendikel aus D. Ist der Fußpunkt des Perpendikels D gefunden, so wird mit der Kette, Stahlband oder Meßlatte, von A anfangend, die Abscisse $Ax = 25{,}10$ Meter gemessen, und im Brouillon unter den Fußpunkt, wie Figur 54 zeigt, eingetragen. Alsdann wird auch die Länge der Ordinate $y = 12{,}32$ Meter bestimmt und zwischen x D eingeschrieben. Hierauf bewegt man sich mit dem Meßinstrumente auf der angenommenen Basis (Diagonale) nach C hin, bestimmt den Fußpunkt des Perpendikels B, mißt die Entfernung $x x'$, addiert die vorhergehende A x dazu und trägt die Summe z. B. $= 65{,}26$ Meter unter dem Fußpunkt von B ein.

Mißt man nun noch die Ordinate $y' = x' B = 24{,}60$ Meter und ebenso das Stück $x' C$, was, zu dem vorhergehenden Abscissenstück $A x' = 65{,}26$ addiert, die ganze Basis $A C = 84{,}30$ Meter giebt und schreibt dann schließlich auch diesen Betrag noch in die Skizze ein, so kann die Aufnahme auf dem Felde als beendigt betrachtet werden. Es ist indessen zur Kontrolle gut, auch die Umfangsseiten A B, B C, C D und D A zu messen, welche dann mit den gleichliegenden Seiten der gezeichneten Figur genau zusammen fallen müssen. Überhaupt darf ein gewissenhafter Arbeiter niemals versäumen, die erforderlichen Kontrolllinien zu messen, und muß so lange gegen seine eigenen Arbeiten mißtrauisch sein, als er sich noch nicht durch Kontrollmessungen von der Richtigkeit derselben überzeugt hat.

Als vorzügliches Mittel hierbei dient unter andern, daß man bei einer aus mehreren Teilen bestehenden Linie, nachdem die einzelnen Teile gemessen sind, auch noch die Linie im ganzen mißt, welches Ergebnis dann mit der Summe der einzelnen Teile übereinstimmen muß.

b) Zeichnung der Figur. Um nun ein genaues Bild von der Figur zu erhalten, zieht man beiläufig durch die Mitte des Kartblattes eine Linie A C (Figur 54) und trägt auf diese in dem gewünschten Verjüngungsverhältnisse die gemessene Basis $= 84{,}30$ Meter auf. Hierauf nimmt man mit dem Zirkel auf dem Maßstab die Entfernung $25{,}10$ Meter ab, setzt die eine Zirkelspitze in A ein, und durchsticht mit der andern in x die Linie A C, so ist der Fußpunkt des Perpendikels D gefunden. In diesem Fußpunkte x errichtet man nun mit Hilfe eines rechtwinkeligen Dreieckes eine Senkrechte x D, trägt auf diese von x aus in demselben Verjüngungsverhältnis $y = 12{,}32$ Meter auf, wodurch sich der Punkt D der Figur ergiebt.

Ganz auf dieselbe Weise wird auch der Punkt B gefunden, indem man von A aus nach x' die Entfernung 65,26 Meter aufträgt, alsdann in x' mittelst des Dreieckes die Senkrechte x'B errichtet und auf dieser den Betrag $y' = 24{,}60$ Meter abgreift.

Werden schließlich die Punkte D mit A und C, ebenso B mit A und C durch gerade Linien verbunden, so ist die Figur richtig verzeichnet und es müssen dann auch die gemessenen Umfangsseiten genau in die Konstruktion passen.

c) **Berechnung der Figur.** Der Flächeninhalt dieser (und jeder anderen) unregelmäßigen viereckigen Figur setzt sich aus den Flächeninhalten der Dreiecke A C D und A C B zusammen.

Da man aber den **Flächeninhalt eines jeden Dreieckes erhält, wenn man dessen Grundlinie mit der zugehörigen halben Höhe multipliziert**, so ist der Inhalt der Dreiecke

$$ACD = AC \times \frac{y}{2} \text{ und}$$

$$ACB = AC \times \frac{y'}{2},$$

beide addiert giebt: $ACD + ACB = ABCD =$

$$AC \times \frac{y}{2} + AC \times \frac{y'}{2} = AC\left(\frac{y + y'}{2}\right);$$

d. h. **man findet den Flächeninhalt eines jeden unregelmäßigen Viereckes mit ausspringenden Winkeln, wenn man die durch dasselbe gelegte Diagonale mit der halben Summe der beiden Senkrechten multipliziert, welche man aus den beiden der Diagonale gegenüberstehenden Punkten auf diese fällt.**

Setzt man nun beispielsweise die erhobenen Werte, Figur 54, in die letzte Formel ein, so ergiebt sich die Fläche

$$ABCD = AC\left(\frac{y + y'}{2}\right) = 84{,}30\left(\frac{12{,}32 + 24{,}60}{2}\right) =$$

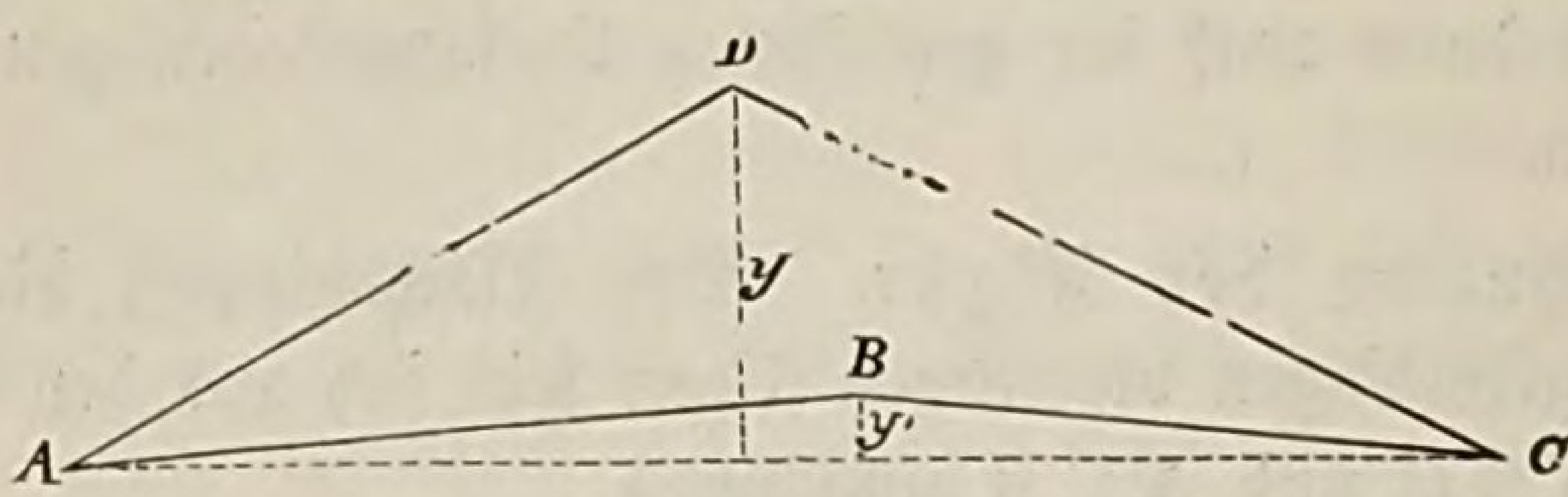
$$84{,}30 \times \frac{36{,}92}{2} = 84{,}30 \times 18{,}46 = 1556{,}178 \text{ qm}.$$

Hätte das viereckige Grundstück, wie in Figur 55, einen einspringenden Winkel, so steckt man am besten die Basis A C außerhalb des Grundstückes ab, fällt auf diese wie vorhin die Perpendikel y und y', mißt dieselben, sowie die Basis A C und die Abscissenstücke, und zeichnet schließlich aus diesen Stücken die Figur in irgend einem Verjüngungsverhältnis.

Der Flächeninhalt A B C D ergiebt sich aber, wenn man von dem Dreiecke A C D das Dreieck A B C abzieht; es ist nämlich:

$$ABCD = AC \times \frac{y}{2} - AC \times \frac{y'}{2} = AC\left(\frac{y - y'}{2}\right);$$

d. h. man findet den Flächeninhalt eines unregelmäßigen Viereckes mit einspringendem Winkel, wenn man die Linie A C mit

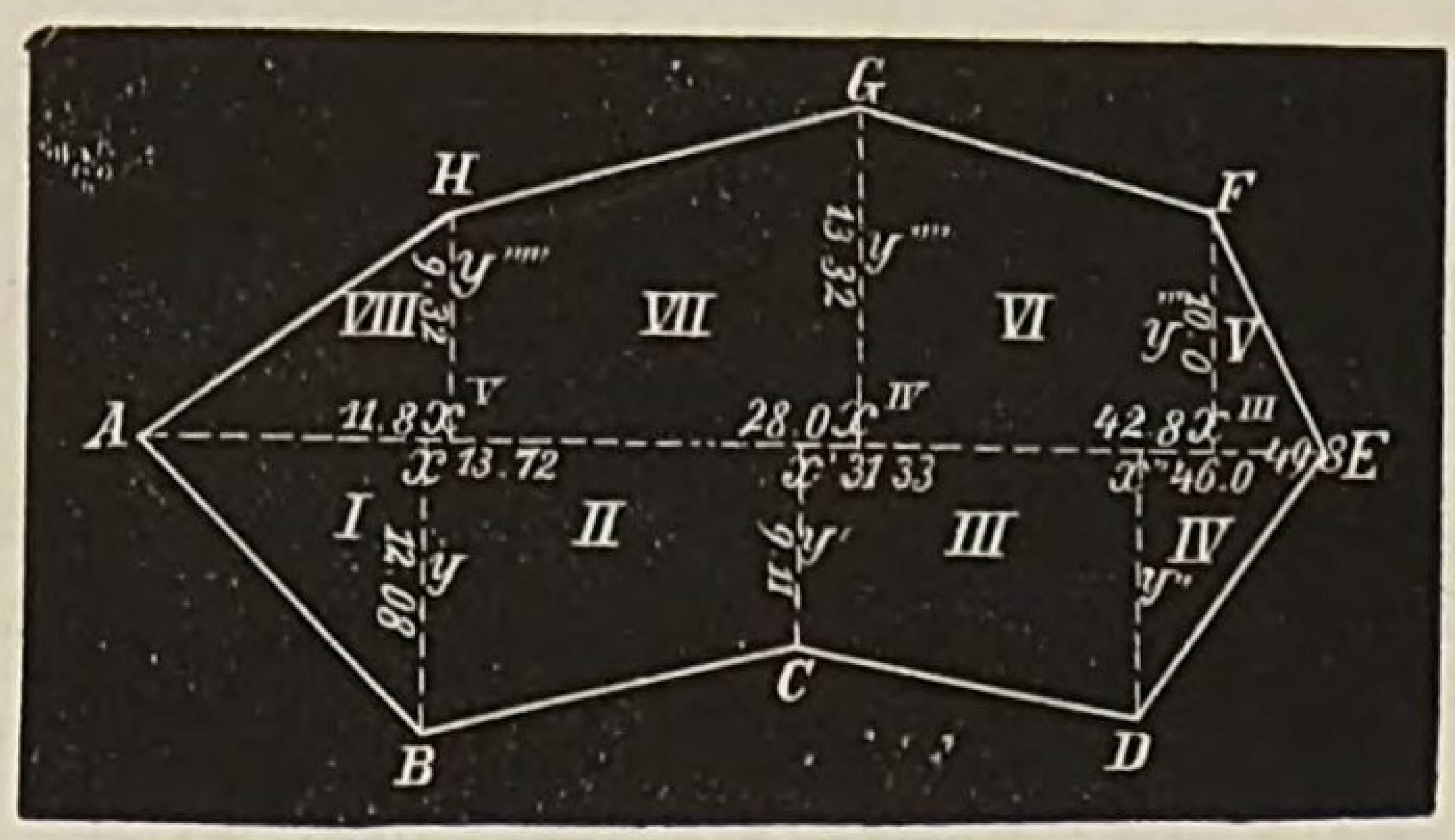


Figur 55.

der halben Differenz der beiden senkrechten Abstände y und y' auf diese Linie multipliziert.

Aufgabe 2. Vermessung eines Viereckes mit nur ausspringenden Winkeln.

a) Aufnahme der Figur. Wird die aufzunehmende und im Innern zugängliche Parzelle, Figur 56, von mehr als vier Seiten umschlossen, so



Figur 56.

geschieht die Aufnahme in ganz ähnlicher Weise wie im ersten Beispiele. Man steckt nämlich, nachdem die Figur abgepflöckt und skizziert ist, ungefähr durch die Mitte eine Standlinie (Basis) A E in der Art ab, daß womöglich von allen Punkten B, C, D, F, G und H der Parzelle bequem Perpendikel auf diese gefällt werden können.

Ist der Handriß so weit gefertigt, so begiebt man sich mit einem der in § 19—22 beschriebenen Instrumente auf die Linie A E, fällt zuerst das Perpendikel B x, mißt die Abscisse A x, dann die Ordinate y und trägt

beide in den Handriß ein, schreitet alsdann in gleicher Weise zur Fällung der immer zunächst liegenden Perpendikel y'''', y', y''', y'' und y''', und bewirkt gleichzeitig die Messung sämtlicher zugehörigen Ordinaten und Abscissen. Hierbei wird ein für allemal bemerkt, daß das Eintragen der Abscissen zweckmäßig immer vom Anfangspunkte A aus geschieht, so daß z. B. die am Fußpunkte von C stehende Zahl $28_{,0}$ Meter immer die Länge A x' ausdrückt. Dieses Verfahren hat den Vorteil, daß die Zeichnung der Figur, wie wir sogleich sehen werden, dann zu weniger Irrungen Veranlassung giebt.

b) Zeichnung der Figur. Diese geschieht wie in Figur 55 in der Art, daß man zunächst auf das Kartblatt eine gerade Linie zieht, auf diese die ganze Länge der gemessenen Basis A E $= 49_{,8}$ Meter in dem gegebenen Verjüngungsverhältnis mittelst des Zirkels aufträgt, hierauf in gleicher Weise immer von A aus die Entfernungen A x, A x^{V}, A x^{I}, A x^{IV}, A x^{II}, A x^{III} absticht, in den Punkten x, x^{I}, x^{II}, x^{III}, x^{IV} und x^{V} mit Hilfe des rechtwinkeligen Dreieckes die Perpendikel y, y', y'', y''', y'''', y''''' errichtet und die zugehörigen Längen der Ordinaten abgreift. Hierdurch ergeben sich die Umfangspunkte B, C, D, F, G und H, welche, durch gerade Linien mit einander verbunden, schließlich die Figur der Fläche darstellen.

Das Festlegen der Fußpunkte x, x^{I}, x^{II}, u. s. w. von dem Anfangspunkte A aus gewährt den Vorteil, daß, wenn z. B. beim Auftragen irgend einer Entfernung etwa A x ein Fehler unterliefe, dieser Fehler sich auf alle folgenden Punkte fortpflanzen würde; denn wollte man z. B. den Punkt x^{V} dadurch bestimmen, daß man die Entfernung von x nach x^{V} an den bereits festliegenden fehlerhaften Punkt x ansetzte, so müßten natürlich x^{V} und alle folgenden Punkte ebenfalls fehlerhaft werden.

Auch hier bemerken wir nochmals, daß Irrtümer bei der Vermessung am besten aufgefunden werden, wenn man neben den Abscissen und Ordinaten auch noch die Umfangsseiten mißt, welche, nachdem die Figur gezeichnet ist, genau in die korrespondierenden Seiten passen müssen.

c) Berechnung der Figur. Durch die Perpendikel y, y', y'', y''', y'''' und y''''' wird die ganze Figur 56 in lauter Dreiecke und Paralleltrapeze zerlegt, die einzeln berechnet und zusammenaddiert den ganzen Inhalt ergeben.

Um die Berechnung übersichtlich machen zu können, giebt man jedem Berechnungsteile eine fortlaufende Nummer I, II, III u. s. w.

Da man nun den Flächeninhalt eines Paralleltrapezes erhält, wenn man die beiden parallelen Seiten desselben addiert, diese Summe durch 2 dividiert, und mit dem senkrechten Abstande derselben multipliziert, so gestaltet sich die Berechnung der Figur 56 wie folgt:

$$F\,l = \frac{y}{2}\,A\,x + \left(\frac{y + y'}{2}\right)(A\,x^{I} - A\,x) + \left(\frac{y' + y''}{2}\right)$$

$$(A\,x^{II} - A\,x^{I}) + \frac{y''}{2}(A\,E - A\,x^{II}) + \frac{y'''}{2}(A\,E - A\,x^{III}) +$$

$$\left(\frac{y''' + y''''}{2}\right)(A\,x^{III} - A\,x^{IV}) + \left(\frac{y'''' + y'''''}{2}\right)(A\,x^{IV} - A\,x^{V})$$

$$+ \frac{y'''''}{2}(A\,x^{V}).$$

Oder speciell für unser Beispiel:

$$\text{Berechnungsteil I} = \left(\frac{11{,}80 \times 12{,}08}{2}\right) = 71{,}27$$

$$\text{„ II} = \left(\frac{12{,}08 + 9{,}11}{2}\right) 16{,}20 = 171{,}64$$

$$\text{„ III} = \left(\frac{9{,}11 + 11{,}52}{2}\right) 14{,}80 = 152{,}66$$

$$\text{„ IV} = \left(\frac{11{,}52 \times 7{,}0}{2}\right) = 40{,}32$$

$$\text{„ V} = \left(\frac{3{,}8 \times 10{,}0}{2}\right) = 19{,}00$$

$$\text{„ VI} = \left(\frac{13{,}32 + 10{,}0}{2}\right) 14{,}67 = 171{,}05$$

$$\text{„ VII} = \left(\frac{9{,}32 + 13{,}32}{2}\right) 17{,}61 = 199{,}35$$

$$\text{„ VIII} = \left(\frac{9{,}32 \times 13{,}72}{2}\right) = 63{,}93$$

$$\text{Summe} = 889{,}22 \text{ qm.}$$

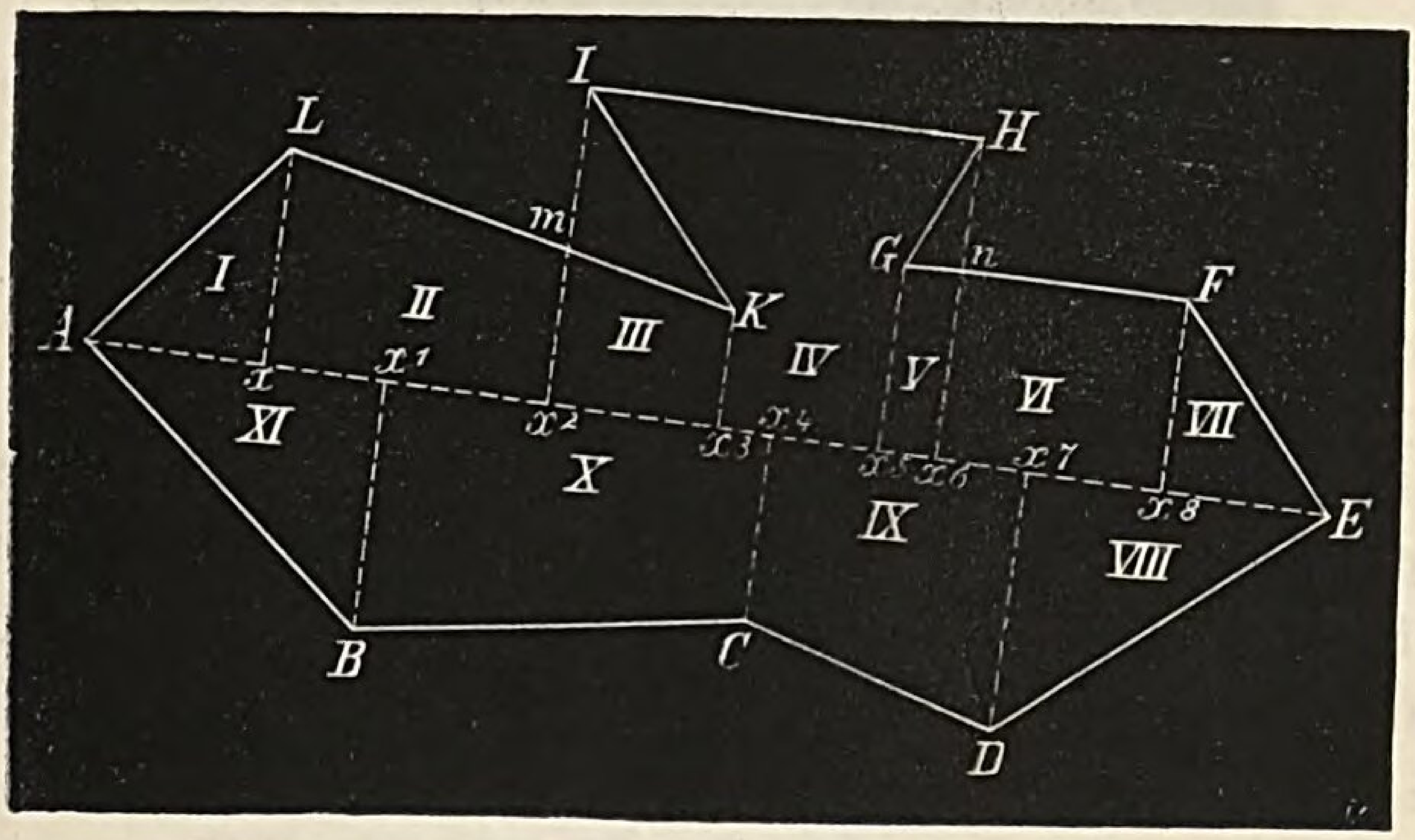
Da hier in allen Teilfiguren der gemeinschaftliche Nenner zwei vorkommt, so kann man bei der Berechnung denselben auch zunächst weglassen, indem man alle Produkte bildet, dieselben addiert und erst am Schlusse die ganze Summe durch zwei dividiert.

Wie aus vorstehender Berechnung hervorgeht, lassen sich die einzelnen senkrechten Abstände (Höhen) der Trapeze leicht durch Abzug der kleineren

Abscissen von den größeren finden. So z. B. ist die Höhe des Trapezes II = 28,0 − 11,80 = 16,20 Meter u. s. w.

Aufgabe 3. Vermessung eines Vieleckes mit aus- und einspringenden Winkeln.

Es ereignet sich manchmal, daß in einer aufzunehmenden Figur einspringende Winkel wie G und K, Figur 57, vorkommen. Obgleich in solchen Fällen die Aufnahme und Verzeichnung der Fläche gerade wie in der zweiten Aufgabe zu geschehen pflegt, so erleidet doch die Berechnung eine geringe Abänderung, auf die wir mit wenigen Worten zurückkommen müssen.



Figur 57.

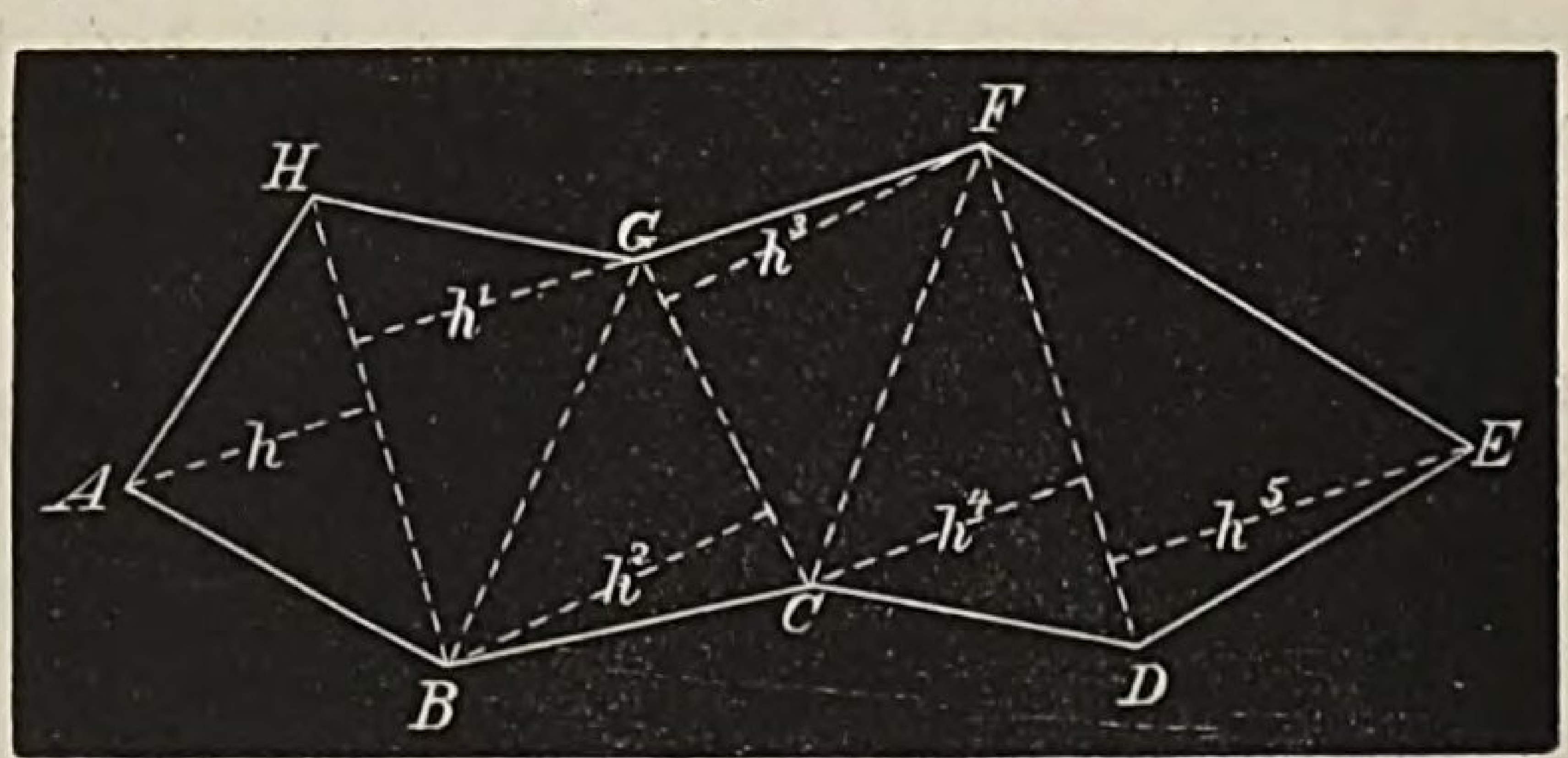
Die Berechnung der Teilfiguren I, VII, VIII, IX, X und XI erfolgt wie bereits bekannt. Um den übrig bleibenden Teil der Figur zu bestimmen, berechnet man die Trapeze II = K L x x^3, III = K I x^2 x^3, IV = H I x^2 x^6, V = H G x^5 x^6 und VI = F G x^5 x^8. Dadurch ergiebt sich jedoch der Flächeninhalt K m x^2 x^3 und n G x^5 x^6 doppelt, überdies werden aber auch die außerhalb der Figur fallenden Dreiecke K I m und H G n mit in Rechnung gezogen. Um darum den Flächeninhalt des Ganzen richtig zu erhalten, müssen schließlich die Trapeze III = K I x^2 x^3 und V = H G x^5 x^6 abgezogen werden.

Man sieht hieraus, daß man in diesem und allen ähnlichen Fällen ebenfalls nur nöthig hat eine Standlinie zweckmäßig zu legen, aus allen zu beiden Seiten liegenden Punkten Senkrechte auf dieselbe zu fällen und die zugehörigen Abscissen und Ordinaten zu messen.

2. Vermessung kleinerer Grundstücke aus den Diagonalen und Seiten (Polar-Methode).

§ 24.

a) Aufnahme der Figur. Es kann der Fall eintreten, daß dem Messenden kein zur Bestimmung von Perpendikeln geeignetes Instrument zu Gebote steht, oder daß andere Bestimmungsgründe die Anwendung der Koordinatenmethode nicht rätlich erscheinen lassen.



Figur 58.

In solchen Fällen zerlegt man die ganze Fläche, Figur 58, von den Umfangspunkten aus durch Diagonalen B H, B G, C G, C F und D F in lauter möglichst gleichseitige Dreiecke, mißt sowohl die Diagonalen, als auch sämtliche Umfangsseiten A B, B C, C D u. s. w. des Polygons und trägt alle gemessenen Linien in ein vorher anzulegendes Brouillon ein.

b) Zeichnung der Figur. Um sich nun ein Bild von der Parzelle zu verschaffen, erinnere man sich, daß aus den gemessenen drei Seiten eines Dreieckes dasselbe stets verzeichnet werden kann. Trägt man daher die einzelnen Dreiecke mittelst Konstruktion an einander, so entsteht ein richtiges Bild von der ganzen Aufnahme. Damit sich aber die oft unvermeidlichen Konstruktionsfehler nicht häufen und fortpflanzen, beginnt man am zweckmäßigsten mit der Zeichnung bei einem in der Mitte liegenden Dreiecke, im vorliegenden Falle etwa mit Dreieck B C G oder C F G, und setzt die Konstruktion nach beiden Seiten bis zum Ende fort. Man würde darum, Figur 58, zuerst auf dem Kartblatte die Entfernung C G auftragen, hierauf die gemessenen Linien F G nach dem Verjüngungsmaßstab in den einen, und C F in den andern Zirkel nehmen, die eine Spitze des ersten Zirkels in G, die eine Spitze des anderen in C einsetzen und mit beiden Zirkeln bei F Kreise beschreiben, so würde der Durchschnittspunkt F ein richtiger Punkt der Figur sein, unter der Voraussetzung natürlich, daß die Linienmessung eine richtige ist. Ganz auf dieselbe Weise werden nun auch die

übrigen Punkte der Fläche verzeichnet, indem man zunächst an Seite C G das Dreieck B C G, an Seite CF aber das Dreieck D C F anschließt und so bis zu Ende fortfährt. Um jedoch für die Richtigkeit der Aufnahme eine Kontrolle zu haben, ist es erforderlich, außer den zur Zeichnung der Figur absolut nötigen Linien, etwa noch die Linien von C nach E und von C nach A zu messen, deren mit dem Zirkel abgegriffene Entfernungen dann in die Zeichnung passen müssen, wenn die Aufnahme fehlerfrei erfolgte.

c) **Berechnung der Figur.** Die Teil- oder Grundfiguren sind im vorliegenden Falle lauter Dreiecke, deren sämtliche Seiten gemessen, deren Höhen aber unbekannt sind. Der Flächeninhalt würde darum hier am sichersten erhalten, wenn man die Flächeninhalte der einzelnen Dreiecke aus den Seiten berechnete und sämtliche Inhalte summierte.

Die Formel für die Berechnung des Inhaltes eines Dreieckes aus den drei Seiten ist bekanntlich

$$F\,l = \sqrt{S\,(S-a)\,(S-b)\,(S-c)};$$

wobei a, b und c die drei Seiten bezeichnen, S aber die halbe Summe der drei Seiten, nämlich $\frac{a+b+c}{2}$, ausdrückt.

Wäre z. B. a = 100 m, b = 90 m und c = 70 m gefunden worden, so ist:

$$S = \frac{100 + 90 + 70}{2} = \frac{260}{2} = 130 \text{ m},$$

mithin:

$$S - a = 130 - 100 = 30 \text{ m},$$
$$S - b = 130 - 90 = 40 \text{ m},$$
$$S - c = 130 - 70 = 60 \text{ m}.$$

Werden nun diese Werte in die Formel substituiert, so ist:

$$F\,l = \sqrt{S\,(S-a)\,(S-b)\,(S-c)} =$$
$$\sqrt{130 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 60} =$$
$$\sqrt{936\,000} = 3\,059 \text{ qm} = 0{,}3059 \text{ ha}.$$

Für die bequemere logarithmische Berechnung würde sich die Rechnung so stellen:

$$\log F\,l = {}^1\!/_2 \left(\log S + \log (S-a) + \log (S-b) + \log (S-c)\right)$$

daher:

$$\log S = \log 130 = 2{,}113943$$
$$\log (S-a) = \log 30 = 1{,}477121$$
$$\log (S-b) = \log 40 = 1{,}602060$$
$$\log (S-c) = \log 60 = 1{,}778151$$
$$(6{,}971275) : 2$$

log F l = 3,485637, folglich ist:

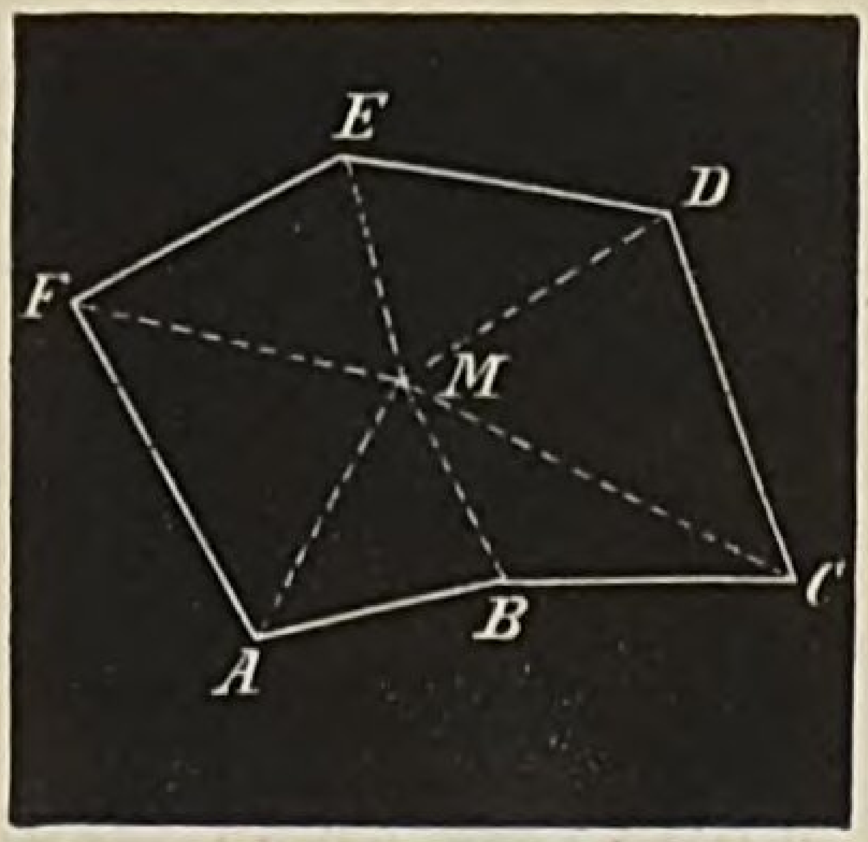
$$F\,l = 3059 \text{ qm} = 0{,}3059 \text{ ha.}$$

Da man jedoch bei vielen Aufnahmen mit Kreuzscheibe, Winkelspiegel und ähnlichen Instrumenten keine ins Kleinliche gehende Genauigkeit verlangt, so kann die soeben beschriebene etwas zeitraubende Methode der Berechnung dadurch bedeutend abgekürzt werden, daß man die Fläche mit möglichster Sorgfalt in keinem zu kleinen Maßstabe (etwa 1 : 1000) verzeichnet, die Figur in lauter Drei- und Vierecke zerlegt, deren Höhen mittelst Zirkel und Maßstab ermittelt und die Berechnung nach § 23 verrichtet.

Es würde dann etwa Figur 58 in die Vierecke A B G H, B C F G und CDEF zerlegt, die senkrechten Abstände h, h^1, h^2, h^3, h^4 und h^5 mit dem Zirkel abgegriffen und die Rechnung wie folgt vorgenommen:

$$ABGH = \left(\frac{h + h^1}{2}\right) BH$$
$$BCFG = \left(\frac{h^2 + h^3}{2}\right) CG \text{ und}$$
$$CDEF = \left(\frac{h^4 + h^5}{2}\right) DF.$$

Die Flächeninhalte dieser drei Dreiecke addiert, geben den Inhalt der ganzen Figur A B C D E F G H.



Figur 59.

Sollte die zu vermessende Fläche, Figur 59, eine mehr abgerundete Form haben, so kann die Aufnahme auch in der Art erfolgen, daß man sich innerhalb der Figur einen zum Messen bequem gelegenen Punkt M annimmt, von diesem aus nach allen Endpunkten A, B, C u. s. w. Diagonalen zieht und dieselben nebst den Umfangsseiten mißt.

Die Zeichnung und Berechnung der so entstehenden einzelnen Dreiecke kann dann ebenfalls auf die soeben beschriebene Methode geschehen.

3. Vermessung größerer im Innern zugänglicher Figuren.

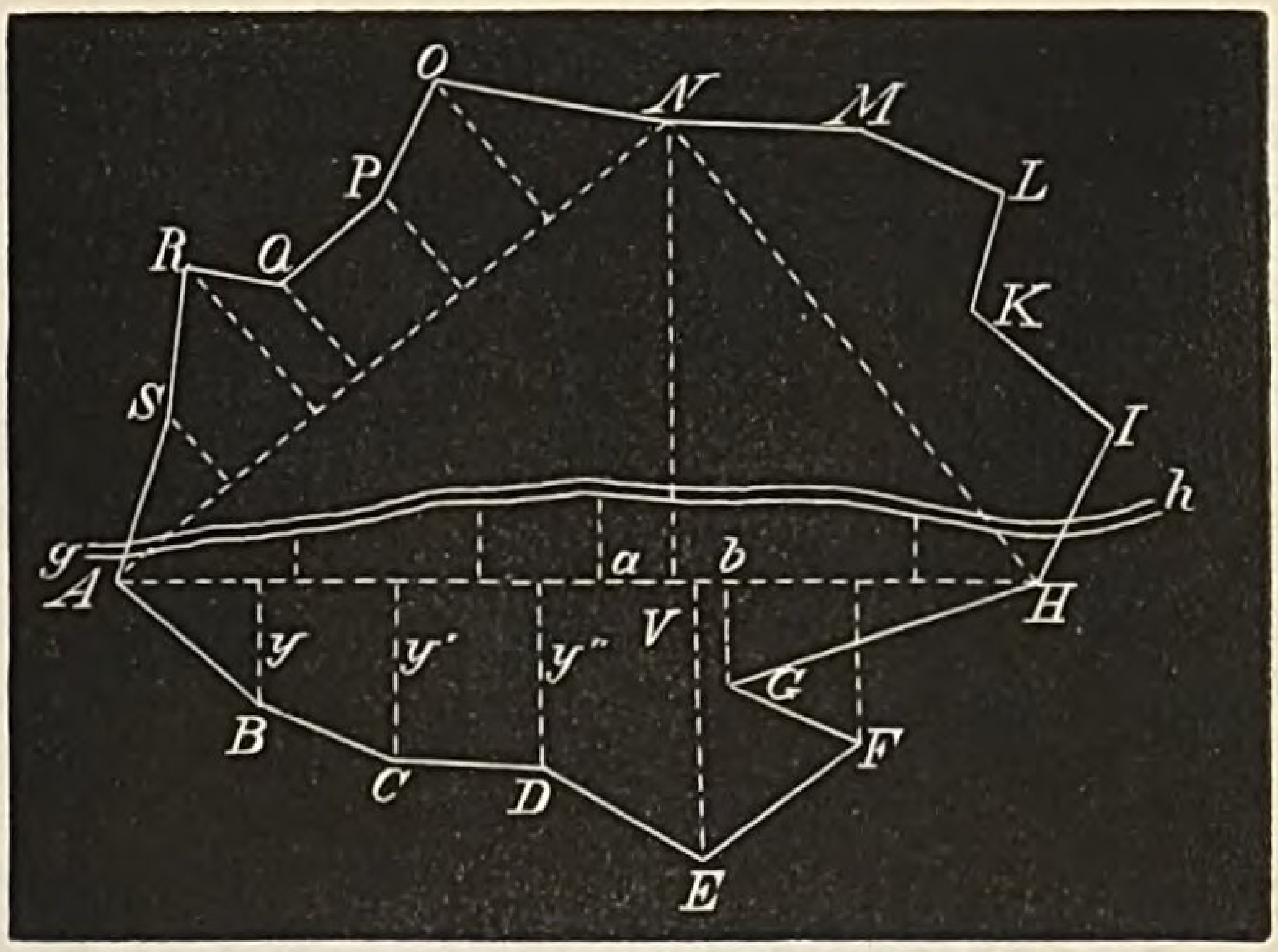
§ 25.

Aufgabe 1. Vermessung eines Vieleckes mittelst dreier Standlinien.

a) Aufnahme der Figur. Die Perpendikel, welche man mit den § 19—22 beschriebenen Instrumenten auf eine Basis zu fällen imstande ist, gewähren nur bis zu einer gewissen Grenze genügende Genauigkeit. Hat die aufzunehmende Fläche schon eine solche Ausdehnung, daß die zu fällenden Ordinaten länger wie 90—100 Meter sein würden (bei Gebrauch der Spiegelinstrumente sind die Grenzen bei schlechter Beleuchtung oft noch enger gezogen), dann genügt die Absteckung einer einzigen Basis durch die Mitte der Figur nicht mehr, und ein genaueres Verfahren muß eintreten.

Bei allen umfangreichen Aufnahmen soll man sich nämlich an den geodätischen Hauptgrundsatz anschließen: Vom Großen ins Kleine zu arbeiten und die folgenden kleineren Vermessungen durch die vorhergehenden größeren zu kontrollieren.

Auf diesen Grundsatz gestützt, wird man darum, Figur 60, möglichst nahe an die Grenzpunkte die Geraden A H, A N und H N legen, diese als Standlinien benutzen und auf dieselben aus den einzelnen Umfangs-



Figur 60.

punkten die Perpendikel, wie bekannt, fällen. Ist dies geschehen, so wäre, um das Dreieck A H N leicht berechnen zu können, zunächst die Festlegung des Perpendikels N V mittelst einer Kreuzscheibe und die Messung desselben notwendig. Wenn auch hier die Ordinate N V vielleicht schon sehr groß

ausfällt, so ist doch zu erwägen, daß durch zu lange Ordinaten weniger diese als die einzelnen Abscissen ungenau bestimmt werden. Dieser Übelstand fällt aber hier weg, da es sich bei Berechnung des Dreieckes A H N nicht um die einzelnen Abscissen auf der Linie A H, sondern nur um die ganze Länge A H handelt. Die Linie N V bleibt aber immer noch richtig, selbst wenn der Fußpunkt etwas fehlerhaft in a oder b bestimmt würde, denn zieht man aus N mit dem Halbmesser N V einen Kreisbogen, so fällt dieser scheinbar eine geraume Strecke mit der Linie A H zusammen, obgleich er diese nur an einem Punkte berührt.

Sollte durch die Fläche noch ein Bach oder Weg g h ziehen, welchen man zu verzeichnen wünscht, so kann der Lauf desselben ebenfalls leicht von der Linie A H aus mittelst Perpendikel aufgenommen werden, welche man von allen Hauptkrümmungen aus auf diese fällt.

b) Verzeichnung der Figur. Das erste, was geschehen muß, ist die Konstruktion des Dreiecks A H N aus den drei gemessenen Seiten auf das Kartblatt. Hierauf trägt man auf die Linie A H sämtliche gemessene Abscissen, errichtet in den Endpunkten derselben die zugehörigen Ordinaten y, y', y'' u. s. w. und erhält so die Punkte B, C, D, E, F und G. Ganz in ähnlicher Weise verfährt man auch bei Bestimmung der an der Linie A N und H N liegenden Punkte und bei Festlegung des Weges oder Baches g h.

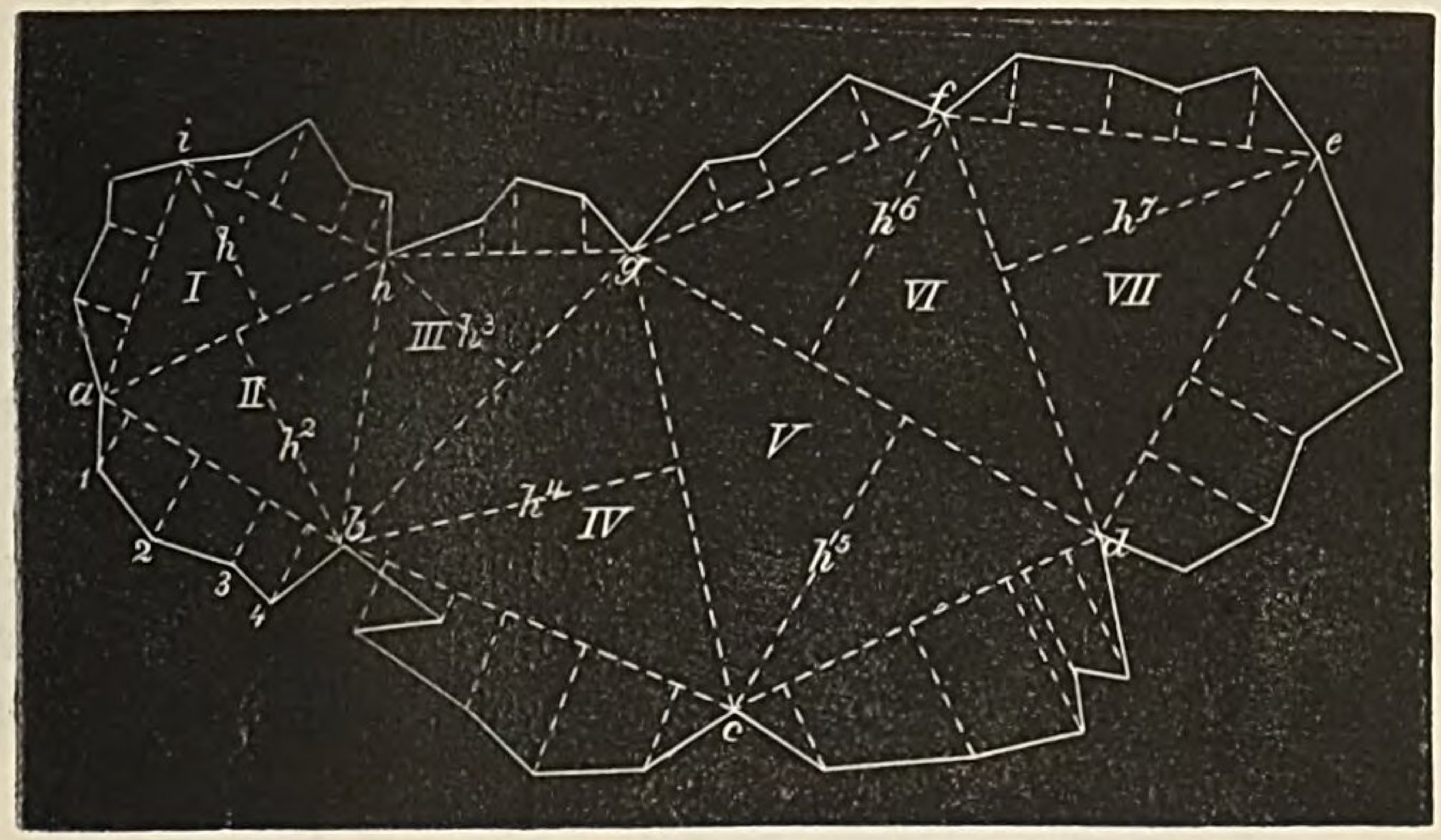
Auch hier, wie überhaupt in allen ähnlichen Fällen, ist die Messung der Umfangslinien zur Kontrolle für die richtige Aufnahme und Zeichnung sehr erwünscht und sollte deshalb nicht unterlassen werden. Nachdem die Fläche verzeichnet ist, werden die Entfernungen der Umfangslinien nach dem verjüngten Maßstabe in den Zirkel genommen und nachgesehen, ob sie mit den betreffenden Entfernungen auf der Zeichnung übereinstimmen; sollte dies irgendwo nicht der Fall sein, so geht daraus hervor, daß entweder bei der Aufnahme oder bei der Zeichnung ein Fehler unterlaufen ist, der aufgesucht werden muß.

c) Berechnung der Figur. Der ganze Flächeninhalt setzt sich aus dem großen Dreieck A N H und den an der Linie A H, A N und N H liegenden kleinen Dreiecken und Paralleltrapezen zusammen, welche leicht berechnet werden können. In der Summe der Inhalte dieser sämtlichen Teilfiguren erhält man daher den ganzen Flächeninhalt von Figur 60.

Aufgabe 2. Vermessung eines Vieleckes mittelst eines Netzes von Dreiecken.

Wäre eine ganze Feldflur oder ein größerer Wiesenkomplex aufzunehmen, die Fläche also schon von solcher Ausdehnung, daß die Festlegung von nur drei Standlinien, wie in Figur 60, nicht mehr genügte, so legt man am vorteilhaftesten zuerst über die ganze Figur ein Netz von Dreiecken und knüpft die ganze Aufnahme an dieses an. Das hierbei einzuhaltende Verfahren ist dann folgendes:

a) Aufnahme der Figur. Nachdem man von der ganzen Figur einen genauen Handriß angefertigt hat, legt man möglichst nahe an den Umfang die zusammenhängenden Linien a b, b c, c d, d e, e f, f g, g h, h i und i a, Figur 61, und zerlegt die dadurch entstehende Figur a b c d e f g h i durch die Diagonalen a h, b h, b g, c g, d g und d f in die Dreiecke I, II, III bis VII. Nun werden sämtliche Dreiecksseiten gemessen, von allen Umfangspunkten Perpendikel auf die vorher abzusteckenden Standlinien a b, b c u. s. w. gefällt und alle Ordinaten und Abscissen der Polygonspunkte 1, 2, 3, 4 u. s. w. durch Messung und Eintrag in den Handriß bestimmt. Schließlich ermittelt man noch sämtliche Höhen h^1 h^2 h^3 u. s. w. der Dreiecke I, II, III u. s. w. wodurch sich die Faktoren zur Zeichnung und Berechnung der ganzen Fläche ergeben. Auch müssen zur Kontrolle für die richtige Vermessung der Dreiecke noch einige Entfernungen, etwa die Linien von g nach e und von g nach i gemessen werden.



Figur 61.

b) Die Zeichnung der Figur beginnt am zweckmäßigsten mit der Konstruktion des Dreiecks b c g aus den drei gemessenen Seiten auf die Mitte des gegebenen Kartblattes.

Nun setzt man durch Konstruktion die Dreiecke III, II und I auf der linken, die Dreiecke V, VI und VII aber auf der rechten Seite des Dreiecks IV an, indem man nämlich immer die zu einem Dreieck gehörigen gemessenen Seiten in zwei Zirkel faßt und so nach und nach die Durchschnittspunkte b, a, i und d, f, e bestimmt. Die Konstruktion der Dreiecke von der Mitte aus und nach den beiden Seiten hin hat den Vorteil, daß sich unvermeidliche Konstruktionsfehler, wie bereits erwähnt, mehr verteilen.

Nachdem das Dreiecksnetz richtig konstruiert, der Grundsatz, vom Großen ins Kleine zu arbeiten, also zur Genüge gewahrt ist, sind beträchtliche Verrückungen bei der weiteren Zeichnung nicht mehr möglich. Man hat dann nur noch nötig, auf die einzelnen Linien a b, b c, c d u. s. w. die gemessenen Abscissen und Ordinaten der Punkte 1, 2, 3 u. s. w. mit Hilfe des Zirkels und eines rechtwinkligen Dreieckes sorgfältig aufzutragen, die dadurch sich ergebenden Umfangspunkte richtig mit einander zu verbinden, und die Zeichnung der Fläche, Figur 61, ist fertig.

c) Die Berechnung der Figur bietet keine Schwierigkeiten dar. Aus den gemessenen Grundlinien und Höhen der Dreiecke I, II, III u. s. w. ergiebt sich deren Flächeninhalt und aus der Summe dieser Dreiecke der Inhalt der Figur a b c d e f g h i. Die außerhalb der Dreiecke liegenden Randstücke werden durch die Ordinaten in lauter Dreiecke und Trapeze zerlegt. Werden nun die Inhalte dieser sämtlichen kleinen Teilfiguren berechnet und zu den Dreiecken I, II, III u. s. w. addiert, so ergiebt sich der Gesamtinhalt der Fläche.

Sollte durch die aufzunehmende Figur ein Weg oder Bach ziehen, deren Lauf man in die Karte einzuzeichnen wünscht, so können die hierzu nötigen Bestimmungen ebenfalls sehr leicht von den Dreiecksseiten aus geschehen.

Aus vorstehendem dürfte schließlich zur Genüge hervorgehen, daß man, bei Beobachtung der gehörigen Vorsicht, selbst mit einfacheren Meßinstrumenten, namentlich auf günstigem Lokale, Flächen von bedeutender Ausdehnung aufzunehmen imstande ist.

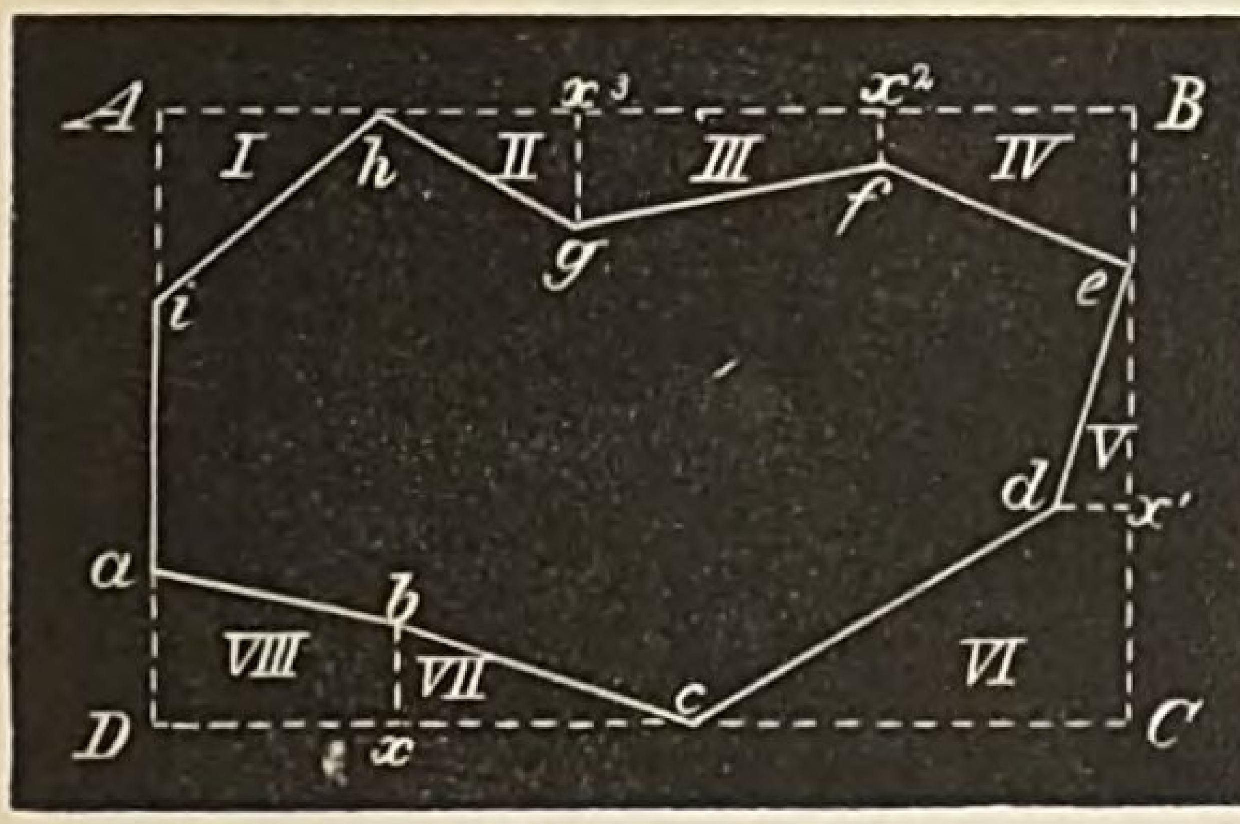
Darum sind es Meßlatte, Stahlband, Kette und Stäbe und die §§ 19 bis 22 beschriebenen Werkzeuge, welche im gewöhnlichen Leben vielfach in Anwendung zu kommen pflegen, und welche schon wegen ihrer Billigkeit und leichten Handhabung auch in der Folge sich eine ausgedehnte Verbreitung unter dem Publikum sichern werden.

III. Vermessung von im Innern unzugänglichen Figuren.

1. Vermessung eines Vieleckes, dessen Umgebung zugänglich und übersehbar ist.

§ 26.

a) Aufnahme der Figur. In den §§ 23—25 wurden die zu vermessenden Flächen als zugänglich und übersehbar vorausgesetzt. Wären jedoch die fraglichen Figuren Teiche, Sümpfe, angebautes Gelände oder einzelne Waldparzellen, welche im Innern zwar nicht betreten werden können, wohl aber in ihrer Umgebung eine ungehinderte Operation gestatten, so kann, bei nicht zu großer Ausdehnung derselben, folgender Weg zur Vermessung eingeschlagen werden: Man steckt mit Hilfe eines der in §§ 19—22 beschriebenen Instrumente um die aufzunehmende Fläche, Figur 62, ein Rechteck in der Art ab, daß wo möglich eine Polygonseite, hier a i, mit der Rechtecksseite A D zusammenfällt, im übrigen aber die entferntesten Punkte c, e und h gerade auf die Rechtecksseiten zu liegen kommen, weil sich auf diese Weise die Vermessung etwas abkürzt. Ist das Rechteck A B C D abgesteckt, und hat man sich von der richtigen Ausführung dadurch überzeugt, daß man die Seiten des Rechteckes mißt und unsersucht, ob A B = C D und A D = B C ist, so fällt man auf D C die Senkrechte b x, auf C B die Senkrechte $d x^1$, auf A B die Senkrechten $f x^2$ und $g x^3$ und bestimmt dabei gleichzeitig die Länge dieser sämtlichen Ordinaten und Abscissen, welche in das entworfene Brouillon eingetragen werden.



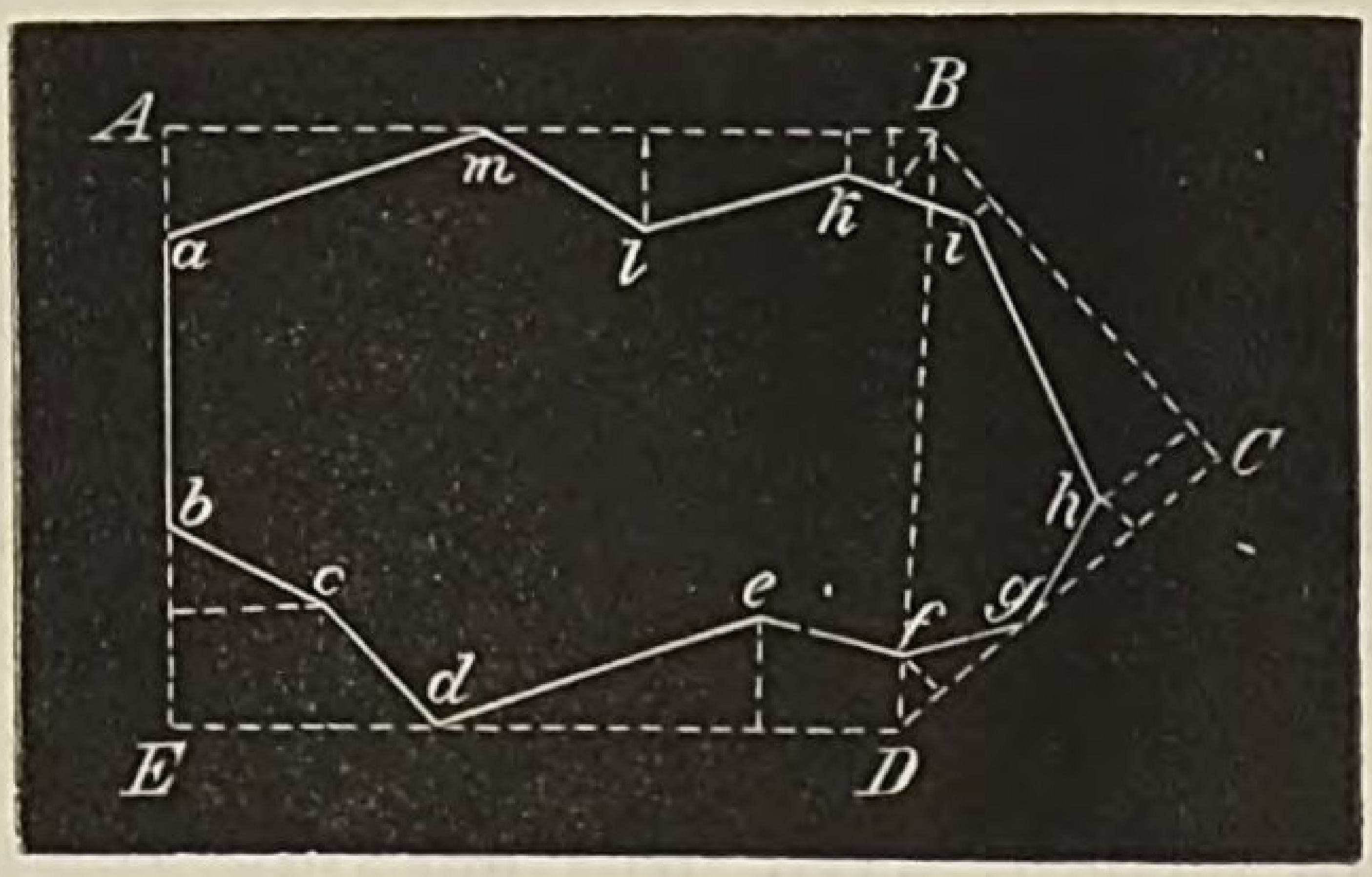
Figur 62.

b) Die Zeichnung der Figur beginnt mit der Konstruktion des Rechteckes A B C D in dem gegebenen Verjüngungsverhältnisse.

Hierauf greift man mit dem Zirkel auf dem Maßstabe die Abscissen D x, D c, $C x^1$ u. s. w. ab, errichtet in den Endpunkten x, x^1, x^2 und x^3 derselben mittelst eines rechtwinkeligen Dreieckes die Perpendikel x b, $x^1 d$ u. s. w., trägt auf diese die gemessenen Ordinaten auf und bestimmt so sämtliche Polygonspunkte, welche, mit einander verbunden, die Fläche darstellen.

c) Die Berechnung der Figur geschieht in der Weise, daß man zunächst aus der gemessenen Länge A B und Breite B C den Flächeninhalt

des Rechteckes A B C D berechnet und von diesem die Summe der zwischen den Seiten des Rechteckes und Polygons liegenden Dreiecke und Trapeze I, II, III u. s. w. abzieht, deren Berechnungsfaktoren bei der Aufnahme ermittelt wurden.



Figur 63.

Sollte die aufzunehmende Fläche schon ausgedehnter sein, oder wäre aus anderen Gründen die Umgebung derselben mit einem Rechtecke nicht möglich, so kann auch mittelst eines Fünfeckes die Aufgabe noch sicher gelöst werden. Man verlängert zu diesem Behufe nach Bedürfnis etwa die Linie a b, Figur 63, errichtet in A und E die Senkrechten A B und E D, steckt hierauf möglichst nahe am Polygon hin die Linie D C ab und fällt auf diese das Perpendikel B C. Hierauf errichtet man im Felde wie vorhin auf die einzelnen Seiten des die Figur umgebenden Fünfeckes aus den Polygonspunkten Senkrechte und bestimmt so die Ordinaten und Abscissen dieser Punkte, wodurch sich zugleich die Seitenlängen des Fünfeckes selbst ergeben.

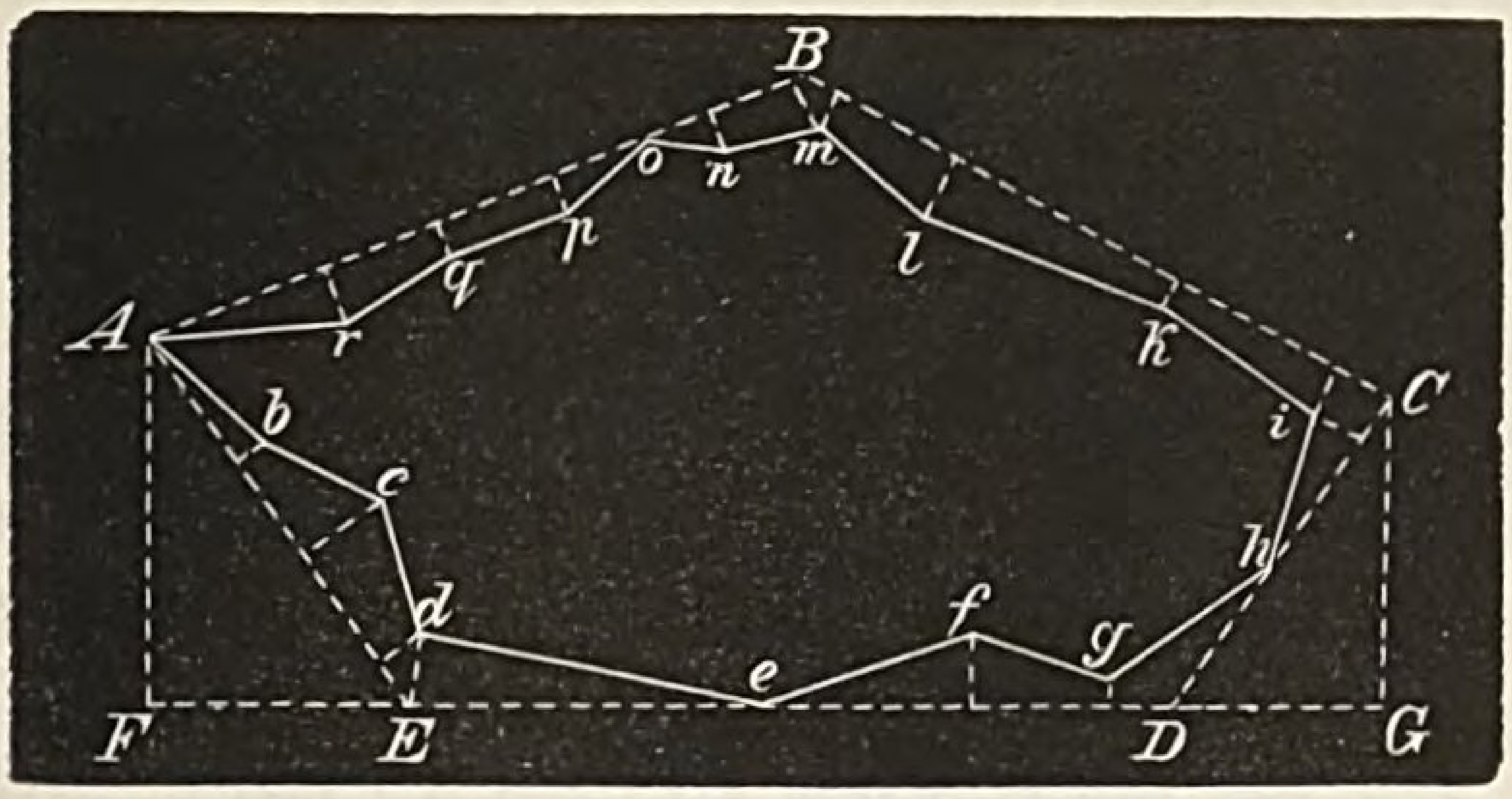
Die Zeichnung geschieht dadurch, daß man zuerst die Linie A E auf dem Kartblatte abgreift, in den beiden Endpunkten A und E Senkrechte errichtet und auf diesen die Längen A B und E D absticht. Nun bestimmt man aus B und D mit den Zirkelöffnungen B C und C D den Durchschnittspunkt C, worauf das Fünfeck A B C D E vollständig richtig verzeichnet ist, was man auch noch daran erkennen kann, daß jetzt die Linie B C senkrecht auf C D stehen muß. Die einzelnen Polygonspunkte werden nun wie vorhin mittelst Auftragen der Abscissen und Ordinaten festgelegt.

Zur Bestimmung des Flächeninhaltes von a b c d e . . . berechnet man zuerst den Inhalt des Fünfecks A B C D E und zieht die zwischen diesem und dem Polygone liegenden kleinen Dreieckchen und Trapeze ab. Das

Fünfeck A B C D E kann man sich aber in das Trapez A B D E und das rechtwinkelige Dreieck B C D zerlegt denken, deshalb ist der Inhalt

$$A B C D E = \left(\frac{A B + E D}{2}\right) A E + C D \times \frac{B C}{2}.$$

Wäre es jedoch nicht thunlich ein Fünfeck mit mehreren rechten Winkeln zu konstruieren, so können dieselben auch, Figur 64, stumpfwinklig angenommen werden.



Figur 64.

Man steckt alsdann möglichst nahe am Umfange der aufzunehmenden Fläche das Fünfeck A B C D E ab, mißt sämtliche Seiten desselben, verlängert ED nach F und G beliebig, fällt auf diese Verlängerung aus A und C die Perpendikel A F und C G, bestimmt endlich noch die Linien E F, A F, D G und C G, so sind die Faktoren zur Zeichnung von A B C D E bestimmt. Hierbei muß indessen darauf Rücksicht genommen werden, daß der Winkel A B C weder zu spitz noch zu stumpf wird, weil sonst auf der Zeichnung der Punkt B nicht mit der nötigen Schärfe sich bestimmen läßt, indem die Zirkelschnitte sich nicht scharf in einem Punkte durchkreuzen, wie man sich leicht überzeugen kann. Werden nun auch noch auf die einzelnen Seiten A B, B C u. s. w. Senkrechte aus den Umfangspunkten des Polygons errichtet, und mittelst Messung sämtliche Ordinaten und Abscissen derselben bestimmt, so kann man die ganze Figur nun leicht verzeichnen.

Man trägt auf eine beliebig lang angenommene Linie das Stück E D mittelst des Zirkels auf. Greift alsdann auch die Längen E F und D G ab, errichtet in F und G Senkrechte, nimmt die gemessenen Ordinaten A F und C G in den Zirkel, und bestimmt so aus F und G die Durchschnittspunkte A und C. Aus A und C läßt sich dann auch leicht mittelst der Zirkelöffnungen A B und C B der Punkt B festlegen. Nachdem das Fünfeck

auf diese Weise richtig verzeichnet ist, lassen sich die wirklichen Punkte der Figur A b c d e u. s. w. leicht mittelst Auftragens der Ordinaten und Abscissen bestimmen.

Der Flächeninhalt ergiebt sich, indem man von dem Fünfecke die einzelnen vorher zu berechnenden Randstücke abzieht. Der Flächeninhalt des Fünfecks wird in diesem Falle am besten aus der Zeichnung ermittelt, indem man das Fünfeck in drei Dreiecke zerlegt und die Berechnungsfaktoren mit dem Zirkel abgreift.

2. Vermessung eines Vieleckes, dessen nächste Umgebung nur zugänglich ist.

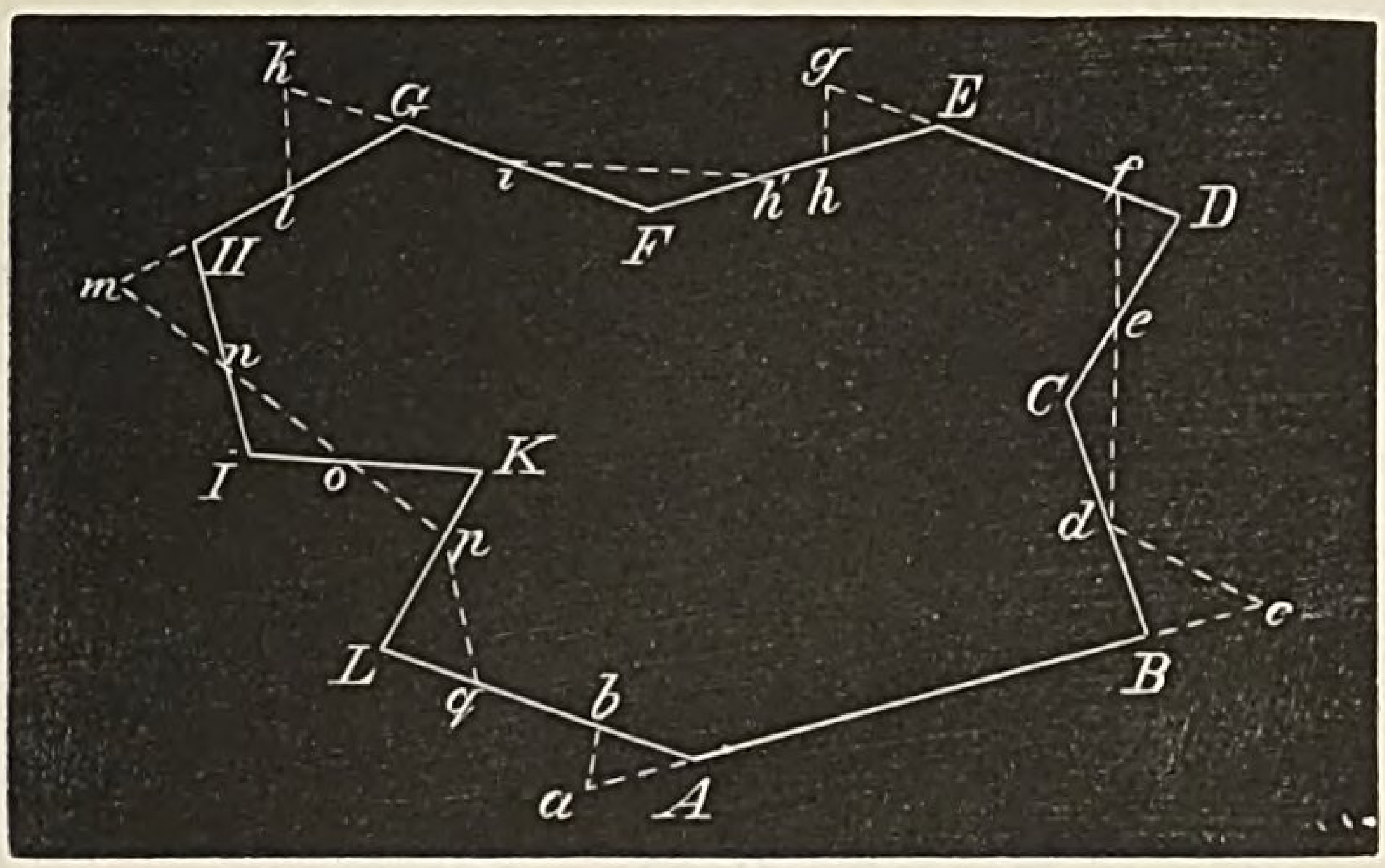
§ 27.

a) Aufnahme der Figur. Diese Aufgabe wird nur mit Kette und Stäben, und zwar unter der Voraussetzung ausgeführt, daß in der nächsten Umgebung der Umfangspunkte kurze Linienmessungen vorgenommen werden können, daß die Fläche selbst keinen beträchtlichen Inhalt hat und man keinen Anspruch auf ein vollständig richtiges Resultat macht.

Bei der Vermessung eines Holzschlages, dessen Flächeninhalt man vielleicht zu Kulturzwecken beiläufig zu wissen nötig hat, dessen innere Fläche aber noch mit verschiedenem Gehölz vollständig besetzt, und darum für Vermessungszwecke unzugänglich ist, sowie in allen ähnlichen, übrigens selten vorkommenden Fällen, wird die folgende Aufnahmsmethode an ihrem Platze sein.

Die Aufgabe geht dahin, alle Seiten und Winkel des Umfanges mittelst Kette oder Stäben zu messen, und aus diesen Stücken das Polygon zu konstruieren. — Zu diesem Behufe beginnt man die Aufnahme etwa bei Seite A B, Figur 65, welche man nach beiden Richtungen hin verlängert. Nun mißt man von A aus etwa 10 Meter nach b und a ab, und bestimmt überdies noch das Stück a b. Ebenso mißt man die Polygonsseite A B, und von B aus die in der Regel 6—12 Meter langen, gleichen Abstände B c und B d, sowie die Entfernung c d, aus welchen dann leicht die Winkel A und B konstruiert werden können. Auf diese Weise fährt man nun fort, bei jedem Polygonspunkte die drei Seiten der Dreiecke d C e, e D f, E h g, h′ F i, G k l, H m n, n J o, K o p und L p q in der Art abzumessen, daß dieselben mindestens 6 Meter betragen, weil mit der Länge der Seiten jedenfalls auch die Genauigkeit der Aufnahme steigt. Neben diesen Dreiecksseiten, welche bald innerhalb, bald

außerhalb der Figur zu liegen kommen, je nachdem die Messung nach innen oder außen leichter bewerkstelligt werden kann, müssen natürlich auch sämtliche Polygonseiten gemessen werden.



Figur 65.

b) Zeichnung der Figur. Man trägt auf einer geraden Linie zuerst die Seite A B und in deren Verlängerung die Abstände A a und B c auf. Setzt nun einen Zirkel in a mit der Öffnung a b, einen anderen in A mit der Öffnung A b ein und beschreibt bei b zwei Kreisbögen, deren Durchschnittspunkt b mit A verbunden die Richtung der Seite A L ergiebt. Wird nun in der Verlängerung von A b die gemessene Seite A L aufgetragen, so erhält man den Polygonspunkt A und den Punkt L. Ganz in derselben Weise bestimmt man auch aus den gemessenen Längen B d, B c und c d den Durchschnittspunkt d und somit die Richtung der Linie B C, d. h. den Punkt C selbst. Um den Punkt D zu verzeichnen, nimmt man die Entfernung d e in den einen, C e in den andern Zirkel, setzt mit ersterem in d, mit letzterem in C ein und bestimmt den Durchschnittspunkt e. Hierauf zieht man durch C und e eine Gerade C D und trägt die Entfernung von C D darauf, so ist D festgelegt.

Auf diese Weise fährt man in der Bestimmung sämtlicher Umfangspunkte fort, und bringt so die Figur zum Schluß. Sollte die Figur nicht völlig schließen, die Abweichung aber nur gering sein, so kann an den einzelnen Punkten eine entsprechende Korrektion angebracht werden. Bei großen Differenzen muß jedoch ein Messungs- oder Konstruktionsfehler unterlaufen sein, welcher vorerst aufgesucht werden muß.

c) Berechnung der Figur. Da die Faktoren zur direkten Flächenberechnung wegen der inneren Unzugänglichkeit der Figur nicht erhoben werden können, so wird der Inhalt in diesen Fällen mittelst Zerlegung

der verzeichneten Fläche in Drei- und Vierecke in der Art ermittelt, daß man die Berechnungsfaktoren auf der Karte mit dem Zirkel abgreift, und die einzelnen Drei- und Vierecke aus denselben berechnet und schließlich summiert.

Bei ausgedehnten und vielseitigen Polygonen gewährt natürlich die soeben beschriebene Methode nicht genügende Sicherheit und man muß dann schon zu vollkommeneren Meßapparaten, wie Meßtisch, Theodolit oder Boussole seine Zuflucht nehmen.

IV. Die Aufnahme und Verzeichnung von Gräben, Bächen, Flüssen, Wegen, Straßen u. s. w.

§ 28.

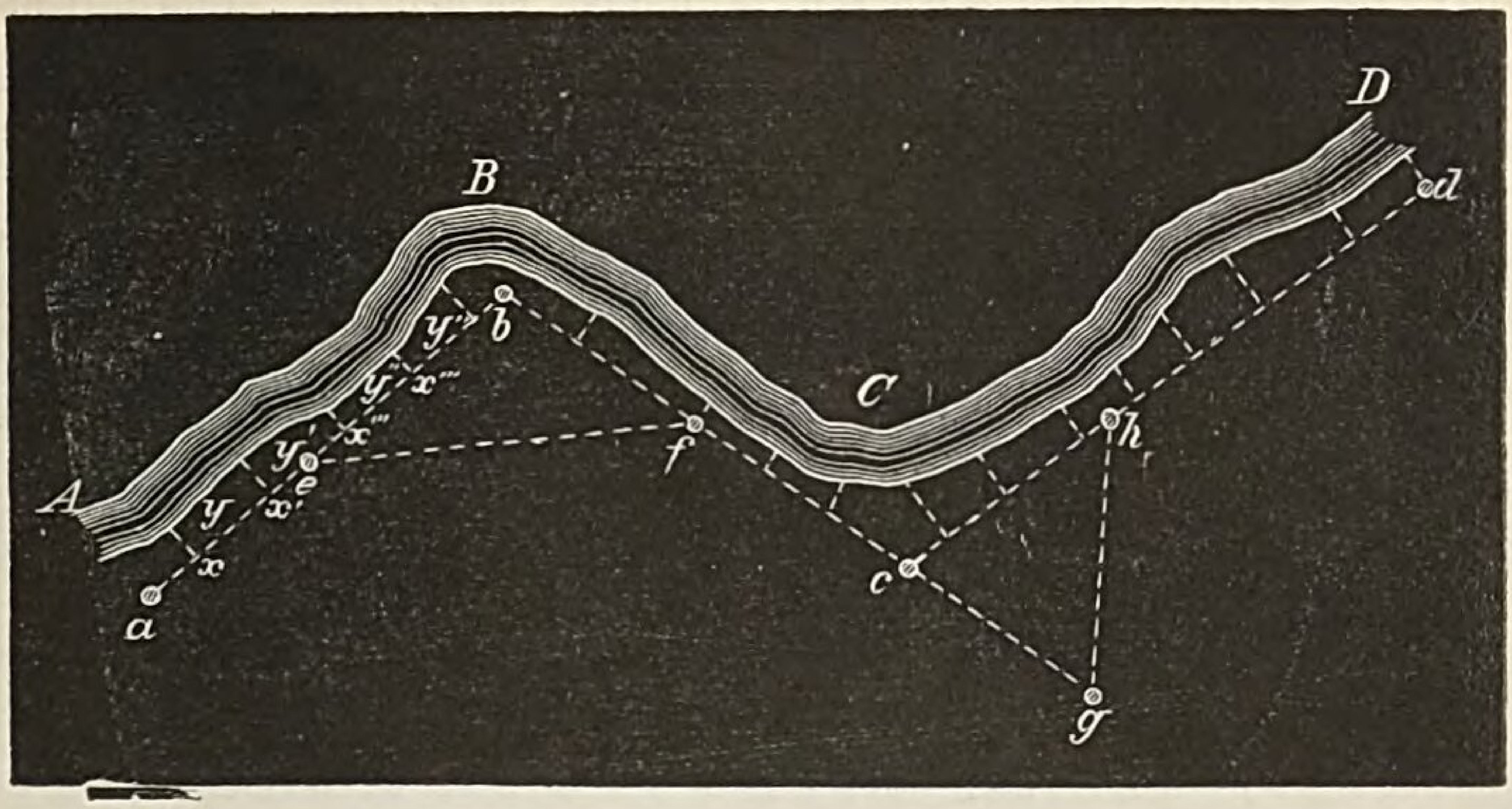
a) Aufnahme der Figur. Die Ufer der Bäche, Flüsse u. dgl. bilden in der Regel krumme Linien.

Letztere werden für alle Fälle der Praxis dadurch mit hinreichender Genauigkeit aufgenommen, daß man an denselben eine Anzahl Punkte bestimmt und dieselben der Natur entsprechend mit einander verbindet. Je mehr Punkte nun festgelegt werden, um so genauer werden natürlich die Aufnahmen werden müssen, um so umständlicher und zeitraubender wird aber auch die Vermessung sein.

Deshalb ist vor einer jeden derartigen Arbeit zu erwägen, welchen Zwecken dieselbe dienen soll. Dient die Aufnahme gleichzeitig zu Flächenberechnungen, so müssen die zu bestimmenden Punkte näher an einander gerückt werden, bezweckt man aber nur ein ungefähres Bild von dem Vermessungsobjekte, so genügt es, die Entfernungen in größeren Abständen anzunehmen. Von diesen Gesichtspunkten ausgehend, stelle A B C D Figur 66, den Lauf eines Baches dar, welcher aufgenommen werden soll.

Man steckt zunächst möglichst nahe an den Ufern die möglichst langen und geraden Linien a b, b c und c d in der Art ab, daß die Endpunkte derselben immer an die Orte der größten Krümmungen zu liegen kommen. Hierauf fällt man aus allen kleineren Krümmungen und Wendepunkten des Baches auf die Geraden a b, b c und c d die Senkrechten y, y′, y″, y‴ u. s. w., mißt dieselben, sowie auch die Abscissen a x, a x′, a x″ .... und die Linien a b, b c und c d. Um nun den Bach vollständig verzeichnen zu können, mißt man auch noch die Entfernungen e b, b f und e f, sowie die in der geraden Verlängerung von b c liegende Linie c g, und die Stücke c h

und g h, wobei jedoch zu bemerken ist, daß die Aufnahme um so sicherer ausfallen wird, je größer die Dreiecke b e f und c g h angenommen werden.



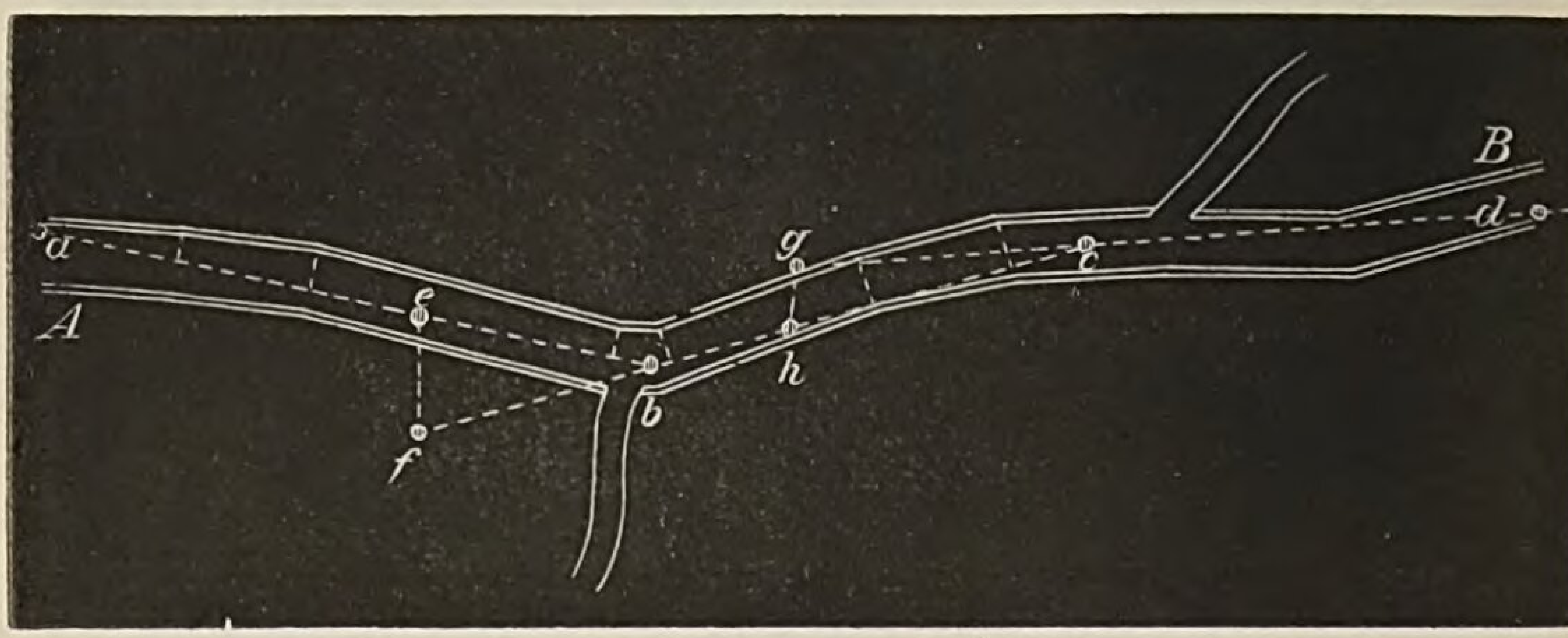
Figur 66.

b) Zeichnung der Figur. Man trägt im gegebenen Maßstabe zuerst die Linie a b auf, greift die Entfernung b e ab und bestimmt somit den Punkt e. Hierauf bestimmt man mittelst Konstruktion aus den Dreiecksseiten b f und e f aus b und e den Durchschnittspunkt f, zieht durch b und f die Gerade b g, trägt die gemessene Linie b c, sowie c g auf und erhält so die Punkte c und g, aus welchen dann wieder der Punkt h und mit diesem die Linie c d festgelegt werden kann.

Hat man auf diese Weise die Hauptrichtungen a b, b c und c d des Baches verzeichnet, so trägt man auf diese nach der Koordinatenmethode die Abscissen und Ordinaten auf, und erhält so die einzelnen Punkte des Bachufers, welche mit einander verbunden, den Lauf des Baches selbst darstellen. Um jedoch die zwischen den einzelnen Punkten liegenden unbestimmten kleinen Krümmungen richtig ausziehen zu können, ist es notwendig, sich dieselben vorher auf ein Brouillon schon mit möglichster Sorgfalt einzuzeichnen.

Hat der aufzunehmende Bach überall gleiche Breite, so braucht man letztere auf das eine Ufer nur mehrmals senkrecht aufzutragen, und durch diese Punkte Parallele zu dem bereits festliegenden Ufer zu ziehen, so ist der ganze Bach bestimmt. Bei ungleicher Breite jedoch müssen dieselben mehrmals gemessen und aufgetragen werden, wenn man es nicht vorzieht beide Ufer, wie beschrieben, aufzunehmen.

Die Aufnahme und Verzeichnung eines Straßenzuges oder Weges, Figur 67, geschieht in ähnlicher Weise, nur mit dem Unterschiede, daß hier die Standlinien a b, b c und c d, wegen der Zugänglichkeit der Straßen über dieselben selbst gelegt werden können, wodurch sich die Aufnahme meistens etwas abkürzt.



Figur 67.

Da die Straßen überdies meist an allen Stellen gleiche Breite haben, so genügt es auch hier nur die eine Straßenseite aufzunehmen, und die andere nach der einmal bestimmten Breite zu verzeichnen.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß namentlich zur Aufnahme von Straßen, Bächen und Flüssen wegen der meist kürzeren Perpendikel sich der Winkelspiegel sehr empfiehlt.

V. Das Abstecken von regelmäßigen Pflanzverbänden.

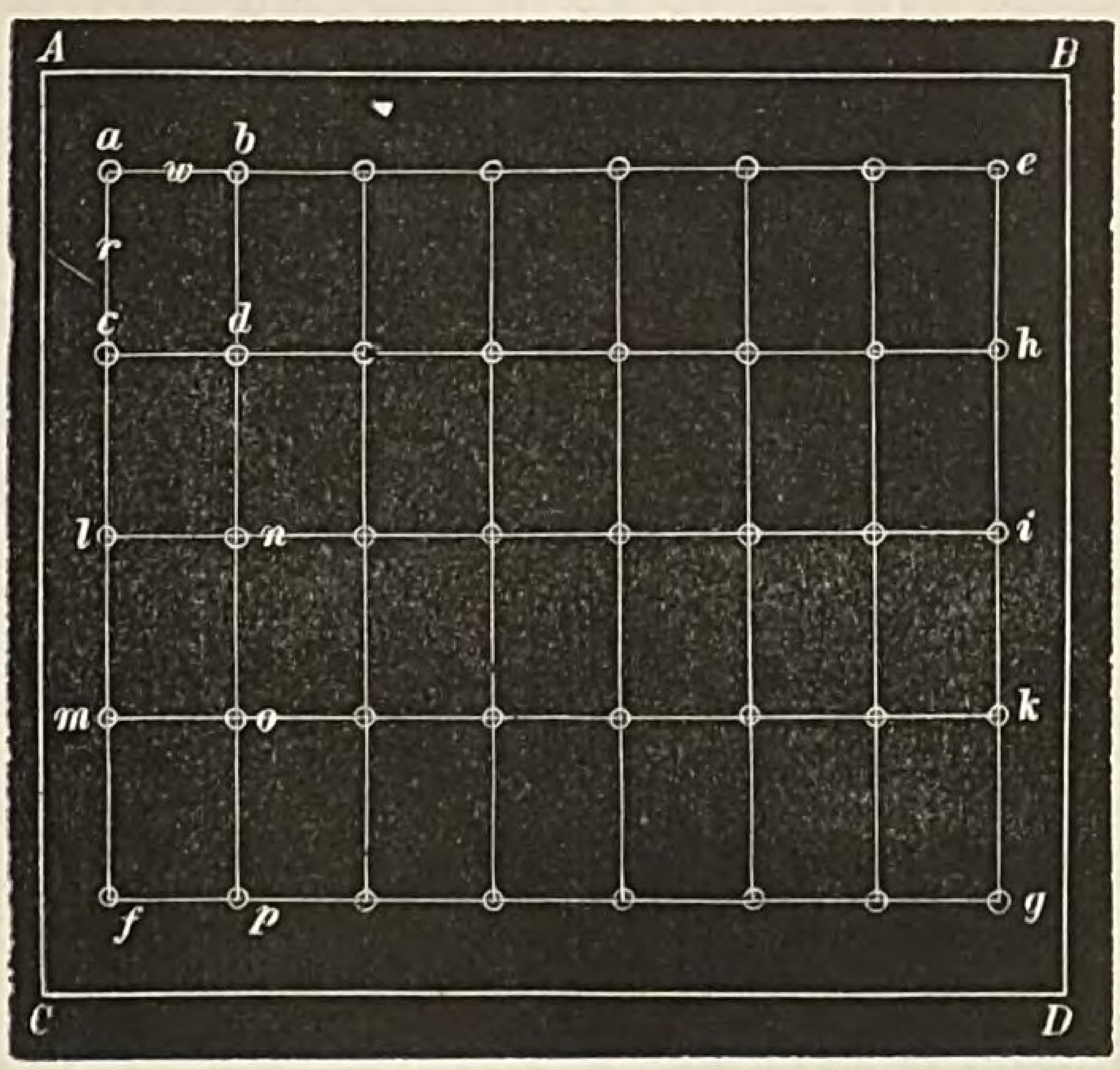
§ 29.

Es kommt in der Praxis der Land- und Forstwirtschaft nicht selten vor, daß Äcker, Wiesen, Obstgärten u. s. w. mit regelmäßigen Obstbaumpflanzungen, Weideflächen u. s. w. mit Waldbäumen gleichmäßig besetzt werden sollen. Eine regelmäßige Bepflanzung solcher Grundstücke bietet gegenüber der regellosen Pflanzung dem Besitzer so vielerlei Vorteile, daß Forstleute, Landwirte ꝛc. mit dem Abstecken solcher Pflanzungen vertraut sein müssen.

Man unterscheidet in der Regel den Reihen-, Quadrat- und Dreiecksverband. Bei dem Reihenverband, Figur 68, sind die überall gleichen Pflanzweiten a b kleiner als die überall gleichen Reihenabstände a c, und bilden je 4 Pflanzen a b c d ein Rechteck. Bei dem Quadratverbande, Figur 69, sind Reihenabstände und Pflanzweiten gleich, und

bilden je 4 Pflanzen a b c d ein Quadrat. Bei dem Dreiecksverband, Figur 70, sind die Reihenabstände a d immer kleiner als die Pflanzweiten a b = a c = b c, und bilden je 3 Pflanzen a b c ein gleichseitiges Dreieck.

In der Forstkultur wählt man meist enge Verbände mit 0,5 bis höchstens 2 Meter Pflanzweite und verwendet hierzu besondere Pflanzschnuren. Wie solche enge Verbände abgesteckt werden, lehrt der Waldbau. Hier wollen wir nur zeigen, wie Äcker, Wiesen, Weideflächen mit **weiten** regelmäßigen Pflanzverbänden versehen werden können. Da man auf solchen Lokalitäten neben der Baum- (Obst-) Zucht auch noch landwirtschaftliche Produkte erziehen will, so darf natürlich künftig nicht die ganze Fläche durch die Bäume beschattet werden, sondern man wählt viel weitere, je nach Umständen 10—20 Meter betragende Verbände, bei deren Absteckung Kreuzscheiben, Winkelkreuze ꝛc., sowie Meßlatten und Absteckstäbe eine wichtige Rolle spielen.



Figur 68.

1. Absteckung eines Reihenverbandes, Figur 68. Ist auf dem Grundstücke A B C D ein regelmäßiger Reihenverband anzulegen, so bleibt man mit den Pflanzreihen gerne um die Hälfte der Pflanzweite a b = w, resp. den halben Reihenabstand a c = r von dem Rande des Grundstückes entfernt, damit künftig die Äste der Bäume nicht in angrenzendes Gelände oder in Wege übergreifen und lästig werden. Hierauf steckt man zunächst eine gerade Linie a e ab, errichtet mittelst Kreuzscheibe, Winkelkreuz u. s. w. in den Endpunkten a und e die Senkrechten a f und e g und schließlich in f die Senkrechte f g. Es müssen dann, im Falle die Senkrechten gefällt

sind, die Linien a e = f g, a f = e g und auch die Diagonalen a g und e f einander gleich sein.

Ist man hiermit fertig, so trägt man mittelst der Meßlatte, des Stahlbandes u. s. w., um die Stellen für die Pflanzlöcher zu finden, den Reihenabstand a c = r so oft auf die Linien a f und e g auf, als es angeht und bezeichnet die betreffenden Stellen, wie aus der Figur ersichtlich, mit kleineren Holzpflöckchen oder mit Absteckstäben; es sind dann die Pflanzlöcher auf den beiden Randlinien a f und e g bestimmt. Ebenso mißt man auf den Linien a e und f g die Pflanzweiten a b = w, so oft es geht, ab und erhält so die Pflanzlöcher von den Randlinien a e und f g. Gehen die gewählten Reihenabstände und Pflanzweiten nicht genau in den korrespondirenden Randlinien auf, was erwünscht ist, so können sie entsprechend vergrößert oder verkleinert werden.

Die Pflanzlöcher innerhalb der vier Randlinien können nun leicht mittelst Absteckstäben einvisiert und mit Pflöcken bezeichnet werden. Um z. B. die Pflanzlöcher d, n und o zu bestimmen, begiebt sich eine Person nach b und visiert nach p, eine zweite Person geht nach c und visiert nach dem Stabe in h; ein Gehilfe aber geht nach d und läßt sich hier einvisieren, denn der Durchschnittspunkt der Linien b p und c h muß das Pflanzloch d sein. Hierauf geht die in c stehende Person nach l, der Gehilfe nach n, wo dieselbe Manipulation vorgenommen wird; der Durchschnittspunkt der Linien b p und l i giebt das Pflanzloch n u. s. w. In ähnlicher Weise werden alle übrigen Pflanzlöcher bestimmt.

Will man das Einvisieren umgehen, so kann man auch zunächst die Linie c h abstecken oder in dieser Richtung eine hinlänglich starke Gartenschnur spannen, alsdann in der Richtung c h immer die gleichen Pflanzweiten w abmessen, und so auch mit den Linien l i und m k verfahren. Diese Methode ist jedoch etwas mühsamer und erfordert ein sehr sorgfältiges Messen der Pflanzweiten.

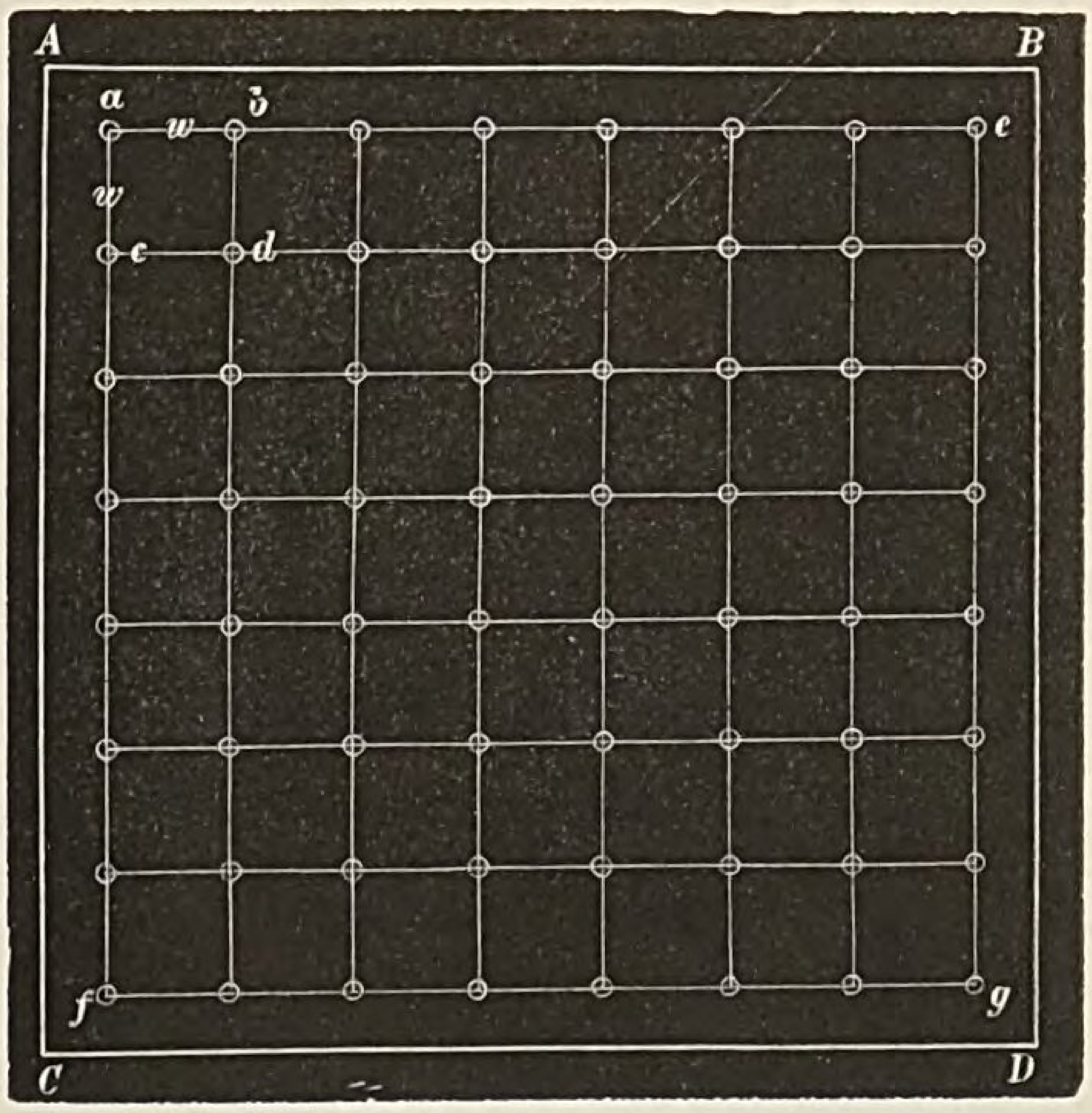
Um die zu einer derartigen Anlage erforderliche Pflanzenzahl zu berechnen, dividiert man den Flächeninhalt des Grundstückes $AB \times CD = Fl$ durch den Standraum $abcd = w \times r$ einer Pflanze und erhält in dem Quotienten $\frac{Fl}{w \times r}$ die gewünschte Pflanzenzahl.

Wäre z. B. $AB = 160$ m, $AC = 150$ m, $w = 20$ m und $r = 30$ m, so ist die Pflanzenzahl

$$= \frac{AB \times CD}{w \times r} = \frac{160 \times 150}{30 \times 20} = \frac{24000}{600} = 40,$$

wie dies schon aus Figur 68 folgt. Diese Rechnung ist jedoch nur dann ganz genau, wenn die ersten Pflanzreihen um die halbe Pflanzweite, resp. den halben Reihenabstand vom Rande entfernt bleiben. Sollen die ersten Reihen jedoch auf den Rand des Grundstückes zu stehen kommen, so ist für jede Pflanzreihe eine Pflanze mehr zu rechnen.

2. Absteckung eines Quadratverbandes, Figur 69. Da der Quadratverband nur ein Reihenverband mit gleicher Pflanzweite a b = w und gleichem Reihenabstände a c = w ist, so muß auch das Verfahren mit dem unter Ziffer 1 beschriebenen in der Hauptsache übereinstimmen. Man wird daher die gegebene Pflanzweite, so oft es geht auf die Linien a e und a f und dann auf die Linien e g und f g abmessen, wodurch sich die Pflanzlöcher auf den vier Randlinien ergeben. Die innerhalb liegenden Pflanzlöcher werden ganz wie bei dem Reihenverband bestimmt.



Figur 69.

Die Pflanzenzahl für den Quadratverband ergiebt sich wie folgt:

Sitzen die ersten Pflanzenreihen um die halbe Pflanzweite ab, so ergiebt sich die Pflanzenzahl durch Division des Flächeninhalts F l des Grundstückes durch das Quadrat der Pflanzweite. Es stehen nämlich in jeder Pflanzreihe $\frac{A\,B}{w}$ Pflanzen und in jeder Richtreihe $\frac{A\,C}{w}$ Pflanzen, folglich auf der Fläche $A\,B\,C\,D = \frac{A\,B}{w} \times \frac{A\,C}{w} = \frac{A\,B \times A\,C}{w^2} = \frac{F\,l}{w^2}$, weil auch w^2 zugleich der Ausdruck für den Standraum einer Pflanze ist.

Wäre z. B. A B = 160 m und A C 160 m, a b = a c = w = 20 m, so ist die erforderliche Pflanzenzahl

$$= \frac{160 \times 160}{20 \times 20} = \frac{25600}{400} = 64,$$

was auch schon aus Figur 69 folgt.

Sollen aber die Pflanzen, was sich weniger empfiehlt, auf den Rand des Grundstückes zu stehen kommen, dann stehen

auf einer Pflanzreihe $\frac{AB}{w} + 1$ und
" " Richtreihe $\frac{AC}{w} + 1$
} Pflanzen, daher

auf der ganzen Fläche

$$\left(\frac{AB}{w} + 1\right) \left(\frac{AC}{w} + 1\right) = \frac{AB \times AC}{w^2} + \frac{AB}{w} + \frac{AC}{w} + 1$$

$$= \frac{Fl}{w^2} + \frac{AB + AC}{w} + 1,$$ also $\frac{AB + AC}{w} + 1$ Pflanzen mehr.

3. Absteckung eines Dreiecksverbandes (Figur 70). Da bei dem Dreiecksverband je drei Pflanzen ein gleichseitiges Dreieck bilden, so kann hier unmöglich die Pflanzweite a b gleich dem Reihenabstande a d sein, letzterer beträgt vielmehr nur 0,886 der Pflanzweite Um nämlich den unbekannten Reihenabstand a d aus der bekannten Pflanzweite abzuleiten, hat man, da $bd = \frac{bc}{2} = \frac{ab}{2}$ ist:

$$ad = \sqrt{ab^2 - bd^2} = \sqrt{ab^2 - \left(\frac{ab}{2}\right)^2} = \sqrt{ab^2 - \frac{ab^2}{4}} = \sqrt{\frac{4ab^2 - ab^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{3\,ab^2}{4}} = \frac{ab}{2}\sqrt{3}.$$

Setzt man nun allgemein die Pflanzweite = 1, so ist der Reihenabstand

$$ad = \tfrac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}50 \times 1{,}732 = 0{,}866.$$

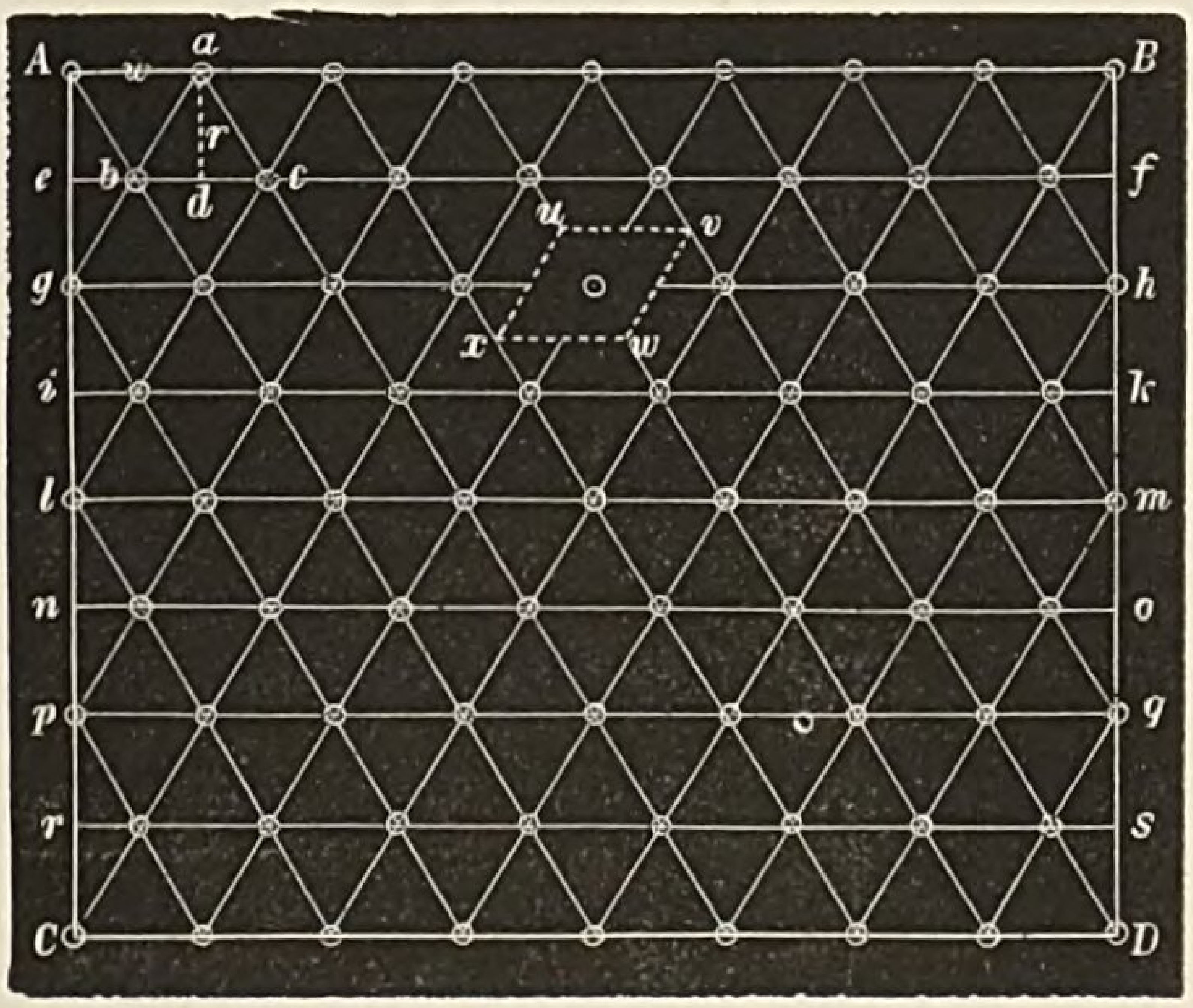
Um daher aus der gegebenen Pflanzweite w den Reihenabstand r zu finden, braucht man nur erstere mit dem Bruche 0,886 zu multiplizieren, d. h. es ist r = w × 0,886.

Wäre z. B. die Pflanzweite w = 10 m, so ist der Reihenabstand r = 0,866 × 10 = 8,66 m.

Ebenso ersieht man aus Figur 70, daß bei dem Dreiecksverbande immer nur die Pflanzen der 1., 3., 5., 7. u. s. w. Reihe unter einander

zu stehen kommen, während sie in der 2., 4., 6., 8. u. s. w. Reihe stets genau die Mitte zwischen je zwei Pflanzen der vorhergehenden Reihe einnehmen.

Hierauf gestützt kann nun der Dreiecksverband, Figur 70, wie folgt ausgeführt werden. Man steckt zunächst an der einen Seite des Grundstückes eine gerade Linie A B ab, und mißt auf derselben wiederholt bis zum Ende der Linie die gleichen Pflanzweiten w, wodurch sich die Pflanzlöcher der Grenzlinie A B ergeben. Hierauf multipliziert man die Pflanzweite mit 0,866 und erhält den Reihenabstand r = A e, welcher auf die in A und B zu errichtenden Senkrechten A C und B D, so oft es geht, abgemessen und mit Pflöcken bezeichnet wird. Es ergeben sich hierdurch die gleichen Reihenabstände A e = e g = g i = i l u. s. w., sowie B f = f h = h k = k m u. s. w. Errichtet man nun auch in C noch die Senkrechte C D, und trägt hierauf wieder die gleichen Pflanzweiten wie in A B, so erhält man die Pflanzlöcher der Grenzlinie C D. Selbstverständlich geben in den Linien A C und B D nur die Punkte g, l und p, sowie h, m und q Pflanzlöcher, während die zwischenliegenden Punkte e, i, n u. s. w. nur vorübergehend bezeichnet werden.



Figur 70.

Um nun die zwischen den Grenzlinien liegenden Pflanzlöcher zu finden, kann man wie vorhin wieder Zwischenpfähle von zwei Seiten aus einvisieren, oder man kann auch zunächst die Linie e f abstecken, zuerst von e nach b die halbe Pflanzweite und von b nach f hin immer die volle Planzweite abmessen, wodurch sich die Pflanzlöcher der Linie e f ergeben. Auf

der folgenden Linie g h mißt man jedoch gleich von g aus die ganze Pflanzweite ab und fährt so, von Linie zu Linie wechselnd, bis zu Ende fort.

Um die Pfanzenzahl für den Dreiecksverband zu finden, dividiert man die in Quadratmetern ausgedrückte Fläche durch den in Quadratmetern ausgedrückten Standraum einer Pflanze. Letzterer ist aber gleich dem verschobenen Vierecke u v w x, und wird daher ausgedrückt durch $r \times bc$ oder $r \times w = 0{,}866\, w \times w = 0{,}866 \times w^2$.

Es ist somit die Pflanzenzahl $= \frac{Fl}{0{,}866 \cdot w^2} = 1{,}155 \times \frac{Fl}{w^2}$; d. h. die Pflanzenzahl für den Dreiecksverband wird gefunden, wenn man die Pflanzenzahl für den Quadratverband $\left(\frac{Fl}{w^2}\right)$ mit der Zahl 1,155 multipliziert. Es enthält somit der Dreiecksverband, gleiche Pflanzweite vorausgesetzt, 15,5 pCt. Pflanzen mehr wie der Quadratverband.

Im Hinblick auf die Figur 70 läßt sich der Beweis auch so führen: In der Reihe A B sitzen $\frac{AB}{w}$ Pflanzen, in der Reihe A C aber $\frac{AC}{0{,}866 \cdot w}$ Pflanzen, daher müssen auf der ganzen Fläche $AB \times AC$ stehen:

$$\frac{AB}{w} \times \frac{AC}{0{,}866 \cdot w} = \frac{AB \cdot AC}{0{,}866 \cdot w^2} = \frac{Fl}{0{,}866 \cdot w^2} = 1{,}155 \times \frac{Fl}{w^2}.$$

Vierter Abschnitt.

Von den Arbeiten mit dem Meßtische.

Vorbemerkungen.

§ 30.

Dieses viel verbreitete Meßinstrument wurde im Jahre 1590 von Johann Prätorius, Professor der Mathematik zu Altdorf in Bayern erfunden, und von dessen Schüler, Daniel Schwentner, in seiner Geometrie, Nürnberg 1618, zum erstenmal bekannt gemacht.

Seit der Zeit hat der Meßtisch jedoch viele wesentliche Veränderungen und Verbesserungen erfahren.

Der Hauptzweck des Meßtisches besteht darin, Winkel in ihrer horizontalen Projektion auf einem auf ein Stativ aufgeschraubten und mit Papier überzogenen Zeichenbrette graphisch darzustellen, und mittelst dieser Winkel und teils direkt, teils indirekt gemessener Linien ähnliche Figuren mit denen in der Natur zu verzeichnen.

In allen Fällen, wo es sich darum handelt rasch ein Bild von einer Gegend zu entwerfen, ohne dabei hinsichtlich der Schärfe der Resultate gerade sehr große Ansprüche an die einzelnen Teile der Vermessung zu machen, wird der Meßtisch noch von keinem der bis jetzt bekannten Meßinstrumente übertroffen, und findet derselbe, von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet, namentlich bei militärischen Aufnahmen, noch ausgedehnte Anwendung.

In verschiedenen Staaten dient der Meßtisch aber auch zu Detailaufnahmen bei Privat- und Katastervermessungen und zur Flächeninhaltsbestimmung der einzelnen Parzellen; selbst graphische Triangulationsnetze hat man mit dem Meßtische zum Behuf der Aufnahmen größerer Länderteile gelegt, und wurden dabei dem Zweck entsprechende Resultate erhalten.

Namentlich verdienen Bayern, Sachsen, Württemberg, Österreich u. s. w. in dieser Beziehung erwähnt zu werden, in welchen Staaten die Katastral- und viele Privatvermessungen mit dem Meßtische ausgeführt wurden. Das

trigonometrische Verfahren mittelst Anwendung des Theodoliten kam hierbei aber nur soweit in Anwendung, als es zur Festlegung eines oder zweier größeren trigonometrischen Dreiecksnetze diente, an welche dann die graphischen Meßtischnetze und an diese die Detailvermessungen angeschlossen wurden.

Da das Zeichenbrett, auf welches der Grundriß gezeichnet werden soll, nicht in der Hand gehalten, auch nicht auf den Boden gelegt werden kann, so muß es auf einem dreifüßigen Stative so befestigt werden, daß man auf demselben bequem wie auf einem Tische zeichnen kann. Soll aber der Grundriß einer Gegend richtig auf dem Zeichenbrette dargestellt werden, so muß sich dasselbe mittelst einer Wasserwage (Libelle) horizontal stellen lassen. Sollen die Bilder auf dem Meßtischbrette ähnlich mit denjenigen in der Natur werden, so müssen die aufgenommenen Punkte auf dem Tischblatt vertikal über die korrespondierenden Punkte in der Natur gebracht werden können, wozu die Lotgabel und eine Vorrichtung zum Verschieben des Tischblattes dient. Zum Anvisieren der Objekte verwendet man das Diopterlineal oder Perspektivlineal (Kippregel) zur Orientierung der Aufnahme nach der Himmelsgegend die Orientierungsboussole, zum Abstecken der Punkte dienen Absteckstäbe und Meßfahnen, zum Messen der Linien Meßketten, Meßlatten u. s. w.

Hiernach gehören zu einem vollständigen Meßtischapparate folgende Bestandteile: ein Stativ, mehrere Tischblätter, eine Sektionslehre, ein Stangenzirkel, eine Libelle, ein Diopterlineal oder Perspektivlineal (Kippregel), eine Orientierungsboussole, eine Lotgabel, mehrere Piquiernadeln, eine Meßkette oder ein Stahlband nebst Zugehör, zwei Meßlatten, eine Anzahl Absteckstäbe, Meßfahnen und sonstige kleine Behelfe, zu deren Beschreibung wir jetzt übergehen wollen.

I. Beschreibung und Berichtigung der einzelnen Teile des Meßtischapparates.

1. Das Stativ des Meßtisches.

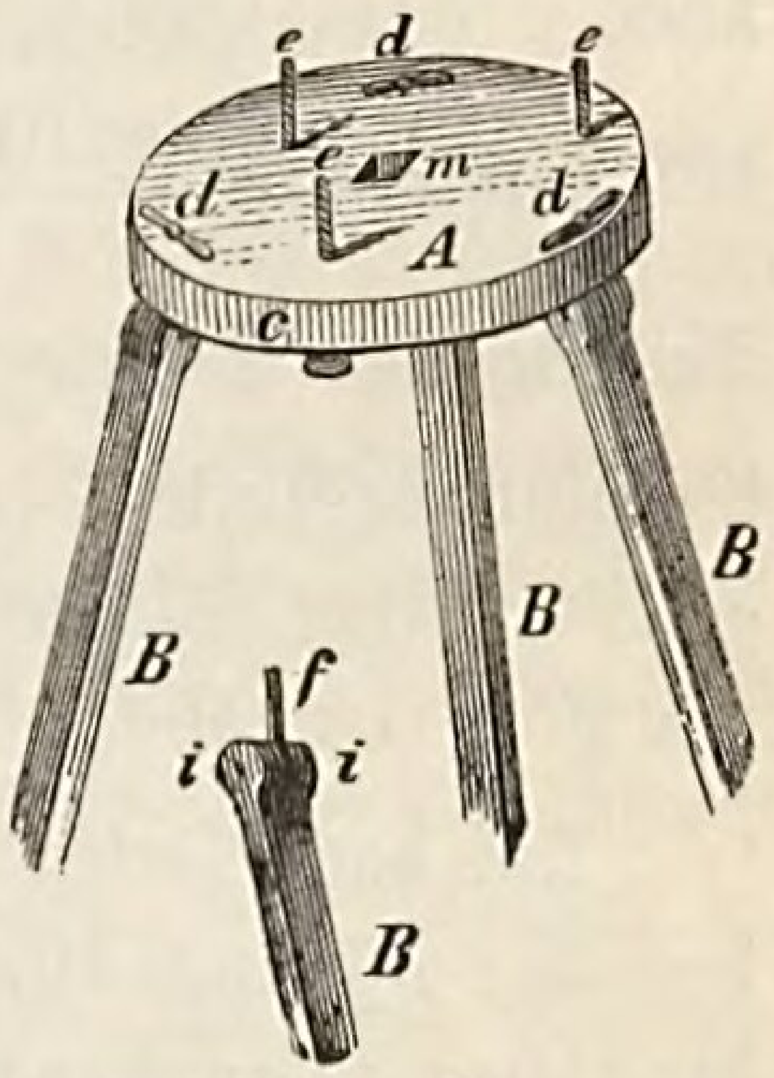
§ 31

Es dient zur Befestigung des Tischblattes, muß daher eine gute Standfähigkeit besitzen, leicht transportabel, gut aufstellbar und nicht zu schwer sein und sich bequem mit dem Meßtischblatte in Verbindung bringen lassen.

Unter den jetzt in sehr verschiedenen Formen vorkommenden Stativen war früher und auch jetzt noch vielfach, das neue Münchner oder Reichen-

bachsche, Figur 71, verbreitet. Es gehörte zu verschiedenen Katastralmeßtischen (Österreich, Württemberg, Bayern u. s. w.), welche vielfach noch im Gebrauche sind, obgleich einige neuere Meßtischapparate Besseres leisten.

Dasselbe besteht aus dem Stativkopfe A und aus den etwa 1,2 Meter langen Füßen B. Der Kopf ist aus einer Scheibe von festem Holze zusammengesetzt, welcher an der etwa 4 Centimeter hohen Peripherie c manchmal noch zum festeren Zusammenhalten des Ganzen mit einem Messingstreifen beschlagen ist. In diesen Kopf münden drei vertikale Schrauben e ein, auf welche das Tischblatt zu liegen kommt, und mittelst welcher dasselbe durch entsprechendes Auf- oder Niederschrauben horizontal gestellt werden kann. In der Mitte m ist eine prismatische Öffnung, durch welche der Zapfen des Tischblattes gesteckt wird, um es mittelst einer Herzschraube mit dem Stativkopfe zu befestigen. (Vergl. § 32.) In Figur 71 sind die Köpfe der Schrauben e unten angebracht; bei anderen Stativen stehen die messingenen Köpfe jedoch oben, und auf denselben sind kleine Holzcylinder von ca. 2 Centimeter Höhe und Durchmesser befestigt, auf welche dann die Tischblätter, resp. die Wendescheiben derselben zu liegen kommen. Die unteren Enden der Füße sind mit Eisenspitzen versehen, in die oberen sind Schraubenspindeln f durch die Bolzen i i eingefügt, welche unten durch die Öffnungen d gesteckt und oben durch die Schraubenmuttern d fest an den Stativkopf geschraubt werden können. Sollten die Füße des Stativs im Laufe der Zeit oder bei anhaltend trockener Witterung etwas locker werden, so ziehe man die Schrauben d nur entsprechend an.



Figur 71.

Auf einige andere Stativformen werden wir, soweit es für die uns gesteckten Ziele notwendig erscheint, im folgenden Paragraphen zurückkommen.

2. Beschreibung, Horizontalstellung und Prüfung der Meßtischblätter.

§ 32.

Derjenige Teil des Meßtischapparates, auf welchem die Zeichnung der Winkel und Figuren vorgenommen wird, heißt **Tischblatt**. Es besteht in Österreich, wo 500 Joch die Größe eines Katastralblattes bilden, in der Regel aus einem sorgfältig gearbeiteten, rechteckigen, 30 Zoll langen und

24 Zoll breiten Zeichenbrette von gleichmäßig gewachsenem Lindenholze. Zu kleineren Privataufnahmen verwendet man auch kleinere Tischblätter*).

In Württemberg sind die Tischblätter quadratförmig, weil die einzelnen Aufnahmeblätter ausschließlich des leeren Randes 16 Zoll im Quadrat betragen und einen Inhalt von $416^2/_3$ württembergischen Morgen à 384 q° besitzen.**).

In Bayern sind die Meßtisch- oder Steuerblätter = 16 Zoll im Quadrat; der Maßstab 1 : 5000, d. h. 1″ = 50° = 500 bayr. Fuß. Die Länge des Steuerblattes daher 16 × 500 = 8000 Fuß, die Quadratfläche = 8000 × 8000 = 64 000 000 q° = 640 000 q°. Da aber 1 Tagewerk = 400 q°, so ist des Tischblattes $= \frac{640\,000}{400} = 1600$ Tagewerke. Jedes Blatt ist durch Teilung der Seiten in $\frac{1}{4}$ und durch Bezeichnung der Schnittpunkte ihrer Verbindungslinien in 16 kleine Quadrate à 100 bayr. Tagewerk eingeteilt. Für Städte und Gegenden mit sehr dichter Bevölkerung ist der Maßstab 1 : 2500.

Um das Werfen und Schwinden des Brettes zu verhindern, findet man dasselbe oft aus einem System sich rechtwinklig durchkreuzender einzelner Brettchen zusammengesetzt. Kommt es jedoch schon auf größere Genauigkeit bei der Aufnahme an, wie bei graphischen Triangulationen, so verwendet man auch glattgeschliffene Glasplatten. In der Konstruktion des Tischblattes und in der Art und Weise seiner Verbindung mit dem Stative herrscht eine große Verschiedenheit.

Hier seien nur einige Konstruktionen erwähnt, welche man jetzt noch vielfach bei älteren Katastraltischen ausgeführt findet, denen wir noch einige namentlich zu kleineren Aufnahmen geeignete neuere Formen einreihen wollen.

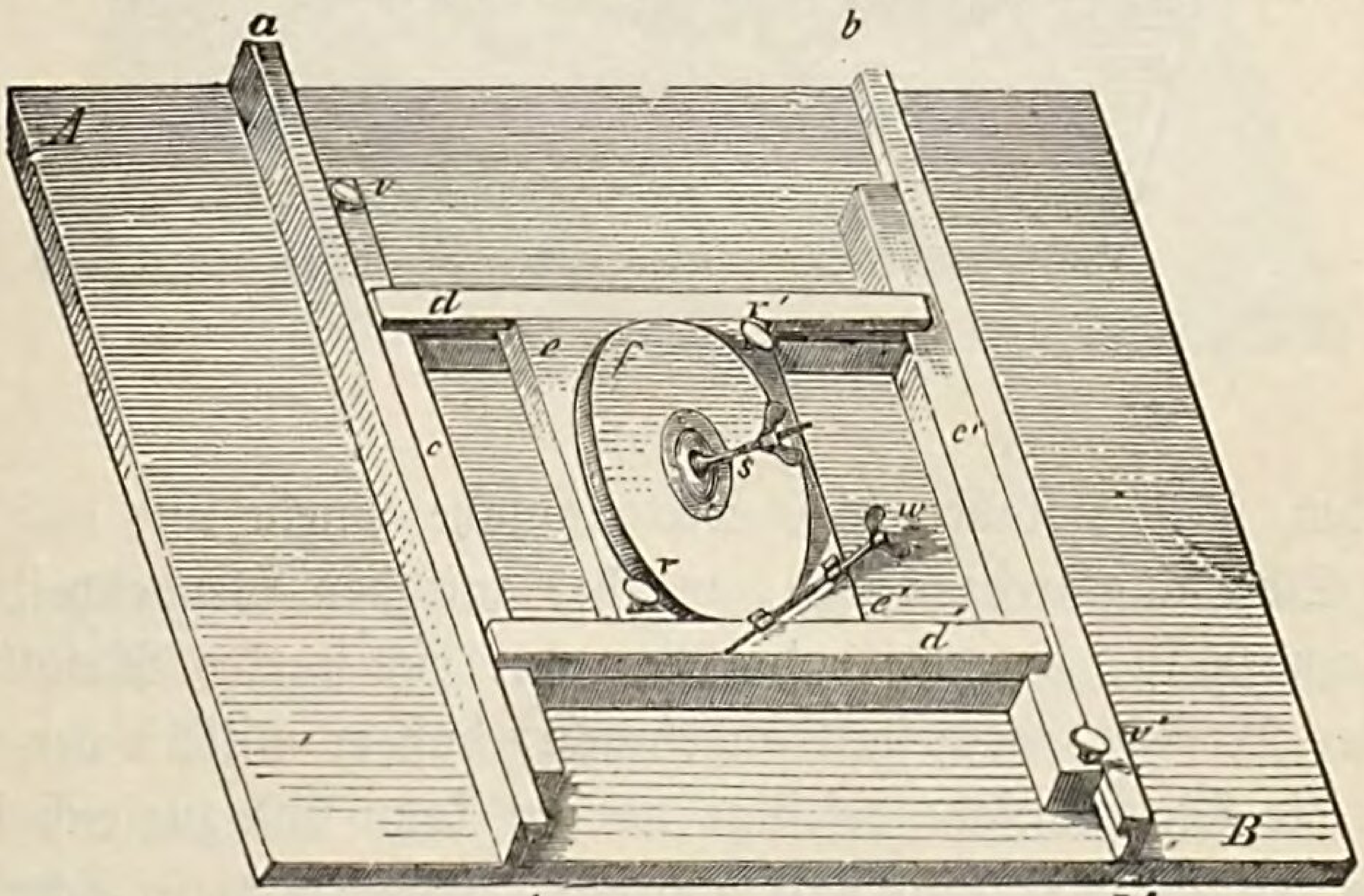
---

*) Die österreichischen Meßtischblätter sind ausschließlich des leeren Randes 25 Wiener Zoll lang und 20 Zoll breit. Da die Katasterkarten in dem Maßstab 1″ : 40° gezeichnet sind, so repräsentiert die Länge des Tischblattes 25 × 40 = 1000 Klafter, die Breite 20 × 40 = 800 Klafter; folglich Flächeninhalt = 1000 × 800 = 800 000 q°. Da nun 1 Joch = 1600 q° ist, so beträgt der Inhalt eines Tischblattes $= \frac{800\,000}{1600} = 500$ Joch.

**) Maßstab 1″ = 25 Ruten, daher Flächeninhalt = $(16 \times 25)^2 = (400)^2 = 160\,000$ q° $= \frac{160\,000}{384} = 416^2/_3$ Morgen.

A. Das ältere oder Marinonische Tischblatt.

Die Einrichtungen dieses Tischblattes machte Jakob v. Marinoni, Hofmathematiker in Wien, zuerst im Jahre 1751 bekannt. Figur 72 stellt die untere Seite des gut gearbeiteten Tischblattes vor, in welches zwei parallele Nutleisten a a′ und b b′ in der Art eingefügt sind, daß ihre inneren Seiten etwa 43 Centimeter von einander abstehen. Innerhalb dieser Leisten ist das sogenannte Schiebungskreuz c c′, d d′, hin und her beweglich. Letzteres besteht aus vier Holzleisten, wovon die beiden c c′ mit a a′ und b b′ gleich hoch liegen, zu einander parallel laufen und gewöhnlich eine Länge von 48 Centimern besitzen. Dagegen haben die parallelen Holzleisten d und d′ nur eine Länge von 43 Centimetern, sind nach innen ebenfalls mit Nuten versehen, so daß die Wendeplatte e e′, welche mit d d′ in einer Ebene liegt, in denselben auf und abgeschoben werden kann. Auf die 24 Centimeter im Quadrat haltende Wendeplatte ist die Wendescheibe f in der Art befestigt, daß sich letztere durch die Wendeschraube w nur im Kreise herumdrehen läßt; dagegen dient die in der Mitte der Wendescheibe sich befindende und an einer Nuß befestigte Herzschraube s dazu, das ganze Brett an das Stativ festzuschrauben. Die beiden Schrauben r und r′, welche ihre Muttern in der Wendeplatte haben, dienen dazu, letztete festzustellen, während mit den Schrauben v und v′ die Feststellung des Schiebungskreuzes besorgt wird.



Figur 72.

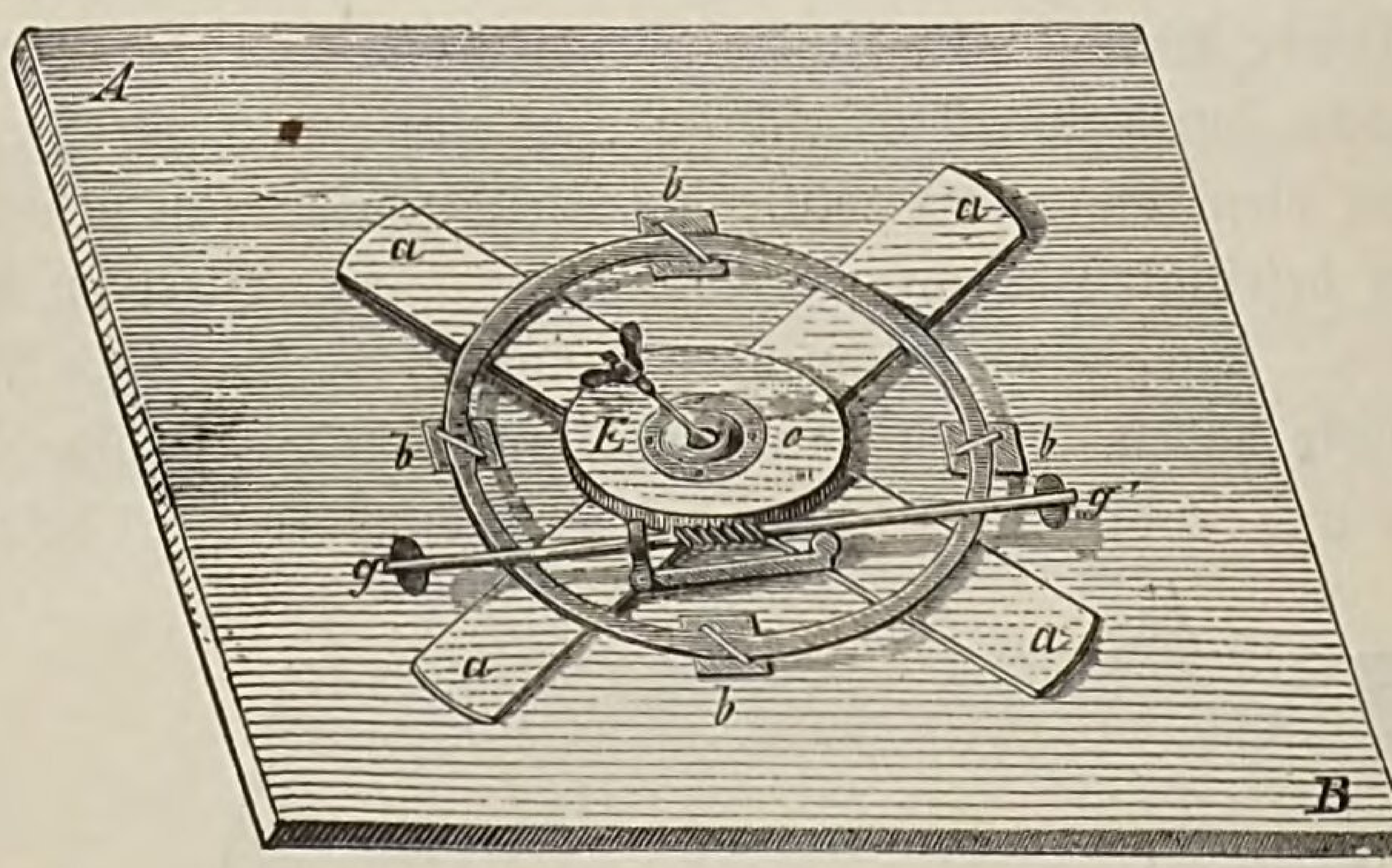
Die ganze Vorrichtung wird nun derartig auf das Stativ mittelst der Schraube s befestigt, daß die Wendescheibe f auf die drei Schrauben e des Stativs, Figur 71, zu liegen kommt. Es ist von selbst einleuchtend, daß nach der vorstehenden Konstruktion das Tischblatt, was für die Auf-

nahme sehr wichtig ist, nach zwei verschiedenen Richtungen verschoben werden und demselben überdies noch durch die Wendeschraube w eine feine drehende Bewegung erteilt werden kann.

B. Das Winklersche Tischblatt.

Der jetzt verstorbene Professor Winkler, welcher an der K. K. Forstakademie in Mariabrunn bei Wien wirkte, suchte einige Unbequemlichkeiten des Marinonischen Tischblattes durch folgende Konstruktion, Figur 73, zu beseitigen.

In der unteren Seite des gut gearbeiteten Tischblattes sind in rechtwinkeliger Stellung auf einander und so, daß c den Mittelpunkt bildet, vier Stücke Metall b eingefügt, in welchen sich je eine Schraubenmutter



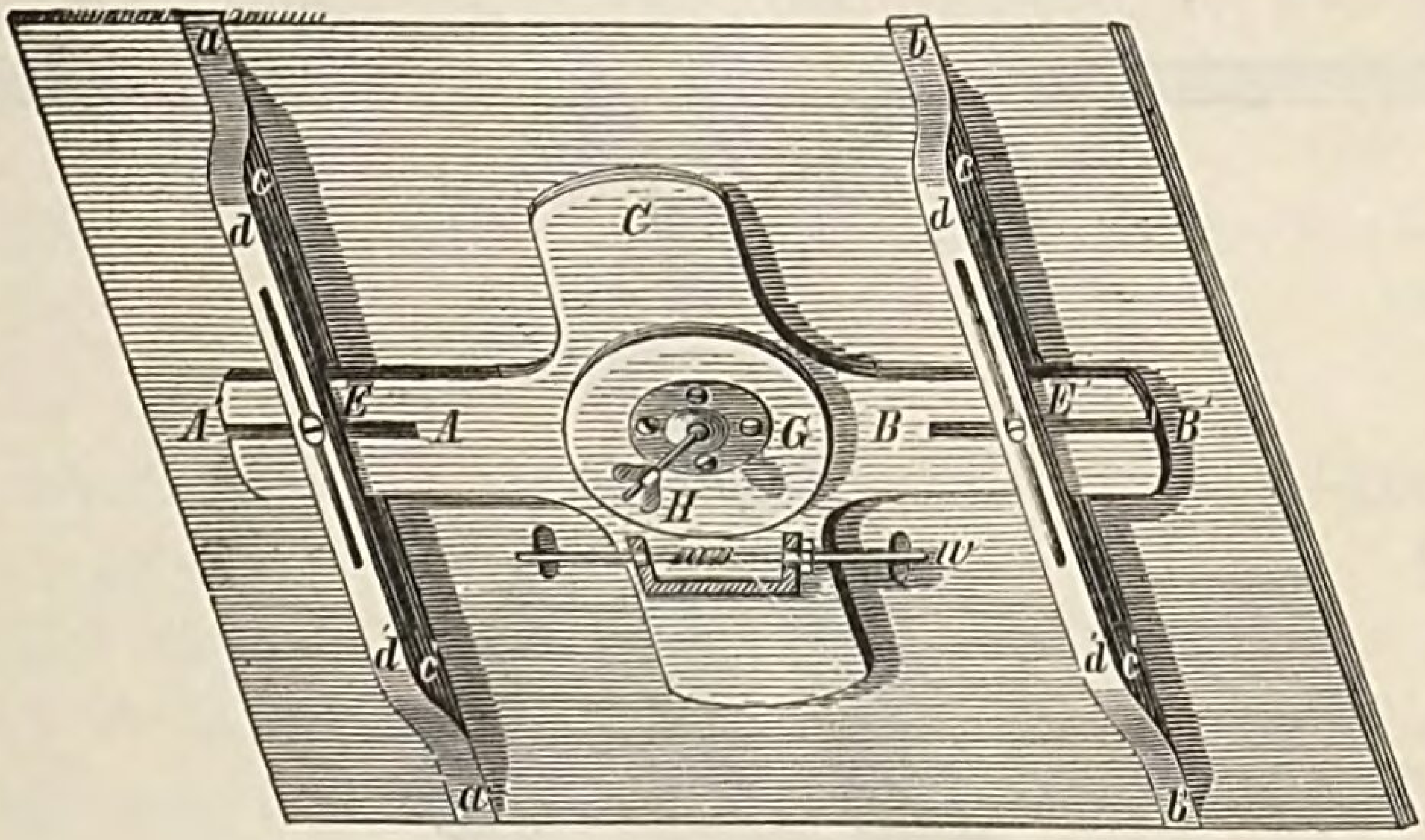
Figur 73.

findet. Nun wird zwischen diese Metallansätze hinein und auf das Tischblatt das Schiebungskreuz a a a a, welches mit der Wendescheibe c E wie bei A verbunden ist, eingelegt, darüber aber ein starker Metallring (von Kupfer oder Messing) dergestalt angebracht, daß er mittelst der Schrauben b b b b an die Metallansätze befestigt werden kann und zugleich das Schiebungskreuz fest an das Tischblatt andrückt. Werden diese Schrauben losgelassen, so kann das Schiebungskreuz natürlich nach allen Seiten verschoben und durch eine noch weiter angebrachte Mikrometerschraube g g' nach Feststellung des Tischblatts nach Bedürfnis im Kreise herumbewegt und fein eingestellt werden. Durch den Metallring wird jedoch das ganze Tischblatt etwas schwer und darum nicht besonders zum Transport geeignet.

Eine zweckmäßigere und darum jetzt sehr gebräuchliche Konstruktion hat

C. Das Patent-Meßtischblatt von Kraft (Mechanikus in Wien).

Wie bei A sind auch hier an der unteren Seite des Tischblattes, Figur 74, wieder zwei Holzleisten a a′ und b b′ eingelassen. In diesen Leisten befinden sich parallel zur Ebene des Tischblattes die Einschnitte c c′ und senkrecht darauf d d′, erstere sind in der Regel 30 Centimeter, letztere nur 20 Centimeter lang. Innerhalb der Leisten a a′ und b b′ befindet sich das Schiebungskreuz A B C, dessen einer Arm A B auf beiden Seiten etwas über die Leisten a a′ und b b′ hinausragt, überdies die beiden Einschnitte A A′ und B B′ besitzt und nur so dick ist, daß er bequem in dem Einschnitte c c′ auf- und abgeschoben werden kann.



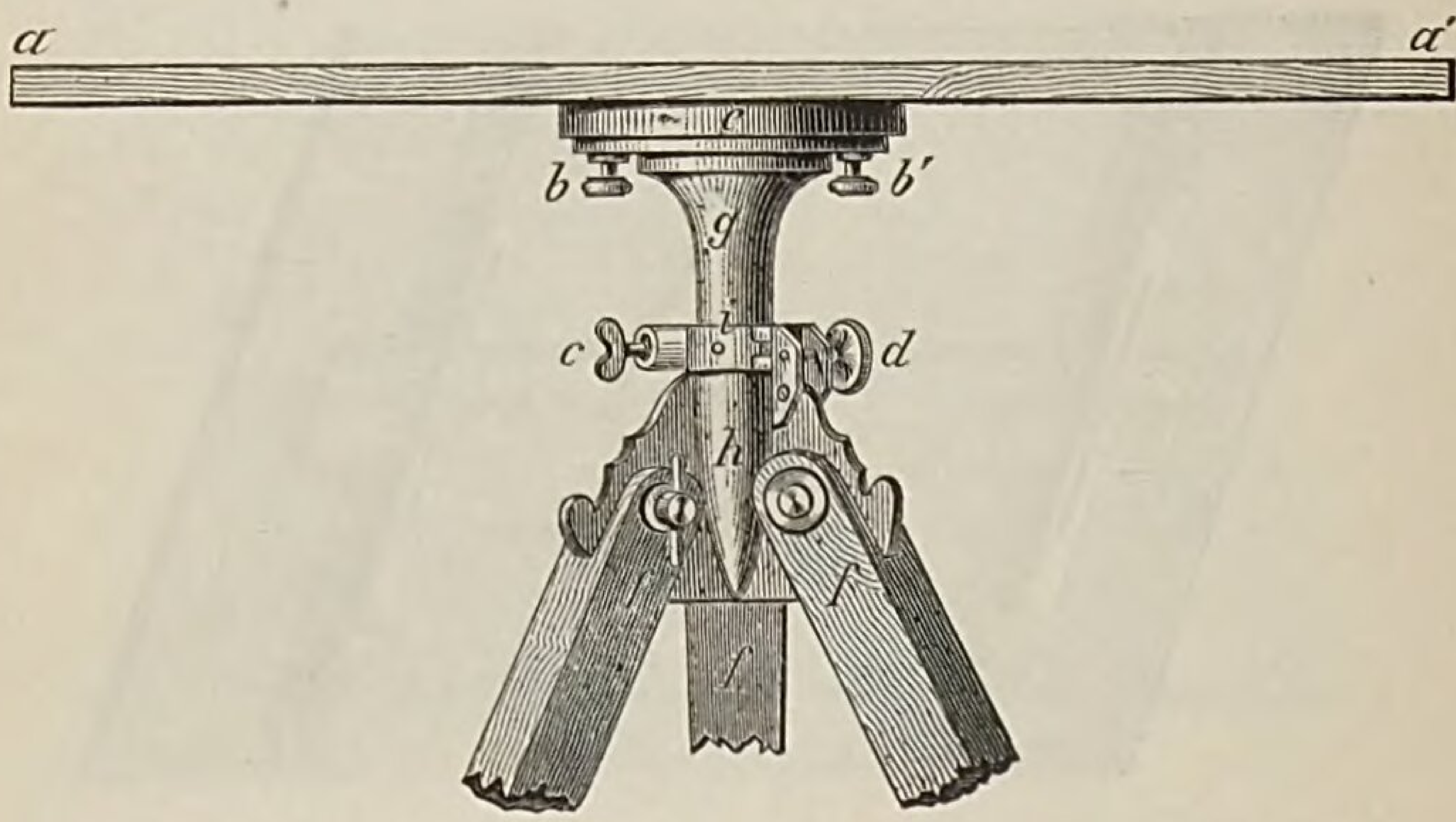
Figur 74.

Durch die senkrecht über einander stehenden Einschnitte gehen die Schrauben E und E′ hindurch und münden in messingene Schraubenmuttern, welche in einem Falze des Tischblattes in der Richtung d d′ auf- und ab-bewegt werden können. Werden die Schrauben E und E′ angezogen, so ist das Schiebungskreuz fest mit dem Tischblatte verbunden, werden sie gelöst, so kann das Zeichenbrett nach allen Richtungen verschoben werden, während das Verschiebungskreuz fest mit dem Stative verbunden bleibt. Auf die messingene Wendescheibe G wirkt die Wendeschraube w, mittelst welcher das ganze Tischblatt sanft im Kreise herumgedreht werden kann. Die ganze Vorrichtung wird durch die Herzschraube H, wie bei den bereits beschriebenen Tischblättern, mit dem Stativ verbunden.

D. Einige neuere Meßtischkonstruktionen.

Es würde die Grenzen dieses Lehrbuches überschreiten, wollten wir hier eine vollständnige Entwickelungsgeschichte des Meßtisches liefern. Wir beschränken uns vielmehr darauf, nur noch wenige Meßtische kurz zu beschreiben. Namentlich sind es die Formen a und b, welche sich durch Billigkeit auszeichnen, und die wir für kleinere Aufnahmen, wie sie vielfach den Land- und Forstwirten ꝛc. vorkommen, sehr zweckmäßig gefunden haben.

a) Der Meßtisch von Mechanikus Lündig in Dresden. Dieser einfache Meßtischapparat ist in Sachsen viel verbreitet, auch haben wir denselben, nachdem wir uns von seiner großen Brauchbarkeit für kleinere Aufnahmen überzeugt hatten, für die Forstlehranstalt Weißwasser und die Akademie Hohenheim anfertigen lassen.



Figur 75.

Dieser Meßtisch, Figur 75, besitzt weder ein Verschiebungskreuz, noch eine Vorrichtung zur feineren Horizontalstellung mittelst Stellschrauben. Auf das dreifüßige Stativ f, f', f'', welches in dem Messingansatze hg endigt, ist mittelst der Schrauben b, b', b'', von welchen jedoch in der Figur b'' nicht sichtbar ist, ein gutes Zeichenbrett a a' von 40 Centimeter im Quadrat befestigt. Die Verbindung des Tischblattes a a' mit dem oberen Teile g des Stativaufsatzes g ist eine sehr solide, weil letzterer genau in einen Messingring e von etwa 10 Centimeter Durchmesser einpaßt, welcher in der Mitte der unteren Seite des Tischblattes a a' eingelassen ist. Der untere Teil h des Messingaufsatzes, mit welchem auch die Stativfüße in der aus Figur 75 ersichtlichen Weise verbunden sind, ist auf 5–6 Centi-

meter lang konisch ausgeschliffen, so daß ein abgestutzter Messingkonus, welcher die Fortsetzung von g bildet und senkrecht auf dem Tischblatt steht, genau in den Hohlkegel h einpaßt. Um die Verbindungsstelle zwischen g und h liegt ein starker an einer Stelle aufgeschnittener Messingring i, welcher durch die Schraube c fest zusammengezogen werden kann. Zieht man daher die Schraube c an, so wird der über i liegende Teil des Apparates fest mit dem unter i liegenden Teile verbunden; löst man aber die Schraube c auf, so läßt sich der ganze über i liegende Teil samt Tischblatt in dem Hohlkegel h horizontal im Kreise herumführen. Endlich dient die Mikrometerschraube d dazu, dem Tischblatte a a', nachdem die Schraube c angezogen ist, noch eine sanfte kreisförmige Bewegung zu erteilen.

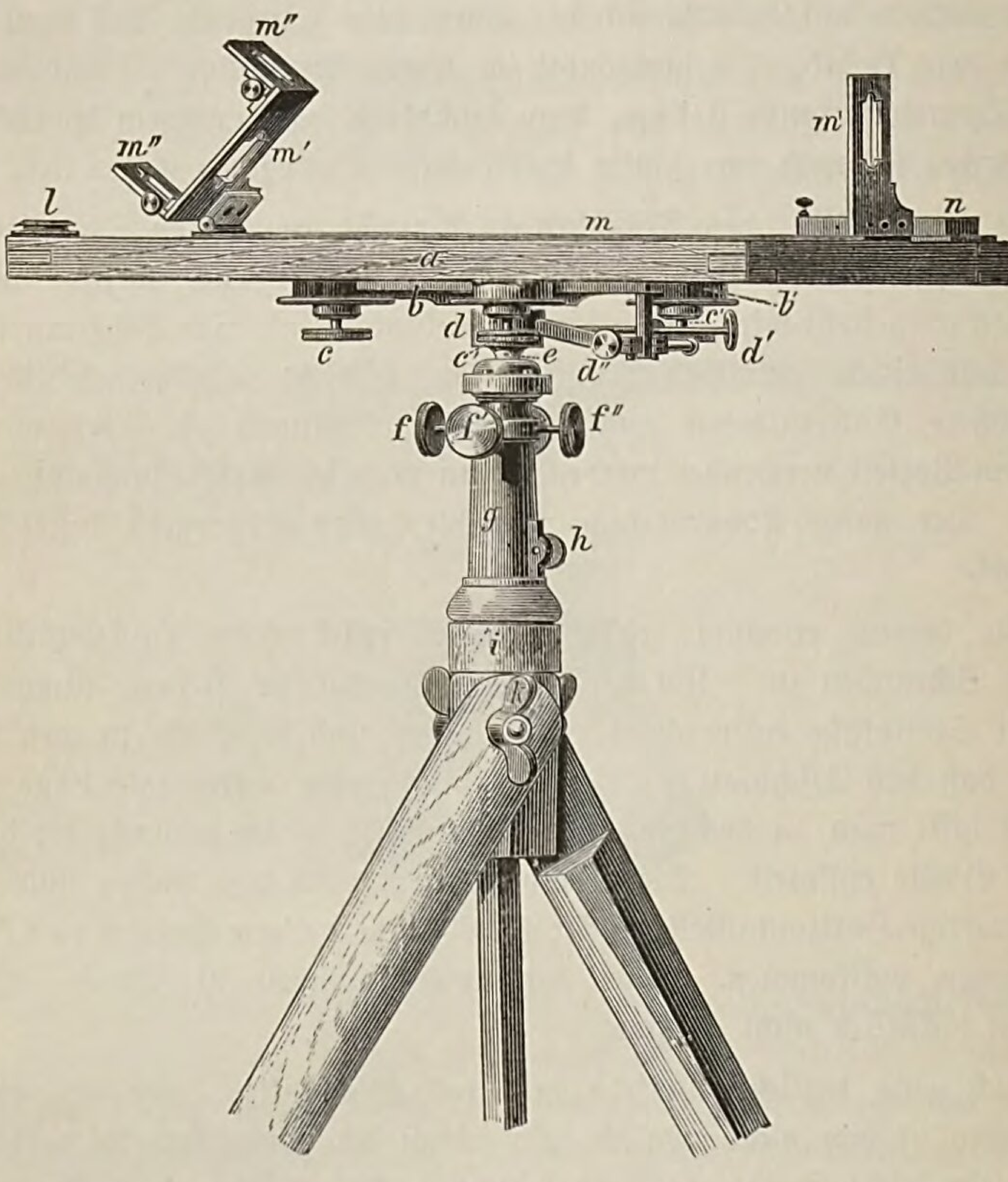
An einer Seite des Tischblattes ist noch eine kleine Orientierungsboussole angeschraubt, während eine kleine Dosenlibelle, welche auf das Tischblatt aufgestellt wird, zur Horizontalstellung dient. Die Visiervorrichtung besteht aus einem einfachen Diopterlineal, § 36 A; selbstverständlich kann für größere Entfernungen auch ein Perspektivlineal (§ 37 A) mit noch größerem Vorteil verwendet werden, wenn man die Anschaffungskosten nicht scheut. Der ganze Apparat samt Zugehör (ohne Kippregel) kostet 70 bis 80 Mark.

Wie bereits erwähnt, läßt dieser Meßtisch keine Horizontalstellung mittelst Schrauben zu. Um denselben horizontal zu stellen, nimmt man die drei Stativfüße entsprechend auseinander und drückt sie in den Boden so ein, daß das Tischblatt a a' schon beiläufig eine horizontale Lage erhält. Hierauf hilft man an den einzelnen Stativfüßen so lange nach, bis die aufgesetzte Libelle einspielt. Die Operation geht rasch von statten und genügt eine derartige Horizontalstellung für gewöhnlichere Vermessungen und kleinere Aufnahmen vollkommen. Für Katastralaufnahmen ist ein so einfacher Apparat natürlich nicht geeignet.

Auch eine seitliche Verschiebung des Tischblattes, wie bei größeren Meßtischen ist hier nicht möglich. Da jedoch der ganze Apparat verhältnismäßig sehr leicht ist, so macht es keine besondere Mühe, denselben wieder vom Boden wegzunehmen, um ihn an einer geeigneteren Stelle mittelst Lotgabel wieder so aufzustellen, daß schließlich ein gegebener Punkt auf dem Meßtisch leicht vertikal über den betreffenden Punkt der Natur gebracht werden kann.

Da sich dieser Meßtisch auch durch eine sehr gute Standfestigkeit auszeichnet, so kann er zu kleineren Aufnahmen nur empfohlen werden.

b) Der Meßtisch von Mechanikus Zimmer (jetzt L. Tesdorpf) in Stuttgart. Dieser einfache Meßtisch, Figur 76, kann als eine Verbesserung des in der zweiten Auflage dieses Werkes beschriebenen Meßtisches von Seeger betrachtet werden. Er unterscheidet sich von dem unter **a** beschriebenen Meßtisch wesentlich darin, daß er eine feine Horizontalstellung mittelst Schrauben und eine kleine Verschiebung des Tischblattes auf einem metallenen Aufsatz gestattet.



Figur 76.

Der Aufsatz b g samt Tischblatt a kann auf ein zusammenlegbares Zapfenstativ i gesteckt und durch die Klemmschraube h darauf befestigt werden. Ebenso kann man das Tischblatt a mittelst der drei Anzugschrauben c, c' und c'', welche durch das Messingkreuz b b' gehen und deren Muttern im Meßtischblatt a selbst eingelassen sind, an dem Metallaufsatz b g befestigen.

Das Messingkreuz b b′, dessen Grundriß eine Art Dreifuß bildet, dessen Enden aber in etwa 6 Centimeter im Durchmesser haltenden Ringen auslaufen, gestattet durch Lösung obiger, mit Platten versehener Anzugschrauben eine Verschiebung des Tischblattes von ca. 3 Centimeter nach jeder Richtung. Der Aufsatz kann ferner, ohne daß die Schrauben c, c′ und c″ vom Tischblatt abgeschraubt werden, bloß durch Lösung derselben abgenommen werden, indem sich in den Ringen des Messingkreuzes Ausschnitte befinden, welche ein Ein- und Ausschieben dieser Anzugsschrauben gestatten. Die Größe des Tischblattes ist 42 Centimeter im Quadrat.

Von dem Messingkreuz b b′ aus geht senkrecht zur Tischebene ein Metallzapfen, welcher sich in einer Büchse d dreht. Die Büchse besteht in ihrem oberen Teil aus einem breiten Ansatz zur Aufnahme des Klemmarmes d, in der Mitte aus einer Kugel. Letztere endigt zuletzt in einem Würfel, auf dessen vier Seiten die Horizontalstellschrauben f, f′ und f″ drücken. Hierdurch wird die Horizontalstellung des Tisches bewirkt. Der Klemmarm d, welcher sich um obige Büchse drehen läßt, kann mittelst der Klemmschraube d′ fest mit dieser verbunden werden und gestattet durch seine am Ende befindliche Mikrometerschraube d″, welche auf einen am Metallkreuz b b′ angebrachten Stift drückt, eine feine Drehung des Tischblattes.

Auf dem Meßtisch befinden sich ein Diopterlineal m mit abnehmbaren Bergdioptern m′ m″, eine Orientierungsboussole n und eine Dosenlibelle l.

Der Preis dieses Meßtisches inkl. Stativ ist 85 Mark. Hierzu eine Orientierungsboussole 15 Mark, ein Kästchen mit Schloß zur Aufbewahrung des Lineals und Stativaufsatzes 10 Mark.

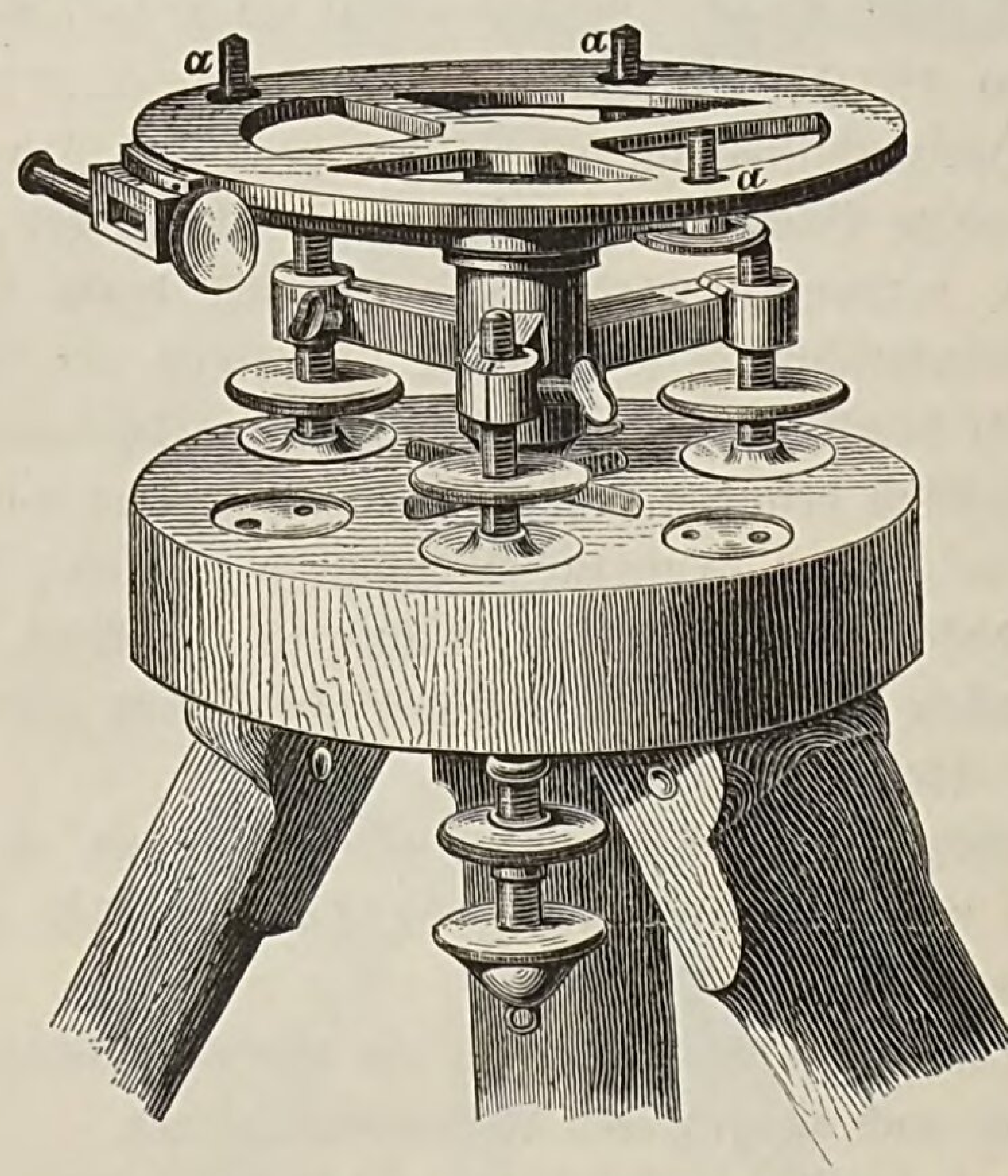
Das Instrument zeichnet sich, wenn alle Teile und auch das Stativ solide ausgeführt werden, durch genügende Standfähigkeit aus und leistet für kleinere Aufnahmen gute Dienste.

Scheut man nicht die Ausgaben für ein Perspektivlineal, so kann der Meßtisch natürlich auch zu größeren Aufnahmen dienen.

c) Neben den bereits beschriebenen Meßtischen giebt es noch eine Menge anderer Formen, deren nähere Beschreibung uns jedoch zu weit führen würde. Namentlich war man in der neueren Zeit vielfach bemüht, die größeren Meßtische zu vervollkommnen. Für diejenigen, welche ein näheres Interesse an den hier noch nicht beschriebenen Meßtischen haben, seien noch folgende kurze Notizen beigefügt, die wir dem trefflichen größern Werke von Dr. C. M. Bauernfeind „Die Elemente der Vermessungskunde, dritte Auflage, Verlag von J. G. Cotta, Stuttgart 1869“ entnehmen:

Der Reichenbachsche Meßtisch (vergl. Bauernfeind Seite 162 bis 166). Derselbe hat, was die Verschiebungsleisten betrifft, einige Ähnlichkeit mit dem Marinonischen Tischblatt, gestattet aber nur eine Verschiebung nach einer Richtung und geben wir darum dem Kraftschen Tischblatt den Vorzug.

Der Meßtisch von Osterland, von Prof. Junge in Freiberg, in Dinglers polytechnischem Journale (Bd. CLVIII. Seite 345) beschrieben, welcher eine Entgegnung von O. Börsch in Kassel zu Gunsten des Breithauptschen Meßtisches ebendaselbst (Bd. CLX. Seite 88) hervorrief. Dieser Meßtisch, von welchem wir ein Exemplar für die Akademie Hohenheim angeschafft haben, zeichnet sich durch soliden Bau, große Standfähigkeit aus und liefert gute Arbeit. Er besitzt bezüglich seines Baues viele Ähnlichkeit



Figur 77.

mit dem Meßtisch von Ertel und Bauernfeind, Figur 77, gestattet eine feine Horizontalstellung durch die Stellschraube, eine Verschiebung des Tischblattes nach allen Seiten hin dadurch, daß der Stativkopf in der Mitte kreisförmig ausgeschnitten ist, während das Stativ, Figur 77, nur zwei sich senkrecht durchschneidende Schlitze hat. Der kreisförmige Ausschnitt hat einen Durchmesser von 10 Centimetern, so daß der Meßtischaufsatz, welcher auf einem Dreifuß ruht, samt letzterem innerhalb des Spielraums von

10 Centimetern seitlich geschoben werden kann. Die Verbindung des Meßtischaufsatzes mit dem Stativ einerseits und dem Meßtischblatt anderseits stimmt im Prinzip mit derjenigen überein, wie sie aus Figur 77 ersichtlich ist.

Der Meßtisch von G. Starke in Wien (beschrieben im ersten Hefte des Jahrgangs 1860 der „Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereins").

Der Meßtisch von Ertel und Bauernfeind in München (beschrieben in Bauernfeind Seite 166—169), welcher sich durch einen sehr soliden Bau und durch eine leichte Verschiebung des Aufsatzes nach zwei Seiten hin, im Kopfe des Statives selbst, vorteilhaft auszeichnet. Die Konstruktion des Aufsatzes und die Art der Verschiebung geht aus der beigefügten Zeichnung, Figur 77, deutlich hervor. Das Tischblatt selbst wird mittelst der Schrauben a auf den Aufsatz befestigt.

Der Meßtisch von Jähns, Civil-Ingenieur in Berlin, ausgezeichnet durch eine auf neuen Prinzipien beruhende Horizontalstellung (beschrieben in Bauernfeind Seite 169—173).

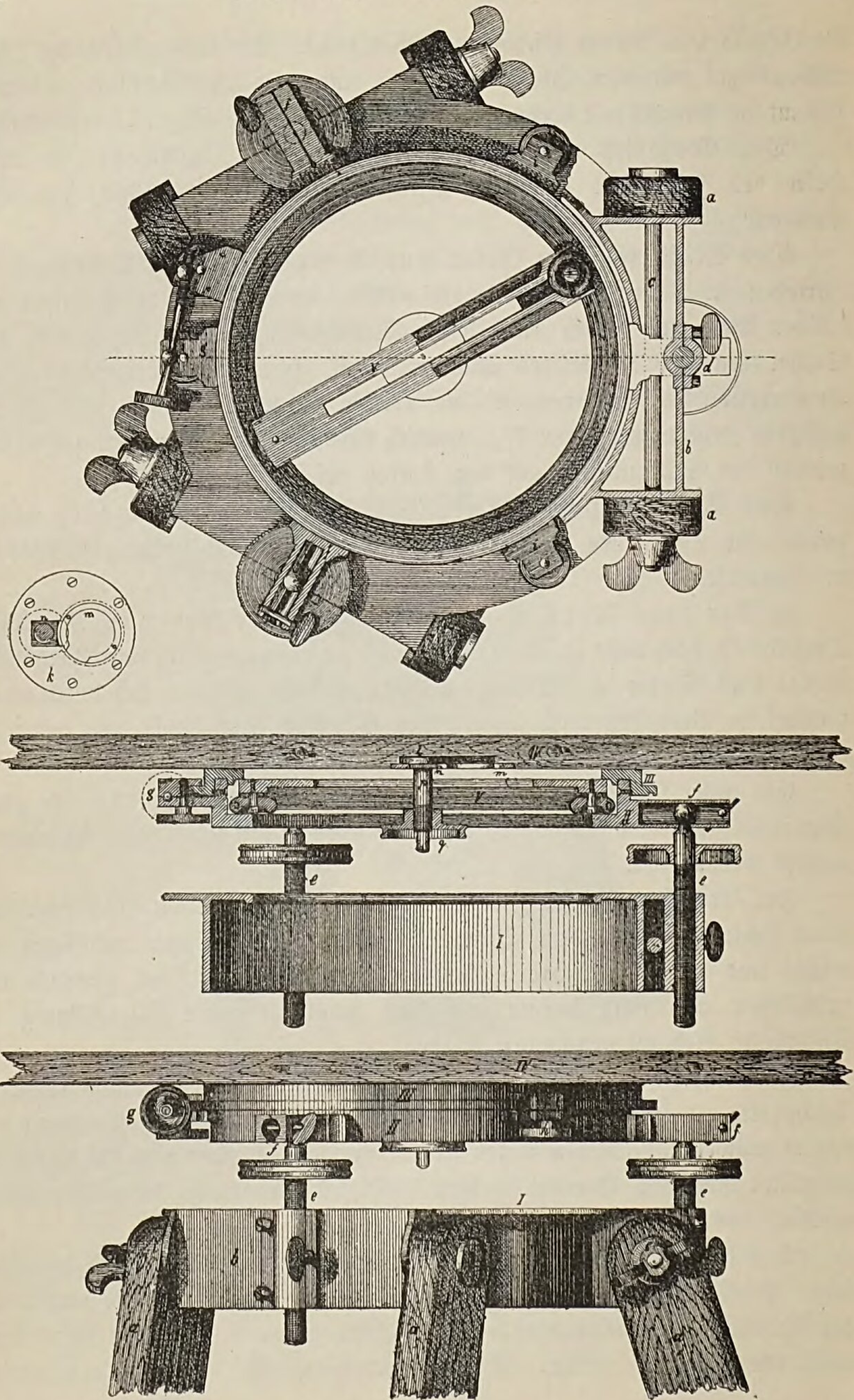
d) Der neue Meßtisch von Obergeometer Geyer in München. Derselbe ist noch nicht im Gebrauche, wird aber gegenwärtig von Mechanikus Ertel und Sohn in München ausgeführt und zeichnet sich durch einige wesentliche Verbesserungen aus. Der Erfinder geht dabei von folgenden Gesichtspunkten aus.

Ein guter Meßtisch muß außer der bequemen Handhabung eine große Stabilität gewähren, besonders wenn derselbe zu tachymetrischen Aufnahmen benutzt werden soll.

Zur Erreichung dieses Zweckes ist bei der Konstruktion die Anwendung einer Achse (wie bei dem Theodolit) wegen des geringen zulässigen Gewichts und des großen Hebels, den die Meßtischplatte bildet, gänzlich auszuschließen und muß darum auf eine möglichst weite Unterstützung der Tischplatte Bedacht genommen werden.

Zur raschen Aufstellung ist ferner eine große Verschiebungsfläche der Tischplatte erwünscht; ebenso eine sichere Orientierung und Festhaltung derselben notwendig. Neben diesen Anforderungen soll der ganze Apparat ein möglichst geringes Gewicht besitzen. Dieses Programm sucht Geyer in nachstehender Weise zu lösen.

Das Stativ, als Träger des Ganzen, muß besonders solid hergestellt sein. Dasselbe hat gespaltene Holzfüße a, die in einer Weite von 14 cm die Ansätze des Stativkopfes b umschließen, deren 6 Teile auf diese Weise auch als Streben wirken. Die Bolzen c, welche die Füße an breiten



Figur 78.

Flächen andrücken, sind genau in den aus Rotguß bestehenden Stativkopf I eingepaßt, an welchen die klemmbaren Teile der Schraubenmutttern d für drei kräftige Vertikalschrauben e angebracht sind. Jeder dieser Schrauben ist oben eine Kugel angedreht, zur Aufnahme des Oberteiles, welcher zunächst aus zwei Metallringen besteht, von denen der untere aus Rotguß II durch drei klemmbare Ansätze f die Kugeln der Vertikalschrauben aufnimmt und so die Verbindung mit dem Stative bildet. Von den drei etwas höher liegenden Ansätzen dieses Ringes trägt der eine g das Mikrometerwerk für die feine Horizontalbewegung und die beiden anderen h tragen die Klemmen i zum Festhalten des aufgedrehten oberen Ringes aus Messing III.

Auf diesen Ring kommt nun die Tischplatte IV zu liegen, in welche unten in ihrer Mitte eine Metallplatte k eingelegt ist unter die der Kopf der Centralschraube l geschoben und durch einen Verschlußring m gehalten werden kann. Zur Vermeidung des Drehens dieser Schraube ist ihr unterhalb des Kopfes ein Würfelansatz n gegeben.

Damit die Tischplatte an den oberen Ring festgedrückt werden kann, wurde unter dem Ringe eine durchbrochene Metallschiene (Brücke) V mit nach oben gehenden Verstärkungsrippen eingelegt, die an ihren Enden mit Laufrollen o versehen ist.

Wird nun die Centralschraube p, (welche in der Tischplatte steckt), durch den Schlitz der Brücke geschoben und deren Schraubenmutter q angezogen, so ist der Platte mit dem Meßtische eine genügende feste Verbindung gegeben; welche aber noch eine Drehung um die Mitte des Ringes zuläßt, die schließlich durch die Klemmen aufgehoben werden muß. Gelüftet kann die Schraube bei gleichzeitigem Drehen der Brücke in deren Schlitz nach jeder Richtung verschoben werden.

Die Handhabung dieses Meßtisches ist eine höchst einfache.

Nach der ersten Aufstellung wird bei aproximativer Orientierung untersucht, ob der Aufnahmspunkt des Blattes mit dem Stationspunkte des Terrains (über dem centrisch aufgestellt werden soll), innerhalb der Grenze der Verschiebungsfläche (Kreis mit 11 cm Durchmesser) liegt.

Wenn das der Fall ist wird mittelst der drei Vertikalschrauben der obere Teil des Tisches auf die bekannte Weise horizontal gestellt.

Hierauf wird durch Verschieben der Platte der Stationspunkt in das Lot des Aufnahmspunktes gebracht und die Centralschraube angezogen; sodann wird mit Hilfe der Mikrometerschraube die genaue Orientierung vorgenommen und ist nach Andrücken der Klemmschrauben die Aufstellung vollzogen.

E. Die Prüfung und Horizontalstellung des Meßtisches.

Ehe man die § 32 A—C beschriebenen verschieden konstruierten Meßtische verwenden kann, müssen dieselben auf ihre Richtigkeit geprüft und zu diesem Behufe horizontal gestellt werden. In dieser Absicht begiebt man sich auf ein freies, möglichst ebenes Terrain von ziemlich festem Boden. Nachdem das Stativ genügend auf seine Standfähigkeit geprüft ist, wird das Tischblatt auf dasselbe befestigt und nun mit demselben zunächst die grobe Einstellung bewerkstelligt, die darin besteht, daß man die Füße des Stativs auseinander giebt, auf das Tischblatt eine Setzlibelle (Röhren= oder Dosenlibelle) stellt und nun die Füße des Stativs so lange entsprechend in den Boden eindrückt, bis die Libelle annähernd einspielt, und der Meßtisch selbst hinreichend fest steht. Nun schreitet man zu seiner feinen Horizontalstellung, wobei zunächst darauf zu sehen ist, daß die in dem Stativkopfe sich befindenden Horizontal= oder Stellschrauben z. B. e, Figur 71, überall gleich hoch aus demselben herausragen. Nachdem die Herz= oder Mittelschraube angezogen ist, untersucht man weiter, ob die Wendescheibe auf allen drei Horizontalschrauben aufliegt. Ist dies nicht der Fall, so kann es durch Auf= oder Abwärtsbewegen der betreffenden Schraube leicht bewirkt werden. Nun stellt man die Röhrenlibelle (§ 35 B.) dergestalt auf das Tischblatt, daß sie sich an einem Ende in der Richtung einer der Horizontalschrauben, an dem andern Ende aber in der Mitte zwischen den beiden übrigen Stellschrauben befindet.

Man ergreift hierauf mit der einen Hand den Kopf der ersten Horizontalschraube, mit der andern die Herzschraube und löst die letztere, wenn erstere hinaufgeschraubt, und zieht sie an, wenn dieselbe heruntergelassen wird, und zwar immer in der Art, daß das Tischblatt in jedem Augenblicke auf den Schrauben aufliegt. Diese Operation wird so lange fortgesetzt, bis die Libelle genau einspielt. Nun dreht man dieselbe um einen rechten Winkel herum, ergreift mit der einen Hand wieder eine andere Horizontalschraube, mit der zweiten Hand aber die Herzschraube, und verfährt wie vorher, setzt das ganze Verfahren aber so lange fort, bis in beiden Lagen die Blase der Libelle ihre Stellung nicht mehr ändert. Bei Anwendung einer Dosenlibelle (§ 35 A) stellt man dieselbe beiläufig in der Mitte des Tischblattes auf und schraubt die erwähnten Schrauben nach Bedürfnis so lange auf= oder abwärts, bis die Blase der Libelle genau einspielt. Bei Meßtischen, welche keine Schrauben zur Horizontalstellung besitzen, (z. B. der Lündigsche Meßtisch § 32 D a) muß diese natürlich durch entsprechend

starkes Eindrücken der Füße bewirkt werden. Hiermit ist jedoch die Prüfung noch nicht beendigt, sondern man hat jetzt noch weiter zu untersuchen ob:

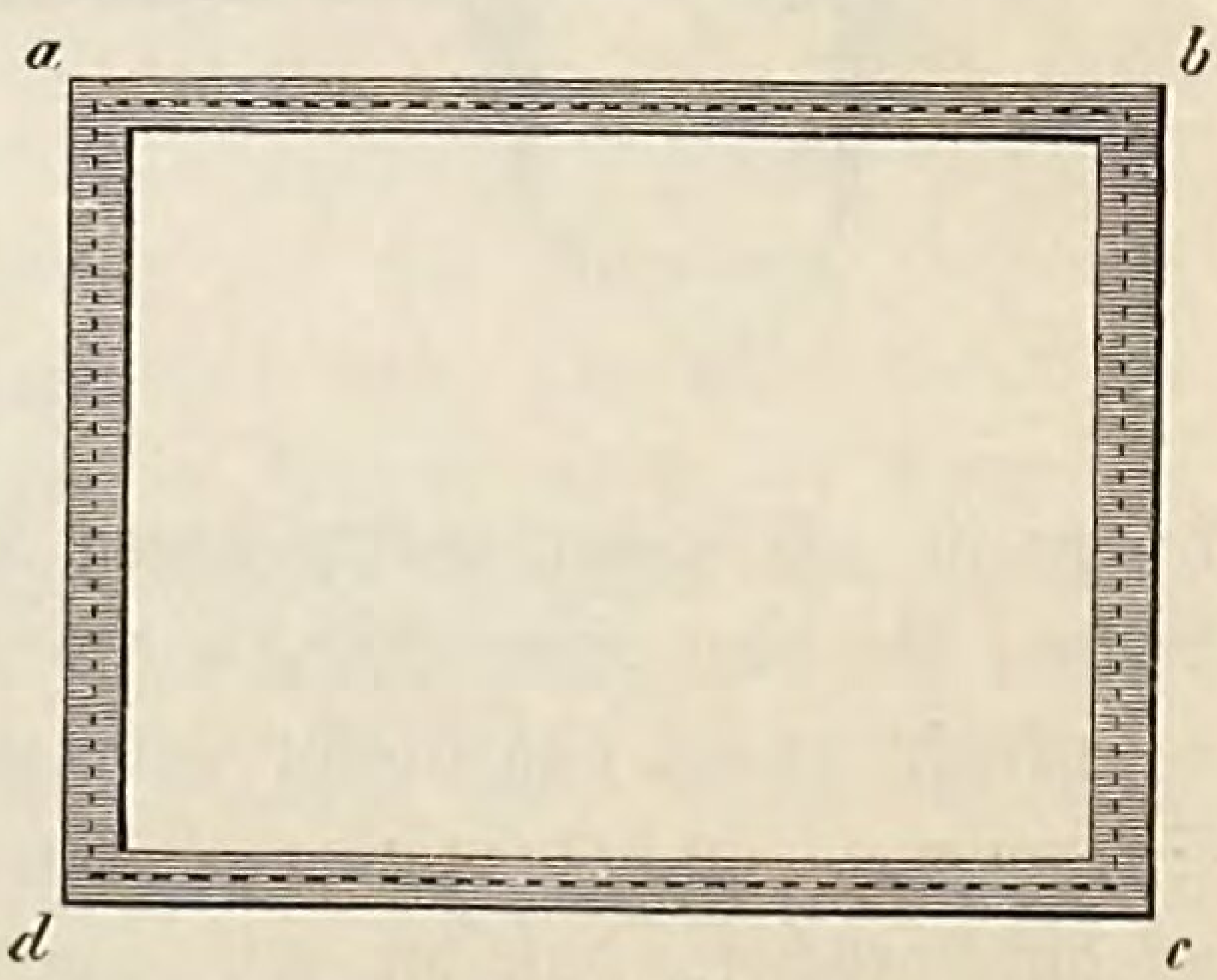
a) Die obere Fläche des Meßtisches auch wirklich eine vollkommene Ebene ist. Dies wird dadurch untersucht, daß man ein vorher genau geprüftes Lineal von Holz, Stahl oder Messing mit der ebenen Kante auf die Platte des Tisches stellt, es nach allen Richtungen herumdreht, und nachsieht, ob es überall genau aufliegt. Sollten sich hierbei kleine Unebenheiten zeigen, so bezeichnet man die Stellen, bestreut sie nachher mit gestoßenem Bimsstein und reibt ein anderes Meßtischblatt so lange auf dem ersteren, bis die vollkommene Ebene hergestellt ist. Größere Unebenheiten werden abgehobelt.

b) Die obere Fläche des Tischblattes mit der Ebene der Wendescheibe parallel läuft. Zu diesem Behufe dreht man den vorher horizontal gestellten Meßtisch um einen beliebigen Winkel und sieht, ob die Libelle noch einspielt; findet dies bei verschiedenen Winkeln statt, so kann man von der Richtigkeit überzeugt sein; im andern Falle wird die Korrektion am besten durch den Mechanikus besorgt. Bei Meßtischen, welche keine Wendescheibe (wie z. B. die Formen § 32 D.) besitzen, muß sich das Tischblatt ebenfalls im Kreise herumdrehen lassen, ohne daß eine Änderung in der Stellung der Libelle bemerkbar wird.

3. Die Sektionslehre.

§ 33.

Unter diesem Namen kommt ein einfacher 4 Centimeter breiter und etwa 4 Millimeter dicker Rahmen von Messing oder Eisen in Form eines Rechteckes vor, welcher namentlich bei ausgedehnteren Vermessungen dazu dient, auf das Tischblatt rasch und vollständig genau die Eckpunkte eines Rechteckes, die Sektionspunkte genannt, zu verzeichnen. Zu diesem Behufe sind an den vier Endpunkten a b c und d, Figur 79, des Rahmens konische Öffnungen von solcher Größe angebracht, daß man nur eine feine Nadelspitze durch dieselbe hindurch stechen kann. Die Größe des Rahmens kann verschieden sein.



Figur 79.

In den österreichischen Staaten beträgt z. B. bei dem Maßstabe 1″ = 200° die Quadratseite einer 1 Quadratmeile enthaltenden graphischen Triangulationssektion 20″; die Rechteckseiten aber einer 500 Joch haltenden Detailsektion sind, bei Zugrundelegung eines Maßstabes 1″ = 40°, 20″ breit und 25″ lang.

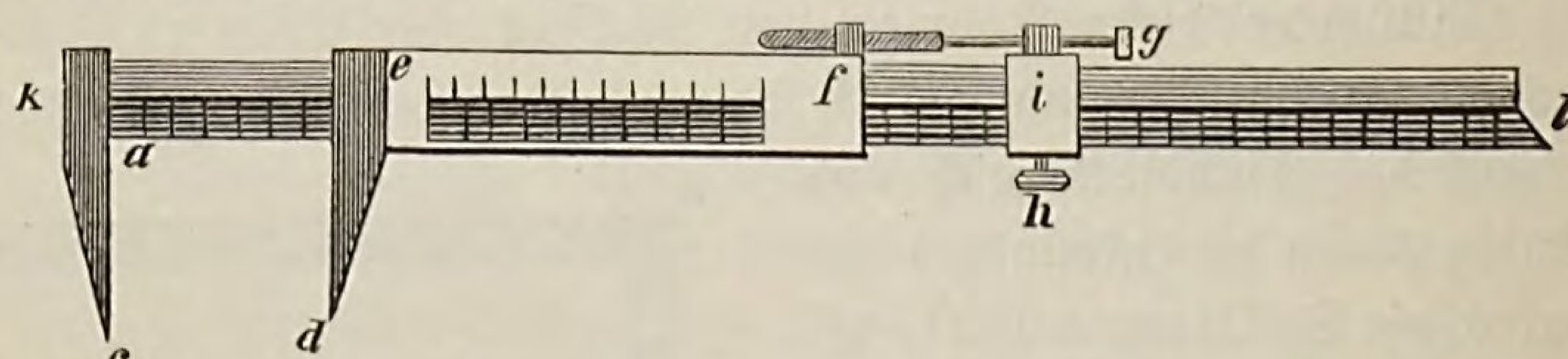
Der Rahmen a b c d stellt im kleinen eine solche Detailsektion vor, die Linien a b und c d betragen daher 25, die Linie a d und b c aber nur 20 Wiener Duodecimalzolle und die innerhalb desselben liegende Fläche genau 500 Joch. Es ist einleuchtend, daß, wenn man den Rahmen von Zoll zu Zoll mit konischen Öffnungen versieht, wie dies in der Regel auch geschieht, man im stande ist, Rechtecke und Quadrate von jeder beliebigen Größe durchzustechen, auch das österreichische Katastralblatt in 25 × 20 = 500 q″ à 1 Joch zu zerlegen.

Die Richtigkeit der Sektionslehre untersucht man am besten mit einem Stangenzirkel, von dem im folgenden Paragraphen eine Beschreibung folgt. Es müssen nämlich in jedem Rechtecke die beiden Diagonalen vollkommen gleich sein.

4. Der Stangenzirkel.

§ 34.

Man wendet den Stangenzirkel, Figur 80, dann an, wenn größere Entfernungen von einem Meßtisch- oder Kartblatte mit großer Genauigkeit ab-, oder auf dasselbe aufgetragen werden sollen. Er besteht in der Regel aus einer viereckigen, oft auch runden, 0,3—1 Meter langen Stange a l von Holz oder besser von Messing, auf welcher häufig noch ein Maßstab ange-



Figur 80.

bracht ist. Von den verschiedenen Konstruktionen ist die folgende sehr verbreitet: An dem einen Ende a des Stabes a l ist eine verstärkte Zirkelspitze c senkrecht zu a l angebracht; eine zweite solche Spitze d läßt sich an einem Scharnier e f an der Stange a l hin- und herbewegen. Das Scharnier ist bei e f durchbrochen, daselbst mit einem Nonius versehen, und so konstruiert, daß, wenn beide Zirkelspitzen genau an einander liegen, der Nullpunkt des

Nonius dann genau mit dem Nullpunkte des Maßstabes a l zusammenfällt. Weiter ist das Scharnier e f noch mit einer Mikrometerschraube g und einem zweiten kürzeren Schieber i in Verbindung gesetzt, welcher mittelst der Bremsschraube h fest an die Stange a l angeschraubt werden kann.

Durch diese Vorrichtung ist man im stande, wenn die Zirkelspitze c sich etwa in dem Anfangspunkte einer abzugreifenden Linie befindet, die andere Zirkelspitze d mittelst der Mikrometerschraube g genau in den Endpunkt der Linie einzustellen und die Größe der Entfernung am Maßstabe, resp. Nonius, abzulesen. Wäre die Linie etwa auf eine Karte zu übertragen, so zieht man nur die Schraube h an, und man ist vor jeder weiteren Verrückung gesichert.

Bei anderen Stangenzirkeln kann nicht allein die Spitze d, sondern auch c durch eine bei k angebrachte Mikrometerschraube sanft verschoben werden.

5. Die Libellen oder Wasserwagen.

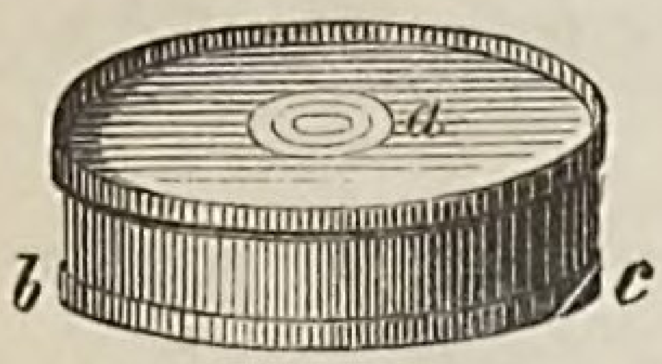
§ 35.

Da nach § 3 sämtliche Aufnahmen der niederen Geodäsie in horizontaler Projektion dargestellt werden, so müssen natürlich auch alle Instrumente, welche zur Vermessung oder Darstellung irgend einer Fläche dienen, vorher immer genau horizontal gestellt werden können. Man verwendet zur Beurteilung der horizontalen Stellung der Meßinstrumente die Libelle, welche aus einem mit einer tropfbaren Flüssigkeit so weit angefüllten Gefäße besteht, daß nur noch eine kleine Luftblase bleibt, die, als spezifisch leichterer Körper, obenauf schwimmt. Das überall geschlossene Gefäß ist so eingerichtet, daß, wenn dasselbe auf einer horizontalen Unterlage ruht, der höchste Teil des innern Raums der Libelle genau in die Mitte fällt. Selbstverständlich wird sich dann die Luftblase genau in die höchste Mitte einstellen und man kann aus dieser Stellung auf die horizontale Lage der Unterlage schließen. Umgekehrt kann man aber auch, im Falle die Blase sich seitwärts von der Mitte einstellt, von der schiefen Lage der Unterlage überzeugt sein und zwar wird der Punkt, wo die Luftblase sich befindet, immer der höchstliegende sein.

Gewöhnlich füllt man die Libellen mit Alkohol oder, wenn eine noch größere Beweglichkeit der Flüssigkeit gewünscht wird, auch mit Schwefeläther. Je nach der Form der Gefäße unterscheidet man Dosenlibellen und Röhrenlibellen.

A. Beschreibung, Prüfung und Berichtigung der Dosenlibellen.

Die Dosenlibelle, Figur 81, besteht aus einem dosenförmigen, messingenen Gefäß von 8—10 Centimeter Durchmesser und 2—3 Centimeter Höhe. Der obere Teil der Dose ist mit einem vollkommen ebenen, luftdicht schließenden und innen wenig konkav ausgeschliffenen, runden Glasdeckel a bedeckt. Letzterer bildet also in seinem Innern einen Kugelabschnitt, welcher am zweckmäßigsten einem Halbmesser von 1—2 Meter angehört. Die Röhrenlibellen haben einen weit größeren Krümmungshalbmesser und besitzen daher eine größere Empfindlichkeit. Zu feineren Horizontalstellungen (Nivellierinstrumenten, besseren Theodoliten) verwendet man daher auch nur Röhrenlibellen. Ist der Glasdeckel stärker gekrümmt, so ist die Libelle weniger empfindlich und darum ungenauer. Die Grundfläche oder der Boden b c der Libelle hat ringsherum einen Rand und ist auf das sorgfältigste so abgeschliffen, daß sie genau parallel zur Tangentialebene läuft, welche man sich durch den höchsten Punkt des Kugelabschnittes gelegt denkt. An der Seitenfläche oder in dem Boden der Dose ist endlich eine durch eine Schraube verschließbare Öffnung angebracht, durch welche man die Dose mit Weingeist oder Äther so weit füllt, daß noch ein kleiner Raum (Luftblase) leer bleibt. Die Luftblase soll jedoch nicht zu klein sein, weil sie alsdann an Beweglichkeit verliert.



Figur 81.

Die so angefertigte Dosenlibelle muß nun die Eigenschaft haben, daß, wenn man sie auf eine horizontale Ebene stellt, die Luftblase genau in der mit konzentrischen Ringen bezeichnete Mitte des Glasdeckels einspielt.

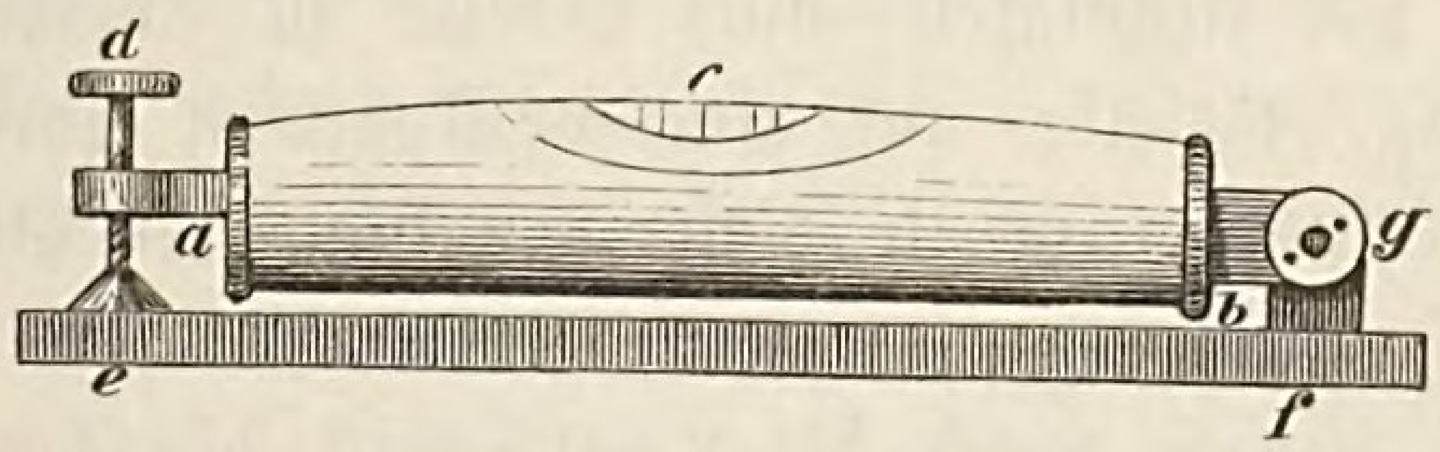
Um nun die Libelle auf diese Eigenschaft zu prüfen, stellt man sie auf eine möglichst vollkommene Ebene, etwa ein Meßtischblatt oder den Limbus eines Theodoliten, oder auch auf eine andere ebene Fläche und bringt alsdann die Ebene entweder durch Stellschrauben oder andere Mittel (eine sogenannte Justierplatte) in eine solche Lage, daß die Blase der Libelle genau in der Mitte des Glasdeckels einspielt. Dreht man nun die Libelle, ohne jedoch den Ort, auf dem sie steht, im mindesten zu verändern, langsam im Kreise herum, so muß die Blase unverrückt ihre anfängliche Stellung beibehalten, im entgegengesetzten Falle ist die Libelle fehlerhaft und muß am untern Rande ihrer Grundfläche an der betreffenden Stelle so lange abgeschliffen werden, bis sie die soeben ausgesprochene Eigenschaft vollkommen besitzt. Hin und wieder sind an den Dosenlibellen kleine Stellschrauben angebracht, so daß die Berichtigung auch durch diese vorgenommen werden

kann. Der Ausschlag, welchen die Libelle bei ihrem Umsetzen zeigt, entspricht immer der doppelten Abweichung von der Horizontalen, und darf daher auch nur die Hälfte des Fehlers an den Stellschrauben oder durch entsprechendes Abschleifen des Bodens der Libelle berichtigt werden.

B. Beschreibung, Prüfung und Berichtigung der Röhrenlibellen.

Der Hauptbestandteil einer Röhrenlibelle ist eine cylinderförmige, wenig aber sehr gleichmäßig gebogene Glasröhre a b, Figur 82, von sehr verschiedener Länge und innerem Durchmesser. Die Länge bewegt sich zwischen 10 bis 25 Centimetern, der Durchmesser zwischen 5 bis 20 Millimetern.

Die Röhre ist, wie bei der Dosenlibelle, mit Weingeist (seltener mit destilliertem Wasser), bei sehr empfindlichen Libellen auch mit Schwefeläther, bis auf eine Luftblase c gefüllt, und auf beiden Seiten zugeschmolzen oder in anderer Art hermetisch geschlossen. Um die Röhre vor Beschädigungen zu bewahren, umgiebt man sie in der Regel mit einer messingenen Einfassung, welche an der oberen Seite, wo die Blase sich bewegt, aufgeschnitten



Figur 82.

ist. Damit man die Libelle zu jeder Zeit bequem aufsetzen kann (Setzlibelle), wird dieselbe an ihrem einen Ende mit einer messingenen, überall gleich breiten Platte e f durch einen Träger g verbunden, an ihrem anderen Ende jedoch durch eine Korrektionsschraube d mit der Messingplatte in Verbindung gebracht, wodurch es möglich wird, die Lage der Röhre a b gegen den Horizont nach Bedürfnis zu verändern. Unter Umständen müssen die Libellen auch, z. B. an ein Fernrohr, aufgehängt werden; dann gehen die Träger nach oben und heißen solche Libellen Hängelibellen, im Gegensatz zu Reiterlibellen, welche auf das Fernrohr aufgesetzt werden.

Da ferner die in der Röhre enthaltene Luftblase leichter als die Flüssigkeit ist, so wird sie sich stets an den höchsten Punkt c begeben. Je größer nun der Krümmungshalbmesser der Röhre ist, desto mehr wird sich der Bogen derselben der geraden nähern, um so empfindlicher wird die Libelle, d. h. um so leichter beweglich die Luftblase selbst schon bei einer ganz geringen Neigung sein.

Der Krümmungshalbmesser sehr empfindlicher Libellen beträgt oft 100 und mehr Meter. Zur Herstellung der erforderlichen Krümmung wird die Röhre entweder gebogen, was viel Aufmerksamkeit erfordert, oder im Innern entsprechend ausgeschliffen, wobei ebenfalls alle Sorgfalt anzuwenden ist.

Denkt man sich von der Mitte der gebogenen Glasröhre nach beiden Seiten gleiche Bogenstücke abgemessen und die Endpunkte derselben durch eine Sehne mit einander verbunden, so kann man diese Sehne, sowie jede mit ihr parallele Linie, die Achse der Libelle nennen.

Bei einer richtig konstruierten Libelle muß nun, bei horizontaler Stellung der Achse derselben, die Luftblase genau im höchsten Punkte und zwar in der Mitte c zwischen den beiden Enden der Röhre stehen, oder es muß die Tangente, welche man in der Mitte der Röhre an den obersten Punkt c zieht, parallel laufen mit der unteren Ebene der Fußplatte e f. Zur Beurteilung des Standes der Blase sind von der Mitte c aus nach beiden Enden hin in beliebig großen, aber gleichen Abständen noch mehrere Striche in die Glasröhre eingeätzt oder mit einem Diamant eingeschnitten.

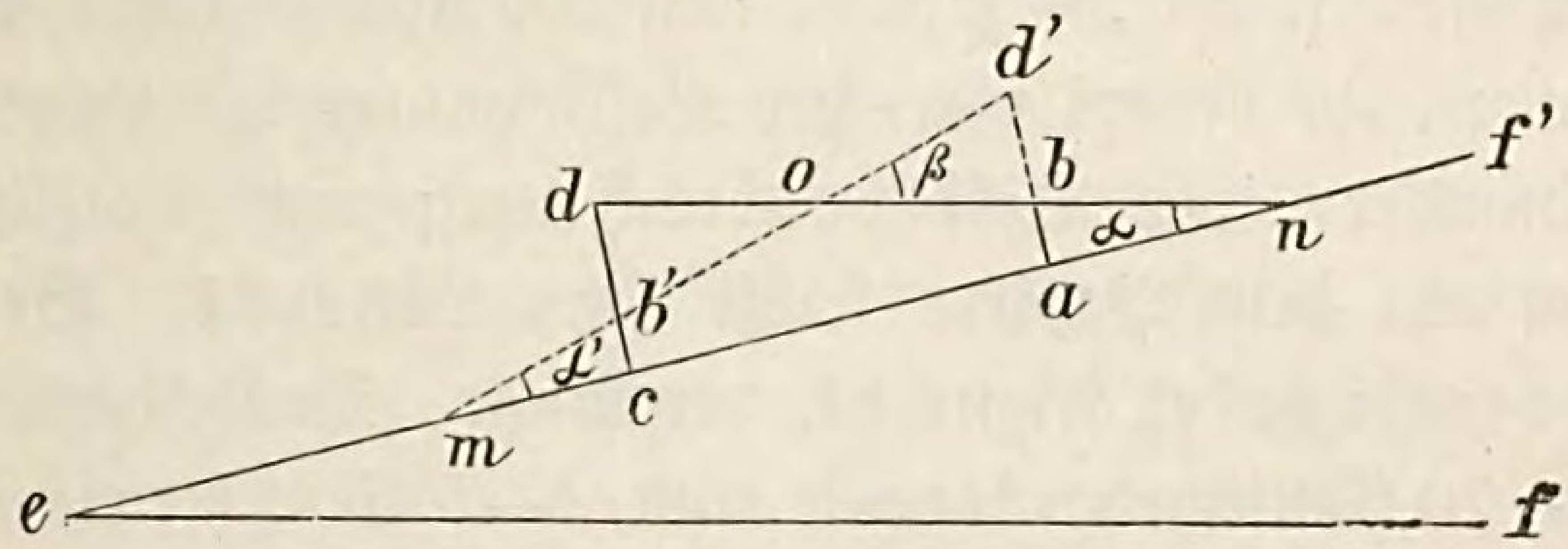
Um sich von der Richtigkeit einer Libelle zu überzeugen, hätte man eigentlich nur nötig, dieselbe auf eine vollkommen horizontale Fläche zu stellen und zu untersuchen, ob in dieser Stellung die Blase genau in der Mitte einspielt.

Da man aber gerade durch die Libelle erst die horizontale Stellung einer Ebene untersuchen will, so wird am besten folgendes Verfahren, die Libelle zu prüfen, eingeschlagen:

Man setze die Libelle in einer beliebigen Richtung auf eine Ebene, etwa auf ein Meßtischblatt und veränderte die Lage derselben durch Unterschieben von Gegenständen oder bei dem Meßtische durch die Stellschrauben so lange, bis die Blase genau in der Mitte einspielt. Hierauf hebe man die Libelle auf und setze sie in verkehrter Lage wieder ganz genau an dieselbe Stelle wie vorher. Weicht nun die Blase nach einem Ende hin aus, behält dieselbe also nicht ganz genau dieselbe Stellung bei, so ist die Libelle unrichtig, und zwar ist der Ausschlag, den die Blase zeigt, doppelt so groß als der Winkel, den die Libellenachse mit der Ebene der Fußplatte e f bildet.

Der Beweis läßt sich wie folgt führen: Stellt e f, Figur 83, die Horizontale, e f′ eine geneigte Unterlage der Libelle, b d die horizontal gestellte Achse derselben dar, so kann offenbar die Blase der Libelle einspielen, ohne daß die Libellenachse mit der Unterlage oder der Fußplatte a c parallel zu laufen braucht. Dieses wird z. B. der Fall sein, wenn der eine

Träger a b der Libelle kürzer als der andere c d ist. Der dann an der Libelle vorkommende Fehler springt aber sofort in die Augen, wenn man dieselbe auf der Unterlage so umsetzt, daß a b an die Stelle c b′, c d aber an die Stelle a d′ zu liegen kommt; d. h. a b = c b′ und c d = a d′ wird. Bildete nämlich die Libellenachse b d mit der Unterlage e f′



Figur 83.

vorher den Winkel α, so wird sie auch nach der Umsetzung noch den Winkel $\alpha = \alpha'$ bilden müssen. Nun aber macht die vorher horizontale Libellenachse b d nach dem Umsetzen, wo sie die Lage b′ d′ einnimmt, mit dem Horizonte den Winkel d′ o b = β. Dieser Winkel β ist aber als Außenwinkel des Dreiecks m n o = $\alpha' + \alpha = 2\alpha$; d. h. der Ausschlagwinkel β der Libelle ist doppelt so groß als der Winkel, welchen die Libellenachse mit der Unterlage ef der Libelle bildet. Die Berichtigung der Libelle darf daher auch nicht in der Art erfolgen, daß man den ganzen Ausschlagwinkel β durch Veränderung der Lage der Libellenachse gegen die Unterlage beseitigt, sondern man muß die Hälfte des Fehlers an der Korrektionsschraube d, Figur 82, die andere Hälfte aber durch Veränderung der Lage der Ebenen selbst verbessern. Bei Meßtischen, Theodoliten, Nivellierinstrumenten, mit welchen Libellen verbunden sind, würde letzteres an den Horizontalschrauben dieser Instrumente zu geschehen haben.

Sollte die Libelle hierauf immer noch eine geringe Abweichung zeigen, so ist das Verfahren so lange zu wiederholen, bis auch der geringste Fehler verschwunden ist.

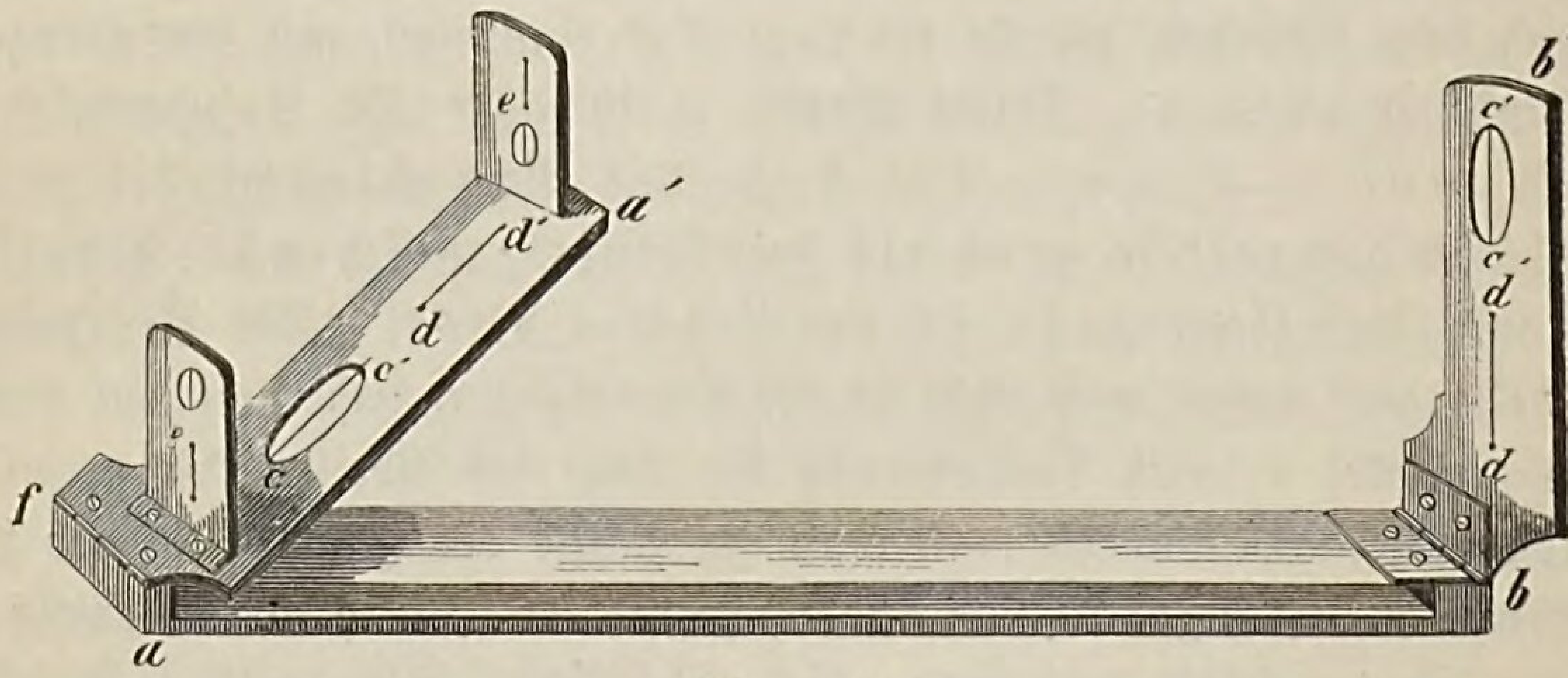
Die Libellen werden in der soeben beschriebenen Form entweder als selbständige Werkzeuge, etwa bei der Horizontalstellung des Meßtisches, gebraucht, oder sie kommen in irgend einer Weise mit einem anderen Instrumente, etwa dem Theodoliten oder den verschiedenen Nivellierinstrumenten verbunden vor. Was die Genauigkeit anbelangt, so verdienen die Röhrenlibellen vor den Dosenlibellen unbedingt den Vorzug; doch sind auch letztere bei allen Meßoperationen, welche einen minderen Grad der Genauigkeit erheischen, z. B. bei dem Meßtische oder der einfacheren Form des Theodoliten, sehr vielfach in Gebrauch.

6. Das Diopterlineal.

§ 36.

A. Beschreibung des Diopterlineals.

Will man mittelst des Meßtisches einen Winkel zeichnen oder eine ganze Figur aufnehmen, so bedarf man zur Bestimmung der Lage der einzelnen Punkte zu einander einer Visiervorrichtung und zur Ziehung der anvisierten Linien auf dem Papiere selbst eines Lineals. Beide finden sich in dem Diopterlineale, Figur 84, vereinigt. Dasselbe besteht meistens aus einem 60—70 Centimeter langen und 4—5 Centimeter breiten Lineale aus Messing oder Holz. Bei kleineren Meßtischapparaten, welche man zu weniger umfangreichen Aufnahmen verwendet, kann das Lineal auch kürzer und schmäler sein.



Figur 84.

An der einen Seite a b ist das Lineal etwas dünner oder die Kante etwas abgestoßen und vollkommen eben abgehobelt. Da bei längerem Gebrauche messingene Lineale bei dem Hin- und Herschieben das aufgespannte Papier beschmutzen würden, so thut man wohl daran, die untere Seite des Lineals mit einem Papier- oder Strohstreifen in der Art zu bekleben, daß man den äußersten Rand a b noch etwa 3—4 Millimeter breit frei läßt. An beiden Enden sind die etwa 20 Centimeter langen Dioptervorrichtungen a a′ und b b′ angebracht, welche sich in Scharnieren bewegen, auf das Lineal a b aufgelegt und bei dem Gebrauch derselben senkrecht auf dasselbe aufgestellt werden können. Die Diopter selbst sind so eingerichtet, daß jedes als Okular und Objektiv benutzbar ist. Es befindet sich nämlich an jedem Diopter eine etwa 8 Centimeter lange Ritze d d′, welche beim Visieren den Augenpunkt und somit das Okular bildet und ein eben so langer, etwa

15 Millimeter breiter Spalt c c′ in dessen Mitte der Längenrichtung nach ein Pferdehaar, ein feiner Faden oder ein ganz dünner Draht gespannt ist, welche beim Gebrauch als Objektiv dienen. Jedes Diopter ist durch zwei Schrauben an ein Scharnier und letzteres wieder durch zwei Schrauben an das Lineal a b befestigt. Da der Meßtisch bei dem Gebrauche immer horizontal stehen und das Lineal a b mit seiner breiten unteren Seite stets an allen Punkten auf dem mit Papier überzogenen Tischblatte aufliegen muß, so ist einleuchtend, daß die soeben beschriebene Dioptervorrichtung nur auf ebenem oder fast ebenem Terrain benutzt werden kann. Kommt man daher, wie in Gebirgsgegenden, in die Lage, nach sehr hohen und niederen Punkten visieren zu müssen, so bedient man sich der sogenannten Bergdiopter, d. h. man schraubt mittelst zweier Schrauben auf eines der beschriebenen Diopter, etwa auf a a′, noch ein anderes kleineres Diopter e, welches ganz dieselbe Einrichtung hat, auch aufgestellt und auf a a′ niedergelegt werden kann und als Visiervorrichtung dieselben Dienste leistet.

Noch muß bemerkt werden, daß die Ritze d d′ und das Roßhaar im Spalt c c′ mit der scharfen ebenen Kante a b des Lineals genau in einer Vertikalebene liegen müssen.

Will man daher die Visierrichtung von einem Punkte des Meßtisches aus nach einem oder mehreren Punkten (Objekten) in der Natur mittelst des Diopterlineals bestimmen und graphisch auf dem Papier darstellen, so hat man nur nötig, nachdem der Tisch horizontal gestellt ist, das Lineal mit seiner scharfen Kante an den gegebenen Punkt des Tischblattes genau anzulegen, nach dem bezeichneten Objekte einzuvisieren und mittelst der Bleifeder auf dem Tischblatte an a b eine feine Linie zu ziehen. Visiert man von demselben Punkte des Tischblattes aus noch nach anderen Objekten, und zieht immer wieder feine Bleilinien nach diesen Richtungen hin, so erhält man die graphisch dargestellten Winkel, zu welchen der Punkt auf dem Meßtisch den Scheitel bildet.

Selbstverständlich muß der auf dem zu bestimmenden Punkte vorher aufgerichtete Absteckstab oder die Meßfahne beim Visieren durch das Okular d d′ von dem Faden c c′ vollständig gedeckt werden.

B. Prüfung und Berichtigung des Diopterlineals.

Bevor man das Diopterlineal zu irgend einer Vermessung verwenden darf, hat man dasselbe noch auf folgende Eigenschaften zu prüfen:

a) *Die abgeschliffene Seite a b des Lineals soll eine gerade Linie bilden.* Um diese Eigenschaft zu untersuchen, zieht man auf dem

mit Papier überspannten Meßtische mit einer keilförmig scharf zugespitzten Bleifeder eine feine Linie an der Kante a b des Lineals; hierauf dreht man das Lineal um 2 R herum, und zwar so, daß das Ende a an b und b an a zu liegen kommt, schiebt alsdann das Lineal genau an die vorher gezogene Linie an und zieht endlich an dem Rande b a eine zweite feine Linie.

Nimmt man nun das Diopterlineal weg, so müssen sich die beiden Linien vollkommen decken oder wenigstens ihrer ganzen Länge nach parallel laufen. Ist dies nicht der Fall, so ist das Lineal in diesem Zustande unbrauchbar, und muß von einem Mechanikus verbessert werden.

b) Die Okularritze sowohl als der Objektivfaden des Diopterlineals sollen auf der unteren Ebene desselben senkrecht stehen. Will man sich hiervon überzeugen, so bestimmt man im Freien eine vertikale Linie, wozu schon die Kante eines neu aufgeführten Gebäudes, der Rahmen eines Fensters u. s. w. benützt werden kann. Sicherer geht man jedoch, wenn man etwa an den Ast eines Baumes eine Schnur befestigt, an dem anderen Ende derselben einen einige Pfund schweren Stein bindet, so daß derselbe bis fast an die Erde reicht und zur Verhütung des Windeinflusses noch überdies in einem Behälter Wasser getaucht werden kann. Nun sieht man mit dem Auge durch das Okular des auf einen vorher horizontal gestellten Meßtisch gesetzten Diopterlineals und sucht die vertikale Schnur mit dem Objektivfaden zu decken. Ist dies nicht möglich, so ist derselbe gegen eine Seite hin geneigt, und man kann den Fehler leicht dadurch beseitigen, daß man das Schräubchen bei c c′, womit der Faden befestigt ist, so lange dreht, bis keine Abweichung mehr stattfindet. Nun ist noch zu untersuchen, ob auch die Okularritze senkrecht steht, was dadurch geschieht, daß man das Auge nach der ganzen Länge der Okularritze auf- und abwärts bewegt und sieht, ob dieselbe in allen Punkten den Objektivfaden und die vertikale Schnur deckt. Ist dies nicht der Fall, so ist die Okularritze geneigt, und man muß, um den Fehler zu beseitigen, das ganze Diopter an der geneigten Seite etwas heben, indem man die betreffende Schraube am Scharniere etwas los läßt und so lange kleine Papierstückchen unterlegt, bis die senkrechte Stellung bewirkt ist. Auf dieselbe Weise kann auch der Objektivfaden c c′ vertikal gestellt werden, im Falle sich derselbe durch ein angebrachtes Justierschräubchen selbst nicht verändern ließe.

c) Die Kante a b des Lineals muß vollständig mit der durch den Objektivfaden und die Okularritze gelegten Visierebene zusammenfallen. Man visiert mit dem Diopterlineal nach irgend einem entfernten Gegenstande, wählt jedoch die Visierrichtung dergestalt, daß der=

selbe Gegenstand wieder erblickt werden kann, wenn man das Diopterlineal umstürzt und unter dem Tischblatte hindurch sieht. Alsdann merkt man sich die Visierrichtung durch zwei Pikiernadeln, welche möglichst weit aus einander in das Tischblatt vertikal und scharf an die Kante des Lineals einzustecken sind. Legt man nun das Diopterlineal so um, daß die Diopter a a′ und b b′ nach unten hängen, und schiebt ferner das Lineal mit derselben Kante wieder genau an die beiden Nadeln an, so muß der bezeichnete Gegenstand wieder von dem Objektivfaden gedeckt werden. Ist dies nicht der Fall, so geschieht die Berichtigung immer am besten von dem Mechanikus.

Eine zweite Prüfungsmethode besteht darin, daß man zwei feine Nadeln in einer Entfernung, welche fast der Länge des Lineals entspricht, senkrecht auf das Tischblatt einsteckt und diese beiden Nadeln als Visierlinie nach einem entfernten Objekte benützt. Mittelst Drehen des Tischblattes wird nun das entfernte Objekt scharf in die Richtung der beiden Nadeln einvisiert. Schiebt man nun die Kante a b des Lineals scharf an die beiden Nadeln an und sieht durch die Diopter, so muß der Gegenstand, etwa ein vertikal aufgestellter Absteckstab oder ein gespanntes Lot, vollständig durch den Objektivfaden gedeckt werden. Ist das nicht der Fall, so muß die Visiervorrichtung entweder durch den Mechaniker berichtigt oder mittelst einer angebrachten Justierschraube entsprechend verschoben werden.

Auf dieselbe Weise bewirkt man die Prüfung und Korrektion des Bergdiopters, wobei jedoch noch besonders zu beobachten ist, daß die Visierebene der Bergdiopter vollständig mit derjenigen der Diopter a a′ und b b′ zusammenfallen soll.

Sollten die Diopterfäden zu dick oder nicht stark genug angezogen sein, so müssen sie mit feineren vertauscht und stärker angespannt werden. Am deutlichsten lassen sich dunkle und helle Gegenstände anvisieren, wenn man weiße Roßhaare verwendet und diese zur Hälfte mit Tusche schwarz färbt.

Das richtig gefundene oder berichtigte Diopterlineal muß endlich noch, um es möglichst lange brauchbar zu erhalten, vor allem gewaltsamen Schlagen und Stoßen bewahrt bleiben. Namentlich sind auch die gespannten Fäden sorgfältigst zu schonen und nicht mit dem Finger zu berühren.

Die Genauigkeit, welche mit Dioptervorrichtungen erreicht werden kann, wird um so größer, je enger die Okularöffnung, je dünner der Objektivfaden und je größer der Abstand der Diopter von einander ist. Immerhin muß aber die Okularöffnung weit genug sein, um hinreichendes Licht durchfallen zu lassen. Nach den Untersuchungen Stampfers beträgt die zweck-

mäßigste Breite der Schauritze 0,5—0,7 Millimeter. Runde Öffnungen sind besser wie lange Ritzen.

7. Das Perspektivlineal oder die Kippregel.

§ 37.

A. Beschreibung des Perspektivlineals.

Während das einfache Diopterlineal mehr da in Anwendung kommt, wo auf weniger entfernte Gegenstände visiert werden soll und ein minderer Grad von Genauigkeit gefordert wird, z. B. bei kleineren land- und forstwirtschaftlichen Vermessungen, gebraucht man das Perspektivlineal vorzüglich zu entfernteren Visuren und solchen größeren Aufnahmen, welche, wie z. B. die graphische Triangulation, eine größere Genauigkeit beanspruchen.

Die wesentlichen Bestandteile dieser Visiervorrichtung sind ein Lineal und ein Fernrohr. Letzteres ist durch eine horizontale Achse mit einem auf dem Lineale senkrecht stehenden Träger verbunden.

Das Lineal dient, wie das bereits beschriebene Diopterlineal, zum Ziehen der Linien auf dem Tischblatt nach den anvisierten Gegenständen; dagegen hat das Fernrohr den Zweck, entfernte Gegenstände, welche mit dem Diopterlineal nicht mehr anvisiert werden können, deutlich zu sehen. Auch ist mit dem Fernrohre der Kippregel öfters eine Vorrichtung zum optischen Distanzmessen verbunden. Wir haben daher zunächst das Fernrohr der Kippregel, dann die Kippregel als optischer Distanzmesser zu betrachten, werden daran verschiedene Kippregel-Konstruktionen anschließen und zuletzt die Prüfung und Berichtigung derselben folgen lassen.

a) Das Fernrohr des Perspektivlineals.

Unter einem Fernrohre versteht man ein zusammengesetztes optisches Instrument, vermittelst dessen man von entfernten Gegenständen Bilder in der Nähe erzeugt, welche man vergrößert und deutlicher betrachten kann, als man den Gegenstand mit bloßen Augen zu sehen vermag. Es giebt astronomische Fernrohre mit verkehrtem und terrestrische Fernrohre mit aufrechtem, jedoch weniger hellem Bilde. An geodätischen Instrumenten kommt in der Regel nur das astronomische Fernrohr vor, auf dessen Beschreibung wir uns daher auch hier beschränken wollen. Das von J. Kepler zuerst konstruierte astronomische Fernrohr besteht in seiner einfachsten Form aus zwei bikonvexen Linsen, von welchen die größere, dem leuchtenden Gegenstande zugewandte das Objektivglas, die kleinere,

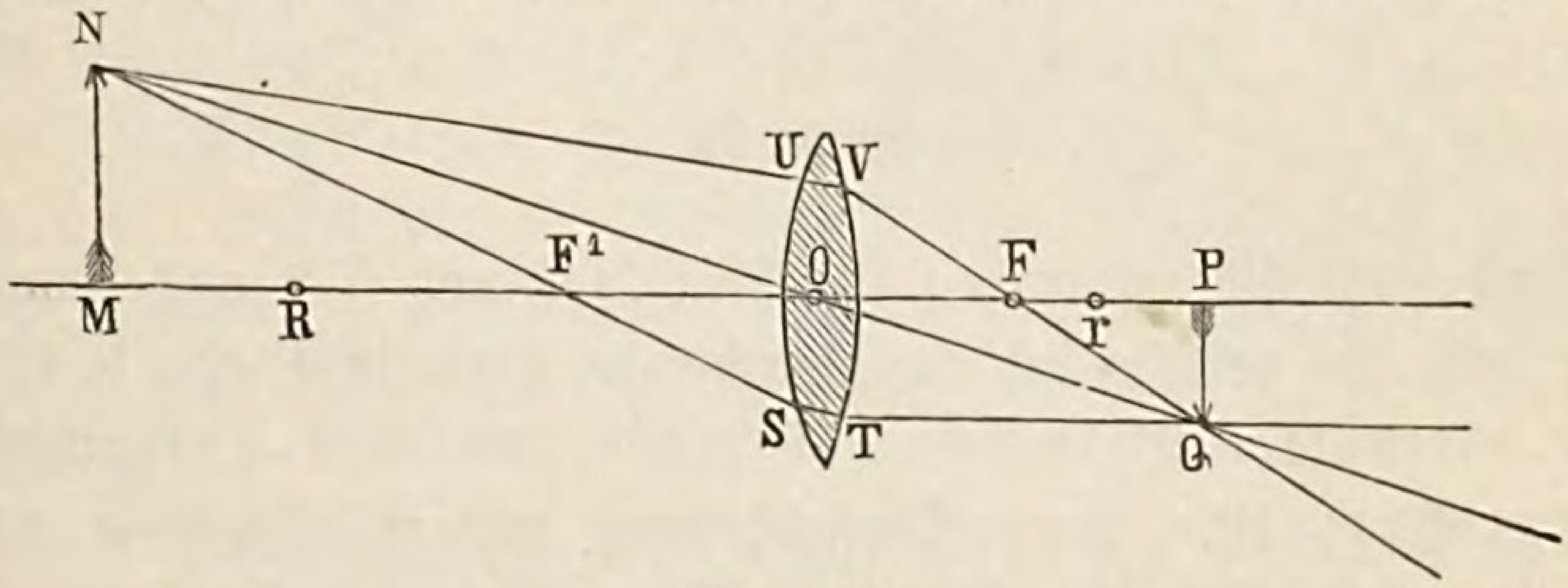
dem Auge zugekehrte das Okularglas heißt. Das erstere hat den Zweck, von dem zu beobachtenden Gegenstande ein reelles (oder physisches) Bild zu erzeugen. Unter Bild ist in diesem Sinne der Schnittpunkt zu verstehen, in welchem sich die beim Durchgang durch die Linse gebrochenen Lichtstrahlen wirklich schneiden, was nach der dioptrischen Formel in der Entfernung b (Bildweite) vom Objektiv stattfindet, wie sie durch die Gleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$$

ausgedrückt wird. Hier bedeutet a die Entfernung des Gegenstandes (Objektweite), r und R die Halbmesser für die Krümmung der Kugeloberflächen der Linse, n den Brechungsexponenden, welcher für den Übergang von Luft in Glas $= \frac{3}{2}$ zu setzen ist, also für $n - 1 = \frac{1}{2}$ wird. In diesem Falle ist daher der umgekehrte Wert der Objektweite a und der umgekehrte Wert der Bildweite b gleich der halben Summe der umgekehrten Werte der Halbmesser oder, da bei bikonvexem Glase der umgekehrte Wert der Brennweite $\frac{1}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$ ist, so folgt hieraus, daß die Objektweite a, Bildweite b und Brennweite f in dem Verhältnisse stehen:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Ist der Brennpunkt einer Linse bekannt und auch die Entfernung einer auf der optischen Achse normal stehenden, leuchtenden Linie MN gegeben, so läßt sich die Lage des Bildes durch Konstruktion der drei Strahlen finden,

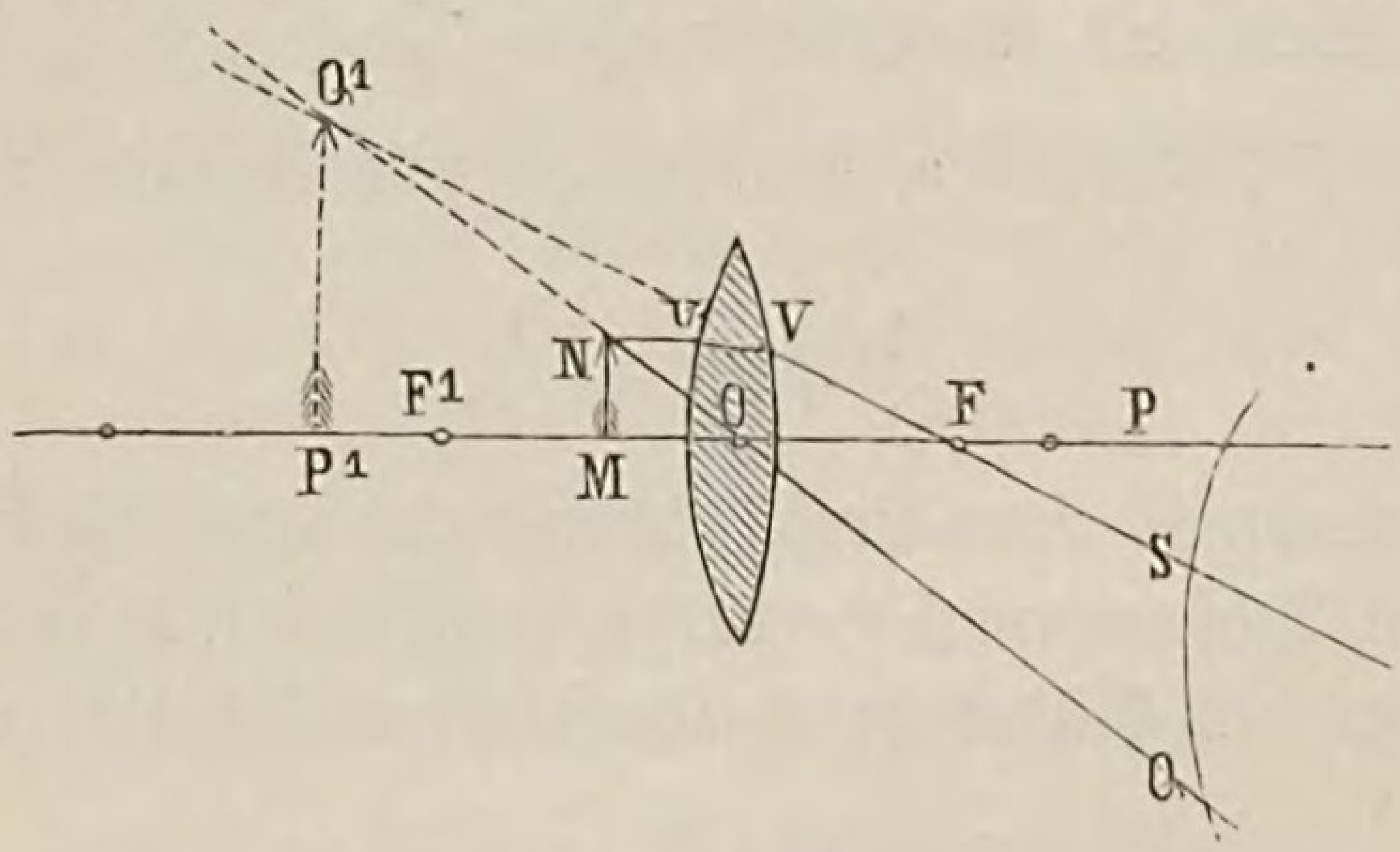


Figur 85.

wovon der erste durch das optische Centrum des Glases, der zweite nach der Brechung parallel zur optischen Achse, der dritte in seiner Verlängerung durch den Brennpunkt geht. Ist also, Figur 85, die Größe der Krümmungshalbmesser R = 30 cm, r = 13 cm, so ist die Brennweite f = 10 cm, da

$\frac{1}{30} + \frac{1}{13} = \frac{1}{10}$ und es läßt sich hieraus der Verlauf der drei Hauptstrahlen N O Q, N S T Q und N U V Q nach den eingezeichneten Brennpunkten F und F′ verfolgen. Ist die Entfernung der leuchtenden Linie eine endliche, aber größer als die doppelte Brennweite, (also $a > 2f$), so ist $\frac{1}{b} > \frac{1}{2f}$ das Bild fällt also zwischen den Brennpunkt und die doppelte Brennweite, es hat ferner eine verkehrte Lage, weil das Bild des Punktes N nach Q, jenes vom Punkt M nach P fällt, und es ist verkleinert, weil in den ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken N O M und P O Q die Proportion M O : O P = M N : P Q stattfindet, in welcher M O > O P ist.

Bei dem einfachen Keplerschen Fernrohre wird dieses reelle Bild M N, Fig. 86, durch eine Sammellinse als Okular betrachtet, wobei die von demselben ausgehenden Strahlen N O Q und N U V F S sich nach der Brechung nicht hinter der Linse, sondern in ihrer gedachten rückwärtigen Verlängerung vor der Linse schneiden. Ein Auge, das sich in der Lage bei P S Q befindet, wird nämlich den Sinneseindruck empfangen, als kämen



Figur 86.

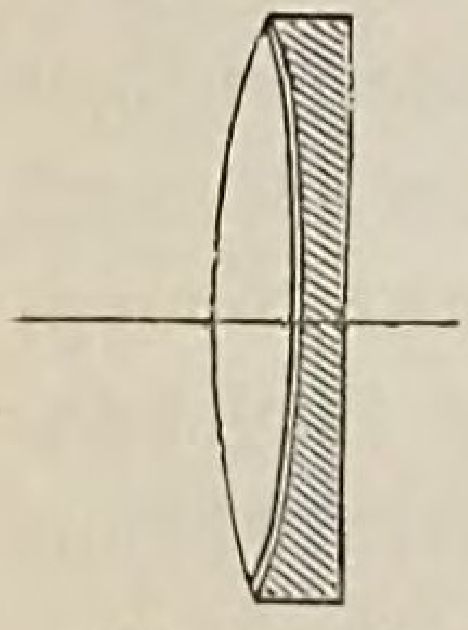
die in Wirklichkeit divergierenden Strahlen N Q und V S aus dem Schnittpunkte Q′ und als befinde sich eine leuchtende Linie in P′ Q′, d. h. es entsteht ein virtuelles Bild vor der Linse, welches aufrechtstehend und vergrößert ist. Diese Vergrößerung erfolgt allgemein nach dem Verhältnisse: Fokalweite der Lupe geteilt durch den Abstand des Objektes vom Brennpunkte. Allein für die verschiedene Beschaffenheit der beobachtenden Augen muß dieser Abstand verschieden groß gewählt werden, um das virtuelle Bild scharf zu sehen, für weitsichtige Augen kleiner als für kurzsichtige, so daß die gleiche Lupe für die letzteren eine geringere Vergrößerung liefert, als für erstere. Bei der Benutzung des astronomischen

Fernrohres kommt es daher vor allem darauf an, der Okularlinse, welche in einer ausziehbaren Röhre gefaßt ist, eine solche Stellung zum reellen Bilde zu geben, daß das Auge des Beobachters ein deutliches, vergrößertes virtuelles Bild sieht. Da nun beim Gebrauche des Fernrohres zu geodätischen Zwecken die anvisierten Gegenstände (Latten, Stäbe) sich bald näher, bald entfernter vom Beobachter befinden, so wechselt auch nach der dioptrischen Formel die Lage des reellen Bildes verkehrt proportional zur Objektentfernung a und es muß deshalb die Lupe für jeden Wert von a wieder neu eingestellt werden, um das Bild scharf zu sehen. Zur Bewegung des Okularrohres dient in der Regel ein am Objektivrohr befestigtes Zahnrädchen, welches in eine am Okularrohr befestigte Zahnstange eingreift — der sog. „Trieb". Für den praktischen Gebrauch gilt daher die Regel, daß das Okular in demselben Sinne bewegt werden muß, wie sich die Latte bewegt, ferner daß für kurzsichtige Augen das Okular bei gleicher Stellung der Latte einen kürzeren Abstand haben muß, als für weitsichtige.

Das bisher betrachtete einfache Keplersche Fernrohr hat aber durch die Fortschritte der Optik einige wesentliche Verbesserungen erfahren, welche hier kurz angedeutet werden sollen. Da nämlich die besprochenen optischen Vorgänge nur dann wirklich stattfinden, wenn die einfallenden Strahlen mit der optischen Achse sehr kleine Winkel bilden, so erfahren alle jene Strahlen, die auf die entfernteren peripherischen Teile einer stark gekrümmten Linse fallen, eine solche Brechung, daß sie sich in einem anderen Punkte schneiden als die auf die centralen Teile gefallenen. Es entstehen dadurch von einem leuchtenden Punkte mehrere hinter einander liegende Bilder, welche sich gegenseitig in Bezug auf Deutlichkeit stören. Man nennt dies die sphärische Aberration, welche man vermindern kann, wenn man den Rand der Linse durch eine geschwärzte Blende verdeckt und wenn man Linsen mit verschieden gekrümmten Flächen in Anwendung bringt, deren flachere Seite dem Bilde zugekehrt ist, während die konvexere Seite nach dem Objekte steht.

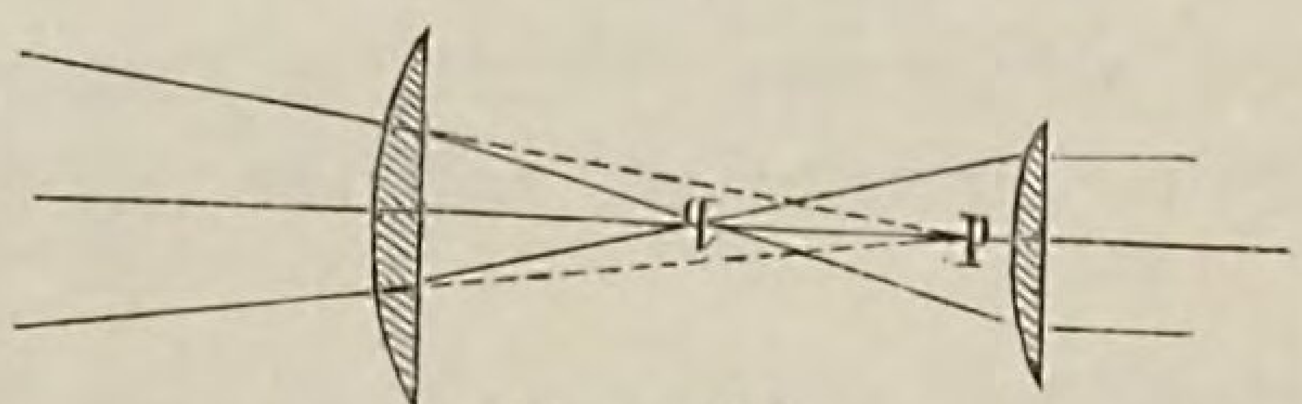
Außerdem verursacht der verschiedene Grad von Brechbarkeit, welcher den im weißen Sonnenlichte vereinigten Strahlengattungen eigen ist, daß beim Durchgang eines Strahles durch eine Linse eine Zerlegung desselben in seine Bestandteile (violettes, blaues, gelbes, rotes Licht) stattfindet, welche sich nicht in denselben Punkten schneiden, sondern eine Reihe von Bildern der entsprechenden Farben liefern. Bei einfachen Linsen sieht man daher am Rande der Bilder und des Sehfeldes stets einen regenbogenfarbigen

Saum — eine Erscheinung, welche man chromatische Aberration oder Farbenabweichung nennt. Bekanntlich ist es zuerst Fraunhofer nach zahlreichen Versuchen gelungen, die Farbenzerstreuung der Linsen durch Vereinigung von Linsen aus verschieden stark brechenden Glassorten (Flint- und Crownglas), deren Brennweiten in einem bestimmten Verhältnisse zu einander stehen, zu beseitigen oder wenigstens auf ein unschädliches Maß zu reduzieren. Durch eine geeignete Wahl dieser Linsen gelingt es, gleichzeitig mit der Farbenabweichung auch die sphärische Aberration so zu kompensieren, daß sie nicht mehr störend wirkt. In Figur 87 ist eine derartige Linsenkombination eines bikonvexen Crownglases und eines plankonvexen Flintglases im Durchschnitte dargestellt, wie sie bei den „achromatischen Linsen" der Objektive unserer Meßinstrumente häufig angewendet wird. Diese Doppellinse wirkt dann in Bezug auf die Erzeugung eines reellen Bildes im Fernrohr ganz analog wie oben von der einfachen Linse gezeigt wurde, wobei dann die Brennweite der vereinigten Linsen für die Bildweite maßgebend ist. Bei der praktischen Anwendung solcher achromatischer Linsen ist übrigens zu beachten, daß die Gläser an der Berührungsfläche durch ein durchsichtiges Bindemittel verkittet sind, welches gegen Einwirkung des direkten Sonnenlichtes empfindlich ist und infolge dieser rissig und undurchsichtig wird; hieraus folgt die Regel, daß man das Objektiv sorgfältig vor direkter Insolation schützen und erforderlichenfalls die an den meisten besseren Instrumenten vorhandenen Blendungsrohre in Anwendung bringen, sowie nach dem Gebrauch den Deckel schließen soll.



Figur 87.

Die Verbesserungen des Okulars, welches beim einfachen Keplerschen Fernrohre nur eine bikonvexe Linse war, bestehen darin, daß statt ihrer zwei plankonvexe Linsen zu einem System vereinigt werden, welches durch Kompensation sowohl die sphärische und achromatische Aberration unschädlich macht, als auch eine kürzere Ausführung des Fernrohrs und eine größere Helligkeit ermöglicht. Bei dem Okular von Huyghens*), Figur 88, ist

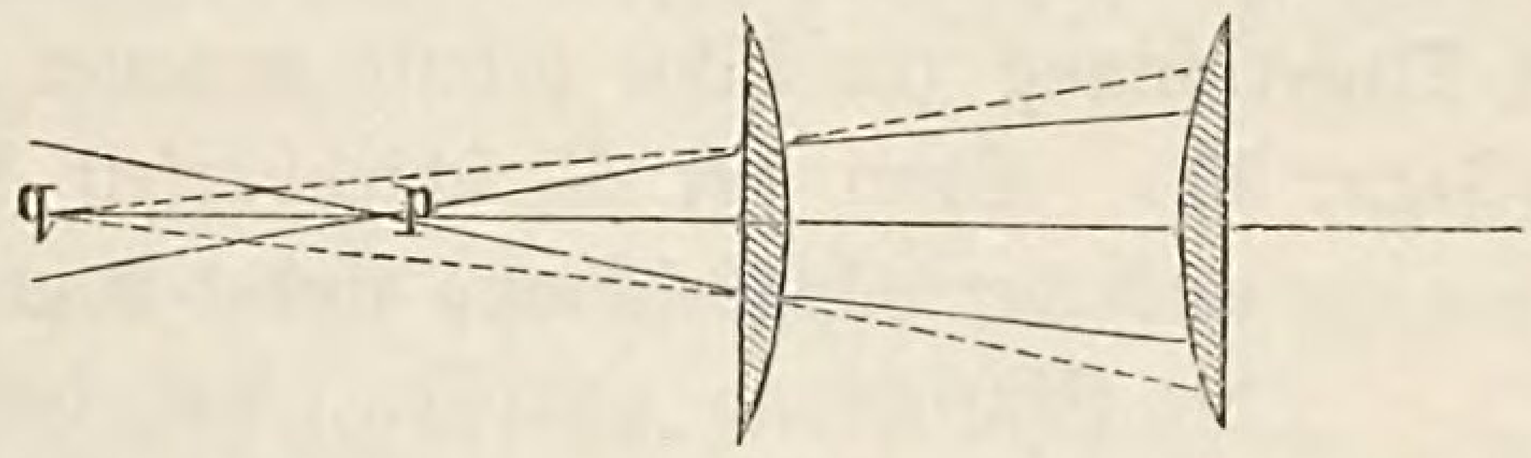


Figur 88.

*) Ein mit diesem System in der Hauptsache übereinstimmendes ist das Okular von Campani.

eine plankonvexe Linse, das sogen. „Kollektivglas", mit seiner konvexen Seite dem Objektiv zugewendet und nimmt die von letzterem kommenden, konvergierenden Strahlen auf, noch ehe sie sich in p zum Bilde geschnitten haben, durch die Brechung im Kollektiv wird dann die Bildweite abgekürzt, indem sich die Strahlen jetzt früher in q schneiden und das so entstandene reelle Bild wird mittelst des plankonvexen Augenglases als Lupe betrachtet, wobei eine gewisse Kompensation der Kugelabweichung und der Farbenabweichung beider Gläser stattfindet.

Beim Okular von Ramsden, Figur 89, ist die ebene Fläche des Kollektivs dem Objektiv zugekehrt, das von letzterem entworfene Bild kommt vor dem Kollektiv in p wirklich zu stande, die vom Bilde ausgehen-



Figur 89.

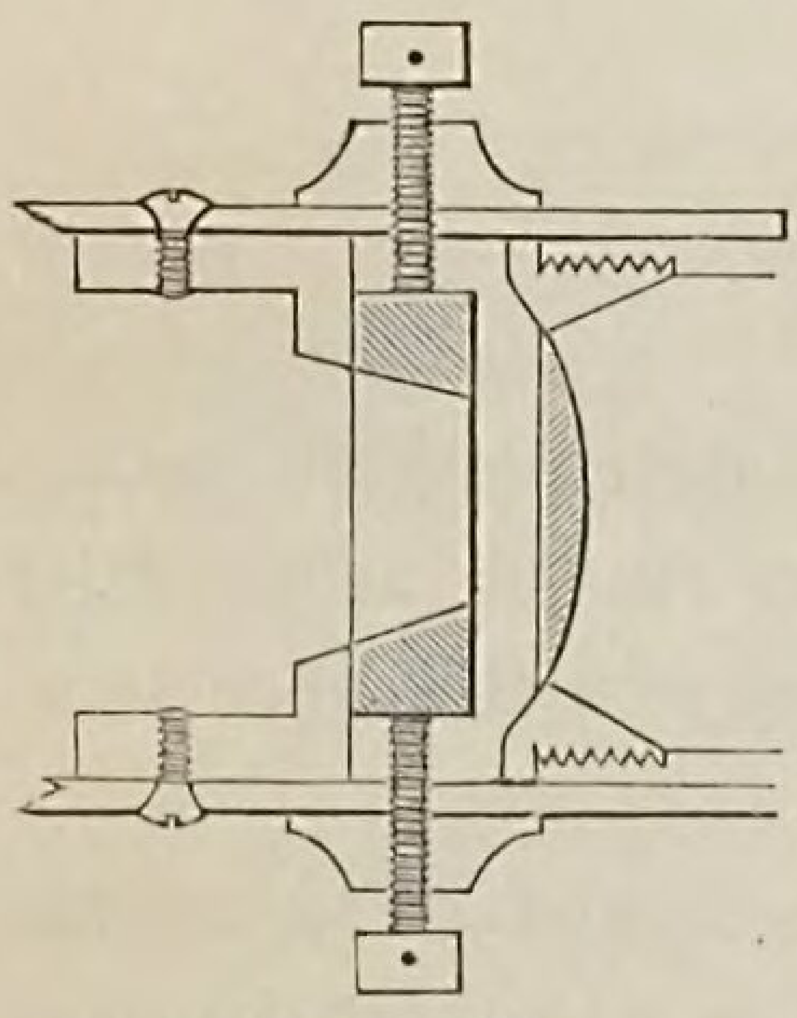
den Strahlen werden aber vom Kollektivglas so gebrochen, daß sie von q auszugehen scheinen und die Linsenkombination also ein virtuelles Bild analog der einfachen Linse liefert, das aber frei von den störenden Einflüssen der beiden besprochenen Abweichungen ist.

Diese beiden Okulare können als Typen für eine Anzahl anderer Konstruktionen dienen, welche man an neueren Instrumenten angewendet findet. In der Regel haben die beiden oder zuweilen auch vier Okularlinsen einen unveränderlichen Abstand von einander und bleiben zu einem Ganzen in dem Okularrohr vereinigt, machen also auch alle Bewegungen des letzteren durch das sog. Getriebe mit.

Bei den Meßinstrumenten erfüllt das Fernrohr in erster Linie die Aufgabe, gerade Linien mittelst der Visierstrahlen zu konstruieren, indem es als eine Verbesserung der gewöhnlichen Dioptervisiere in Anwendung kommt. Hierzu wird das Fernrohr aber erst durch Einfügung des sog. Fadenkreuzes geeignet, nämlich einer aus sehr feinen Spinnenfäden oder feinstem Platindraht gefertigten Vorrichtung, welche zur dauernden Bezeichnung eines bestimmten Punktes im Gesichtsfelde dient. Auch parallelwandige Glasplättchen mit eingeritzten Linien finden vielfache Verwendung. Hierbei dient der Kreuzungspunkt zweier in der Bildebene rechtwinklig auf einander stehender derartiger Fäden als der eine Zielpunkt, während der

optische Mittelpunkt des Objektives den zweiten Punkt abgiebt, durch welchen die Lage der geraden „Absehlinie" (Ziel- oder Visierlinie) bestimmt ist.

Je nach den zu erreichenden Zwecken wendet man statt zweier sich kreuzender Fäden auch mehrere an, entweder um die Ziellinie durch Einvisieren eines Signales zwischen zwei parallele Fäden schärfer zu präzisieren oder um zwei Visierlinien, die einen konstanten Sehwinkel einschließen, mittelst Fäden von unveränderlichem Abstand zu erhalten (siehe Distanzmesser § 37, A. b). Die Fäden sind über einen Metallring ausgespannt, welchen man daher den „Fadenring" oder das „Diaphragma" nennt und welcher in der Okularröhre mittelst Stellschrauben so angebracht wird, daß man seine Stellung zu dem Kollektivglase mittest Verschiebung in der Längsrichtung des Fernrohres nach Bedarf verändern, andererseits aber auch denselben in der Querrichtung zur Achse behufs genauer Centrierung verschrauben kann (Figur 90). Statt der Verschiebbarkeit des Fadenringes nach der Längsrichtung findet man aber sehr häufig die Einrichtung getroffen, daß dasselbe durch Annäherung des ganzen Ramsdenschen Okularsystems mittelst eines Schraubengewindes oder durch Veränderung blos der Stellung des Augenglases (bei Huyghenschen Okularen) in diejenige Entfernung eingestellt wird, bei welcher es nach der subjektiven Verschiedenheit des beobachtenden Auges am schärfsten gesehen wird. Beim Gebrauche muß man diese Einstellung jedesmal so machen, daß das Fadenkreuz in scharfen Umrissen und mit mikroskopischer Deutlichkeit hervortritt, was bei Kurzsichtigen in einer anderen Lage der Fall ist, wie bei Fernsichtigen.



Figur 90.

Außer dieser Bedingung muß aber auch die zweite erfüllt sein, daß das Fadenkreuz in der gleichen Ebene mit dem reellen Bilde liege, welches durch das Objektiv entworfen wird, denn nur in diesem Falle ist die Ziellinie eine von der zufälligen Stellung des Auges unabhängige. Man untersucht das Zusammenfallen von Bild und Fadenkreuz dadurch, daß man das Auge vor dem Augenglase hin und her bewegt und darauf achtet, ob sich beide virtuellen Bilder immer decken d. h. ob sie nicht ihre gegenseitige Stellung ändern. Wäre letzteres der Fall, d. h. würde eine „Parallaxe" vorhanden sein, so muß beobachtet werden, ob das Fadenkreuz eine scheinbare Bewegung nach der gleichen oder nach der entgegengesetzten Seite macht wie das Auge. Ersteres zeigt an, daß das Fadenkreuz sich vor der

Bildebene also zwischen Bild und Objektiv befinde, letzteres, daß es hinter demselben also zwischen Augenglas und Bild stehe, wonach man die nötige Korrektion ausführen kann.

Die richtige Zentrierung des Fadenkreuzes setzt zunächst voraus, daß schon der optische Mittelpunkt der Objektivlinse genau in der mechanischen Axe des Fernrohres liege; man dreht daher das Fernrohr vorsichtig um seine mechanische Axe und beobachtet, ob der Kreuzungspunkt der Fäden stets auf demselben Punkt bleibt oder ob er nicht etwa einen Kreis beschreibe Wäre letzteres der Fall, so müßte durch paarweises Benutzen der Schräubchen, welche das Diaphragma bewegen, die Stellung des letzteren um den Halbmesser des vom Kreuzungspunkt beschriebenen Kreises verändert werden, bis ein erneuter Versuch keine Abweichung des Kreuzungspunktes mehr erkennen läßt.

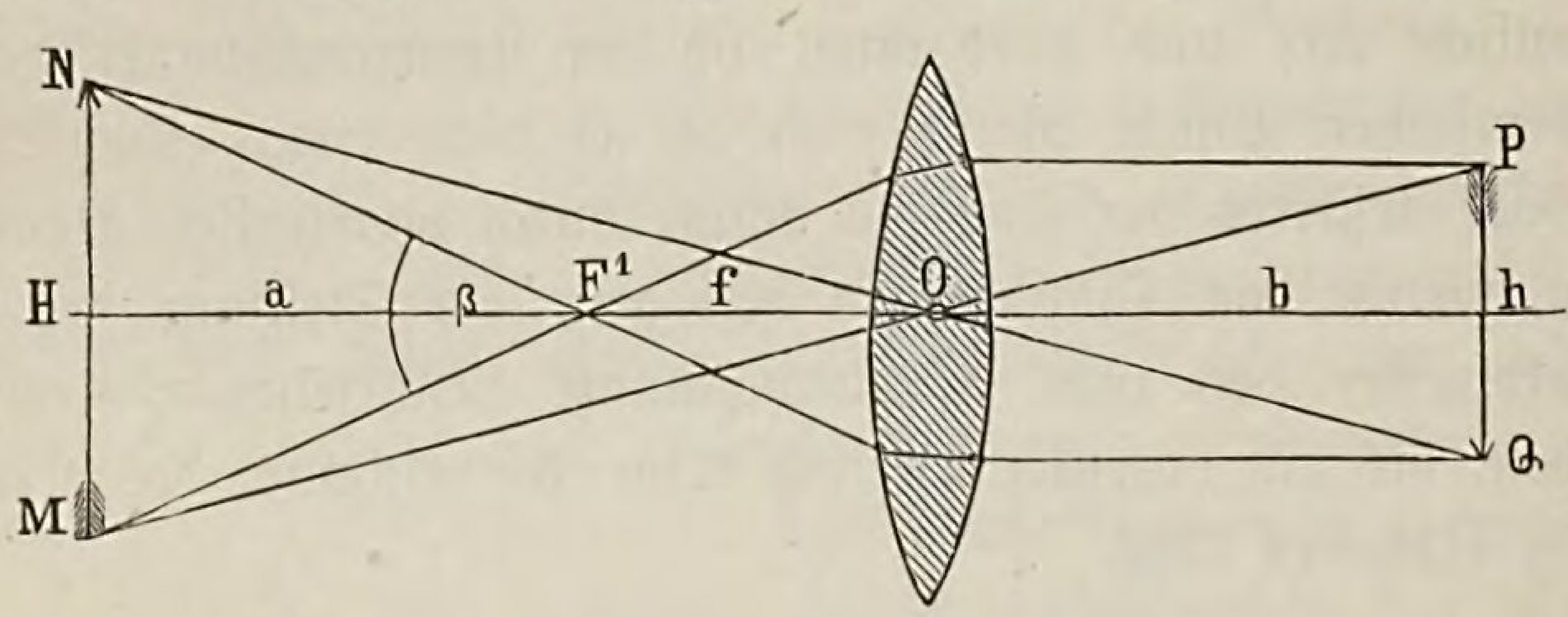
b) Das Perspektivlineal als optischer Distanzmesser.

Wie man im gewöhnlichen Leben die Entfernung eines Gegenstandes von bekannter Größe, z. B. eines Menschen aus der Größe des Sehwinkels schätzt, unter welchem er dem Auge erscheint, so bildet auch beim optischen Distanzmessen die Größe des Sehwinkels, unter welchem die Hauptstrahlen von den Endpunkten einer leuchtenden Linie durch den optischen Mittelpunkt einer Objektivlinse konvergieren, den Ausgangspunkt für die Berechnung der Entfernung. Die verschiedenen Arten von optischen Distanzmessern, welche konstruiert wurden, unterscheiden sich im wesentlichen dadurch in zwei Hauptgruppen, daß 1. entweder ein konstanter Sehwinkel benutzt wird, um aus der Größe einer jedesmal erst zu messenden geraden Linie, die er einschließt, die Entfernung zu finden, oder 2. daß bei unveränderlicher Größe des Objektes der Sehwinkel nach dessen Endpunkten gemessen wird.

ad 1 Der Reichenbachsche Distanzmesser. Bei dem Fernrohr wird die Richtung einer Absehlinie bestimmt durch den Kreuzungspunkt der Fäden und den optischen Mittelpunkt des Objektivs; soll also ein konstanter Sehwinkel durch ein Fernrohr erhalten werden, so müssen zwei Kreuzungspunkte der Fäden von unveränderlichem Abstande in der Bildebene gegeben sein, deren Verbindung mit dem optischen Mittelpunkte und Verlängerung darüber hinaus Scheitelwinkel von unveränderlicher Größe einschließen. Man nennt daher diese Gruppe Okularfäden-Distanzmesser.

Wenn man in Fig. 85 die Entstehung des reellen Bildes im astronomischen Fernrohr verfolgt, so ersieht man sofort, daß die Lage des Bildes

nicht blos von dem durch den optischen Mittelpunkt gehenden Hauptstrahl NOQ, sondern auch durch den Strahl NF′STQ, welcher durch den vorderen Brennpunkt F′ geht und nach der Brechung parallel zur optischen Achse verläuft, bestimmt wird. Für das Verhältnis von Bildgröße und Entfernung ist daher dieser Punkt ganz besonders wichtig, wie dies auch auf folgende Weise aus Figur 91 abgeleitet werden kann. Bezeichnet nämlich



Figur 91.

a die Entfernung des Objekts, b die Bildweite, beide gemessen, vom Mittelpunkte des Objektivglases aus, H die linear gemessene Höhe des Objekts oder das Stück einer vertikal gehaltenen Latte, welches zwischen den konstanten Fäden gesehen wird, h die Höhe seines Bildes oder den konstanten Abstand der Fäden, so findet in den beiden Dreiecken M O N und P O Q die Proportion $H : h = a : b$ statt. Da aber die veränderliche Bildweite für die generelle Berechnung der Entfernung nicht benutzt werden kann, so eliminirt man dieselbe durch die Einsetzung ihres aus der dioptrischen Hauptformel $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ abgeleiteten Wertes $b = \frac{a\,f}{a - f}$ worin f die unveränderliche Brennweite des Objektivs bedeutet. Demnach verhält sich $H : h = a : \frac{a\,f}{a - f}$ woraus sich berechnet

$$a - f = \frac{f}{h} H,$$

worin $\frac{f}{h}$ eine Konstante ist, die zur Berechnung der Latteneinteilung verwendet wird (die sogen. *Multiplikationskonstante*).

Zugleich sagt uns diese Formel, *daß nicht die vom optischen Mittelpunkte des Objektivglases aus gemessene Entfernung a sondern die Entfernung des Gegenstandes von dem vorderen Brennpunkte a — f proportional den abgelesenen Abschnitten an der Latte ist.* Man nennt deshalb den vorderen Brennpunkt des Ob-

jektives F′ (Figur 91) den anallatischen Punkt*), während der von diesem Punkte ausgehende Sehwinkel β der „diastometrische" oder distanzmessende Winkel heißt.

Bei dem Meßgeschäfte handelt es sich aber in der Regel um die Ermittelung der Entfernung des Gegenstandes von dem Centrum des Instrumentes, d. h. von der Drehachse des Fernrohres, weshalb zu a — f noch der Abstand des anallatischen Punktes von dieser Achse hinzugerechnet werden muß — eine Größe, die man die additionelle Konstante nennt. Rechnerisch läßt sich diese dadurch ableiten, daß man die meistens ziemlich zutreffende Voraussetzung macht, die Drehachse des Fernrohres liege ungefähr in der halben Brennweite vom optischen Mittelpunkte des Objektives entfernt, dann müßten zu der Entfernung des anallatischen Punktes von der Latte offenbar $1\frac{1}{2}$ Brennweiten oder $\frac{3}{2}$ f addiert werden, damit die ganze Entfernung $E = a + \frac{1}{2} f$ von der Latte bis zur Drehachse des Fernrohres erhalten wird; letztere wäre demnach $E = \frac{f}{h} H + \frac{3}{2} f$.

Würde aber obige Voraussetzung nicht zutreffen, so muß die additionelle Konstante durch direkte Messung am Instrumente bestimmt werden, indem man das Fadenkreuz auf das Bild eines sehr weit entfernten Gegenstandes scharf einstellt, den Abstand des Diaphragmas vom Objektivmittelpunkte genau mißt und hierzu den Abstand des letztgenannten Punktes bis zur Mitte der Drehachse des Fernrohrs nach sorgfältiger Messung addiert.

Die Einteilung der zum Distanzmessen dienenden Latte, der sogen. „Distanzlatte" erfolgt in der Regel auf Grund der in obiger Weise berechneten Werte für E, indem man von einem Nullpunkte aus diejenigen Teile an der Latte abgreift, welche den verschiedenen Entfernungen korrespondieren. Die hierdurch erhaltene Skala wird analog wie bei einer Nivellierlatte mit deutlich hervortretenden Teilstrichen I., II. und III. Ordnung, sowie mit gut leserlichen Ziffern auf die Latte mit Ölfarbe aufgetragen, wobei auf die deutliche Bezeichnung des Nullpunktes besonders zu achten ist.

Der Reichenbachsche Distanzmesser findet sich sehr häufig in Verbindung mit einer Kippregel, d. h. das Fernrohr befindet sich an einem

*) Von ἀλάςςω = ἀλάττω und α privativum, d. h änderungsfrei oder unveränderlich.

auf dem Messinglineale normal stehenden kräftigen Ständer, welcher die horizontal liegende Fernrohrachse trägt. An diesem Träger ist außer dem Mikrometerwerk für die Bewegung des Fernrohrs noch ein feststehender Index zur Ablesung an dem mit der Fernrohrachse fest verbundenen Gradbogen angebracht.

Bei dem in der bayerischen Landesvermessung eingeführten Reichenbachschen Distanzmesser besteht das Objektiv aus einer achromatischen Linsenkombination von ca. 50 cm Brennweite und 3,5 cm Öffnung, welche genau zentriert sein muß. Das Okularrohr ist mit zwei in einer Ebene liegenden Fadenkreuzen von konstantem Abstand versehen, welche in die Ebene des reellen Bildes eingestellt und durch die beiden plankonvexen Okulargläser betrachtet werden können, dieselben bilden zusammen das sogenannte „Fadenmikrometer". Wegen der verkehrten Lage des reellen Bildes erblickt man in dem unteren Okular den oberen Teil der Latte, welcher den Nullpunkt der Teilung trägt und auf den der Horizontalfaden mittelst der groben und feinen Bewegung des Fernrohrs scharf eingestellt wird; sobald dies der Fall ist, liest man an dem oberen Okular die Stelle der Distanzlatte ab, wo der Horizontalfaden schneidet. Drückt man den Wert dieses Punktes der Skala in Metern und Dezimalstellen des Meters aus, so giebt dies die Entfernung der Latte bei ganz horizontaler Stationslänge. Die Distanzlatte muß hierbei von dem Gehilfen so gehalten werden, daß sie senkrecht auf der Visierachse steht, was gewöhnlich mittelst eines kleinen normal zur Achse der Latte stehenden Diopters erreicht wird, womit der Gehilfe nach dem Objektiv des Instrumentes blickt.

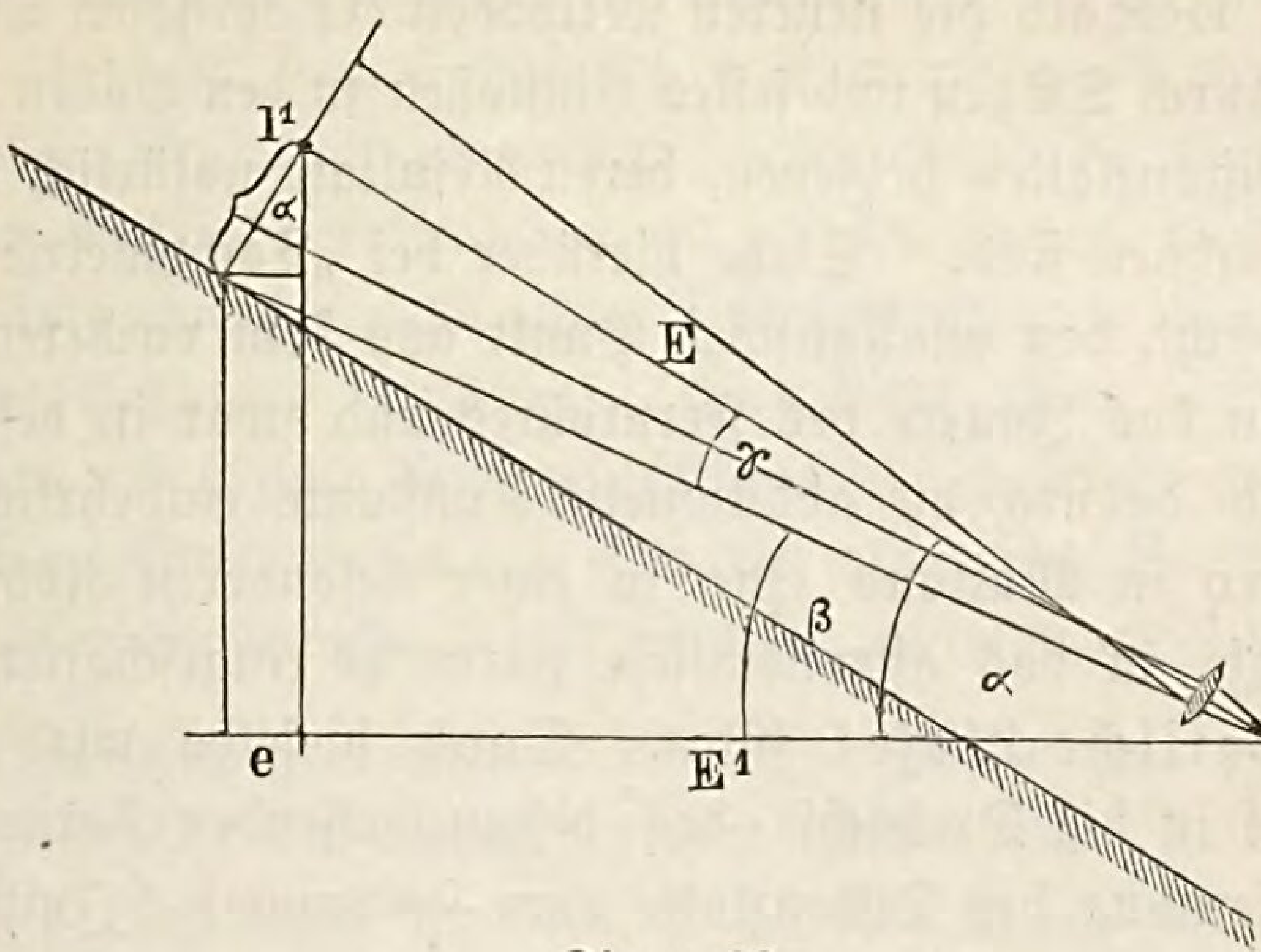
Verläuft die Ziellinie nicht horizontal, sondern hat das Fernrohr, Fig 92, einen Neigungswinkel von α gegen den Horizont, so muß dieselbe auf den Horizont reduziert werden, indem man die gefundene Länge E mit $\cos \alpha$ multipliziert. Da aber die schiefe Haltung der Distanzlatte in der Horizontalprojektion noch die kleine Differenz e erzeugt, um welche die Länge E′ bis zum Fußpunkt der Latte vermehrt werden muß, da ferner die Elevation bezw. Depression des Terrains selbst, nämlich der Winkel β, in Betracht kommt, so hat man verschiedene Formeln für diese Reduktion der schief gemessenen Distanz vorgeschlagen. Wird β nicht besonders berücksichtigt, so ist $E' + e = E \cos \alpha + l' \sin \alpha$.

Dagegen hat Direktor Dr. v. Bauernfeind eine Reduktionstafel nach der Formel

$$\text{red } E = E \cos^2 \gamma \cos (\alpha \pm \beta)$$

berechnet, worin β sowohl Elevations- als Depressionswinkel vorstellt. In

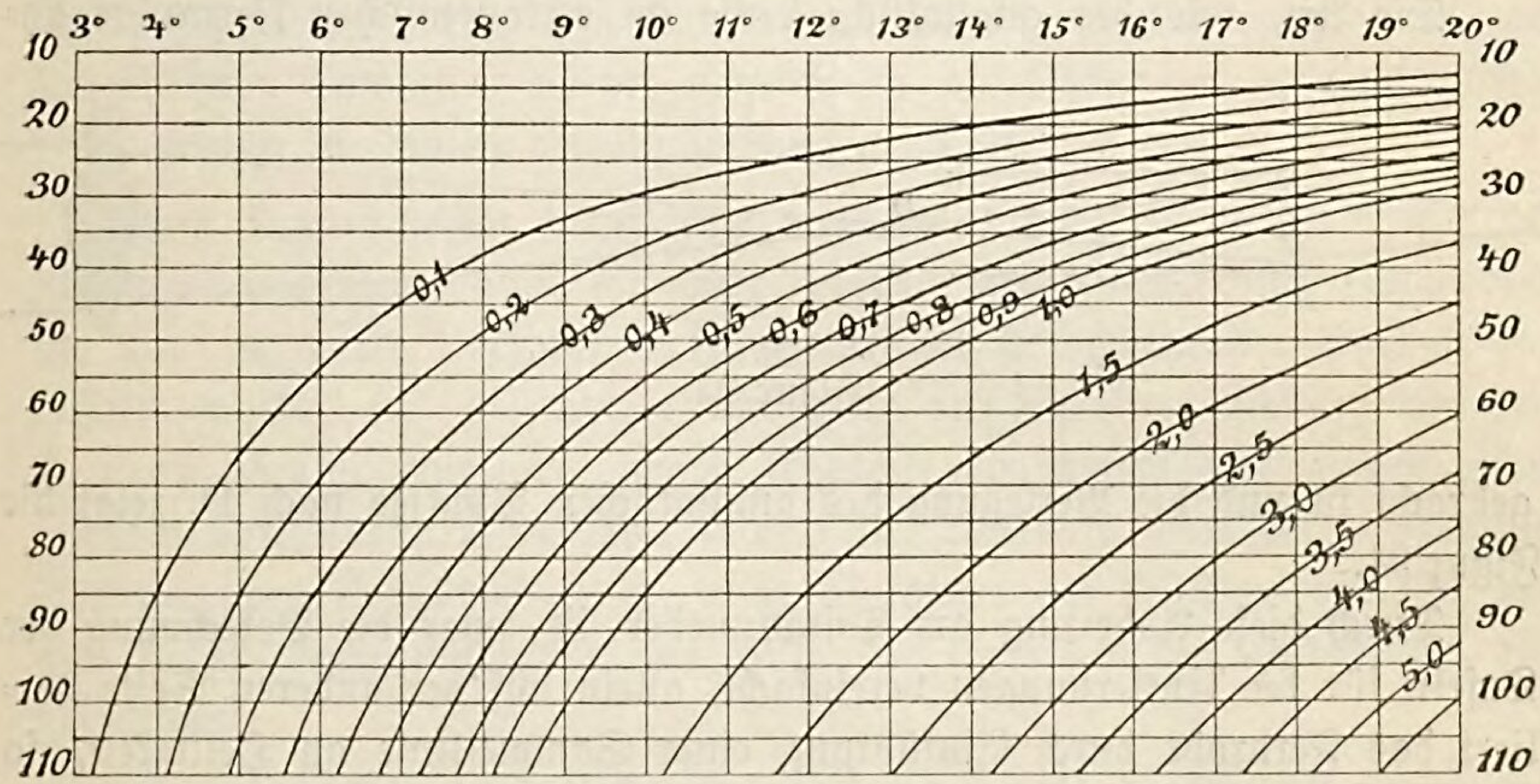
der Regel wendet man aber Reduktionstabellen oder Diagramme an, welche sofort für jeden Elevations- und Depressionswinkel, sowie für jede Ablesung



Figur 92.

an der Distanzlatte das Stück angeben, um welches die abgelesene Länge vermindert werden muß, wenn dieselbe auf den Horizont reduziert werden soll.

Elevationswinkel des Fernrohrs.



Zu subtrahierende Längen der Distanzlattenablesung.

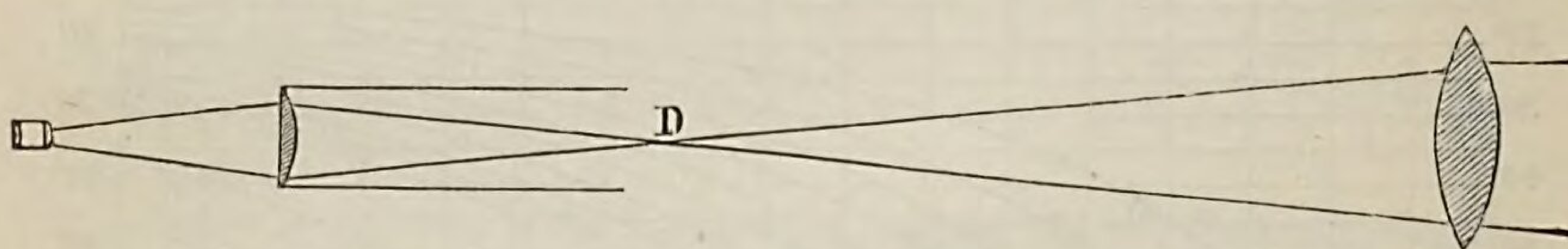
Figur 93.

In Fig. 93 ist ein derartiges Diagramm für die Formel red E = E $\cos^2 \gamma \cos (\alpha \pm \beta)$ gegeben, wie dies von den Geometern für die Elevationswinkel und für Fußmaß benutzt wurde.

Übrigens ist zu beachten, daß die schiefe Stellung der Latte eine Fehlerquelle enthält, welche hauptsächlich in dem Schwanken von Seiten des Meßgehilfen besteht, weshalb die neueren Methoden der optischen Distanzmessung sich vertikaler, durch Stützen und festes Einstoßen in den Boden unverrückbar festgehaltener Distanzlatten bedienen, deren Resultate natürlich nach anderen Formeln zu berechnen sind. (Siehe hierüber bei „Tachymetrie".)

In der Absicht, den anallatischen Punkt aus dem vorderen Brennpunkt des Objektivs in das Innere des Fernrohres und zwar in dessen Drehachse zu verlegen und dadurch die additionelle Konstante entbehrlich zu machen, hat Prof. Porro in Mailand eine in einer besonderen Röhre enthaltene plankonvexe Linse in das astronomische Fernrohr eingeschaltet, welche den Namen „anallatische Linse" führt. Durch dieselbe wird der distanzmessende Winkel in die Drehachse des distanzmessenden Fernrohrs verlegt, so daß die Entfernung der Distanzlatte vom Zentrum des Instruments proportional ist den am reellen Bilde gemessenen Lattenabschnitten. Bei Anwendung der Porroschen Röhre giebt es daher nur eine einzige Konstante, mit welcher der zwischen den parallelen Fäden des Fadenkreuzes abgelesene Abschnitt der Latte zu multiplizieren ist, wenn die Entfernung der Latte gefunden werden soll.

Die Art, wie die anallatische Linse im astronomischen Fernrohre an-



Figur 94.

gebracht ist und die Verlegung des anallatischen Punktes nach D, zeigt die Figur 94.

Durch diese Änderung am Distanzmesser ist zwar die Berechnung der Tafeln für die Entfernungen vereinfacht, allein auf der anderen Seite verliert das Fernrohr durch Einführung einer Sammellinse an Helligkeit, so daß hierdurch der Vorteil, welchen das Zusammenfallen des Scheitelpunktes vom diastometrischen Winkel mit der Drehachse bietet, wieder an Wert verliert.

Ad 2. Distanzmesser mit veränderlichem Sehwinkel. Obgleich diese optischen Distanzmesser in der Regel mit Theodolithen oder Nivellier-Instrumenten verbunden sind, wollen wir sie der Vergleichbarkeit halber doch

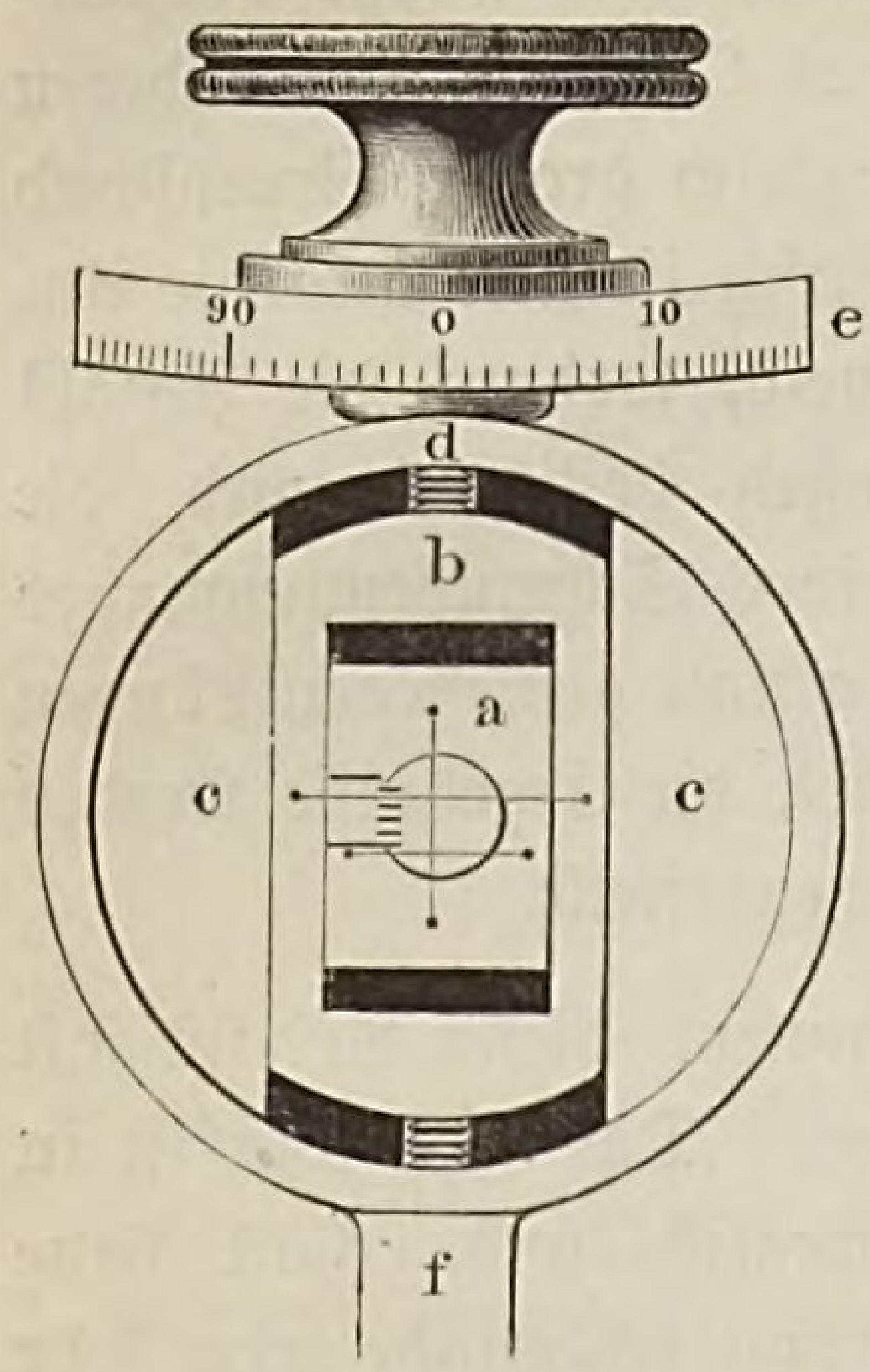
hier mit betrachten. Diese Gruppe von Instrumenten beruht im wesentlichen auf der Anwendung von Zählapparaten, welche die Größe der Bewegung einer Absehlinie von einem Endpunkte des Objektes zum anderen registrieren, die also den Sehwinkel nach einem gleich großen Gegenstand bei verschiedenen Entfernungen messen. Charakteristisch ist hier also die Anwendung von Mikrometerschrauben mit Zähltrommeln, wodurch die Anzahl der ganzen Umdrehungen und ihrer Unterabteilungen bestimmt wird, die der Gang der Schraube zurücklegt. Der Wert eines Schraubenumganges wird entweder auf Grund direkter Messungen auf genau gemessenen Längen experimentell ermittelt oder durch Formeln abgeleitet, die Ergebnisse werden in Tabellen zum Gebrauche bei Messungen zusammengestellt.

Ein in forstlichen Kreisen verbreitetes Instrument dieser Art ist mit dem Stampferschen Nivellierinstrument verbunden. Das Fernrohr ist in der Nähe des Objektives um ein Scharnier beweglich und erhält seine Bewegung in der Vertikalebene durch eine Mikrometerschraube von sehr exakter Ausführung, die in einer im Kugelgelenk beweglichen Mutter läuft. Der jeweilige Stand der Mikrometerschraube wird an einer feststehenden Skala, welche ganze Umdrehungen anzeigt, sowie an einer Zähltrommel, welche Teile der Umdrehungen angiebt, gemessen, so daß man nach Aufschreibung des ursprünglichen Standes und Abzug desselben von einem nach ausgeführter Bewegung wieder abgelesenen die Größe der vorgenommenen Veränderung in Zahlen der Umdrehungen erhält.

Zum Distanzmessen dient eine 2 Meter lange, an beiden Enden mit Zieltafeln versehene Latte, die aber zugleich als Nivellierlatte verwendbar ist, und es wird, nachdem diese vertikal am Endpunkte der Station aufgestellt wurde, auf die untere und dann auf die obere Zieltafel mit dem Fernrohr genau einvisiert, wobei jedesmal die Ablesungen an dem Zählapparat vorgenommen werden. Eine dritte Ablesung wird bei horizontaler Stellung des Fernrohrs d. h. beim Einspielen der Libellen gemacht und aus diesen Anhaltspunkten mit Hilfe der Tabellen die Entfernung aufgeschlagen.

Auch das ältere von Prof. Breymann in Mariabrunn konstruierte forstliche Universalinstrument hat eine auf diesem Prinzipe beruhende Einrichtung, jedoch wird bei diesem die unveränderliche Latte horizontal gehalten, so daß die Bewegung des Fernrohrs, welche mittelst des Zählwerkes gemessen wird, eine horizontale ist.

Das Okularfilar-Schraubenmikrometer (Figur 95) von Oberforstrat Jos. Friedrich in Wien*) unterscheidet sich zwar in der äußeren



Figur 95.

Ausführung wesentlich von den vorgenannten, indem hier die Bewegung des einen Fadenkreuzes im astronomischen Fernrohr durch eine sehr fein gearbeitete Mikrometerschraube stattfindet, aber im Prinzipe beruht die Messung der Entfernung auf derselben Vergleichung zwischen dem Werte eines Schraubenumganges und der ihm korrespondierenden Distanz eines genau gemessenen Lattenabschnittes von vertikaler Stellung. Die Einrichtung ist folgende: Im Diaphragma eines guten astronomischen Fernrohres ist eine durchbrochene Platte a befestigt, welche den Vertikalfaden und einen fixen Horizontalfaden und außerdem an der Seite einen 5zähnigen sogen. Zählrechen trägt. Diese Platte wird von dem in den Führungsleisten c c gleitenden „Schlitten" b umrahmt, auf welchem der bewegliche Horizontalfaden befestigt ist. Die Bewegung des letzteren samt dem ihn tragenden Schlitten geschieht durch die Mikrometerschraube d, deren oberes und unteres Stück auf der Figur 95 noch gesehen werden kann und deren Achse mit der Zähltrommel e fest verbunden ist. Um den toten Gang dieser Schraube unschädlich zu machen, wirkt ihr die in dem Federgehäuse f eingeschlossene Spiralfeder entgegen. Bei 0-Stellung des Index muß bei richtiger Justierung der bewegliche Faden genau auf dem ersten Zahn des Zählrechens eingestellt sein, dann wird bei einer einmaligen Umdrehung der Schraube der Faden jedesmal um einen Zahn am Zählrechen vorrücken. Teile einer solchen Umdrehung liest man an der Zähltrommel ab, so daß also der Zählrechen die Ganzen, die Trommel die Bruchteile angiebt. Durch Benutzung der Mikrometerschraube kann man demnach die beiden Horizontalfäden nach Bedarf einander nähern oder von einander entfernen und zugleich die Größe dieser Bewegung in Umgängen der Schraube ausdrücken.

Zur Messung der konstanten Lattengröße dient eine bis 3 Meter zu verlängernde Latte von besonders scharf markierter Einteilung; die Latte selbst steht lotrecht und wird in dieser Stellung durch Stützen erhalten. Bei

*) Da diese Einrichtung beim forstlichen Vermessungswesen in Österreich amtlich eingeführt ist, so glauben wir sie hier nicht unerwähnt lassen u dürfen.

er Messung von Entfernungen wird, nachdem das Okular scharf auf das Fadenkreuz eingestellt ist, der fixe Horizontalfaden mittelst der Bewegung des Fernrohres auf das Bild der höher gelegenen Scheibe eingestellt, dann das Fernrohr arretiert und in dieser Lage der bewegliche Horizontalfaden mittelst der Mikrometerschraube auf die untere Zielscheibe genau eingestellt. Hat man sich vergewissert, daß beide Horizontalfäden gleichzeitig auf den Mitten der Zielscheiben scharf eingestellt sind, so erfolgt die Ablesung der ganzen Umdrehungen und ihrer Bruchteile am Zählrechen und der Trommel, aus welcher mit Hilfe der für den Wert eines Schraubenganges experimentell ermittelten Konstanten, sowie einer additionellen Konstanten sich die Entfernung der Latte berechnet. Diese in der Regel schiefe Länge muß dann auf den Horizont reduziert werden, wozu die Messung der Elevations- und Depressionswinkel, sowie die Anwendung besonderer Reduktionstafeln notwendig ist.

c) Verschiedene Konstruktionen von Perspektivlinealen.

So einfach die einzelnen Bestandteile des Perspektivlineals oder der Kippregel*) auch sind, so wurde doch im Laufe der Zeit eine Reihe von Verbesserungen an demselben angebracht. Die Beschreibung aller dieser Abänderungen liegt jedoch unserem gesteckten Ziele zu fern, weshalb wir uns auf die Beschreibung von nur zwei Formen hier beschränken wollen. Die eine kommt in Österreich viel vor und rührt von Mechanikus Kraft in Wien her, die andere fertigt Mechanikus Zimmer in Stuttgart.

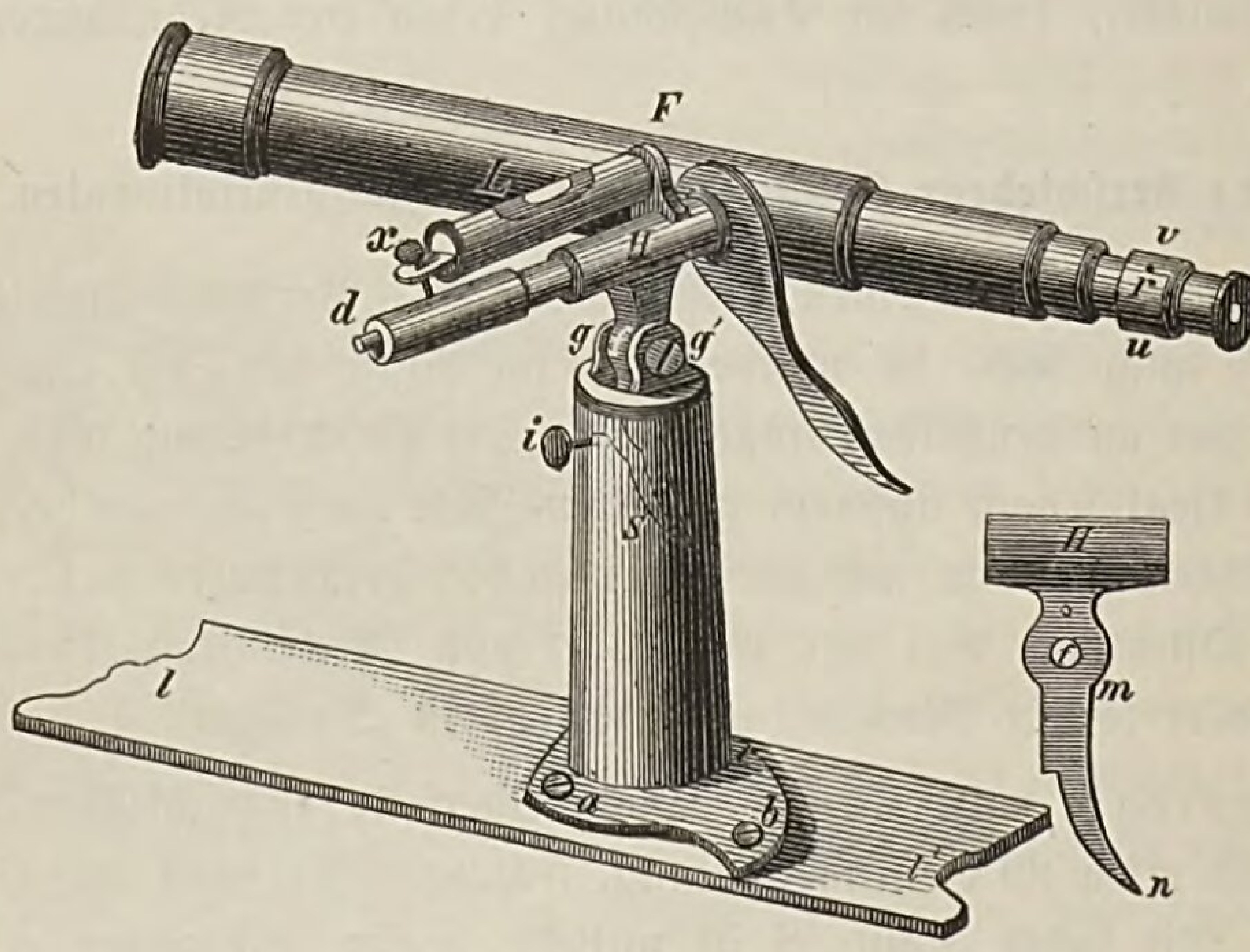
a) Kippregel von Kraft. Das beiderseits abgeschliffene Lineal l l′, Figur 96, ist etwa 80 Centimeter lang, 5 Centimeter breit und 5—6 Millimeter dick. Die hohle Säule S ist mittelst dreier Schrauben a, b, c an der Basis auf das Lineal l l′ geschraubt und endigt oben mit zwei durchbohrten Ansätzen g g′. Ein achromatisches Fernrohr ist etwa in $^1/_3$ seiner Länge, vom Okular aus gemessen, von einem Ringe F umgeben, mit welchem ein Zapfen in Form eines abgestutzten Kegels verbunden ist, dessen Achse zu der Achse des Fernrohrs eine senkrechte Stellung hat. Dieser Zapfen paßt genau in eine Hülse H und wird in derselben durch eine Schraube d festgehalten. Der Zusammenhang der Hülse H mit der Säule S geht aus dem separaten Teile der Figur 96 hervor. Die Hülse H endigt nämlich in einem Ansatze o, welcher genau so breit wie die Entfernung der Ansätze g g′

*) Das Wort „Kippregel" stammt daher, daß das Fernrohr an einer horizontal liegenden Achse auf- und abbewegt, d. h. auf- und abgekippt werden kann.

von einander ist; ferner verläuft sich der Ansatz o in den weiteren m und dieser endigt endlich mit der Feder n.

Steckt man nun den Ansatz m und die Feder n zwischen g g′ durch, in die Säule S und zieht man endlich durch die Öffnung f und die Ansätze g g′ noch eine Schraube, so wird dadurch der Ansatz g g′ fest mit der Vorrichtung H verbunden. Die Schraube i, welche ihre Mutter in der Säule S hat, wirkt auf den Ansatz m und ändert somit die Lage der Hülse H und mit dieser die Lage des Fernrohrs selbst; dagegen hat die Feder n die Bestimmung, eine unveränderte Lage der Hülse zu erhalten.

Oberhalb H ist noch eine kleine Libelle L mit einer Korrektionsschraube x angebracht, und um das Fernrohr bequem heben und senken zu können, noch ein Griff g′ an den Ring F befestigt.



Figur 96.

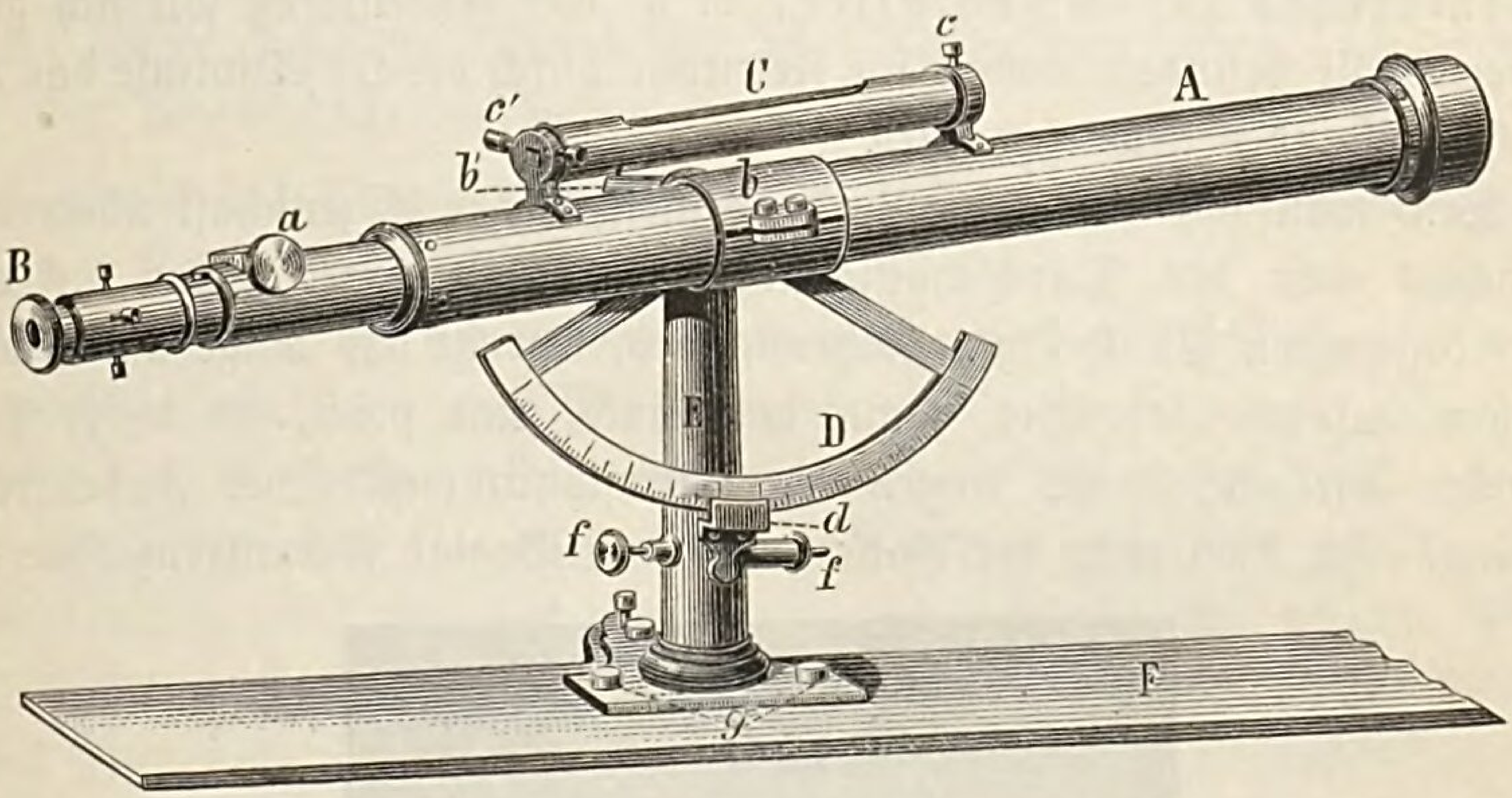
In der Okularröhre befindet sich noch weiter ein Fadenkreuz von folgender Einrichtung: Durch die Schraube u und die ihr entgegengesetzte, hier unsichtbare, läßt sich das Fadenkreuz in der Richtung dieser Schrauben, durch den Ring r aber längs der Okularröhre verschieben. Lüftet man jedoch die Schraube v, so kann das Fadenkreuz durch den Ring so weit gedreht werden, daß der eine Faden eine vertikale Stellung zu dem anderen Faden erhält. Wie sich von selbst versteht, kann überdies das Fadenkreuz samt der Okularröhre ein- und ausgezogen werden.

b) Kippregel von Gebr. Zimmer. Mechanikus Zimmer, jetzt Tesdorpf, in Stuttgart fertigt eine von der Kraftschen wesentlich ver-

schiedene Kippregel, deren Konstruktion aus Figur 97 und der nachstehenden Beschreibung hervorgeht:

Das beiderseits abgeschliffene und auf seiner Oberfläche auf Verlangen mit verjüngter Teilung versehene Lineal F ist zirka 50 Centimeter lang, 5 Centimeter breit und zirka 5 Millimeter stark; eine Kante ist mit einer abgeschrägten Fläche versehen. Die hohle Säule E ist mittelst dreier Schrauben g an der Basis auf das Lineal aufgeschraubt.

Die Säule endigt in einer auf der Figur nicht sichtbaren Platte, auf welcher das Achsenlager des Fernrohrs durch ein Scharnier befestigt ist. Das Fernrohr A ist durch die zu ihm senkrecht stehende Achse b b′, welche sich in dem Achsenlager drehen läßt, mit der Säule E verbunden und zum Durchschlagen eingerichtet Auf dem Fernrohr befindet sich die aufgeschraubte Nivellierlibelle C, deren Achse mittelst der Justierschräubchen c c′ parallel zur Fernrohrachse gestellt werden kann. Mit dem Fernrohr und dessen Achse konzentrisch verbunden ist der Höhenkreis D in $^1/_2{}^0$ geteilt. Der an der Säule befestigte, mittelst Korrektionsschraube justierbare Nonius d gestattet eine Ablesung von einer Minute.



Figur 97.

Das achromatische Fernrohr, welches auch auf Verlangen zum Drehen und Umlegen mit Aufsatzlibelle eingerichtet werden kann, ist zirka 40 Centimeter lang und liefert zirka 24—30fache Vergrößerung und ist mit Okulartrieb a versehen. Das Fadenkreuz kann nach jeder Richtung hin justiert werden.

Zur feinen Einstellung des Fernrohrs dient ein Klemmarm, welcher sich bei dieser Konstruktion in der Säule befindet, durch eine auf der

Zeichnung nicht sichtbare Klemmschraube mit der Achse des Fernrohrs fest verbinden läßt und durch das Mikrometerwerk f f′ eine feine Bewegung erhält.

Durch die Anbringung des Höhenkreises D kann die Kippregel zum Nivellieren, zum Abstecken von Horizontalen und zum Messen von Höhenwinkeln verwendet werden.

Der Preis dieser einfacheren Kippregel samt Kästchen ist 140—160 Mk., vervollkommnet und zum Distanzmessen eingerichtet 255 Mk.

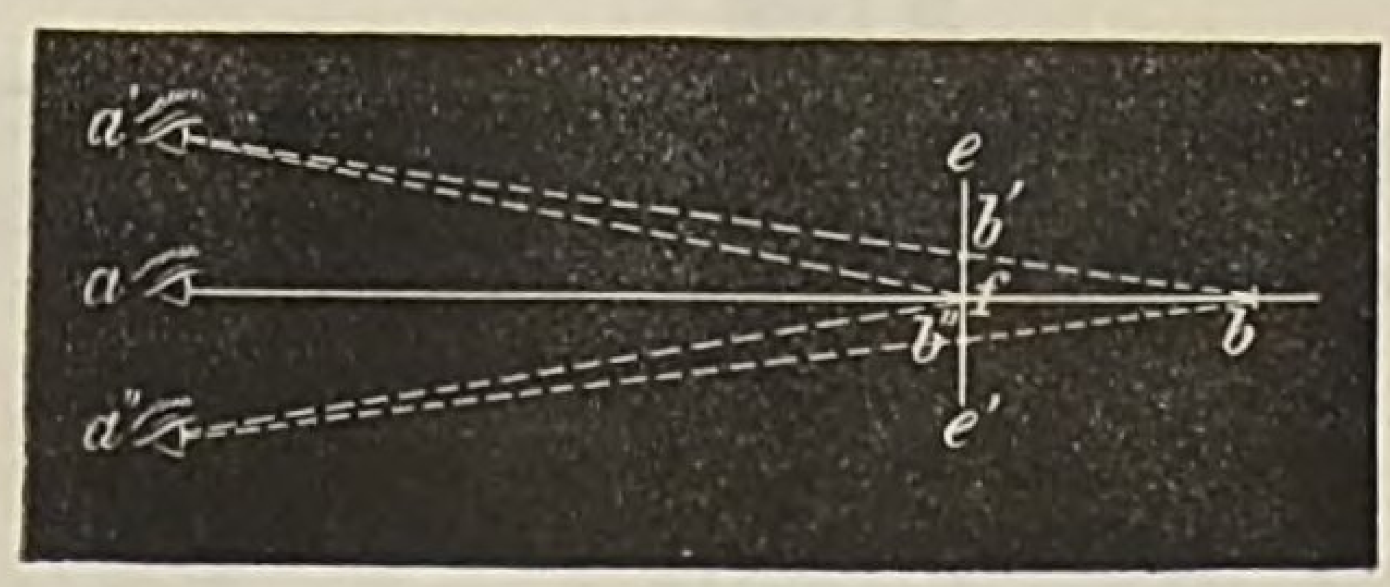
B. Prüfung und Berichtigung des Perspektivlineals.

Ein gutes Perspektivlineal soll folgende Eigenschaften besitzen, auf welche es vor dem Gebrauch nötigenfalls zu prüfen und bei sich etwa ergebenden Mängeln zu berichtigen ist.

a) Die Kante des Lineals soll eine gerade Linie bilden, wovon man sich auf dieselbe Weise, wie beim einfachen Diopterlineal, § 36, überzeugt.

b) Die Bildebene des Fernrohrs soll mit der Ebene des Fadenkreuzes zusammenfallen, d. h. das Fadenkreuz soll sich genau an der Stelle befinden, wohin im Fernrohr durch die Objektivlinse das Bild des Gegenstandes geworfen wird.

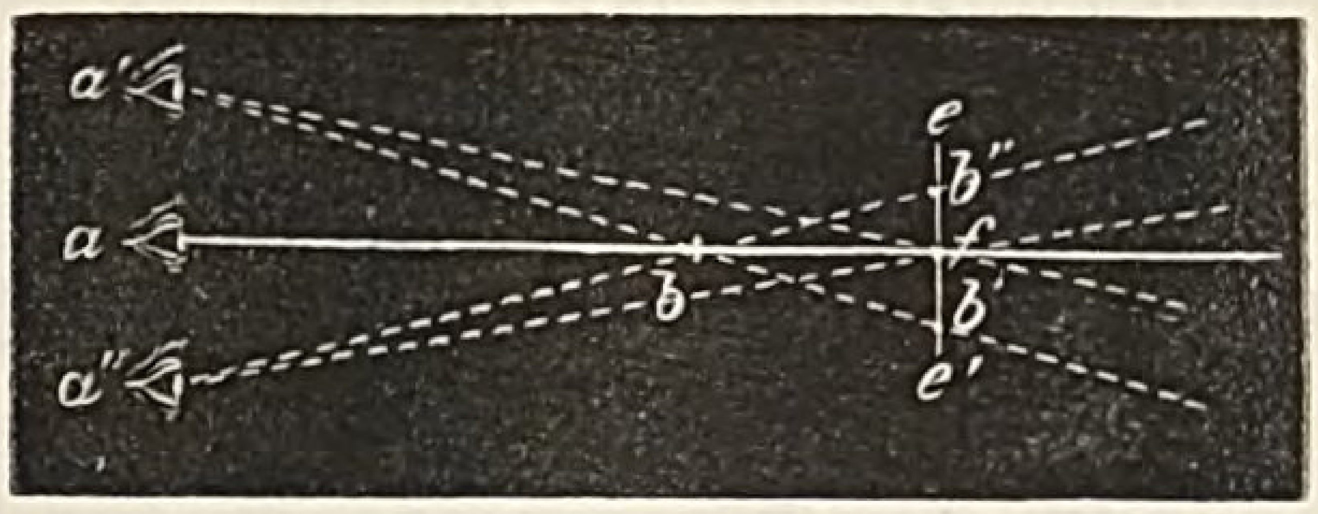
Will man sich von dem Vorhandensein dieser Eigenschaft überzeugen, so richtet man den Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes genau auf einen scharf begrenzten Punkt eines Gegenstandes, bewegt das Auge am Okulare langsam auf- oder abwärts, rechts oder links, und prüft, ob dieser Punkt in allen Stellungen des Auges im Durchschnittspunkte des Fadenkreuzes verharrt. Ist dies nicht der Fall, so fallen Bild und Fadenkreuzebene nicht



Figur 98.

zusammen. Um diese Behauptung einzusehen, erinnere man sich, daß das Fernrohr alle Bilder auf die durch die Fäden des Fadenkreuzes ersichtlich gemachte Ebene werfen soll. Stellt nun e e′, Figur 98, die Fadenkreuzebene, a b die optische Achse des Fernrohres, f den Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes und b das Bild desjenigen Punktes vor, auf welchen man

einvisiert hat, so wird b in dem Falle vollkommen von f gedeckt sein, als sich das Auge a genau in der optischen Achse a b befindet. Bewegt man aber das Auge nach irgend einer Richtung, z. B. nach a′ oder a″, so kann b nur dann von f gedeckt bleiben, wenn sich die Bildebene b gerade in der Fadenkreuzebene befindet. Hat jedoch die Fadenkreuzebene e e′ ihre Stellung vor der Bildebene b, wie in Figur 98, so wird sich das Bild in derselben Richtung wie das Auge, also nach b′ oder b″ bewegen, wenn das Auge sich in a′ oder a″ befindet; dagegen befindet sich die Bildebene in einer dem Auge entgegengesetzten Richtung, wenn die Fadenkreuzebene, wie in



Figur 99.

Figur 99, hinter der Bildebene steht. Um den Fehler zu korrigieren, wird man im ersten Falle die Okularröhre samt Fadenkreuz hinein, im anderen Falle aber herauszuschieben haben.

c) Soll die Umdrehungsachse des Fernrohres senkrecht zur optischen Achse desselben stehen.

Man steckt auf die Ebene des horizontal gestellten Meßtisches in möglichst weiter Entfernung zwei Piquiernadeln senkrecht ein, legt genau an dieselben das Perspektivlineal, und visiert nach einem möglichst in der Ebene des Tischblattes liegenden, 100—150 Meter entfernten Punkt, etwa eine Meßfahne, dreht nun das Lineal um zwei rechte Winkel herum, schiebt es mit derselben Kante wieder ganz genau an die Nadeln an, schlägt hierauf das um seine Achse drehbare Fernrohr durch, ohne jedoch im mindesten das Lineal zu verrücken, und untersucht, ob das Fadenkreuz des Fernrohrs wieder scharf in dem anvisierten Punkt steht. Ist dieses der Fall, so stehen die beiden fraglichen Achsen senkrecht aufeinander, im andern Falle zeigt der Abstand des anvisierten Punktes von dem vertikalen Faden den doppelten Fehler, welcher zur Hälfte durch Veränderung der optischen Achse mittelst Verschiebung des Fadenkreuzes, zur anderen Hälfte aber an der Wendeschraube des Meßtisches zu korrigieren ist.

d) Die Umdrehungsachse des Fernrohrs muß parallel zur unteren Ebene des Lineals, d. h. horizontal sein.

Hat man sich nach c) vom senkrechten Stande der Drehungsachse und optischen Achse auf einander überzeugt, so beschreibt die letztere bei der Bewegung des Fernrohrs eine Ebene, welche in all den Fällen eine vertikale sein wird, in denen die Drehungsachse eine horizontale Lage hat, d. h. man kann aus dem vertikalen Stande der Visierebene auf die horizontale Lage der Drehungsachse schließen. Um sich daher von dieser Eigenschaft zu überzeugen, spannt man in einiger Entfernung eine vertikale Schnur, setzt das Perspektivlineal auf den horizontal gestellten Meßtisch, und richtet dasselbe genau in die Schnur ein. Bewegt man nun das Fernrohr auf- und abwärts, und der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes fällt in all diesen Lagen immer noch genau mit der vertikalen Schnur zusammen, so kann man von der horizontalen Lage der Drehungsachse überzeugt sein. Findet jedoch eine Abweichung statt, so geschieht die Korrektion des Fehlers dadurch, daß man die Schraube i, Figur 96, nach Bedürfnis anzieht oder nachläßt, wodurch zunächst eine Änderung der Lage der Hülse H und mit dieser auch der Drehungsachse selbst bewirkt wird. Es ist einleuchtend, daß nach vorgenommener Korrektion des Fehlers die Libelle L nicht mehr einspielen kann, und muß dieselbe daher nun erst wieder durch das Korrektionsschräubchen x zum Einspielen gebraucht werden

Statt dieser Methode kann man aber auch ähnlich wie bei c verfahren, nur mit dem Unterschiede, daß man auch noch nach einem möglichst hoch oder tief gelegenen Punkte visiert. Die sich dann etwa zeigende Abweichung der beiden Visuren giebt dann zugleich auch einen Maßstab für die Größe der Rektifikation.

e) Die Visierlinie des Perspektives soll mit der geraden Kante des Lineals in einer vertikalen Ebene liegen, namentlich dann, wenn bei ein und derselben Aufnahme Diopterlineal und Perspektivlineal abwechselnd in Gebrauch kommen.

Von dieser Eigenschaft überzeugt man sich auf einfache Weise dadurch, daß man das bereits berichtigte Diopterlineal nach einem entfernten Punkte (Stabe) einvisiert, die Visierrichtung durch zwei vertikal eingesteckte Nadeln genau bezeichnet, alsdann das Perspektivlineal scharf an die Nadeln anschiebt, und untersucht, ob der bezeichnete Punkt von dem vertikalen Faden des Fadenkreuzes vollkommen gedeckt oder geschnitten wird. Findet dies nicht statt, so wird der Fehler dadurch korrigiert, daß man die Schrauben a, b und c, Figur 96, lüftet und die Säule S so lange verschiebt, bis eine vollständige Deckung stattfindet, worauf die Schrauben wieder angezogen werden. Sollte jedoch kein Diopterlineal zugegen sein, so kann man das

Perspektivlineal auch ganz in derselben Weise wie das erstere prüfen. Man legt nämlich das Lineal nahe an den Rand einer der kürzeren Seiten des horizontal gestellten Meßtisches, visiert einen entfernten Punkt an und bestimmt die Visierrichtung durch zwei Anschlagnadeln. Hierauf legt man das Perspektivlineal so, daß das Fernrohr unter das Tischblatt, dieselbe Kante des Lineals aber wieder an die Anschlagnadeln zu liegen kommt. Sieht man nun durch das Fernrohr und der vorher anvisierte Punkt wird noch genau wie vorhin durch das Fadenkreuz geschnitten, so ist die Visierebene richtig, im anderen Falle muß dieselbe, wie soeben angegeben, berichtigt werden.

f) Der eine Faden des Fadenkreuzes soll eine vertikale Stellung haben.

Hiervon überzeugt man sich dadurch, daß man den Faden auf einen scharfbegrenzten Punkt einrichtet und das Fernrohr alsdann auf und ab bewegt. Verläßt der Faden hierbei den Punkt, so steht ersterer nicht senkrecht, und wird der Fehler durch Lüftung der Schraube v und entsprechende Drehung des Fadenkreuzes, Figur 96, verbessert. Nach der Korrektion wird die Schraube natürlich wieder angezogen.

C. Vorsichten beim Gebrauch des Perspektivlineals.

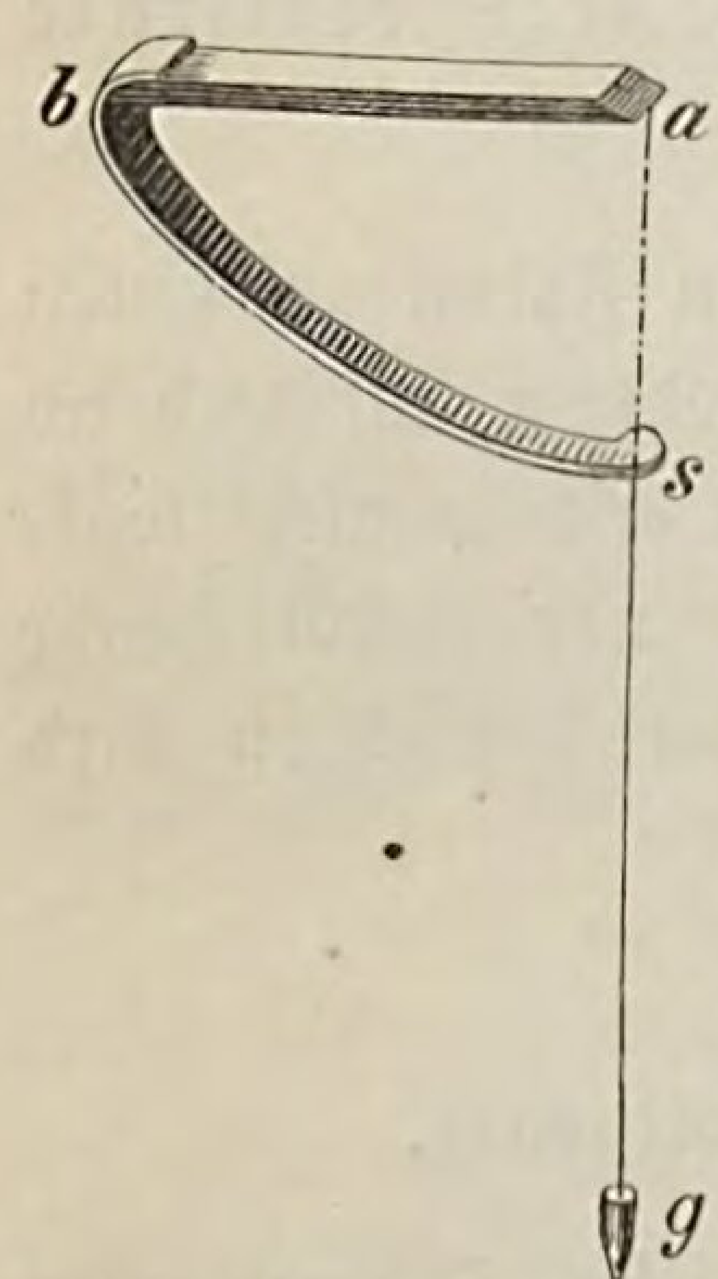
Bei dem Herausnehmen und Wiederhineinlegen dieses Instrumentes ist jedes gewaltsame Ziehen, Drücken, Schlagen u. s. w. zu umgehen und darauf zu sehen, daß dasselbe nicht an dem Fernrohre, sondern immer mit der einen Hand an der Säule, mit der anderen aber an dem Lineale l l' angefaßt wird. Während des Gebrauches ist das Perspektivlineal sorgfältig zu behandeln, bei dem Visieren jedes heftige Hin- und Herrücken desselben mit der Hand zu vermeiden, und das Einstellen des Fadenkreuzes auf ein bestimmtes Objekt dadurch zu bewirken, daß, nachdem die schiefe Kante des Lineals sich schon beiläufig in der Richtung des Objektes befindet, man die genaue Einstellung durch sanftes Anklopfen oder Andrücken mit dem Finger an das eine Ende und gleichzeitiges festes Niederdrücken des Lineals an dem anderen Ende bewerkstelligt. Überhaupt darf man während des Visierens weder an den Tisch drücken oder stoßen, noch viel weniger die Arme darauf legen; dagegen müssen die Hände während der Arbeit freigehalten und nur schwebend gebraucht werden.

8. Die Lotgabel.

§ 38.

A. Beschreibung der Lotgabel.

Sie dient dazu, irgend einen auf dem Meßtische gegebenen Punkt lotrecht auf die Erde zu fällen, umgekehrt aber auch zur Übertragung eines auf der Erde gegebenen Punktes auf das Tischblatt und endlich zur vertikalen Übereinanderstellung eines gegebenen gleichnamigen Punktes auf der Erde und dem Meßtische.



Figur 100.

Dieses einfache Instrument wird auf verschiedene Weise angefertigt; hier soll jedoch nur eine einfache und billige Konstruktion beschrieben werden. Ein birnförmiges Gewicht g, Figur 100, von Messing oder Blei, ist an einer hinreichend starken Schnur befestigt, und diese an dem Ende s mit dem meist etwas gebogenen unteren Schenkel eines aus hartem Holze oder Messing gefertigten Winkels a b s verbunden. Der obere Schenkel a b ist an seinem Ende a zugeschärft, muß mindestens die Länge der halben Breite des Meßtischblattes besitzen und mit seiner unteren Fläche auf dem Tischblatte so aufliegen, daß der andere Schenkel unter demselben herumgeht. Die Spitze a ist so beschaffen, daß, wenn man sich von derselben eine Linie nach s gezogen denkt, diese mit der vertikalen Schnur zusammenfallen muß. Bezeichnet also a einen auf dem Meßtische bereits gegebenen Punkt, so kann derselbe mittelst des Gewichtes g durch Verschieben des Tischblattes genau über den Punkt der Erde gestellt werden

B. Prüfung und Berichtigung der Lotgabel.

Die Prüfung kann dadurch geschehen, daß man den oberen Schenkel a b auf den Rand oder die Ecke eines horizontal gestellten Meßtisches legt, hierauf das am andern befindliche Gewicht g frei hängen läßt und dann genau an die Spitze a ein zweites Lot hält, welches nun mit ersterem eine gerade Linie bilden muß. Im andern Falle kann die Berichtigung durch entsprechende Verkürzung des einen Schenkelendes a oder des andern s bewirkt werden.

9. Die Orientierungsboussole.

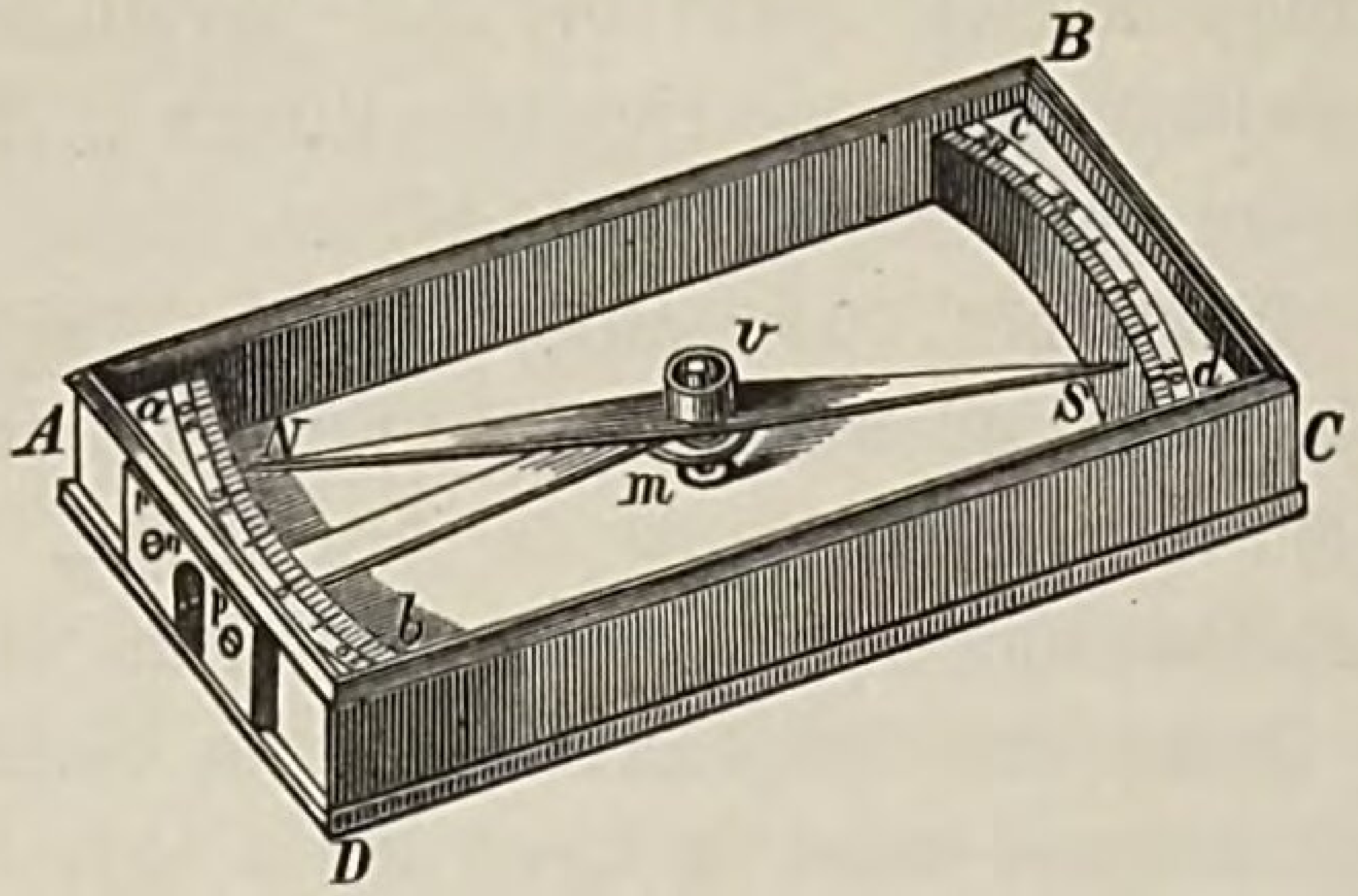
§ 39.

A. Beschreibung der Orientierungsboussole.

Die Orientierungsboussole dient bei der Meßtischaufnahme zur Bestimmung des Winkels, welchen die einzelnen Linien in der Natur mit dem magnetischen Meridian (der Mittagslinie) bilden, sowie zur annähernden Orientierung des Meßtisches, namentlich bei der Aufnahme mittelst sogenannter Springstände (§ 49 B). Die Anwendung dieses Instrumentes zu dem eben bezeichneten Zwecke beruht auf dem Satze, daß eine in ihrem Schwerpunkt aufgehängte und freischwebende Magnetnadel innerhalb gewisser Entfernungen und Zeiten eine konstante Richtung einhält und in dieselbe wieder zurückkehrt, nachdem man sie durch Eisen oder eisenhaltige Körper oder durch Veränderung ihrer ersten Lage überhaupt in Schwingungen versetzt hat.

Die Orientierungsboussole besteht bei größeren Meßtischen meist aus einem einfachen, 15 Centimeter langen, 5—6 Centimeter breiten und höchstens 3 Centimeter hohen parallelepipedischen Kästchen A B C D, Figur 101, von Messing, welches an jeder beliebigen Stelle des Meßtischblattes leicht aufgestellt werden kann. Aus der Mitte m der vollständig ebenen Grundfläche dieses Gehäuses erhebt sich ein sorgfältig zugespitzter Stift von Stahl, auf welchem die Magnetnadel N S aufliegt. Damit sich der Stift und die Nadel nicht auf einander reiben, hat letztere gewöhnlich noch ein Hütchen v von Achat in ihrer Mitte eingesetzt, welches konisch ausgehöhlt ist und mit dieser Höhlung gerade in die senkrechte Spitze des Stiftes paßt. Um die Nadel von dem Einflusse des Luftzuges frei zu erhalten, ist die obere Fläche des Gehäuses mit einem Glasdeckel a b c d versehen. Ferner sind in derselben Horizontalebene, in welcher sich die Nadel bewegt, zwei Metallplättchen a b und c d eingelegt und diese in der Art in einzelne Grade geteilt, daß die Verbindungslinie der beiden Nullpunkte genau durch die Spitze v geht und zugleich parallel mit den Kanten A B oder C D des Kästchens läuft. Die Gradeinteilung auf a b und c d dient zur jederzeitigen Beurteilung des Standes der Nadel. Um allzugroßen Erschütterungen und Reibungen der Nadel während des Transportes von einem Ort zum andern vorzubeugen, welche auf die Empfindlichkeit der Nadel nachteilig einwirken, ist in dem Gehäuse und unterhalb der Nadel noch eine hebelförmige Vorrichtung p m angebracht, deren eines Ende

m die Nadel bei der Stelle des Hütchens v an den Glasdeckel andrückt, wenn das andere Ende p mittelst eines kleinen durch zwei Schräubchen r und p befestigten Schieberchens herabgedrückt wird. Diesen Vorgang, durch welchen das freie Spielen der Nadel beliebig unterbrochen werden kann, nennt man das Arretieren der Nadel.



Figur 101.

Bei kleineren Meßtischen wird die Orientierungsboussole in der Regel an irgend einer Kante des Tischblattes so aufgeschraubt, daß die ruhig im Nullpunkt stehende Magnetnadel auf zwei Kanten des Tischblattes senkrecht steht, zu den zwei anderen aber parallel läuft. In diesem Falle ist die Magnetnadel dann meist in ein kleines dosenförmiges Gehäuse eingeschlossen.

B. Prüfung und Berichtigung der Orientierungsboussole.

Eine Orientierungsboussole kann als brauchbar bezeichnet werden, wenn die Nadel bei Annäherung irgend eines Gegenstandes von Eisen oder Stahl eine große Empfindlichkeit zeigt, d. h. sich alsbald in eine kreisförmige Bewegung setzt und nach Beschreibung von immer kleiner werdenden Kreisbögen allmählich und ganz an derselben Stelle wie anfänglich wieder zur Ruhe kommt.

Ferner soll die Nadel ihren Stand am Gradbogen augenblicklich verlassen, wenn man das Messinggehäuse sanft kreisförmig bewegt.

Besitzt die Nadel vorstehende Eigenschaften nicht, so ist sie zu dem bezeichneten Zwecke unbrauchbar.

Selbst eine anfänglich brauchbare Nadel verliert aber häufig im Laufe der Zeit an ihrer Güte. Die Ursachen dieser Erscheinung sind dann darin zu suchen, daß

a) die Nadel durch den Gebrauch ihre magnetische Kraft verloren;

b) durch unvorsichtige Behandlung sich die Stahlspitze umgebogen oder zu tief in das Achathütchen eingebohrt hat;

c) die Unempfindlichkeit der Nadel an äußere atmosphärische Einflüsse geknüpft ist.

ad a) In diesem Falle muß man die alte Nadel entweder durch eine neue ersetzen oder derselben durch geeignetes Streichen mit einem Magnete neue Kraft verleihen.

ad b) Es ist am zweckmäßigsten, die Reparatur durch den Mechanikus selbst vornehmen zu lassen.

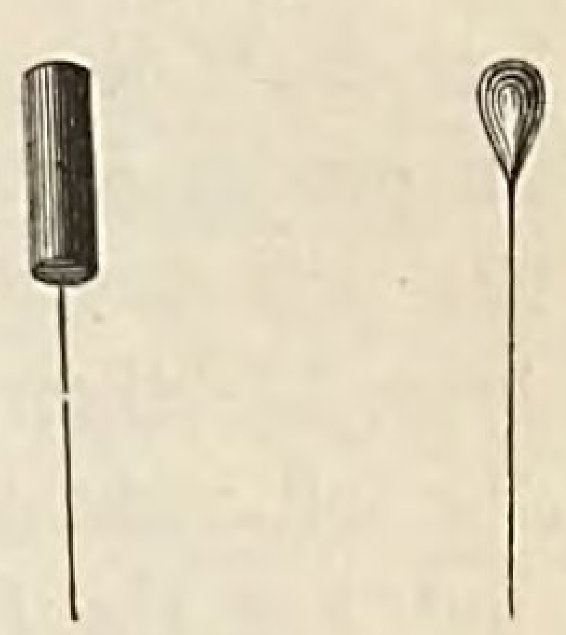
ad c) Unter diesen Umständen setzt man die Boussole am besten so lange außer Gebrauch, bis diese immer nur vorübergehenden Einflüsse wieder von selbst verschwinden. Da jedoch diese Einwirkungen oft ganz unerwartet kommen, so ist es erforderlich, die Nadel während der Arbeit von Zeit zu Zeit auf ihre Richtigkeit zu prüfen.

Über den Gebrauch der Orientierungsboussole werden wir bei der Meßtischaufnahme, über die Boussolen als selbständige Meßinstrumente aber im sechsten Abschnitt handeln.

10. Die Piquier- oder Anschlagnadeln.

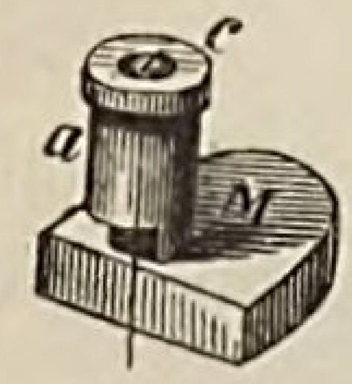
§ 40.

Die Piquier- oder Anschlagnadeln, Figur 102 und 103, sind englische Nähnadeln feinster Qualität, welche in der Regel an dem Öhre mit einem Knopfe von Holz oder Siegellack versehen sind, um die Finger vor Verletzungen zu schützen. Sie werden beim Gebrauche senkrecht in den betreffenden Punkt des Meßtisches gesteckt und dienen dazu, das Diopter- oder Perspektivlineal daran anzuschieben, um dann schneller die Visierrichtungen der aufzunehmenden Objekte auffinden zu können. Zu Piquiernadeln mit hölzernen Knöpfen oder Haltern, Figur 102, nimmt man am besten zwei- bis dreijährige Triebe harter Holzarten, verfertiget aus denselben 2 Centimeter lange Cylinder von Federkielstärke, faßt die feine Nadel mit einer Zange an und drückt sie so lange in die Mitte des Holzcylinders ein, bis die Spitze der Nadel nur noch 10—15 Millimeter hervorragt. Beabsichtigt man Siegellack-



Figur 102. Figur 103.

knöpfe zu fertigen, so erhitzt man das Öhr der Nadel, taucht es dann in Siegellack und verklebt es so lange, bis man die gewünschte Form, Figur 103, erhält.



Figur 104.

Um das Abbrechen der Nadeln oder das Einstechen allzugroßer Löcher zu vermeiden und das schnelle Anvisieren möglichst zu befördern, bedienen sich manche Geometer auch der Vorrichtung in Figur 104. Dieselbe besteht aus einem segmentförmigen Messingstückchen M, welches an der Unterseite mit Elfenbein belegt, und auf welchem das Säulchen a und in der Mitte desselben ein Schräubchen c angebracht ist, durch welches die Nadel beliebig festgestellt und zur Vertauschung gegen eine andere herausgenommen werden kann.

Andere wenden anstatt der Anschlagnadeln auch die scharfe Kante der Röhrenlibelle (§ 35 B) an, was namentlich bei Triangulationsarbeiten empfohlen wird.

Durch den Gebrauch der Anschlagnadeln entstehen bei der Aufnahme kleine Fehler, welche jedoch in dem Falle für die Praxis verschwindend klein werden, als man die Nadeln so dünn wie möglich wählt, das Diopter- oder Perspektivlineal immer an ein und dieselbe Seite der Nadel anlegt, letztere möglichst vertikal stellt, und alle Nadeln mit gebogenen Spitzen von dem Gebrauche ausschließt.

11. Die Meßkette, Meßlatten, Absteckstäbe und andere Behelfe.

§ 41.

Die Meßkette, Stahlbänder, Meßstangen, Absteckstäbe und Meßfahnen wurden bereits § 12 und 14 abgehandelt.

Als ein wesentliches Erfordernis zu einer guten und reinen Arbeit mit dem Meßtische muß jedoch noch die Bleifeder betrachtet werden. Dieselbe soll mehr hart als weich, das Blei mehr schwarz als blaß gefärbt sein, und das eine Ende derselben überdies eine zum Zeichnen feiner Linien geeignete Form haben. Zu letzterem Behufe löst man die aufgeleimte Holzplatte bis zu dem Blei ab, reinigt letzteres durch schwaches Schaben von anhängenden Leimteilen, spitzt nun auf der entgegengesetzten Seite sowohl die Holzfassung als das Blei keilförmig zu, nimmt der scharfen Bleizunge überdies noch die beiden spitzen Ecken, erhält die Bleifeder immer in diesem Zustande und legt sie beim Gebrauche mit der ebenen Seite scharf an.

Das andere Ende der Bleifeder, welches zum Beschreiben der Buchstaben und Pflocknummern dient, spitzt man jedoch wie gewöhnlich kegelförmig zu.

Ein etwas großer Schirm von grobem Leinenzeug dient zur Abhaltung der grellen, blendenden Sonnenstrahlen und plötzlich eintretenden Regens. Um einen Arbeiter zu ersparen, steckt man den Schirm meist auf ein einfaches Stockstativ mit eisernem Fuß, welches so eingerichtet sein muß, daß es bequem nach dem Stande der Sonne verrückt werden kann.

II. Von der Meßtischaufnahme.

A. Aufnahme kleinerer Flächen ohne Vortriangulation.

1. Das Aufspannen des Papiers auf die Meßtischblätter.

§ 42.

Bevor zur Darstellung der einzelnen Grundoperationen des Meßtisches, deren es verschiedene giebt, geschritten werden kann, muß das Aufspannen des Papiers auf die Tischblätter noch mit einigen Worten berührt werden.

Um eine möglichst richtige Arbeit zu liefern, muß das Papier so aufgespannt werden, daß es sich bei Einwirkung der verschiedenartigen Witterungseinflüsse nur wenig verzieht und keine Blasen bekommt. Zu diesem Behufe beschneidet man das aufzuspannende Papier in der Art, daß es nach allen Seiten etwa 6—8 Millimeter kleiner als das Tischblatt ist, nimmt nun für zwei Zeichenbogen das Weiße von drei Eiern, begießt dies mit ein Viertel Wasser, schlägt die Mischung zu Schaum, bestreicht die schlechte Seite des Papiers und auch die Ebene des Tischblattes damit, legt die benetzte Seite des Papiers auf die Tischebene und streicht erst mit der reinen Hand und dann mit feinem weißen Tuche rasch und so lange darüber hin, bis das Papier auf der ganzen Fläche des Brettes aufliegt. Sollten sich nach dem Rande hin noch einzelne Luftblasen zeigen, so hebt man an diesen Stellen das Papier nochmals so weit als nötig auf, und drückt, ohne zu reißen, die Blasen gleichmäßig nach den Rändern hin. Zum Schlusse werden die Ränder des Papiers etwa 1 Centimeter breit mit gutem Stärkekleister (weniger empfiehlt sich Leim) bestrichen, damit es fest auf dem Tischblatte haftet, und bei der Einwirkung der Sonne oder anderer Einflüsse nicht abspringt.

Die so vorbereiteten Tischblätter legt man nun in horizontaler Stellung an einen Ort, wo das Papier zwar gleichmäßig aber nicht zu rasch trocknet.

Man kann aber auch das Zeichenpapier etwas größer als das Tischblatt zuschneiden, den über letzteres hervorstehenden Teil desselben mit Kleister bestreichen, ihn alsdann über die Ecken herunterbiegen und an den Rändern des Tisches aufkleben. Damit sich aber das Papier an den Ecken fest anlegt, schneidet man dasselbe an diesen Stellen aus. Bei einem so aufgespannten Papiere verhindert man das Abspringen und Aufsteigen desselben an den Rändern, auch werden die durch das Aufklebematerial oft entstehenden kleinen Unebenheiten auf dem Tischblatt, welche bei dem Anvisieren belästigen, vermieden.

Das Papier muß sehr gleichmäßig, mehr rauh als glatt sein, und soll durchaus keine Unebenheiten besitzen.

2. Das Aufstellen und Orientieren des Meßtisches.

§ 43.

Soll mit Hilfe des Meßtisches irgend eine Fläche aufgenommen werden, so wählt man auf dem mit Papier überspannten Tischblatte, im Fall noch keine früher aufgenommenen Punkte darauf bestimmt sind, einen mit der Natur gleichnamigen Punkt dergestalt, daß mutmaßlich die ganze Fläche nach dem festgesetzten Maßstabe darauf verzeichnet werden kann. Nun stellt man den Meßtisch über dem gewählten Punkte auf, nimmt die Füße desselben so weit auseinander, daß der Tisch, nachdem derselbe ins Grobe mittelst Eindrücken der Füße horizontal und fest gestellt ist, noch eine zum Arbeiten bequeme Höhe hat. Jetzt löst man die Herzschraube und bewerkstelligt mittelst der Libelle und der Horizontalschrauben die feine Horizontalstellung, zieht hierauf die Herzschraube wieder an, und bestimmt schließlich mittelst der Lotgabel noch denjenigen Punkt auf dem Tischblatt, welcher vertikal über dem Punkte der Erde liegen soll. Ein jeder solcher Punkt wird Standpunkt genannt. Bei kleineren Meßtischen, welchen die erforderlichen Schrauben zur feineren Horizontalstellung fehlen, kann letztere nur durch entsprechendes Eindrücken der Füße bewirkt werden.

Verlangt es die Aufgabe, daß der Tisch während der Arbeit an zwei oder mehreren Punkten aufgestellt werden muß, so ist es erforderlich, daß bei jeder neuen Aufstellung die bereits auf dem Papier festgelegten Visuren oder Rayons mit den ihnen in der Natur entsprechenden Linien eine

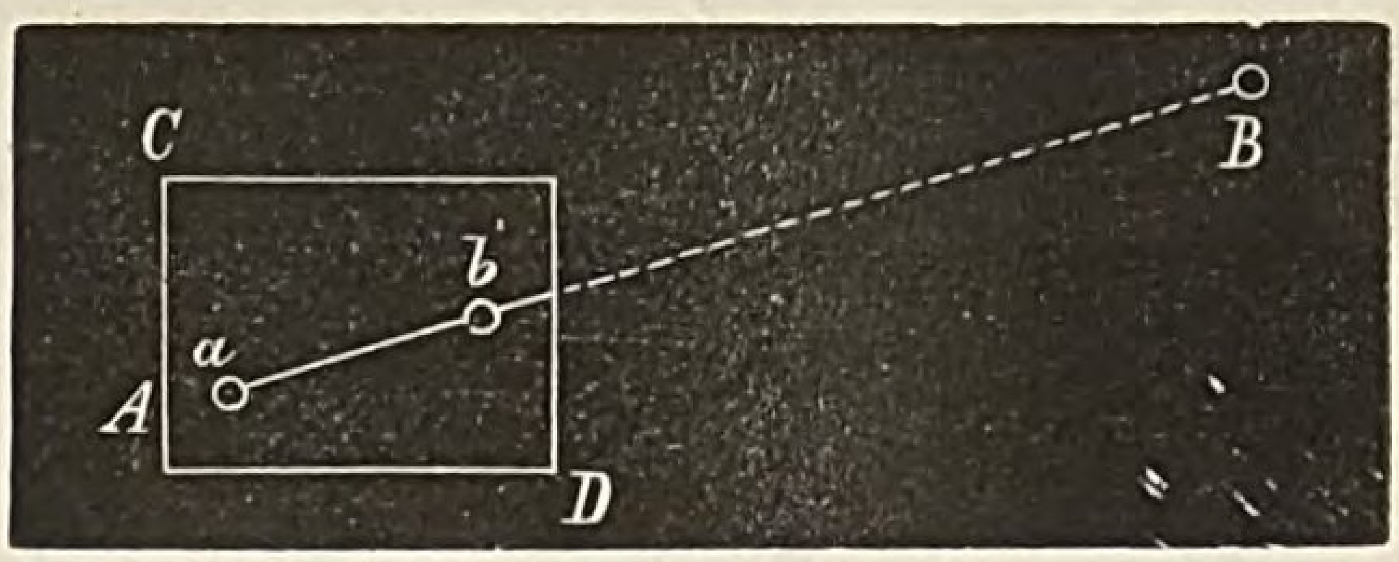
parallele Lage haben. Man nennt diese Operation, mittelst welcher man die parallele Richtung der bereits verzeichneten Linien mit den ihnen in der Natur entsprechenden bewirkt, das Orientieren des Meßtisches; jene Linie aber, nach welcher man gerade die Orientierung vornimmt, wird die Orientierungslinie genannt.

Aus der Ähnlichkeit, welche die Figur auf dem Meßtische mit der in der Natur haben muß, geht hervor, daß alle Linien in beiden ähnlichen Figuren zu einander parallel sein müssen, wenn nur eine einzige Linie auf dem Tische zu der ihr entsprechenden in der Natur parallel ist.

A. Das Orientieren des Meßtisches aus einem Ende einer gegebenen Geraden.

Soll der Meßtisch nach einer darauf verzeichneten Linie orientiert werden, und ist es möglich, sich über einem der Endpunkte dieser Geraden aufzustellen, so wird auf folgende Weise verfahren:

Stellt C D, Figur 105, das Tischblatt, a b die gegebene Linie auf demselben, und A B die zugehörige Linie in der Natur vor, so stellt man den Meßtisch über dem Punkte A auf, löst die Herzschraube und dreht das Tischblatt so, daß die Linie a b auf demselben beiläufig in die Richtung A B fällt.



Figur 105.

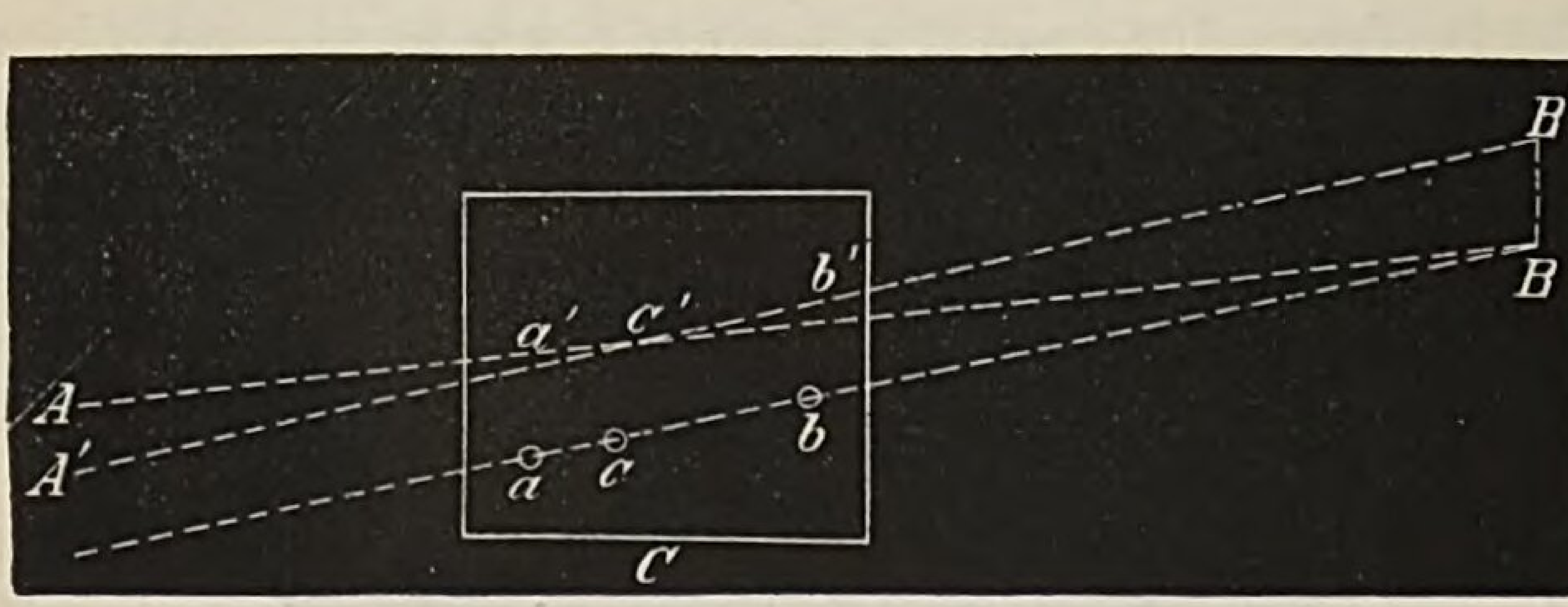
Nun zieht man die Herzschraube wieder an, legt die Lotgabel an den Punkt a an, und sieht um wie viel a in vertikaler Richtung von A abweicht. Ist die Abweichung beträchtlich, so hebt man den Tisch, ohne die vorige Richtung zu ändern, über den durch die Lotgabel bezeichneten Punkt, drückt hierauf die Füße in den Boden ein, dabei die grobe Horizontalstellung beobachtend, und bewerkstelligt noch das vollständige Einspielen des Senkels an der Lotgabel mit dem Punkte A durch das Schiebungskreuz. Jetzt stellt man bei etwas gelüfteter Herzschraube den Tisch vollkommen horizontal, zieht dieselbe dann wieder an, legt das Diopter- oder Perspektivlineal ganz genau an a b, visiert nach dem ausgesteckten Punkte B, und dreht, ohne das Lineal zu verrücken, den Meßtisch durch die Mikrometer-

schraube so lange, bis das Diopter genau in B einschneidet, in welchem Falle der Tisch orientiert ist.

B. Das Orientieren des Meßtisches aus der Mitte einer gegebenen Geraden.

Etwas umständlicher wird das Orientieren in dem Falle, wenn der Tisch nicht von A oder B aus orientiert werden kann, sondern in irgend einem Punkte der gleichnamigen Geraden in der Natur aufgestellt werden soll.

Es stelle wie im ersten Falle a b, Figur 106, die Linie auf dem Meßtische, A B aber die entsprechende Gerade in der Natur vor, ferner soll der Tisch in dem Punkte c über C aufgestellt und orientiert werden. Dieser Fall stimmt zum Teile mit dem vorhergehenden überein. Ist nämlich die Visur c b ganz nach dem vorhin beschriebenen Verfahren nach B gerichtet, und befindet sich c genau über C, so muß bei unverrücktem Diopter- oder



Figur 106.

Perspektivlineal die Visur c a auch genau nach A treffen, und der Tisch kann als orientiert betrachtet werden. Liegt jedoch c nicht über C, wie Figur 106 zeigt, so muß die Visur c a an A vorübergehen. Um diese Abweichung zu beseitigen, rückt man das Tischblatt im Verhältnis zur Abweichung in der Richtung gegen A′ B′ so vor, daß dieselbe zu a b parallel bleibt. Nun wird in der neuen Lage a′ b′ die Visur nach B jedenfalls um das Stück B B′ vorbeistreifen; man stellt deshalb mit der Wendeschraube diese Visur wieder scharf auf B ein, und sieht zu, ob bei unveränderter Lage des Lineals an a′ b′ die Visur c′ b′ auch auf A einschneidet; bejahenden Falls ist der Tisch orientiert, im anderen Falle wiederholt man die Operation so lange, bis die Visur sowohl in B als in A genau trifft, jedoch wählt man bei der ersten Orientierung immer den entfernteren Punkt, wie im vorliegenden Falle den Punkt B.

C. Das Orientieren des Meßtisches mittelst der Orientierungsboussole.

Soll der Meßtisch mittelst der Boussole (§ 39) orientiert werden, so muß man auf dem Tische, wenn derselbe in irgend einem Standpunkte nach einer gegebenen Linie orientiert ist, mittelst der Boussole die Orientierungslinie ziehen. Man legt deshalb die Orientierungsboussole ungefähr in die Mitte des Tischblattes, giebt ihr eine solche Lage, daß die Nadel genau in das Nord- und Südzeichen einspielt, legt dann das Diopter- oder Perspektivlineal genau an eine der zur Nord-Südrichtung parallelen Seite der Boussole an, und bezeichnet bei unveränderter Lage des Lineals und bei vollkommenem Einspielen der Nadel die Richtung an der Linealskante durch kurze Linien an den beiden Rändern des Tisches, welche entsprechend mit N und S bezeichnet werden.

Stellt man nun den Tisch in einem anderen Punkte auf, so legt man, um den Tisch zu orientieren, das Diopterlineal genau an die mit N und S bezeichneten Marken, schiebt hierauf die Boussole, mit ihrem Nordzeichen nach Nord gekehrt, genau an das Lineal an, dreht den Tisch, bei unverrückter Lage des Lineals, durch die Wendeschraube so lange, bis die Nadel wieder genau in das Nord- und Südzeichen der Boussole einspielt, so muß notwendig die jetzige Orientierungslinie und daher auch alle übrigen auf dem Tische gezogenen Linien eine zur früheren Richtung parallele Lage haben.

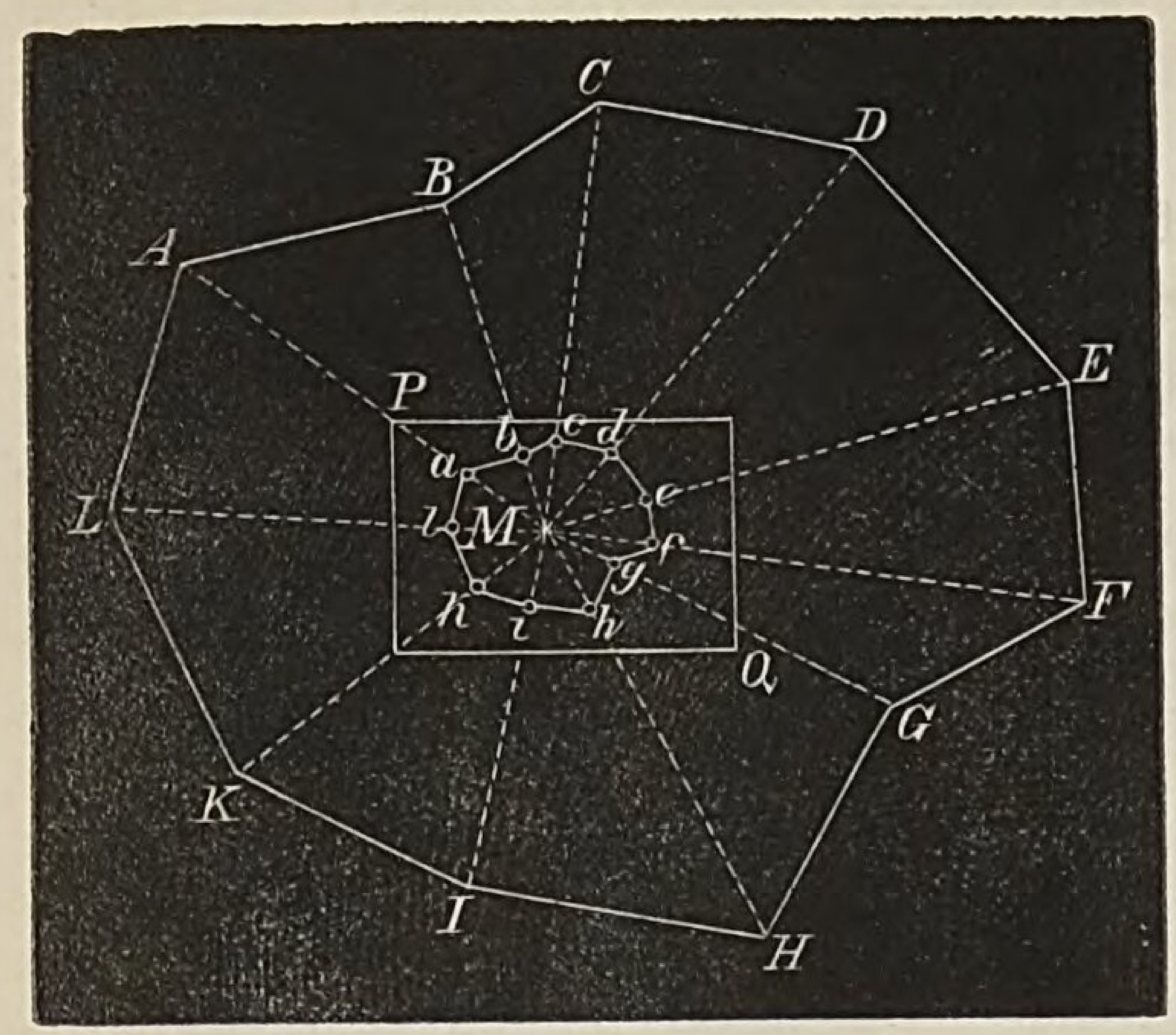
3. Das Rayonieren und Messen.

§ 44.

Die mittelst Bleilinien auf dem Tische dargestellten Visuren werden Rayons genannt. Unter Rayonieren und Messen versteht man aber jene Operation des Meßtisches, mittelst welcher die gegenseitige Lage dreier Punkte oder eines ganzen Polygons von einem einzigen Punkte aus bestimmt wird.

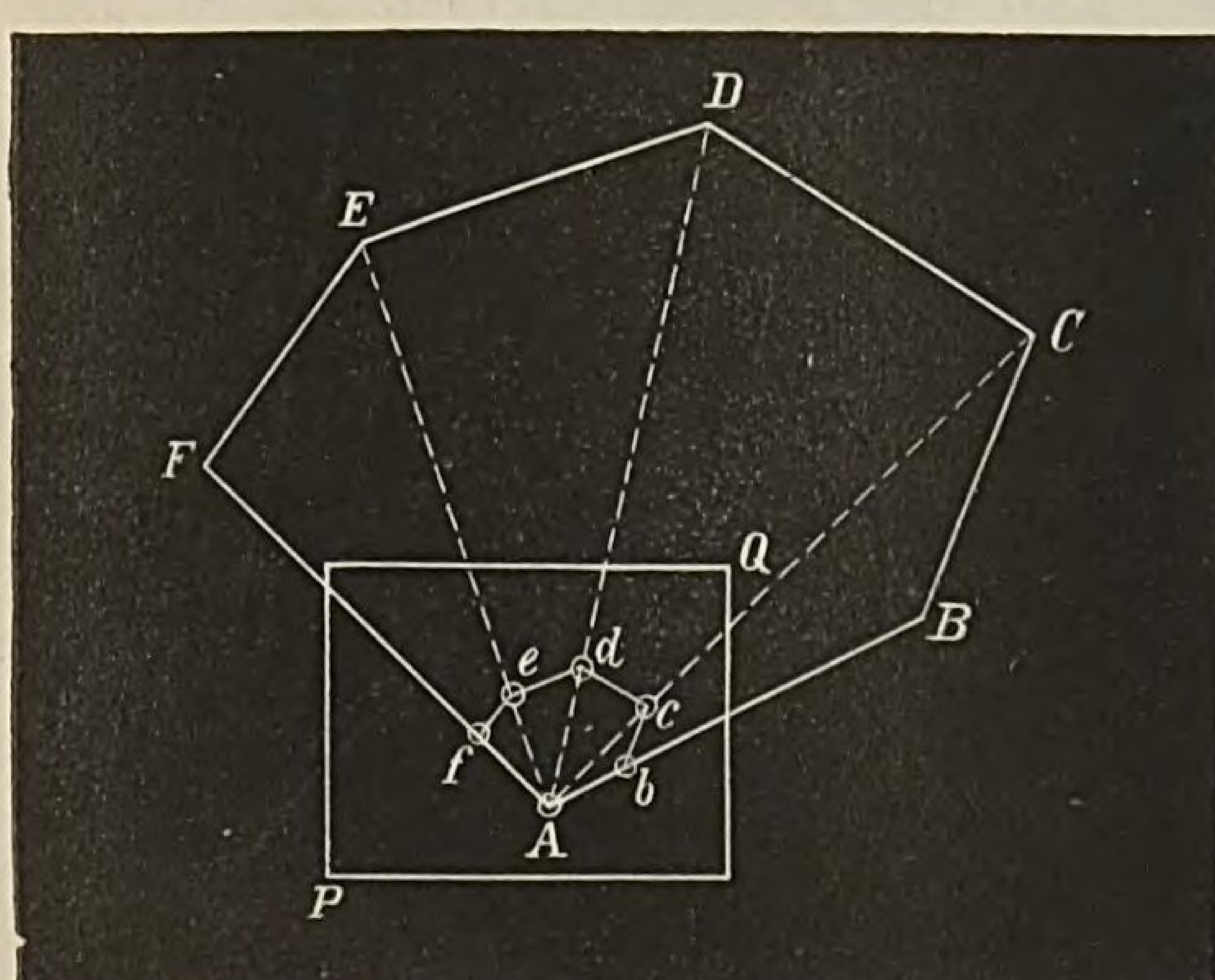
Gesetzt, es seien A B C D . . ., Figur 107, die Umfangspunkte eines nach genanntem Verfahren aufzunehmenden Polygons, so stellt man sich mit dem Meßtische in der Regel innerhalb desselben und an einem solchen Orte auf, von welchem aus alle Umfangspunkte, welche mit Stäben vorher zu bezeichnen sind, überblickt werden können. Nun wählt man auch auf dem Tische P Q, nachdem derselbe fest und horizontal gestellt ist, einen Punkt M genau über dem angenommenen und auszupflockenden Punkte in

der Natur, legt das Diopter- oder Perspektivlineal an denselben, visiert nach und nach alle Punkte A, B, C . . . an, zieht die Rayons M a, M b, M c . . . auf dem Meßtische, mißt die Linien M A, M B, M C u. s. w. trägt dieselben in verjüngtem Maßstabe auf die Rayons, von M ausgehend, auf, so muß, wenn man die Punkte a, b, c u. s. w. mit einander verbindet, das dadurch erzeugte Polygon a b c . . . mit dem in der Natur A B C . . . Ähnlichkeit haben.



Figur 107.

Es ist jedoch keineswegs erforderlich, den Meßtisch innerhalb der aufzunehmenden Fläche aufzustellen, man kann vielmehr seinen Standpunkt auch über jedem beliebigen Punkte des fraglichen Polygons nehmen. Figur 108 stellt z. B. die Aufnahme des Polygons A B C D E F von dem Grenzpunkte A aus vor. Zu diesem Behufe stellt man den Meßtisch über dem Punkte A horizontal und so auf, daß der Punkt A der Natur (hier durch das Meßtischblatt P Q verdeckt) genau vertikal unter den passend auf dem Meßtische angenommenen Punkt A fällt. Hierauf wirft man, wie bereits beschrieben, nach allen Punkten die Rayons A b, A c, A d u. s. w., mißt die Linien A B, A C, A D u. s. w., trägt sie in verjüngtem Maßstabe von A aus auf die zugehörigen Rayons auf und erhält so die Punkte A b c d e und f, welche richtig mit einander verbunden auf dem Meßtische die verkleinerte ähnliche Figur A b c d e f darstellen.



Figur 108.

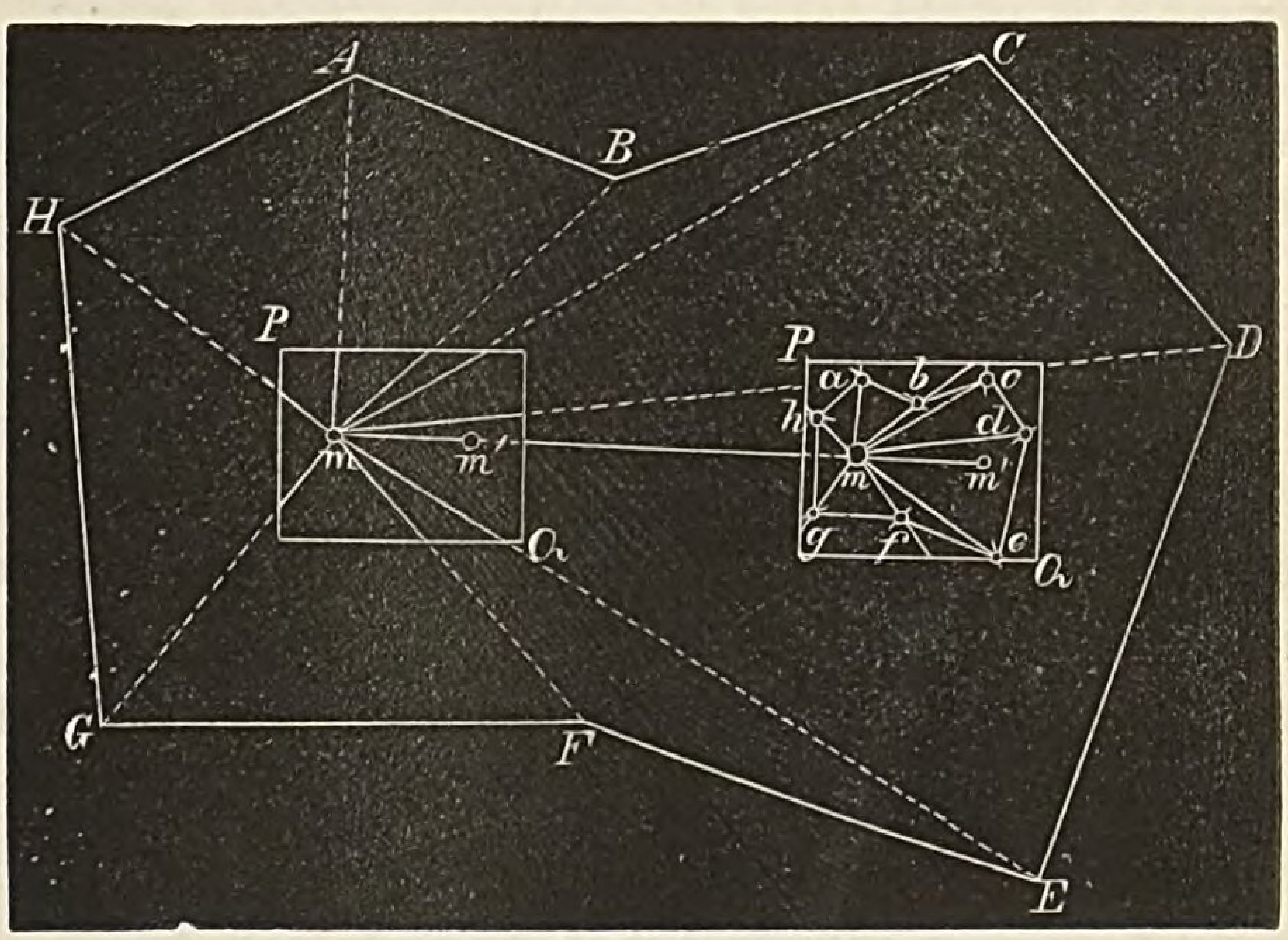
Daß diese Methode nur da anwendbar ist, wo man innerhalb des aufzunehmenden Polygons ungestört messen kann und eine freie Aussicht nach den Umfangspunkten hat, wie auf Feldern, Wiesen, Weiden u. s. w., ist von selbst einleuchtend.

4. Das Rayonieren und Schneiden oder das Vorwärtsabschneiden.

§ 45.

Werden von zwei oder drei Standpunkten aus nach einem oder mehreren Punkten in der Natur Visuren gezogen, so nennt man die von dem ersten Stande ausgehenden Rayons, die aus dem zweiten oder dritten erfolgenden werden jedoch Schnitte genannt. Demgemäß versteht man unter Rayonieren und Schneiden bei der Meßtischaufnahme dasjenige Verfahren, wonach die gegenseitige Lage dreier oder mehrerer Punkte der Natur, z. B. die Lage der Grenzpunkte eines Grundstückes, von mindestens zwei verschiedenen Standpunkten aus, auf dem Tische bestimmt werden soll.

Will man nun nach dieser Methode das Polygon A B C D . . ., Figur 109, aufnehmen, so wählt man innerhalb des Polygons eine Grundlinie oder Basis m m′ derart, daß man sowohl von dem Punkte m als m′



Figur 109.

alle ausgepflockten Punkte der aufzunehmenden Fläche übersehen kann, mißt die Linie m m′ mit möglichster Schärfe und trägt sie im verjüngten Maßstabe auf das Meßtischblatt P Q an einer solchen Stelle auf, daß die ganze Figur voraussichtlich auf das Blatt gezeichnet werden kann. Nun

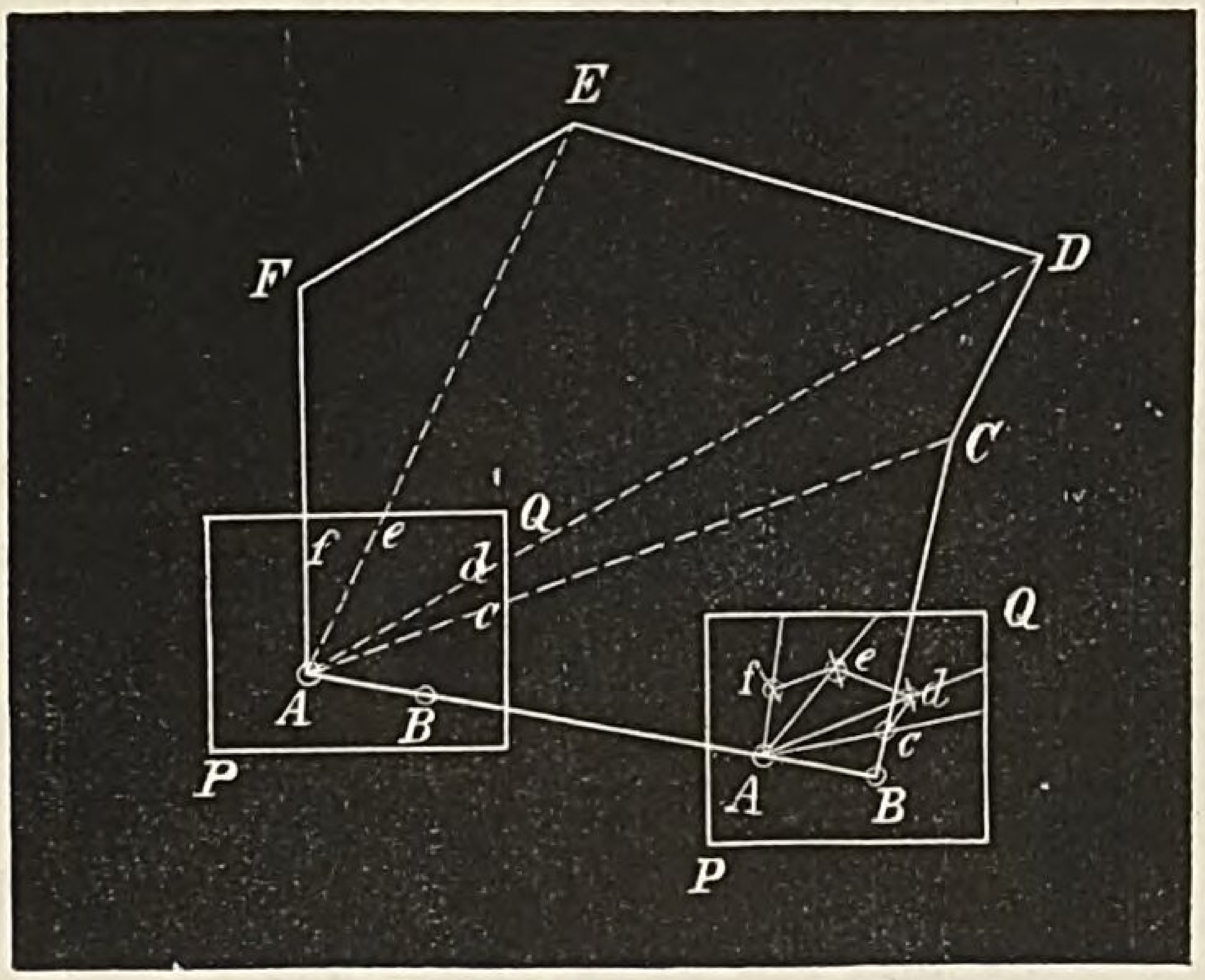
stellt man den Meßtisch fest und horizontal über den Punkt m, errichtet in m' der Natur ein Signal, legt das Diopter- oder Perspektivlineal an die gezogene Linie m m' auf dem Meßtischblatt und orientiert den Tisch nach der Basis m m' in der Natur Ist dies geschehen, so zieht man von m aus nach allen Punkten A, B, C u. s. w. des Polygons Rayons, überträgt den Meßtisch dann nach m', stellt denselben horizontal, orientiert nach m' m, legt das Lineal in m' an und visiert von hier aus abermals nach allen Umfangspunkten A, B, C u. s. w., so werden die jetzigen Rayons alle in der ersten Aufstellung gezogenen durchschneiden. Verbindet man nun die Durchschnittspunkte, welche zugleich die Polygonspunkte abgeben, noch durch kurze Bleilinien, so muß die so entstandene Figur a b c d . . . auf dem Meßtische derjenigen A B C D . . . in der Natur ähnlich sein.

Noch muß bemerkt werden, daß die Winkel, unter denen sich die gleichnamigen Visuren von den beiden Standpunkten aus durchschneiden, weder zu spitz noch zu stumpf sein dürfen und in der Regel nicht die Grenze von 30° und 150° (alte Teilung) übersteigen sollen, weshalb bei der Wahl der Basis schon hierauf Rücksicht zu nehmen ist.

Die soeben beschriebene Aufnahmsmethode kann ebenfalls nur da angewendet werden, wo man, wie im Felde, auf Wiesen, Waldblößen, Holzschlägen u. s. w., eine freie Sicht nach den verschiedenen aufzunehmenden Punkten hat. Es zeichnet sich dieses Verfahren aber auch noch dadurch sehr vorteilhaft aus, daß außer der Basismessung alle sonstigen Linienmessungen entbehrlich sind. Sollte eine Figur von zwei Standpunkten aus nicht vollständig aufgenommen werden können, so wählt man noch eine dritte oder vierte Stellung, orientiert den Meßtisch nach einer bereits festliegenden Linie und bewirkt den Durchschnitt noch nicht geschnittener Rayons wie auf dem zweiten Standpunkte. Zur Kontrolle kann man auch bereits geschnittenen Punkten von einer dritten oder vierten Station aus noch einen zweiten Schnitt geben, welcher dann genau mit dem ersten Schnittpunkte zusammenfallen muß.

Es ist übrigens durchaus nicht notwendig, die Standlinie innerhalb der aufzunehmenden Figur anzunehmen, dieselbe kann vielmehr auch gerade so gut, namentlich bei vorhandenen Hindernissen, außerhalb gelegt werden. Wäre aber ein vielleicht bereits angebautes Grundstück weder innerhalb noch außerhalb zugänglich, sondern nur auf den Grenzen desselben betretbar, dann kann als Standlinie sogar eine Polygonseite selbst angenommen werden.

Figur 110 stellt eine derartige Aufnahme vor. Man stellt zuerst den Meßtisch horizontal über dem Grenzpunkte A der Natur auf, orientiert nach B, mißt die Linie A B, trägt sie im verjüngten Maße von A nach B auf das Meßtischblatt P Q auf und wirft dann noch von A aus nach allen Punkten B, C, D, E und F die Rayons A c, A d, A e u. s. w. Hierauf



Figur 110.

trägt man den Tisch nach dem Grenzstein B, orientiert nach vorgenommener Horizontalstellung nach A und wirft von B aus ebenfalls wieder nach allen Punkten Rayons, welch letztere die ersteren in den Punkten b, c, d, e und f durchschneiden. Werden die so erhaltenen Punkte entsprechend mit einander verbunden, so erhält man ein verjüngtes und ähnliches Bild von dem Grundstücke.

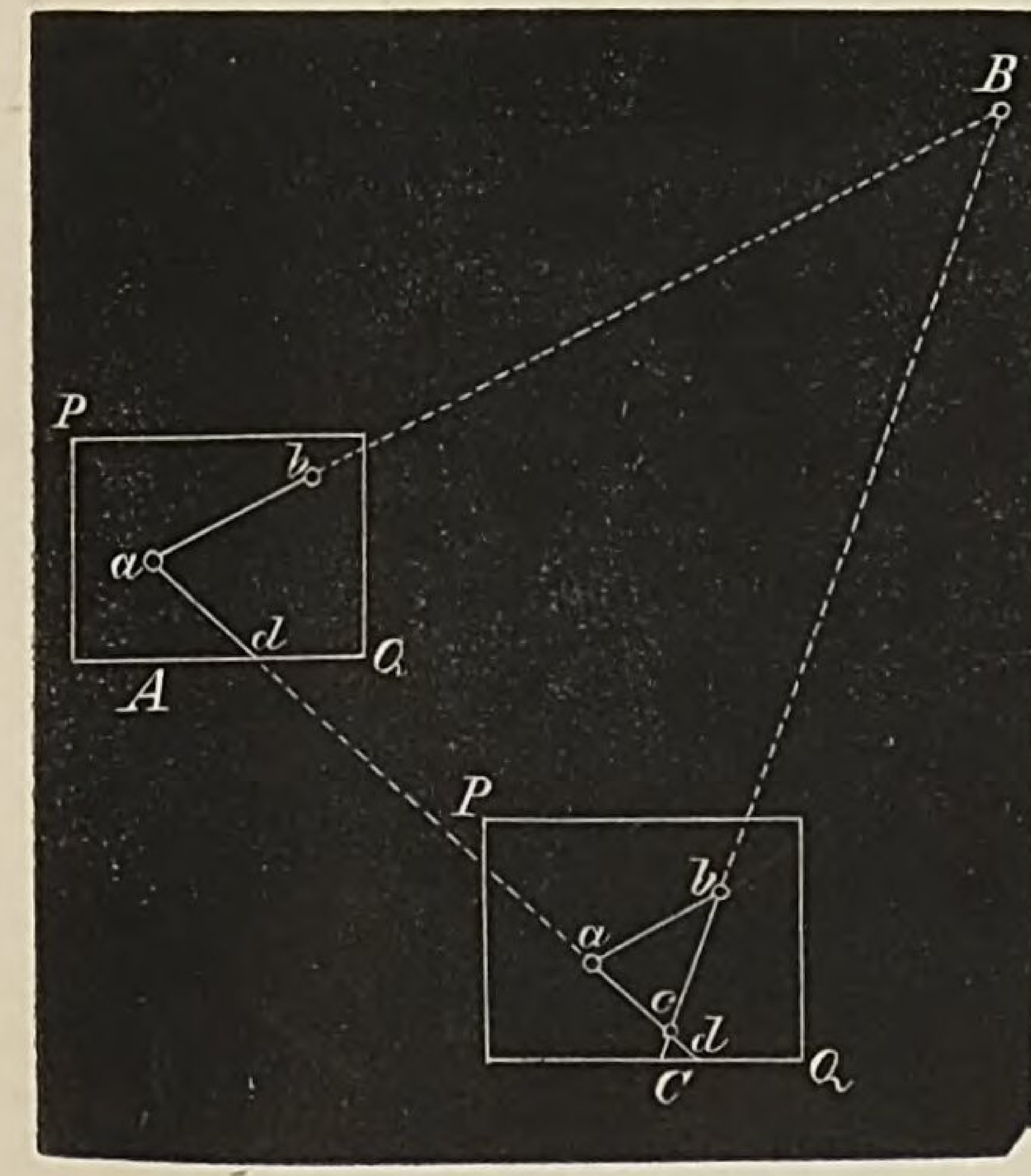
5. Das Seitwärtsabschneiden oder Seitwärtseinschneiden.

§ 46.

Es besteht dieses Verfahren darin, nach zwei auf dem Tische und in der Natur gegebenen Punkten einen dritten Punkt der Natur auf dem Meßtische dadurch zu finden, daß man letzteren nur über einen der gegebenen Punkte und dem zu bestimmenden Punkte selbst aufstellt.

Um diese Aufgabe zu lösen, bezeichnet man durch A, B und C, Fig. 111, die drei Punkte der Natur, von welchen die Lage von A und B auf dem Meßtische durch die Linie a b gegeben, der Punkt C jedoch erst auf demselben zu bestimmen ist. Nun stellt man den Meßtisch über A der Natur

horizontal und so auf, daß der Punkt a genau über A zu liegen kommt, errichtet in B und C Signale, orientiert nach der Visur a b, legt alsdann das Diopter- oder Perspektivlineal an a, visiert nach C und zieht den Rayon a d. Hierauf trägt man den Tisch über C, orientiert ihn dergestalt nach d a, daß, soweit es sich nach dem Augenmaße beurteilen läßt, der noch unbestimmte Punkt c auf dem Tisch möglichst senkrecht über C zu stehen kommt. Nun legt man das Diopterlineal in b an, visiert nach B und durchschneidet sodann rückwärts in c den Rayon a d. Weicht der so bestimmte Punkt c von C in der Natur bedeutend ab, was mittelst der Lotgabel zu untersuchen ist, so zieht man entweder den Pflock in C heraus und setzt ihn genau unter c, oder, wenn dies nicht gestattet ist, bringt man mittelst Verschieben des Tischblattes in der Richtung d a den Punkt c genau über C, orientiert dann nochmals nach d a, legt das Perspektiv- oder Diopterlineal wieder an b und durchschneidet den Rayon a d zum zweiten Male, wodurch sich der Punkt c auf dem Meßtisch ganz genau ergiebt.



Figur 111.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß man mittelst dieser Methode nicht allein den dritten Punkt eines Dreiecks bestimmen kann, sondern auch im stande ist, wie bei den vorhergehenden Verfahrungsarten, ganze Polygone aufzunehmen und zu verzeichnen.

Die vorzüglichste Anwendung findet jedoch diese Aufnahmsmethode bei den graphischen Triangulationsarbeiten, bei welchen häufig der Fall vorkommt, daß zwei Punkte der Natur mittelst vorausgegangener trigonometrischer oder graphischer Triangulation auf dem Meßtisch bereits aufs genaueste bestimmt sind, an welche dann die Detailvermessung des ganzen Tischblattes angeschlossen werden soll. Wäre nun z. B. der Punkt B ein sogenannter Fixpunkt, etwa die Spitze eines Kirchturms, welche man wohl von A und C aus sehen kann, über die es aber nicht möglich ist sich aufzustellen, so kann natürlich auch C von B aus nicht nach § 45 geschnitten werden, und man ist umsomehr angewiesen, das soeben beschriebene

Verfahren einzuschlagen, als man die vielleicht sehr große Entfernung von A nach C nicht messen will oder kann, wie dies bei Triangulationen ja so häufig vorzukommen pflegt

6. Das Rückwärtseinschneiden (das Problem der vier Punkte) oder die Pothenotsche Aufgabe.

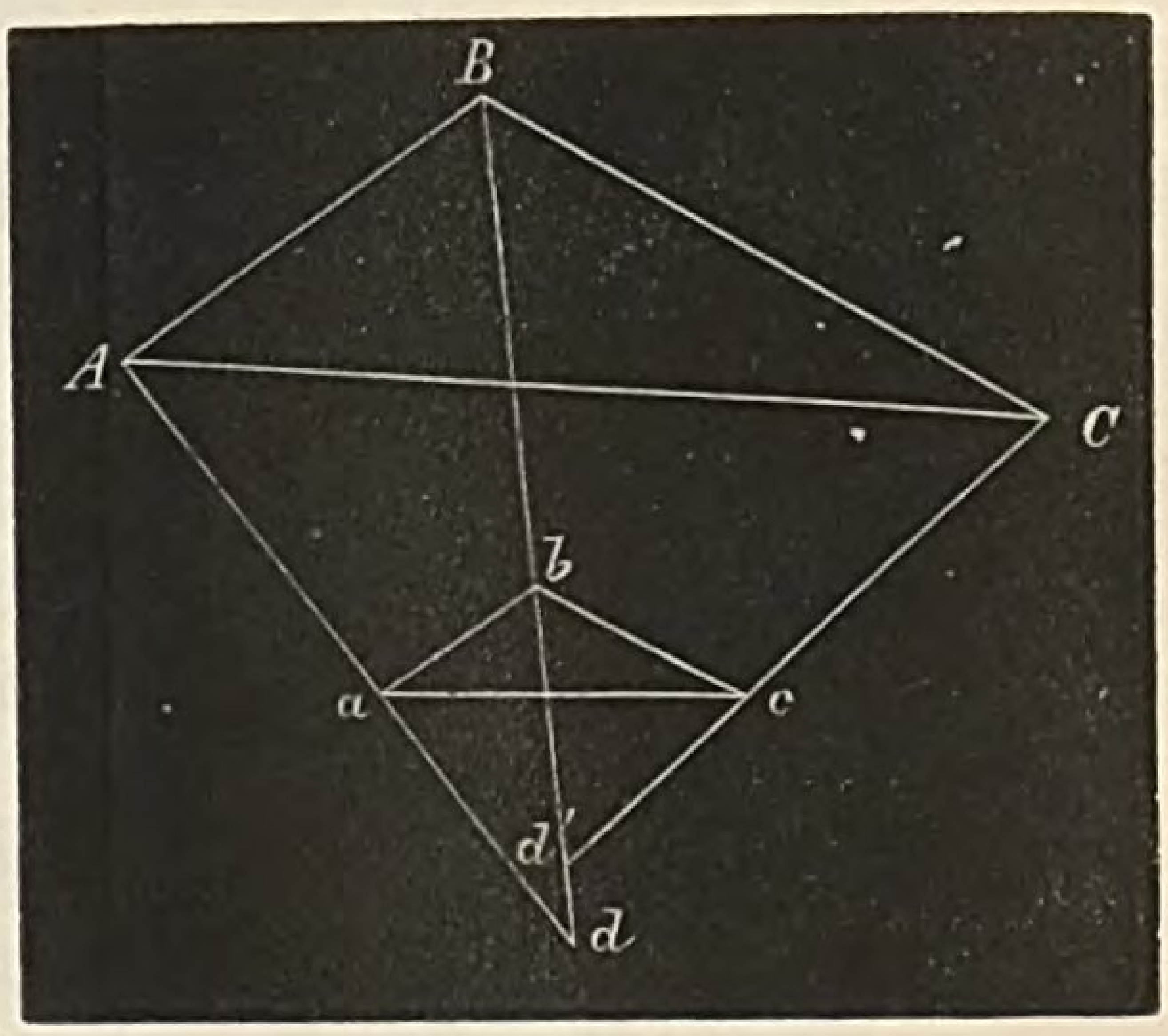
§ 47.

A. Vorfragen zur Pothenotschen Aufgabe.

Man versteht unter dem Rückwärtseinschneiden jene Operation, mittelst welcher nach drei in der Natur und der Lage nach auf dem Meßtische gegebenen Punkten von einem vierten Punkte der Natur aus, von welchem jene drei sichtbar sind, der Tisch orientirt und zugleich dieser vierte Punkt selbst bestimmt werden kann.

Da diese Aufgabe, namentlich bei Triangulationsarbeiten mit dem Meßtische, öfters vorzukommen pflegt, so haben sich die berühmtesten Geometer mit deren Lösung beschäftigt. Bevor jedoch zu den einzelnen Lösungen, von denen hier nur wenige berührt werden können, weil dieselben dem Bedürfnisse des Land- und Forstwirtes doch schon ferner liegen, selbst geschritten wird, müssen zur Begründung der Aufgabe selbst noch drei Betrachtungen angestellt werden.

a) Stellen A, B und C, Figur 112, die drei Punkte der Natur, a, b und c diejenigen auf dem Meßtisch vor, ist also Dreieck A B C ähnlich Dreieck a b c, überdies aber noch A B # a b, B C # b c und A C # a c, so müssen die Verlängerungen der Linien A a, B b und C c sich in einem einzigen Punkte d schneiden; wenn nicht d gerade auf der Peripherie desjenigen Kreises liegt, welchen man sich durch die drei Punkte A B C gelegt denkt.



Figur 112.

Um diesen Satz zu beweisen, nehmen wir die Möglichkeit an, die verlängerten Linien schnitten sich in den zwei verschiedenen Punkten d und d'.

Da nun A B parallel a b angenommen wurde, so sind die Dreiecke A B d und a b d ähnlich, daher die Proportion:

$$AB : ab = Bd : bd \text{ (I)}.$$

Ebenso ist, wegen dem Parallelismus von B C mit b c, das Dreieck B C d' ähnlich b c d', daher auch hier die Proportion:

$$BC : bc = Bd' : bd' \text{ (II)}.$$

Nach der Voraussetzung ist aber Dreieck A B C ähnlich Dreieck a b c, daher stehen die gleichliegenden Seiten in Proportion, und somit ist

$$AB : ab = BC : bc$$

und da nach (II) $BC : bc = Bd' : bd'$ ist, so muß auch

$AB : ab = Bd' : bd'$ sein; ferner ist

nach (I) $AB : ab = Bd : bd$

somit auch $Bd' : bd' = Bd : bd$ und durch Subtraktion

$(Bd' - bd') : bd' = (Bd - bd) : bd$ und

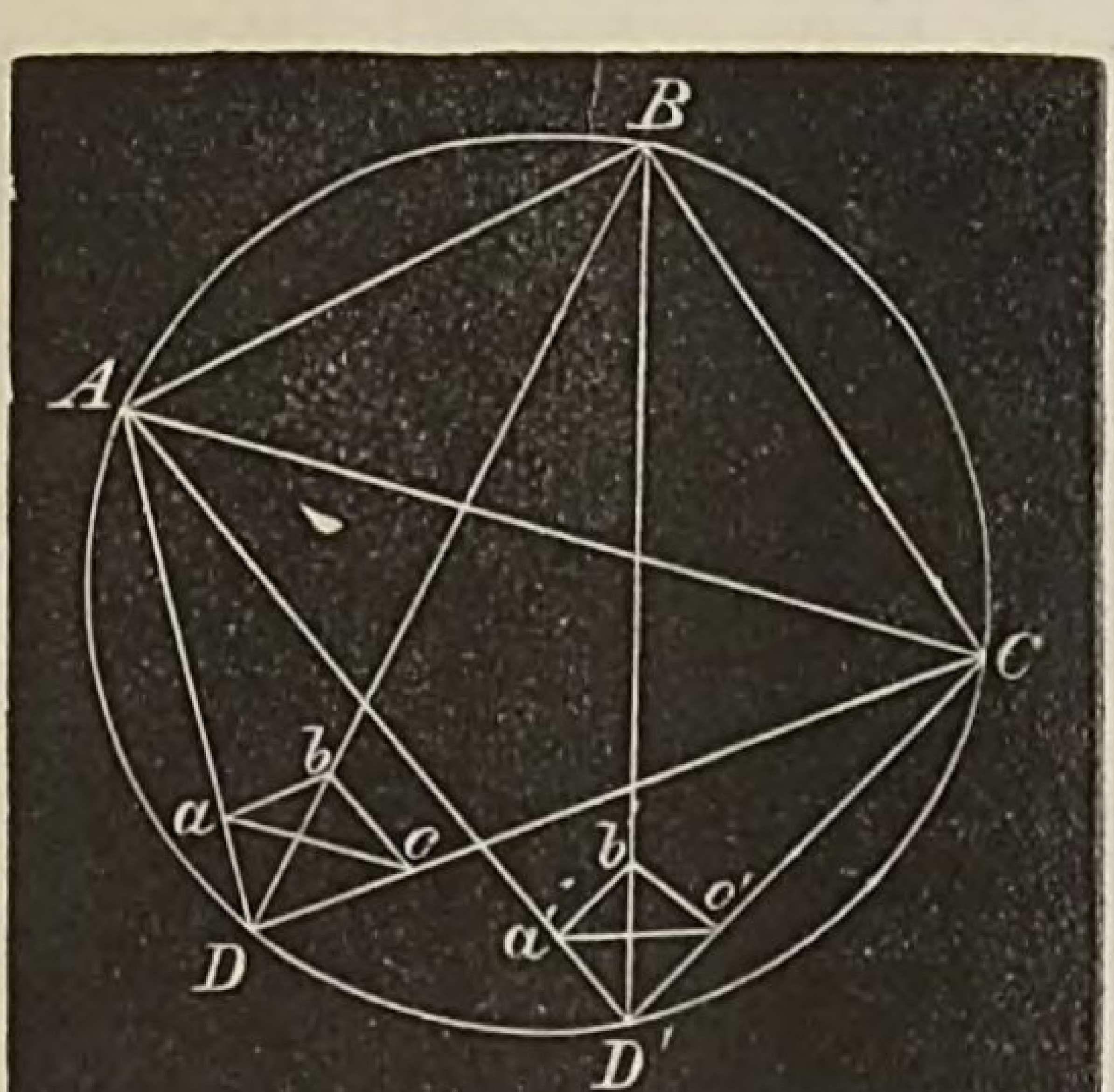
$Bb : bd' = Bb : bd$ und

$Bb \cdot bd = Bb \cdot bd'$ endlich

$bd = bd'$,

d. h. in Worten: die Durchschnittspunkte d und d' müssen in einen zusammenfallen.

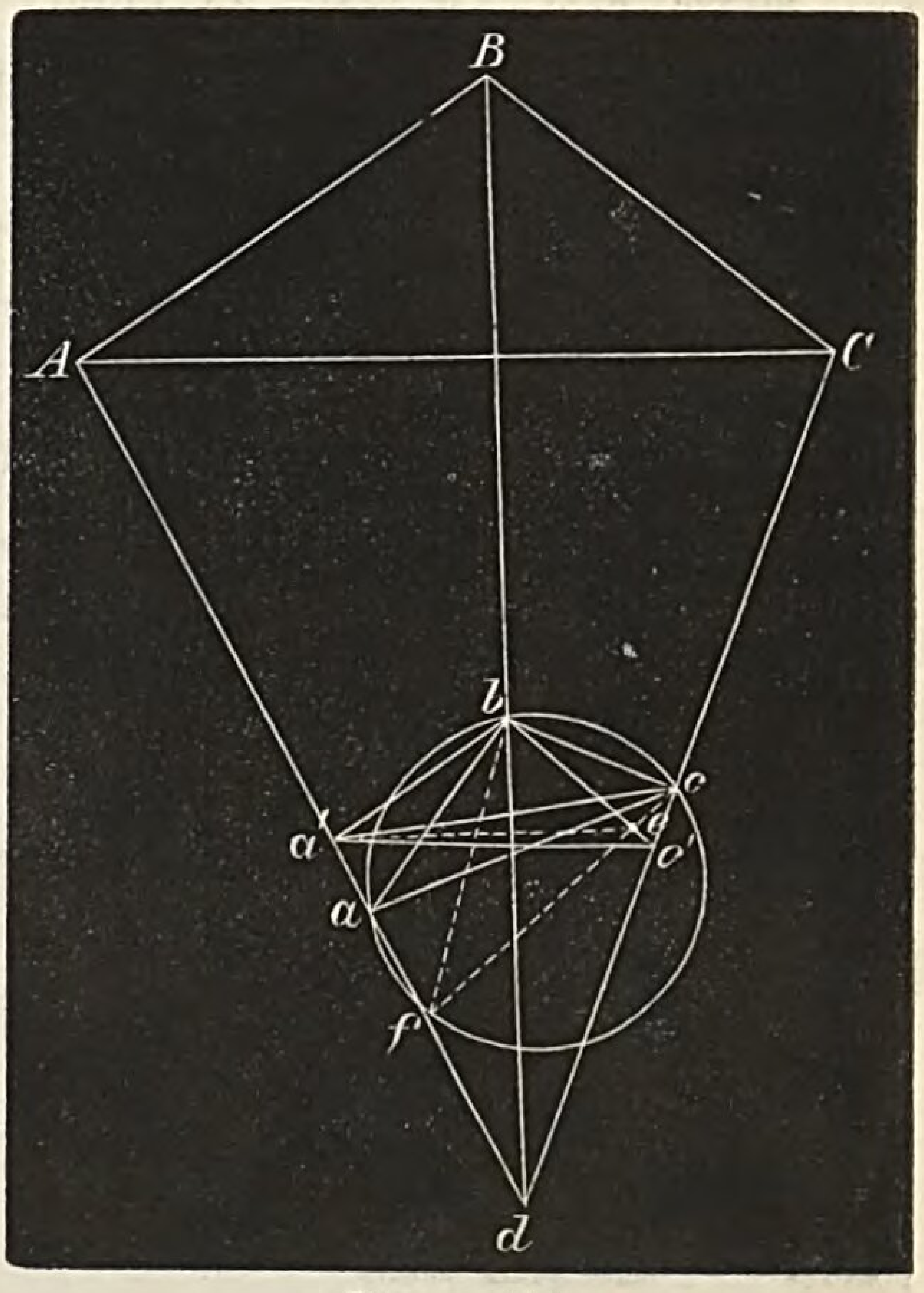
b) Es sei, Figur 113, das Dreieck A B C und das ihm ähnliche a b c oder a' b' c' gegeben, so werden sich die Verlängerungen der Linien A a, B b und C c in dem Falle immer in einem Punkte schneiden, als dieser Punkt D auf der Peripherie des Kreises liegt, den man sich um das Dreieck A B C beschrieben denkt; es mögen die gleichnamigen Seiten des Dreieckes a b c parallel zu denen von A B C, oder, wie in a' b' c', nicht parallel zu A B C laufen. Um diesen Satz einzusehen, erinnere man sich, daß der Winkel A D B = A D' B und B D C = B D' C ist, weil die beiden ersten als Peripheriewinkel auf einer und derselben Sehne A B, die beiden letzten aber gleichzeitig auf der Sehne B C stehen. Ist also das auf dem Meßtisch gelegene Dreieck a' b' c' ähnlich dem Dreieck A B C in der Natur, so werden sich die rückwärts verlängerten Visuren A a', B b' und C c' auch dann noch in einem



Figur 113.

Punkt D′ schneiden, wenn die Seiten des Dreieckes a′ b′ c′ zwar nicht parallel zu den gleichliegenden Seiten des Dreieckes A B C laufen, aber D′ doch auf der Peripherie des durch A B C gelegten Kreises liegt.

c) Es bleibt nun noch der Fall übrig, wo der zu bestimmende Punkt d, Figur 114, weder auf der Peripherie des um das Dreieck ABC beschriebenen Kreises liegt, noch das ähnliche Dreieck a b c eine parallele Lage zu A B C hat.



Figur 114.

In diesem Falle müssen sich die Verbindungslinien A a, B b und C c unter allen Umständen in verschiedenen Punkten schneiden.

Nehmen wir an, dies wäre nicht der Fall, sondern die Verbindungslinien schnitten sich alle in dem einzigen Punkte d, so müßte folgendes stattfinden: Wenn man nämlich aus b parallel zu A B die Linie a′ b, ebenso zu B C aus b die Parallele b c′ zieht, so verhält sich

A B : a′ b = B d : b d und ebenso
B C : b c′ = B d : b d

daher auch A B : a′ b = B C : b c′,

d. h. die Dreiecke A B C und a′ b c′ sind sich ähnlich, und da A B C auch ähnlich a b c ist, so müßten auch die Dreiecke a b c und a′ b c′ ähnlich sein.

Beschreibt man nun um das Dreieck a b c einen Kreis, so erhält man mit dem Durchschnittspunkte f das auf der Kreisperipherie stehende Viereck a b c f, in welchem die Winkel a b c + a f c = 2 R sein müssen, weil in jedem Viereck, welches auf der Peripherie eines Kreises liegt, die Summe der zwei sich gegenüberstehenden Winkel = 2 R beträgt.

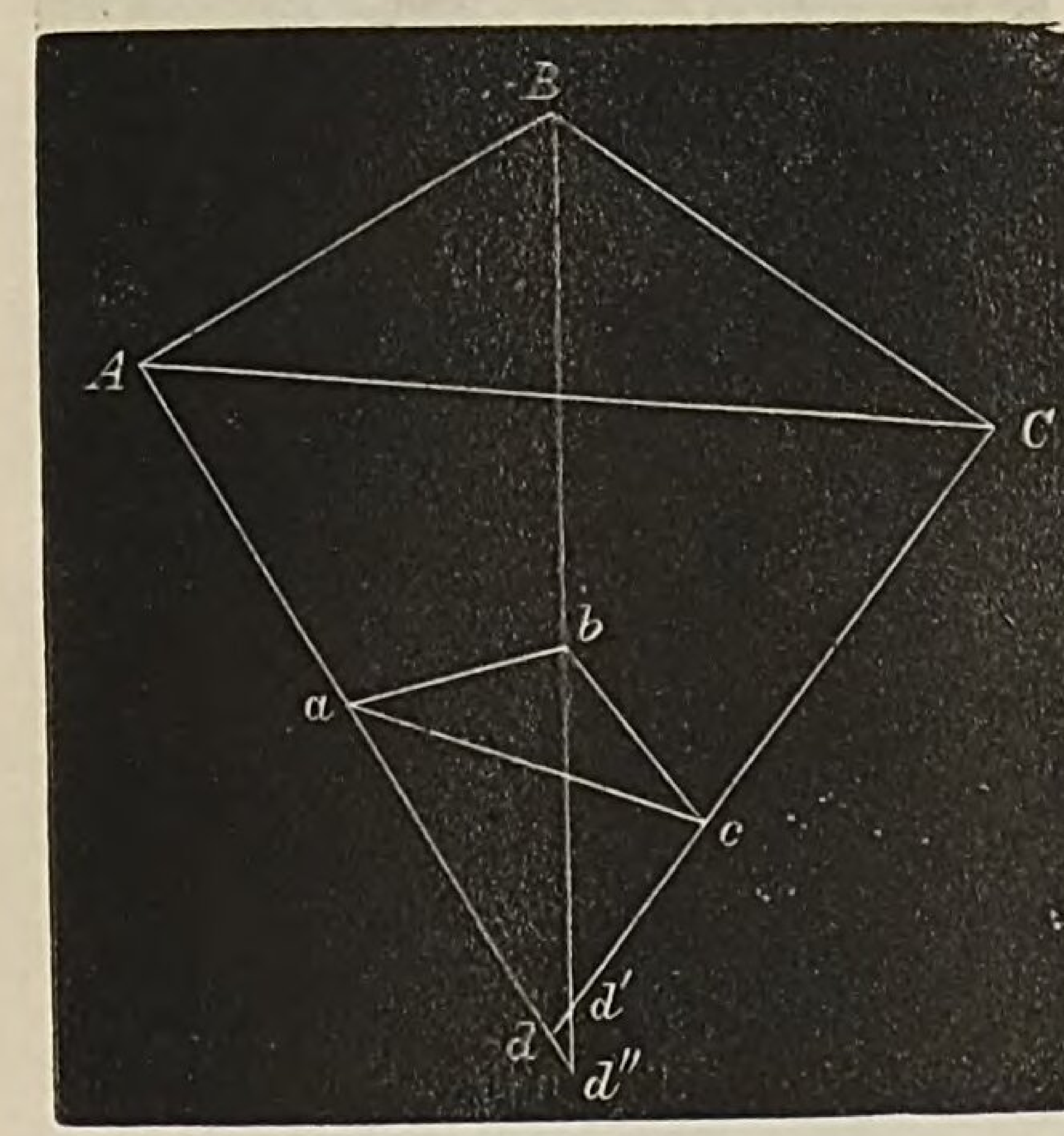
Nun aber muß wegen der Ähnlichkeit
der Dreiecke a b c und a′ b c′
der Winkel a b c = a′ b c′
und auch der Winkel a f c = a′ f e sein.

Substituiert man daher diese Werte, so ergiebt sich:

$$a'bc' + a'fe = 2R, \text{ oder}$$

$$a'be + a'fe = 2R.$$

Wäre dies der Fall, so müßte sich um das Viereck a' b e f, welches die Winkel a' b e und a' f e = 2 R einschließt, ebenfalls ein Kreis beschreiben lassen, und es müßte ferner b a' e = b f e als Peripheriewinkel sein, weil beide auf einer Sehne b e stehen; ferner wäre b f e = b f c und b f c = b a c; nun aber ist wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke a b c und a' b c' auch b a c = b a' c', daher b a' e = b a' c', was offenbar unmöglich ist. Daher ist die Voraussetzung, daß sich die drei Linien A a, B b und C c in einem Punkte schneiden könnten, unrichtig, und müssen dieselben in dem angenommenen Falle immer drei Durchschnittspunkte bilden, die mit einander verbunden, das sogenannte Fehlerdreieck bilden, welches um so größer wird, je mehr die Lage A B C von a b c abweicht.



Figur 115.

Stellt z. B. A B C, Figur 115 ein mit a b c ähnliches Dreieck vor, dessen gleichnamige Seiten aber nicht parallel zu jenen laufen, so entsteht, wenn man die Linien A a, B b und C c rückwärts verlängert, das Fehlerdreieck d d' d'', welches jedoch in dem Augenblicke verschwindet, als der Parallelismus der fraglichen Seiten hergestellt sein wird, was bei dem Meßtisch mittelst des Orientierens geschieht.

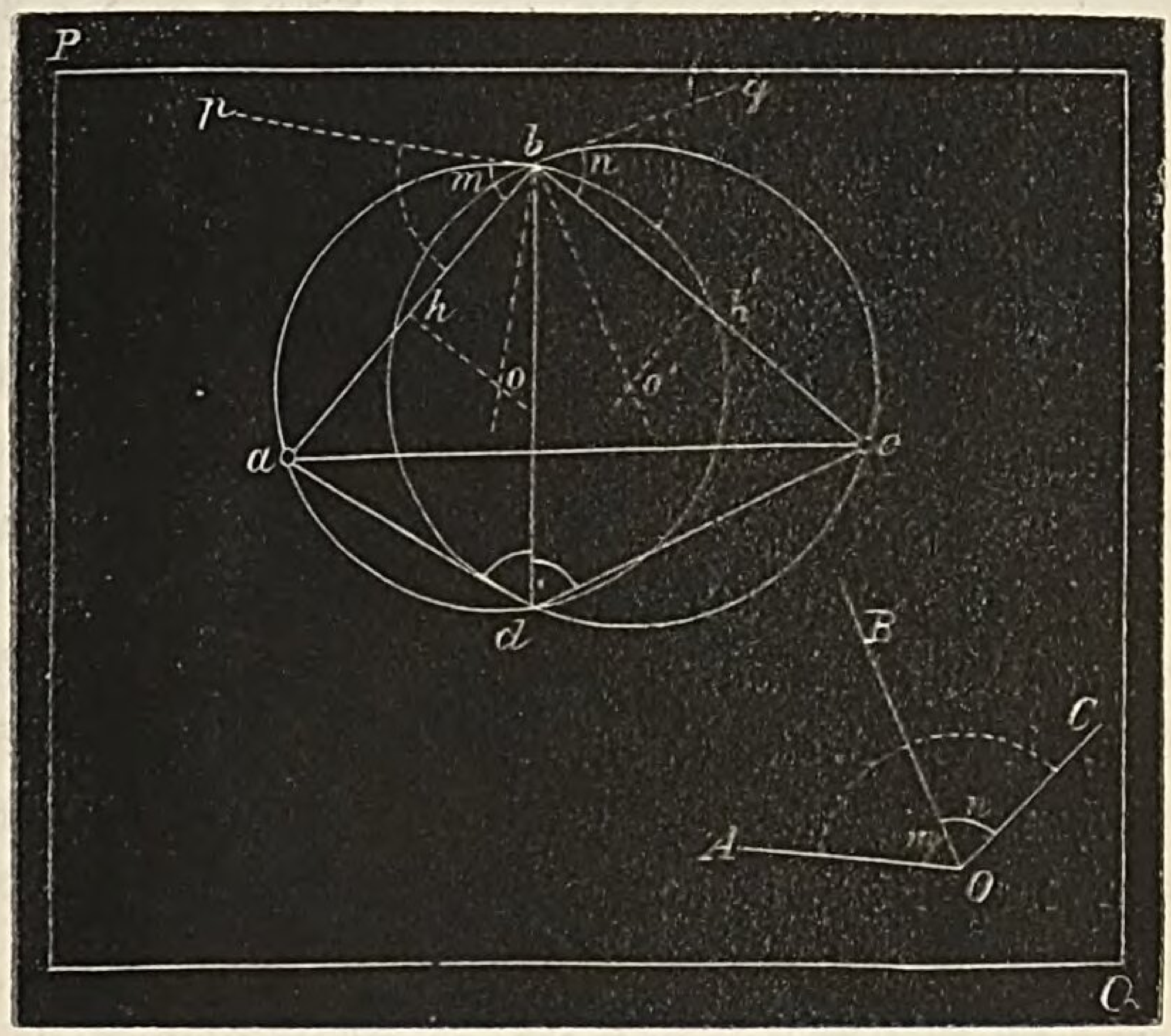
Soll also aus drei Punkten der Natur, welche der Lage nach auf dem Meßtisch gegeben sind, ein vierter Punkt bestimmt werden, so hat man nach den soeben gepflogenen Auseinandersetzungen den Meßtisch nur so zu stellen, daß derselbe nicht mit der Peripherie des um die drei Punkte des gedachten Kreises zusammenfällt. Die Orientierung und Festlegung des fraglichen Punktes wird alsdann eine richtige sein, wenn die rückwärts verlängerten Visuren A a, B b und C c sich nur in einem einzigen Punkte, dem Standpunkte, schneiden.

Zur Auflösung dieses Problems giebt es direkte und indirekte Wege, je nachdem der Punkt d unmittelbar oder mittelst Versuche bestimmt wird.

B. Direkte Auflösung der Pothenotschen Aufgabe.

Die direkten Auflösungen werden in der Praxis weniger häufig angewendet, weshalb hier auch nur eine einzige beschrieben werden soll, und zwar die Methode mittelst zweier Kreise.

Es stelle P Q, Figur 116, das Meßtischblatt vor, a, b und c seien drei auf demselben gegebene Punkte, welche mit einander verbunden ein ähnliches Dreieck mit den drei Punkten A, B und C in der Natur bilden. Soll nun die Lage eines vierten Punktes d auf dem Meßtische bestimmt werden, so nehme man auf demselben einen ganz beliebigen Punkt O an, bringe diesen Punkt mittelst der Lotgabel über den mit einem Pflocke bezeichneten Standpunkt D, lege das Diopter- oder Perspektivlineal an O an und bestimme die Rayons O A, O B und O C, wodurch die Winkel A O B = m und B O C = n erhalten werden. Nun übertrage man



Figur 116.

mittelst des Zirkels dergestalt die Winkel m auf a b und n auf b c, daß der Winkel a b p = m und c b q = n werde. Jetzt kann die Linie p b als die Tangente eines Kreises betrachtet werden, zu dem a b eine Sehne, m aber ein Peripheriewinkel ist. Um diesen Kreis zu verzeichnen, errichte man in dem Berührungspunkt b der Tangente eine Senkrechte b o, halbiere die Sehne a b und errichte in dem Halbierungspunkte h eine zweite Senkrechte h o, so schneiden sich beide in dem Punkte o, welcher der Mittelpunkt des Kreises, dessen zugehöriger Halbmesser aber o b ist. Auf dieselbe Weise

wird der Mittelpunkt o′ und Halbmesser o′b eines Kreises gefunden, zu welchem n einen Peripheriewinkel und b c eine Sehne bildet. Zieht man nun die beiden Kreise, so durchschneiden sich dieselben in dem gemeinschaftlichen Punkte d, welcher der zu suchende Punkt ist, denn es sind die Peripheriewinkel m = a d b = A O B und n = b d c = B O C.

Nun verrücke man den Meßtisch mittelst des Verschiebungskreuzes derart, daß der Punkt d genau über den Stationspunkt der Natur zu stehen kommt, lege das Diopter- oder Perspektivlineal sorgfältig an die Linie d b an und orientiere den Tisch nach dem Signale B. Ist dies geschehen, so müssen sich jetzt natürlich die rückwärts verlängerten Rayons von A nach a und von C nach c in einem Punkte d schneiden.

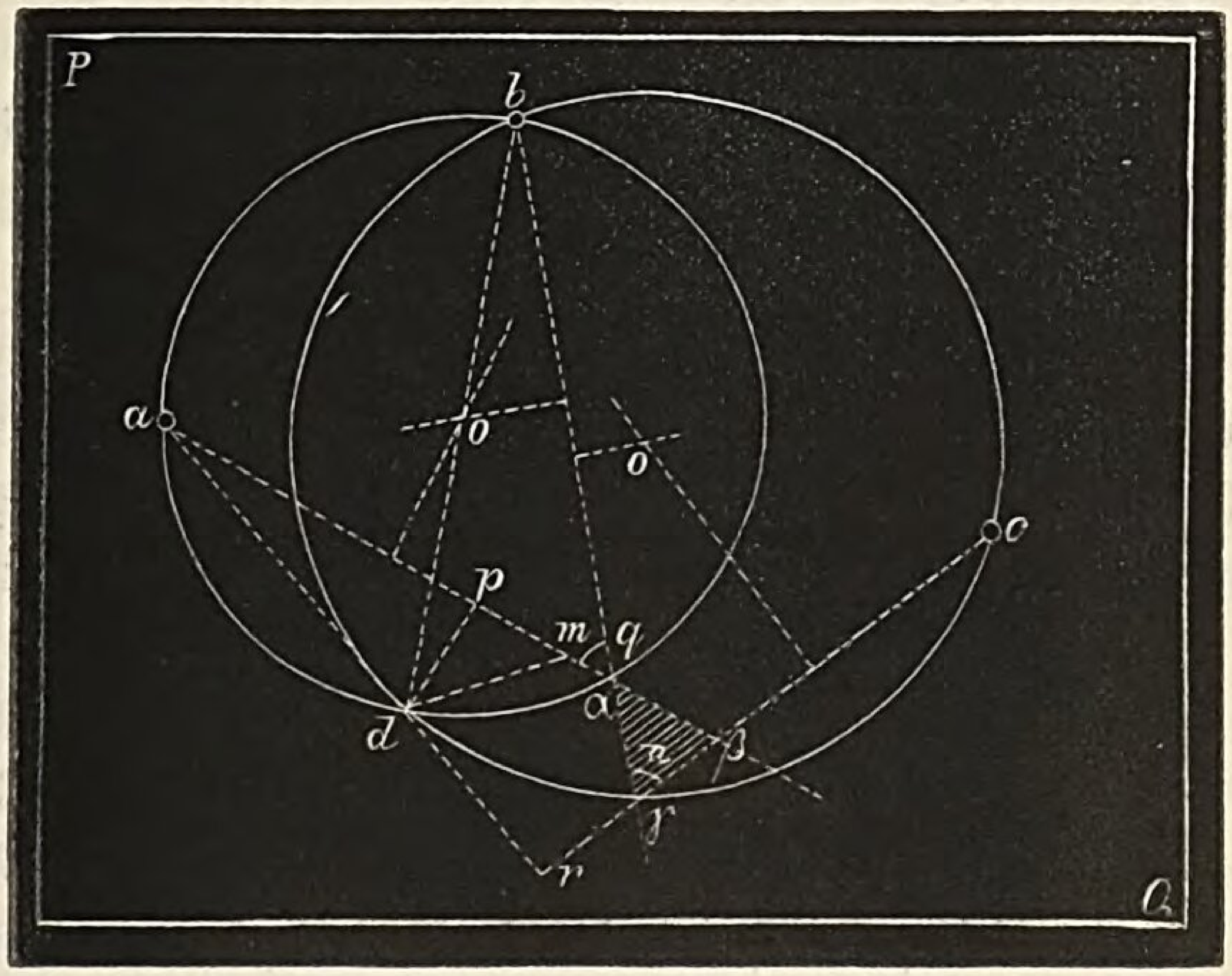
C. Indirekte Auflösung der Pothenotschen Aufgabe.

Das Wesen derselben besteht im allgemeinen darin, daß man den Meßtisch über dem zu bestimmenden vierten Punkt in der Natur aufstellt, dem Augenmaße nach orientiert und nun untersucht, ob sich die in der Richtung von A a, B b und C c zu ziehenden und auf dem Tische rückwärts zu verlängernden Rayons in einem einzigen Punkte schneiden. Ist dies der Fall, und hat man die weitere Überzeugung, daß der Punkt d nicht in der Peripherie des um A B C gedachten Kreises liegt, so kann der Tisch als orientiert betrachtet werden. Im anderen Falle erhält man ein Fehlerdreieck, welches um so größer sein wird, je mehr die parallele Lage der Seiten des Dreieckes a b c von derjenigen des Dreieckes A B C abweicht. Die einzige Aufgabe besteht dann noch darin, dieses Fehlerdreieck verschwindend klein zu machen, d. h. es auf einen einzigen Punkt zusammen zu drängen. Wie dies geschehen kann, das lehren die verschiedenen Auflösungsmethoden, von denen hier, wegen des beengten Raumes, jedoch nur zwei aufgeführt werden können.

a) Auflösung mittelst eines Fehlerdreieckes nach Hartner.

Es sei P Q, Figur 117, die obere Fläche des Meßtisches, auf welcher die drei Punkte a, b und c gegeben sind. Nun gebe man dem Tische dem Augenmaße nach eine solche Stellung, daß die gleichnamigen Seiten des Dreieckes a b c beiläufig parallel mit denjenigen des Dreieckes A B C in der Natur erscheinen. Hierauf lege man das Diopter- oder Perspektivlineal an a, visiere nach A und ziehe rückwärts den Rayon $a \alpha \beta$; alsdann schiebe man das Lineal an b, visiere nach B und ziehe den Rayon $b \alpha \gamma$, und endlich ziehe man auf dieselbe Weise den Rayon $c \beta \gamma$. Ist nun nicht schon zufällig a b c parallel zu A B C gewesen, so wird man immer ein

Fehlerdreieck $\alpha\beta\gamma$ erhalten. Nun sind aber die Winkel a α b und b γ c dieselben, welche bei der indirekten Auflösung mit m und n bezeichnet wurden; denn fallen auch α und γ hier nicht wie dort in einem einzigen Punkte (O) zusammen, so ist doch die Excentrität wegen der großen Entfernung von A, B und C zu unbedeutend, als daß sie bei der graphischen Darstellung auf das Resultat einen merkbaren Einfluß ausüben könnte.



Figur 117.

Beschreibt man deshalb aus dem vorher auf bekannte Weise zu suchenden Mittelpunkte o um die drei Punkte a b α und ebenso aus dem Mittelpunkte o' um die drei Punkte b c γ Kreise, so werden sich dieselben, außer in b, noch in dem Punkte d gemeinsam schneiden, welcher zugleich der richtige Standpunkt ist. Denn der Winkel a d b ist = a α b, als ein auf einer Sehne a b stehender Peripheriewinkel; dasselbe gilt von b d c = b γ c.

Nachdem nun d bestimmt ist, bringt man diesen Punkt mittelst der Lotgabel und durch geeignete Veränderung des Verschiebungskreuzes am Meßtisch genau über den Punkt D in der Natur, legt das Diopter- oder Perspektivlineal scharf an b d und visiert in dieser Lage nach B. Sobald die Visur genau in das auf B aufgestellte Signal eintrifft, ist der Tisch orientiert, und die Visuren A a und C c, rückwärts verlängert, müssen sich in einem gemeinsamen Punkte d schneiden.

Die Unbequemlichkeit der Kreiskonstruktion, welche gegen dieses Verfahren spricht, wird bei der folgenden Methode vermieden.

b) Auflösung mittelst mehrerer Fehlerdreiecke nach Lehmann.

Es gründet sich dieses Verfahren auf folgenden zuerst von dem sächsischen Major Lehmann ausgesprochenen Satz:

Nennt man nämlich $b\gamma$, Figur 117, oder diejenige Visur, welche zwischen $a\beta$ und $c\gamma$ fällt, die mittlere Visur, so muß:

1. Der Punkt d in all den Fällen, in welchen der Standpunkt D innerhalb des Dreieckes A B C der Natur fällt, innerhalb des entstandenen Fehlerdreieckes liegen.

2. Der Punkt d liegt jedoch außerhalb des Fehlerdreieckes, wenn auch der Tisch außerhalb des Dreieckes A B C der Natur über D steht, und zwar fallen d und das Fehlerdreieck

α) zu verschiedenen Seiten der mittleren Visur, wenn der Punkt D zwar außerhalb des Dreieckes A B C, aber noch innerhalb des durch A B C gedachten Kreises, oder wenn D außerhalb des Kreises, jedoch in einem Scheitelwinkel des Dreieckes A B C sich befinden und

β) auf dieselbe Seite der mittleren Visur, wenn D außerhalb des durch A B C gehenden Kreises einer Seite des Dreieckes gegenüber liegt.

3. Müssen sich die Abstände des Punktes d von den drei durch a, b und c gezogenen Visuren, wie die Entfernungen dieses Punktes von den Punkten a, b und c, also auch wie die Entfernungen des Punktes D der Natur von A, B und C verhalten.

Um letzteres zu beweisen, erinnere man sich, daß nach Figur 117 der Winkel $d a \alpha = d b \alpha = d b \gamma$ als Peripheriewinkel des Bogens $d \alpha$, ebenso $d b \gamma = d c \gamma$ als Peripheriewinkel des Bogens $d \gamma$, daher auch $d a \alpha = d b \gamma = d c \gamma$ ist. Fällt man nun von dem Punkte d aus auf die drei Visuren $a\beta$, $b\gamma$ und $c\gamma$ die Senkrechten dp, dq und dr, so sind dies die Entfernungen der einzelnen Visuren von dem Punkte d, und man kann nach dem bekannten Sinussatze setzen:

$$d p : a d = \sin d a p : \sin \text{tot};$$

oder was dasselbe, da ja $d a p = d a \alpha$ und $\sin \text{tot} = 1$ ist:

$$d p : a d = \sin d a \alpha : 1;$$

daraus $$\sin d a \alpha = \frac{d p}{d a};$$

ganz auf dieselbe Weise ergeben sich auch die Ausdrücke:

$$\sin d b \gamma = \frac{d q}{d b} \text{ und}$$

$$\sin d c \gamma = \frac{d r}{d c}.$$

Da nun zu gleichen Winkeln auch gleiche Sinuse gehören, so muß auch sein:

$$\frac{dp}{da} = \frac{dq}{db} = \frac{dr}{dc}$$

oder was dasselbe ist:

$$dp : dq : dr = da : db : dc$$

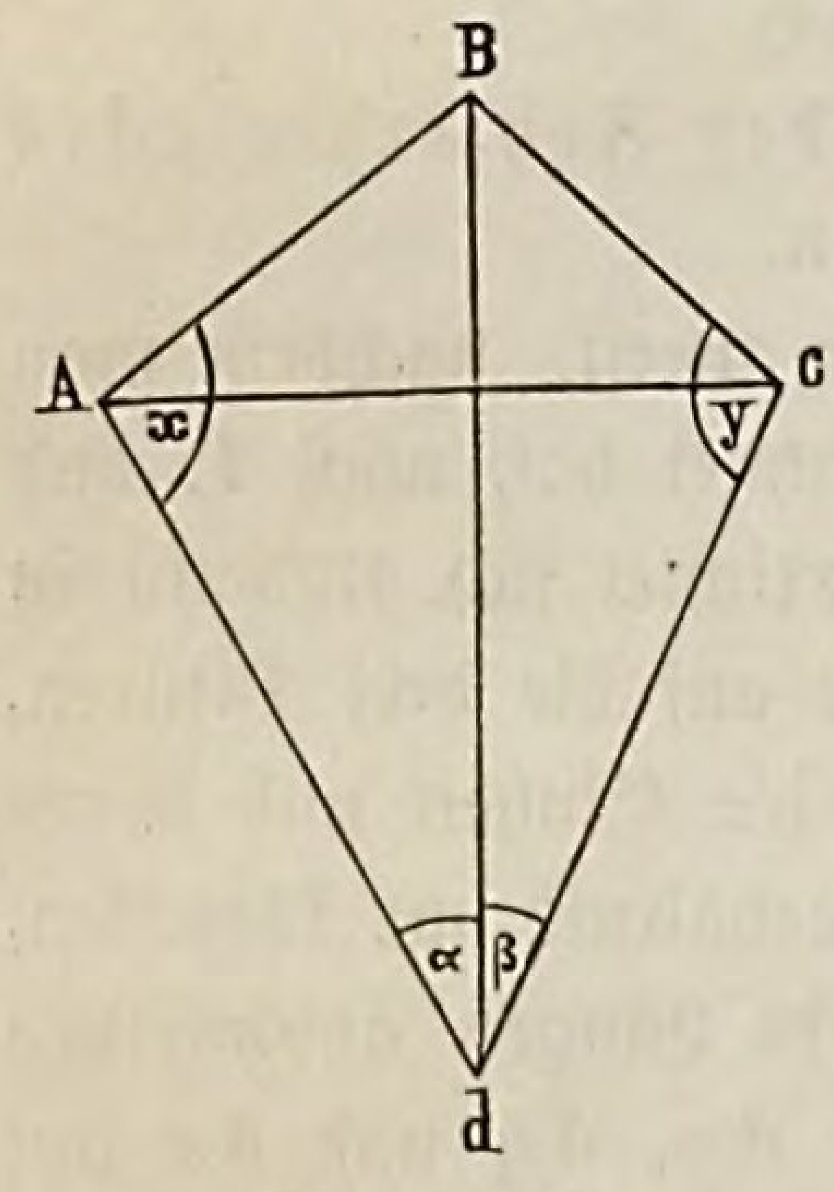
Man ist somit im Stande, aus der Lage des Fehlerdreieckes zugleich die Lage des Punktes d zu beurteilen.

Um nun die Aufgabe zu lösen, beurteilt man zuerst, nachdem man mittelst Rückwärtseinschneiden ein Fehlerdreieck verzeichnet hat, nach **1.** und **2.**, wohin der unbekannte Punkt d fallen wird, errichtet sich alsdann in jener Gegend nach dem Augenmaß kleine Senkrechte auf die drei Visuren, betrachtet die Senkrechte auf der kürzesten Visur als die Einheit und beurteilt die Größe der beiden übrigen Visuren im Verhältnis zur kürzesten, um hiernach an den senkrechten Linien entsprechende Längen abschneiden zu können. Alsdann rückt man diese Senkrechten dp, dq und dr auf ihren Visuren so lange hin und her, bis ihre Enden in einem Punkte, etwa d' zusammenstoßen. An diesen Punkt, welcher vorläufig als der richtige angenommen wird und an den gegebenen Punkt b legt man nun das Diopter- oder Perspektivlineal genau an, dreht den Meßtisch so lange, bis, bei unveränderter Stellung des Lineals, die Visur genau in das auf B errichtete Signal einschneidet. Jetzt stellt man den Meßtisch fest, legt das Lineal an a und dann an c, visiert nach A und dann nach C und verlängert die Visuren rückwärts, so wird man ein anderes, bedeutend kleineres Fehlerdreieck als das erste erhalten. Verfährt man nun mit diesem zweiten Fehlerdreieck gerade wie mit dem ersten, so wird man wieder einen etwas anders liegenden Punkt d'' finden, von welchem aus man den Tisch nochmals orientiert und ein drittes Fehlerdreieck konstruiert, welches wieder kleiner als das zweite sein wird. Fährt man auf diese Weise fort, bis das Fehlerdreieck so klein ausfällt, daß es nur noch einen Punkt ausmacht, so ist dies der richtige Standpunkt d. Diese Methode wird in der Praxis häufig angewendet.

Von der soeben beschriebenen Methode des Rückwärtseinschneidens macht man namentlich bei der graphischen Triangulation Gebrauch, bei der es öfter vorzukommen pflegt, daß auf dem Meßtischblatte etwa drei sichtbare, aber in der Natur nicht zugängliche, Punkte gegeben sind und man nach diesen von einem vierten Standpunkte aus, zum Zweck der weiteren Triangulation oder der Detailaufnahme, den Meßtisch orientieren will.

D. Trigonometrische Auflösung der Pothenotschen Aufgabe.

Auf dem Meßtischblatte sind gegeben die 3 Punkte A, B und C, folglich alle Seiten und Winkel des Dreieckes A B C. Stellt man den Tisch in dem vierten Punkte d auf, so lassen sich, obgleich die Lage des letztgenannten Punktes auf dem Tische nicht genau bekannt ist, doch die Rayons nach A, B und C so ziehen, daß die eingeschlossenen Winkel α und β genau sind. Um daher auf trigonometrischem Wege die Lage des Punktes d zu finden, braucht man nur mittelst der durch einen Transporteur ins Gradmaß übersetzten Winkel zu berechnen, welchen Winkel der Rayon A d mit der Dreiecksseite A B bilde.



Figur 118.

Bezeichnet man den gesuchten Winkel B A d mit x, den Winkel B C d mit y, so ist in dem Vierecke A B C d die Winkelsumme = 4 R. Da aber Winkel A B C, ferner α und β gegeben und dem Gradmaße nach bekannt sind, so ist:

$$x + y = 4\,R - (A\,B\,C + \alpha + \beta),$$

welche Differenz man der Kürze halber mit S bezeichnen kann. Nach der Sinusregel verhält sich nun

$$A\,B : B\,d = \sin\alpha : \sin x$$

woraus $B\,d = \dfrac{A\,B \cdot \sin x}{\sin\alpha}$.

Ebenso verhält sich $B\,C : B\,d = \sin\beta : \sin(S - x)$

woraus $B\,d = \dfrac{B\,C \cdot \sin(S - x)}{\sin\beta}$

also ist $\dfrac{A\,B \cdot \sin x}{\sin\alpha} = \dfrac{B\,C \cdot \sin(S - x)}{\sin\beta}$

$$\begin{aligned} A\,B \cdot \sin x \cdot \sin\beta &= B\,C \cdot \sin(S - x) \cdot \sin\alpha \\ &= B\,C \cdot (\sin S \cdot \cos x - \cos S \cdot \sin x) \sin\alpha \\ &= B\,C \cdot \sin\alpha \cdot \sin S \cdot \cos x - B\,C \cdot \sin\alpha \cdot \cos S \cdot \sin x \end{aligned}$$

Wird nun jede Gleichungsseite mit $\sin x$ dividiert, so ergiebt sich

$$A\,B \cdot \sin\beta = B\,C \sin\alpha \cdot \sin S \operatorname{cotg} x - B\,C \sin\alpha \cdot \cos S$$

woraus die gesuchte $\operatorname{cotg} x = \dfrac{A\,B \cdot \sin\beta}{B\,C \cdot \sin\alpha \cdot \sin S} + \dfrac{B\,C \cdot \sin\alpha \cdot \cos S}{B\,C \cdot \sin\alpha \cdot \sin S}$

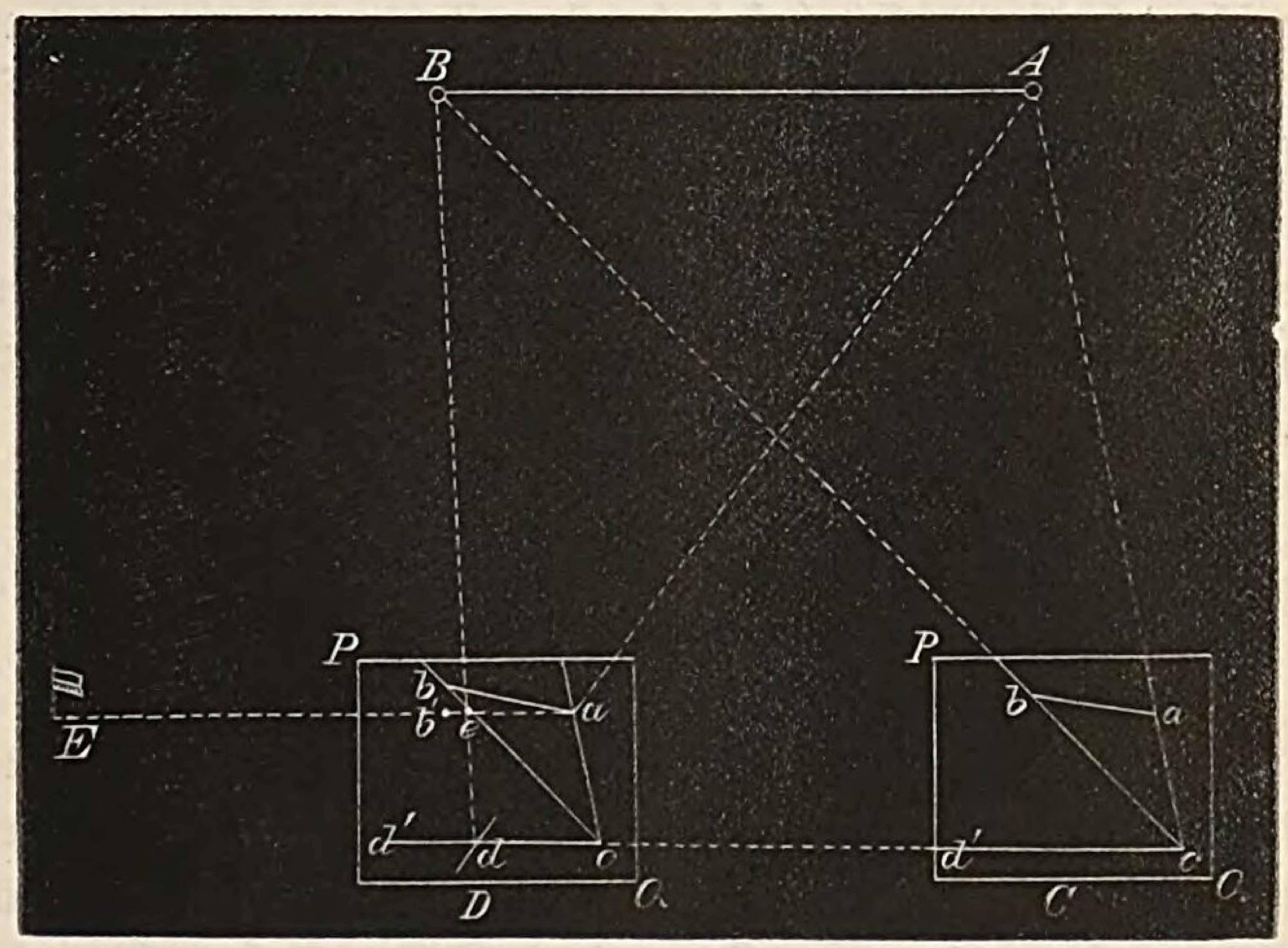
oder $\operatorname{cotg} x = \dfrac{A\,B \cdot \sin\beta}{B\,C \cdot \sin\alpha \cdot \sin S} + \operatorname{cotg} S.$

Ist hierdurch die Größe des Winkels x auf trigonometrische Weise gefunden, so ist $y = 4R - (ABC + \alpha + \beta + x)$ und man kann daher in den Punkten A und B an die gegebenen Seiten AB und BC mittelst des Transporteurs die Winkel x und y auftragen, deren Schenkel die beiden gesuchten Rayons Ad und Cd, sowie ihren Schnittpunkt d liefern. Wird dann dieser letztere genau über dem Stationspunkte D eingelotet, das Lineal an Ad angelegt, und die Kippregel auf das Signal A scharf eingestellt, so ist der Tisch orientiert.

7. Den Meßtisch nach blos zwei gegebenen unzugänglichen Punkten, jedoch aus zwei Standpunkten, zu orientieren.

§ 48.

Es seien AB, Figur 119, die zwei gegebenen Punkte in der Natur, ab die ihnen entsprechenden auf dem Meßtische, deren Entfernung von einander bekannt; C und D, welche weder in der Linie AB, noch in der Verlängerung derselben liegen dürfen, seien die zwei Punkte, von welchen aus die Orientierung des Tisches vorgenommen werden soll.



Figur 119.

Unter der Voraussetzung, daß sowohl von C als D aus die Punkte A und B sichtbar sind, und D überdies noch eine solche Lage erhält, daß die Linien CD und CA nahezu einen rechten Winkel einschließen, stellt

man sich vorläufig über dem Punkte C auf, giebt nach dem Augenmaße a b eine möglichst parallele Lage zu A B, legt alsdann das Diopter- oder Perspektivlineal an a und dann an b, visiert zuerst nach A und dann nach B und bestimmt auf diese Weise durch Rückwärtseinschneiden auf dem Tischblatte den Punkt c. Hierauf legt man das Lineal an c, visiert nach dem in D aufgestellten Signale und zieht den Rayon c d′.

Nachdem man in dem Standpunkte C ein Signal errichtet, verläßt man denselben, begiebt sich mit dem Meßtisch über D und orientiert in der Richtung D C, indem man das Lineal an d′ c anlegt und nach C einvisiert. Es sind jetzt offenbar die Visuren c a, c b und d′ c parallel mit den Linien C A, C B und C D. Legt man deshalb jetzt das Lineal an a, visiert nach A und durchschneidet rückwärts den Rayon c d′, so wird der Schnittpunkt d den wahren Standpunkt bezeichnen. Nun ist aber a b noch immer nicht parallel zu A B; um dieses zu bewerkstelligen, legt man das Lineal an d, visiert nach B und durchschneidet b c in e, so wird a e parallel zu A B sein. Schiebt man jetzt das Lineal noch an a e und steckt in dieser Visierlinie in möglichst großer Entfernung noch das Signal E auf, legt dann das Lineal an a b und dreht den Tisch so lange, bis diese Visur genau in das Signal E zu stehen kommt, wobei b die Stellung b′ erhalten wird, so ist der Meßtisch orientiert. Weil sich bei der Bestimmung von c und d der Meßtisch noch nicht in vollkommen richtiger Lage befand, so bedürfen beide jetzt noch einer kleinen Korrektion, und zwar wird der richtige Punkt d durch nochmaliges Rückwärtseinschneiden, c aber dadurch bestimmt, daß man das Lineal an das berichtigte d anlegt, nach C visiert und den Rayon a c durchschneidet; der sich so ergebende Schnittpunkt ist dann der richtige Punkt c.

8. Die Aufnahme aus dem Umfange.

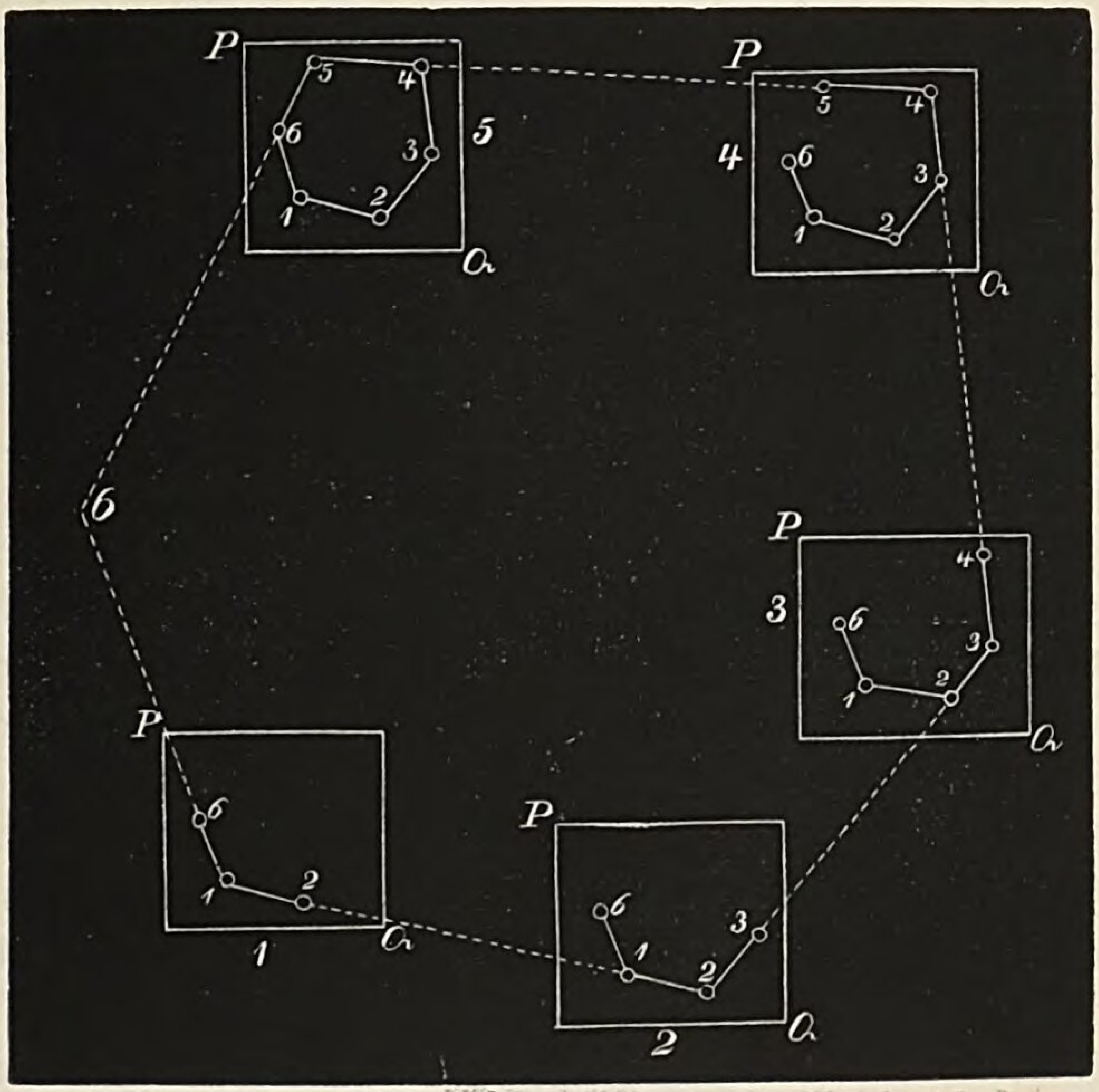
§ 49.

Die bis jetzt beschriebenen Methoden der Meßtischaufnahme finden namentlich in den Fällen eine ausgedehnte Anwendung, in welchen die zu vermessende Fläche, wie bei Feldern, Wiesen, Weiden u. s. w., nach Innen zugänglich oder übersehbar ist. Treten diese Fälle jedoch nicht ein, wie dies z. B. bei Waldungen und angebauten Getreidefeldern der Fall ist, so muß die betreffende Fläche aus dem Umfange aufgenommen werden, was nach zwei von einander abweichenden Methoden geschehen kann. Man unterscheidet nämlich:

A. Die Aufnahme aus dem Umfange ohne Springstände.

Es seien die mit Pflöcken bezeichneten Grenzpunkte einer aufzunehmenden Waldfläche durch 1, 2, 3, 4, 5 und 6 dargestellt, von welchen jedoch in Figur 120 nur der Punkt 6 sichtbar ist, weil die übrigen durch den Meßtisch P Q verdeckt sind.

Nachdem man sich von der aufzunehmenden Fläche ein möglichst genaues Brouillon entworfen hat, stellt man den Meßtisch genau über dem Pflock 1 der Natur horizontal auf, wählt diesem entsprechend auf dem Tischblatte einen Punkt dergestalt, daß, nach dem Brouillon zu schließen, die ganze



Figur 120.

Fläche auf das Blatt verzeichnet werden kann, bringt diesen Punkt des Tisches mit Hilfe der Lotgabel genau senkrecht über den Pflock Nr. 1 der Natur, legt hierauf an den mit 1 bezeichneten Punkt das Diopter- oder Perspektivlineal und zieht, nach den mit Signalen bezeichneten Pflöcken 6 und 2 visirend, die Rayons von 1 nach 6 und von 1 nach 2, läßt gleichzeitig diese Linien mit den bekannten Werkzeugen messen, trägt die Entfernungen, von 1 ausgehend, auf die Rayons auf, wobei man in der Regel

den landesüblichen Katastralmaßstab, in Österreich z. B. 1 : 2880, wählen wird, so erhält man die Seiten 1, 6 und 1, 2 und den von diesen eingeschlossenen Winkel 6, 1, 2 des Polygons im verjüngten Maßstabe. Nun errichtet man in 1 das Signal und begiebt sich nach dem Pflock 2, bringt den auf dem Tische bereits bestimmten Punkt 2 genau über Pflock 2 in der Natur, orientiert den Tisch so scharf wie möglich nach der Visur 1, 2, legt das Lineal an 2 und visiert nach 3, zieht den Rayon 2, 3, mißt die Linie von 2 nach 3 und trägt sie ebenfalls nach dem gegebenen Maßstabe auf, so erhält man die dritte Seite des Polygons. Auf diese Weise fährt man fort, sich über jedem folgenden Pflock aufzustellen und die nämlichen Operationen vorzunehmen, bis man endlich auf dem Pflocke 5 anlangt. Hier orientiert man den Tisch nach 5, 4, legt dann das Diopterlineal an 5 und visiert nach 6. Im Falle fehlerfrei gearbeitet wurde, muß der Rayon von 5 nach 6 durch den bereits auf dem ersten Standpunkte bestimmten Punkt 6 gehen und die in der Natur gemessene Seite 5, 6 in den Maßstab genommen, genau in die Endpunkte der Linie 5, 6 auf dem Tische einpassen, d. h. das Polygon muß zum Schluß gebracht sein.

Diese Methode, welche in der Praxis neben der folgenden sehr häufige Anwendung findet, erfordert namentlich in den Fällen eine große Aufmerksamkeit, in welchen es sich um die Aufnahme sehr großer und mit vielen Winkelpunkten behafteten Polygonen von vielleicht 50 und mehr Hektar Flächeninhalt handelt. Um die sich hierbei gern einschleichenden, unvermeidlich kleinen Fehler möglichst zu beseitigen, beobachte man noch folgende wichtige Verhaltungsmaßregeln:

a) Muß der angenommene oder durch Rayonieren bestimmte Punkt auf dem Meßtische immer genau in vertikale Stellung über den gleichnamigen Punkt der Natur gebracht werden, d. h. die Aufstellung soll durchaus zentrisch sein.

b) Enthält die aufzunehmende Fläche an ihrem Umfange viele kurze Seiten und Krümmungen, so stelle man sich nicht über jedem Umfangspunkte auf, sondern lege sich so nahe als möglich an den Umfang ein Polygon von längeren Seiten, und bestimme von diesen Seiten aus, mit Hilfe der Kreuzscheibe oder des Winkelspiegels, mittelst Ordinaten die kleineren Krümmungen, wobei bemerkt wird, daß an all den Stellen, wo die Seiten des ursprünglichen Polygons eine genügende Länge besitzen, die beiden Polygone wieder in eines übergehen können.

c) Nehme man das aus vielen Seiten bestehende Polygon nie ganz nach einer Richtung, sondern, von dem ersten Standpunkte ausgehend, zur

einen Hälfte nach der rechten, und zur andern Hälfte nach der linken Seite auf, wodurch die Anhäufung der unvermeidlich kleinen Fehler gemäßigt wird und der Schluß des Polygons nach § 51 leichter zu bewerkstelligen ist.

d) Befindet sich innerhalb oder auch außerhalb des Polygons ein von drei oder mehreren Grenzpunkten aus sichtbarer hervorragender Punkt, z. B. ein auffallender Baum, ein Wegweiser, Kirchturm u. s. w., so unterlasse man nie, so oft letzterer von irgend einem Standpunkte aus sichtbar wird, denselben mittelst Vorwärtsabschneiden zu bestimmen, weil die Visuren nach einem derartigen Objekte bei richtiger Aufnahme sämtlich in einen Punkt zusammenfallen müssen, und deshalb als Kontrolle dienen können.

e) Die Messung der Umfangsseiten mittelst Kette, Stahlband oder mit gut gearbeiteten Meßlatten, muß namentlich auf unebenem Terrain mit aller Vorsicht vorgenommen werden.

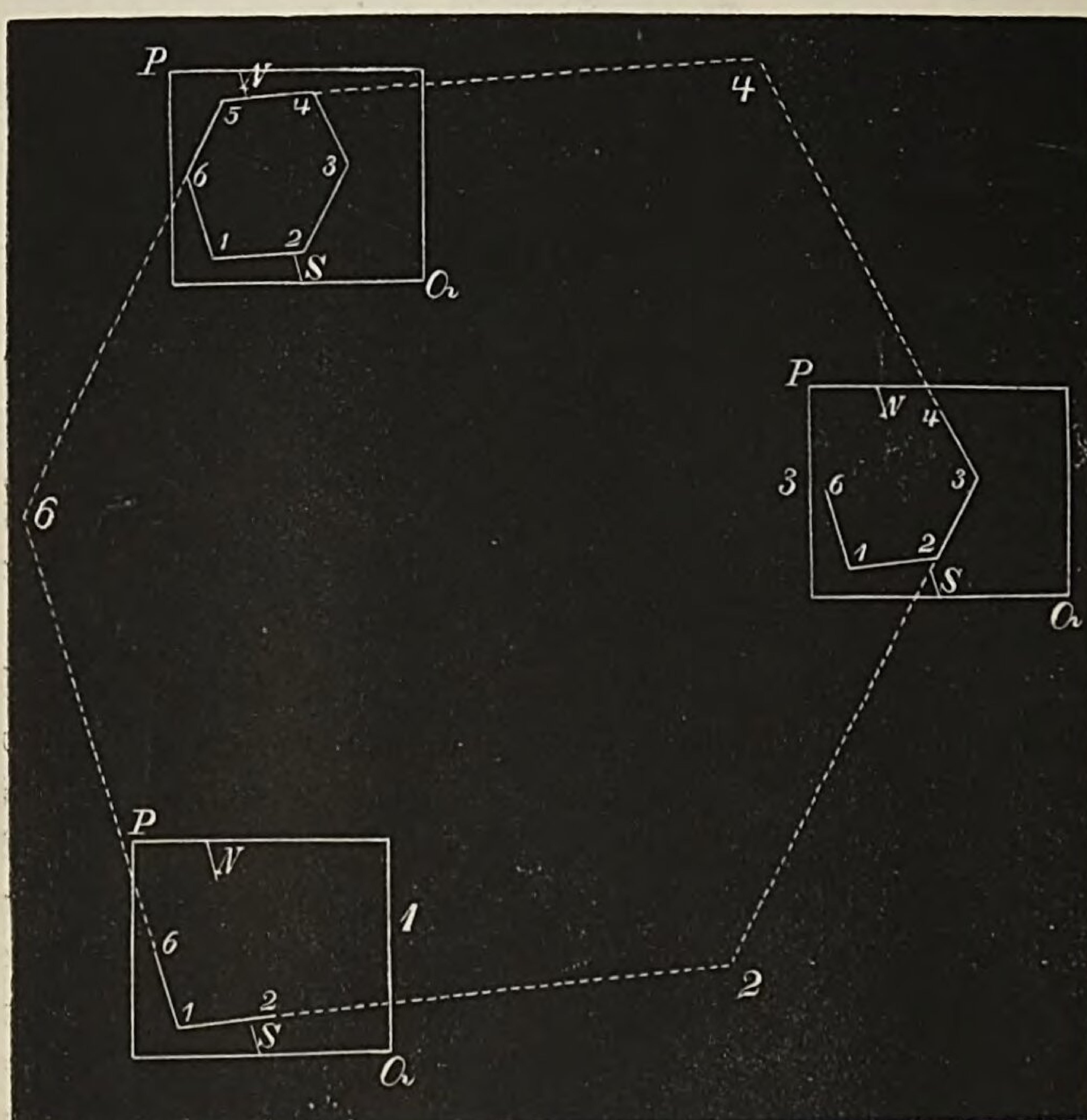
f) Unterlasse man nie die Richtung der einzelnen Rayons auch noch durch besondere Randmarken (kurze, in der Richtung der Rayons liegende Linien am Rande des Tischblattes) anzudeuten, weil nur diese eine genaue Orientierung des Meßtisches ermöglichen, welche gerade bei der Umfangsmessung eine so wichtige Rolle spielt.

B. Die Aufnahme aus dem Umfange mit der Orientierungsboussole oder mittelst Springständen.

Soll nach dieser, namentlich bei Waldvermessungen üblichen Methode, bei welcher immer ein Standpunkt übersprungen wird, ein Polygon 1, 2, 3, 4, 5, 6, Figur 121, aufgenommen werden, so verfahre man wie folgt:

Nachdem die aufzunehmenden Punkte mit nummerierten Pflöcken versehen, nötigenfalls auch mit Signalen bezeichnet sind, und ein möglichst genaues Brouillon von der aufzunehmenden Fläche gefertigt ist, stellt man den Meßtisch über dem Anfangspunkte 1 in der Natur fest und horizontal auf, bestimmt alsdann auf dem Tischblatte nach dem Brouillon einen Punkt 1 so, daß mutmaßlich die ganze Figur auf das Blatt verzeichnet werden kann. Hierauf bringt man mittelst der Lotgabel den auf dem Meßtische gewählten Punkt genau über den betreffenden Pflock der Natur, legt das Diopter- oder Perspektivlineal an 1 an und zieht, nach 6 und 2 visierend, die Rayons 1, 6 und 1, 2, mißt die Entfernungen von 1 bis 6 und 1 bis 2 und trägt dieselben, von 1 ausgehend, auf die zugehörenden Rayons, so sind die Punkte 1, 2 und 6 auf dem Meßtische bestimmt. Jetzt setzt man, bei unverrückter Stellung des Tisches, die Orientierungsboussole, § 39, mit freispielender Nadel etwa auf die Mitte desselben, schiebt das Perspektiv-

oder Diopterlineal der Länge nach an die Boussole an und dreht beide so lange, bis die Nadel ganz scharf in das Nord- und Südzeichen einspielt, bezeichnet hierauf diese Richtung an den Rändern des Tischblattes durch die kurzen Rayons N und S, welche man scharf an der Kante des Lineals hinzieht, und nimmt die Boussole schließlich wieder hinweg. Daß sich bei dieser Operation in der Nähe kein Eisen oder eisenhaltige Objekte befinden dürfen, welche auf die Richtung der Magnetnadel einwirken können, versteht sich von selbst.



Figur 121.

Ist die Magnetnadel, wie am Schlusse des § 39 A. angegeben, an der Mitte irgend einer der vier Kanten des Tischblattes angeschraubt, was meist bei kleineren Meßtischen der Fall ist, so orientiert man den Meßtisch zuerst, d. h. man bringt die Magnetnadel in Übereinstimmung mit dem Nord-Südzeichen der Boussole und zieht erst dann die Rayons von 1 nach 6 und von 1 nach 2.

Nachdem man auf die erste oder zweite Methode den Tisch orientiert und die Rayons gezogen hat, verläßt man den Standpunkt 1 und begiebt sich, den Punkt 2 überspringend, sogleich nach 3, stellt über diesem Pflock den Tisch fest und horizontal auf, legt, wenn der Tisch in Punkt 1 nach dem ersten Verfahren orientiert wurde, das Lineal scharf an die Linie NS, schiebt noch überdies die Orientierungsboussole daran und dreht bei geöffneter Herzschraube das Tischblatt langsam und so weit herum, bis die Nadel genau in das Nord-Südzeichen der Boussole einspielt, worauf die Herzschraube wieder angezogen und der Tisch festgestellt wird. Bei Meßtischen mit festgeschraubter Orientierungsboussole löst man einfach die Bremsschraube und führt das Tischblatt dann so lange im Kreise herum, bis die Nadel wieder in dem Nord-Südzeichen einsteht, worauf das Tischblatt festgeschraubt wird. In dieser Stellung muß, bei der einen wie bei der anderen Orientierung, die Nord-Südrichtung jedenfalls parallel zur ersten Aufstellung des Meßtisches sein, und müssen somit auch die Linien 1, 2 und 1, 6 auf dem Meßtische mit den gleichnamigen Linien 1, 2 und 1, 6 der Natur parallel laufen. Legt man daher das Lineal an den bereits bestimmten Punkt 2, visiert in dieser Stellung nach dem in Pflock 2 aufgerichteten Signale der Natur, zieht die Visierlinie 2, 3 und trägt die vorher zu messende Linie 2, 3 im verjüngten Maßstabe, von 2 ausgehend, auf, so ist jetzt offenbar der Winkel 1, 2, 3 auf dem Tische gleich dem Winkel 1, 2, 3 der Natur und somit der Punkt 3 ebenfalls bestimmt. Jetzt bringt man mit Hilfe der Lotgabel Punkt 3 auf dem Tische genau über Punkt 3 der Natur, legt das Lineal an 3 an, visiert nach 4, zieht den Rayon 3, 4, trägt auf diesen die Länge der Linie 3, 4 auf und erhält in dieser Weise auf demselben Stande noch den Punkt 4. Nun verläßt man den Standpunkt 3, überspringt 4 und begiebt sich sogleich über 5, wo man dieselbe Operation wie in 3 wiederholt. Es ist eileuchtend, daß bei richtiger Arbeit die Visur von 5 nach 6, sowie die in verjüngtem Maßstabe aufgetragene Linie 5, 6 auch hier wieder genau mit dem bereits von 1 aufgenommenen Punkte 6 zusammenfallen muß.

Hat man eine Fläche mit sehr vielen Umfangswinkeln aufzunehmen, so gebrauche man die Vorsicht, von Zeit zu Zeit, etwa in jedem fünften oder zehnten Standpunkte, die Richtigkeit der Orientierung zu prüfen. Zu diesem Behufe begebe man sich dann sogleich über den nächsten Pflock, überspringe also keinen, orientiere den Tisch blos nach der letzten Visur, lege alsdann das Diopterlineal an die Marken N und S, schiebe die Orientierungsboussole daran, so muß die Nadel vollkommen in das Nord-Südzeichen einspielen,

während im andern Falle entweder ein Fehler unterlaufen ist oder sonstige Einflüsse auf die Magnetnadel eingewirkt haben. Ist letzteres konstatiert, so darf die Boussole nicht weiter angewendet werden.

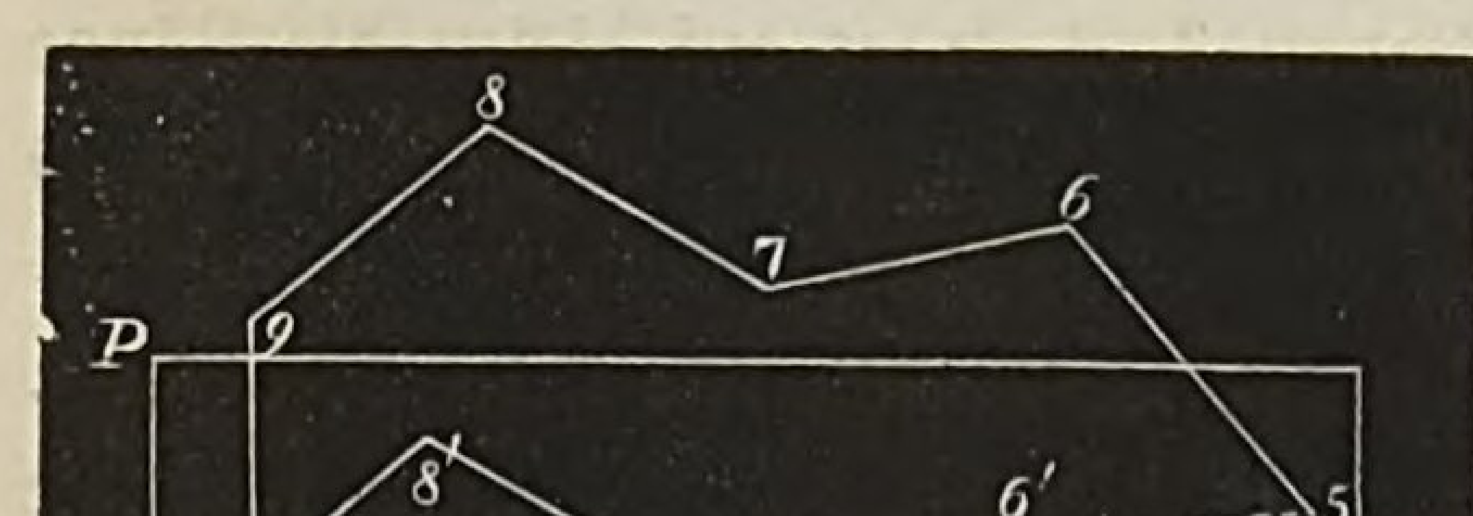
Die soeben beschriebene Methode, mit Springständen zu arbeiten, begünstigt zwar ein rasches Fortschreiten der Vermessung sehr und kann auch in allen den Fällen, in welchen die Nadel weniger Schwankungen unterliegt, mit gutem Erfolg besonders da angewendet werden, wo die Umfangsseiten und darum die Stationen sehr kurz sind. Unter anderen Verhältnissen jedoch, und namentlich bei langen Umfangslinien, verdient die Umfangsmethode ohne Springstände unbedingt den Vorzug.

9. Hilfsmittel, wenn das Tischblatt bei der Aufnahme irgend einer Figur nicht ausreichen sollte.

§ 50.

Manche Polygone sind so ungestaltet, oder der erste Punkt wird bei dem Beginn der Arbeit so unvorteilhaft auf dem Tischblatt angenommen, oder der Maßstab wird, um genauere Resultate zu erhalten, vielleicht so groß gewählt, daß die ganze Figur im Zusammenhange nicht auf ein Tischblatt zu bringen ist.

Will man nun in einem solchen Falle die Arbeit doch gern auf demselben Blatte fortsetzen und vollenden, so können folgende Verfahrungsweisen eingeschlagen werden.



Figur 122.

A. Es sei P Q, Figur 122, das Meßtischblatt, und 1 bezeichne den ersten Standpunkt. Nachdem man aus dem Umfange die Punkte von 1 bis 5 aufgenommen, findet man, daß der Pflock 6 und mehrere folgende außerhalb des Tisches zu liegen kommen. Man hilft sich nun dadurch, daß man nach dem Brouillon oder mittelst Schrittmessung ungefähr bestimmt, wie weit der entfernteste Punkt (hier 8) über das Tischblatt hinausfällt und hierauf, dieser Entfernung entsprechend, den Punkt 5 so weit in

das Tischblatt heruntersetzt (hier nach 5'), daß man von der Möglichkeit, jetzt alle ausfallenden Punkte auf dem Tische verzeichnen zu können, überzeugt ist. Nun zieht man durch 5' zu 5, 6 die Parallele 5' 6', trägt darauf 5, 6 auf, betrachtet jetzt 5' 6' als Orientierungsrayon und arbeitet nun in gewöhnlicher Weise so lange fort, bis man aus dem Brouillon oder der Aufnahme ersieht, daß die folgenden Punkte wieder auf das Tischblatt nach ihrer wirklichen Lage zu stehen kommen.

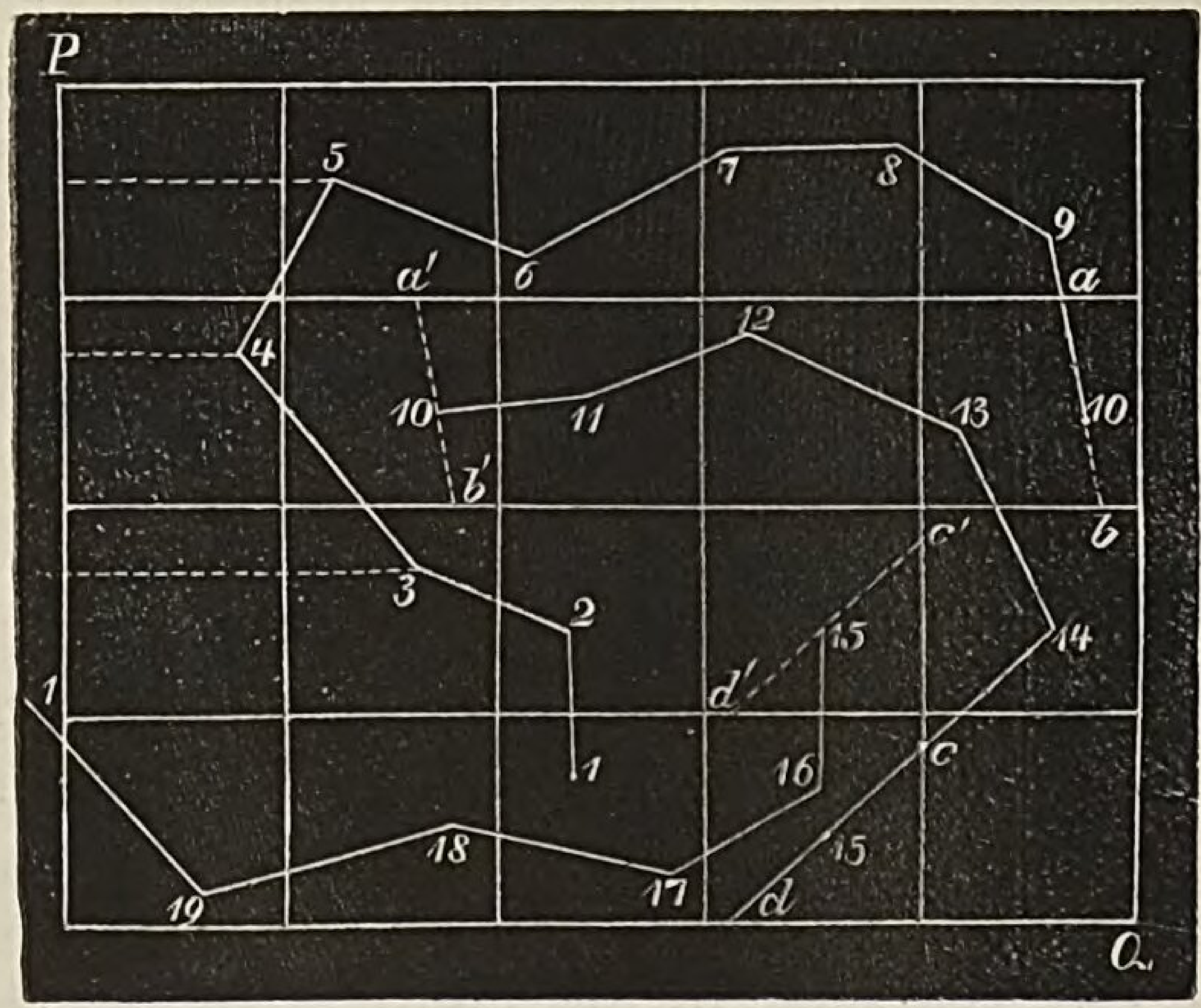
Sollte der Rayon von 5 nach 6 nur noch zum kleinen Teil an den Rand des Tisches fallen, die Parallele 5' 6' daher ungenau werden, so thut man besser, durch 5' eine Parallele zu 4, 5 zu legen und letztere, nämlich 4', 5', als Orientierungsrayon zu benutzen.

Es handelt sich nun noch darum, den Punkt 10' wieder an diejenige Stelle des Tischblattes zu verlegen, an welche derselbe gefallen wäre, wenn man vorübergehend den Punkt 5 nicht nach 5' verlegt haben würde. Zu diesem Behufe verbindet man 10' mit 5' und zieht durch 5 eine Parallele 5, 10 zu 5', 10', macht 5, 10 gleich 5', 10', so wird 10 der richtige Punkt sein. Zieht man jetzt noch durch 10 eine Parallele 10, 9 zu 10', 9', so ist 10, 9 der neue Orientierungsrayon, von welchem aus dann die Arbeit wie anfänglich bis ans Ende fortgesetzt werden kann Nach beendigter Aufnahme überträgt man die Punkte 5', 6', 7', 8', 9' und 10' auf ein besonderes Blatt Papier und setzt die Punkte 5', 10' mit den Punkten 5 und 10 des eigentlichen Tischblattes zusammen, so ergiebt sich die ganze aufgenommene Figur.

B. Es kommt häufig vor, daß das Tischblatt schon vor Beginn der Arbeit mit einem sehr sorgfältig konstruierten Quadratnetze (§ 33) überzogen wird, um mittelst desselben nach beendigter Arbeit die Flächenermittelung vorzunehmen oder die Zeichnung darnach noch in einem anderen, meist kleineren Maßstabe zu verfertigen. Liegt also ein derartiges Quadratnetz über dem Meßtischblatt, so beginnt man die Arbeit an einer solchen Stelle des Blattes, von welcher aus mutmaßlich ein möglichst großer Teil der aufzunehmenden Fläche verzeichnet werden kann und setzt die Arbeit so lange wie thunlich fort.

In unserem Falle, Figur 123, käme man bis zu dem Punkte 10, da 11 schon über das Tischblatt hinausfallen würde. Man hilft sich jetzt dadurch, daß man den Rayon von 9 nach 10 bis auf eine Quadratlinie nach b verlängert, die Linie a b ganz genau in ein anderes passendes Quadrat, etwa nach a' b', überträgt und den Punkt 10 auf die Linie a' b' genau verzeichnet. Nun ist einleuchtend, daß a' b' die neue Orientierungslinie

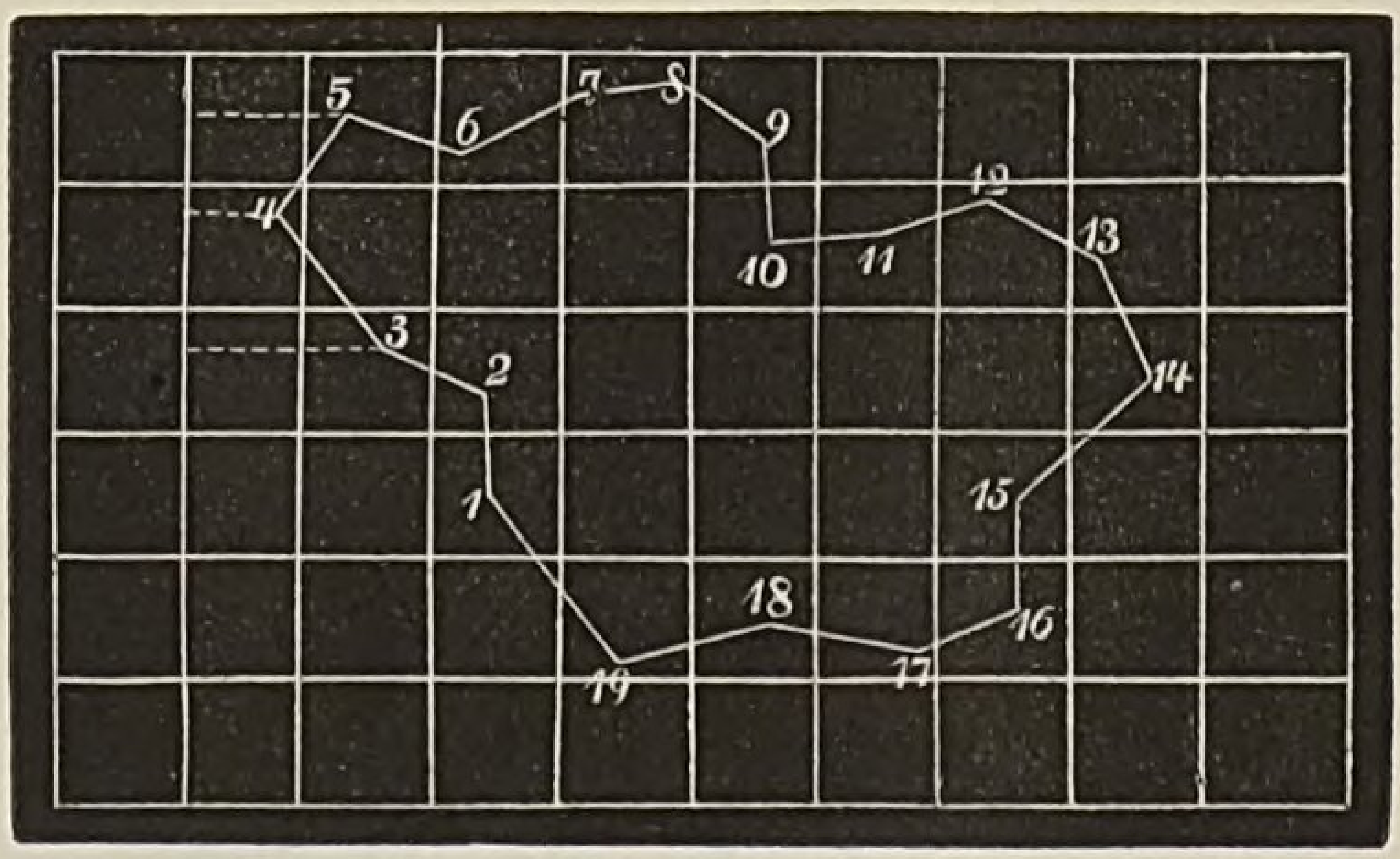
des Meßtisches abgeben wird, man also von hier aus die Arbeit bis zu dem Punkte 15 fortsetzen kann, da 16 schon über den Tisch fallen würde. Nun überträgt man wie vorher die Linie c d wieder in ein passendes Qua-



Figur 123.

drat nach c' d', legt daselbst auch genau den Punkt 15 fest und setzt sodann mit der Orientierungslinie c' d' die Arbeit bis zum Ende fort.

Will man nun die ganze Figur auf einem Blatte, etwa in der Hälfte des Maßstabes haben, so zeichnet man auf ein hinreichend großes Papier



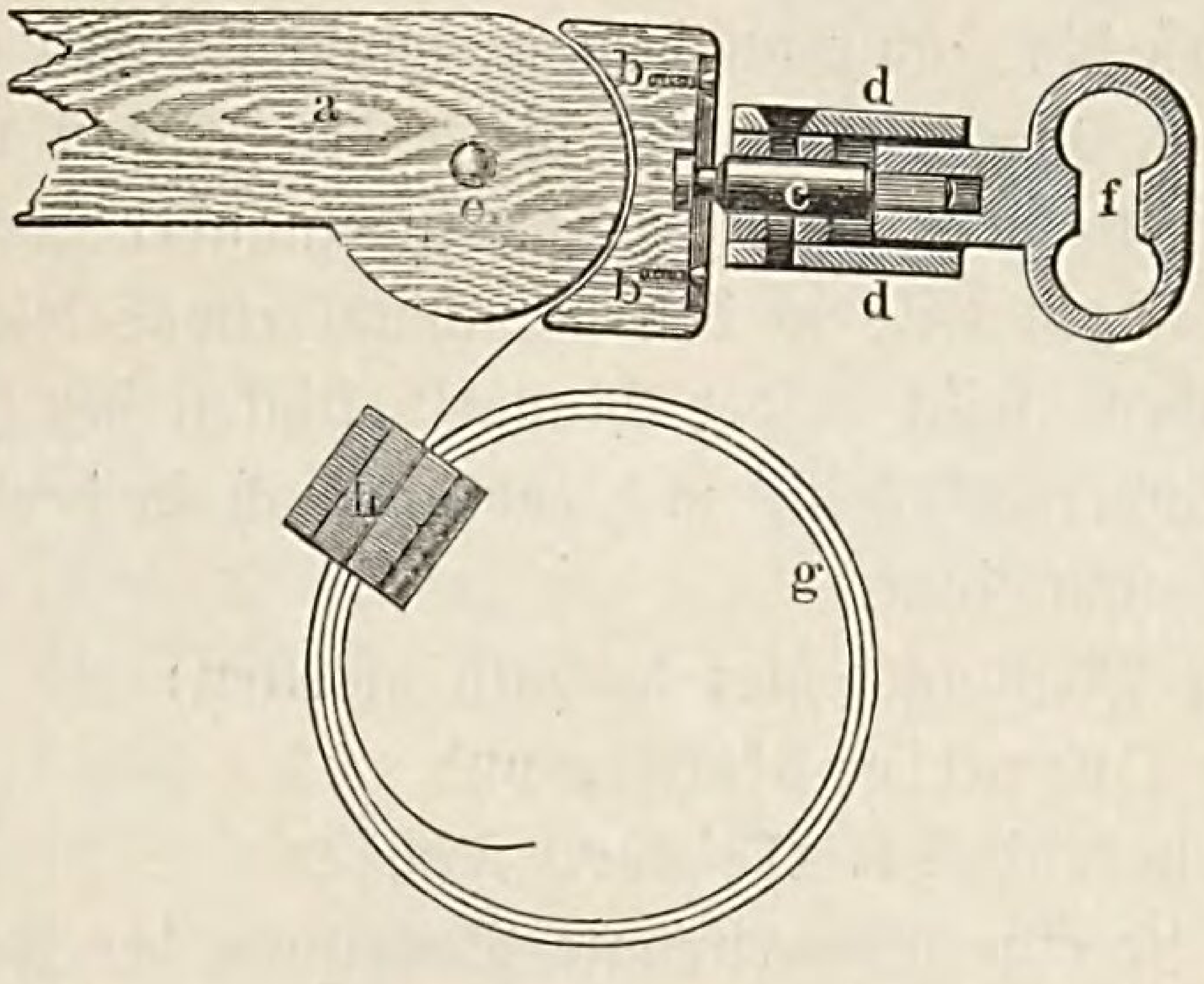
Figur 124.

ein genaues Quadratnetz mit nur halb so großen Quadratseiten, Figur 124, und überträgt endlich nach und nach auf dasselbe die aufgenommenen Punkte mittelst Koordinaten, wie dies bei den Punkten 3, 4 und 5 ersichtlich ist.

c. Für die Aufnahme schmaler Landstreifen, wie sie zum Bau der Straßen, Eisenbahnen und Flußkorrektionen nötig sind, hat Obergeometer Geyer in München eine Meßtischplatte zum Spannen endloser Papiere konstruiert, womit zunächst das durch ungleiches Eingehen des Papieres erschwerte Zusammenfügen der einzelnen Blätter vermieden wird.

Bei der Aufnahme bietet diese Platte das Angenehme, daß meist in der Mitte derselben operiert werden kann. Dies ermöglicht die Verschiebung der Platte in den Nuten ihrer Leisten und rechtwinklig dazu durch Verschieben des Papierstreifens.

Die Beschaffenheit dieser Vorrichtung dürfte aus Figur 125 genügend erkennbar sind.



Figur 125.

An zwei gegenüber liegenden Seiten hat die Tischplatte Cylinderteile a denen Holzbremsen b angepaßt sind. Jede derselben ist durch zwei Schrauben c gehalten und auch damit verstellbar. Die Muttern dieser Schrauben liegen in Metallbügeln, welche je aus zwei gegen die Mitte überhöhten Stahlblechstreifen d bestehen. Zum Einhängen an den nur wenig vorstehenden Stiften e der Tischplatte hat der Bügel auf der einen Seite einen feststehenden und auf der anderen Seite einen in Scharnier beweglichen Flügel, welcher durch eine Schraube an das Tischblatt angedrückt werden kann.

Wird nun das Papier zwischen die Holzcylinder und Bremsen gebracht, deren Druckschrauben mit einem Schlüssel f angezogen und der Bügel niedergedrückt, so erhält dadurch der Papierstreifen eine genügend feste Spannung.

An den Seiten wird das abwärts hängende gerollte Papier g am einfachsten durch Anklemmen amerikanischer Wäschzwingen h gehalten.

Die vorstehende Vorrichtung zum Aufspannen des Papieres wird vom mechanisch-mathematischen Institut von Ertel u. Sohn in München ausgeführt.

10. Berichtigung der nach dem Umfange aufgenommenen, nicht schließenden Figuren.

§ 51.

Wird eine schon etwas größere Figur nach einem Punkte hin in zwei verschiedenen Richtungen aus dem Umfange aufgenommen, so ereignet es sich nur selten, daß die Figur an dem gemeinschaftlichen Endpunkte genau zum Schluß kommt, vielmehr stehen die beiden Enden meist etwas auseinander oder greifen mehr oder weniger in einander über. Die Ursachen dieser Erscheinung liegen teils in den manchmal etwas leichtfertigen Operationen des Messenden, teils in der Mangelhaftigkeit der Instrumente, den ungünstigen Terrainverhältnissen, und endlich auch in der Unvollständigkeit der menschlichen Gesichtssinne.

Man kann die Messungsfehler deshalb abteilen:

A. in grobe Operationsfehler und

B. in unvermeidliche, kleinere Fehler.

Bei letzteren ist eine proportionale Verteilung der Fehleranhäufungen ohne Nachmessungen zulässig, erstere erheischen jedoch eine Aufsuchung des begangenen Fehlers auf dem Aufnahmeblatt und in der Natur. In beiden Fällen kann die Berichtigung wie folgt vorgenommen werden:

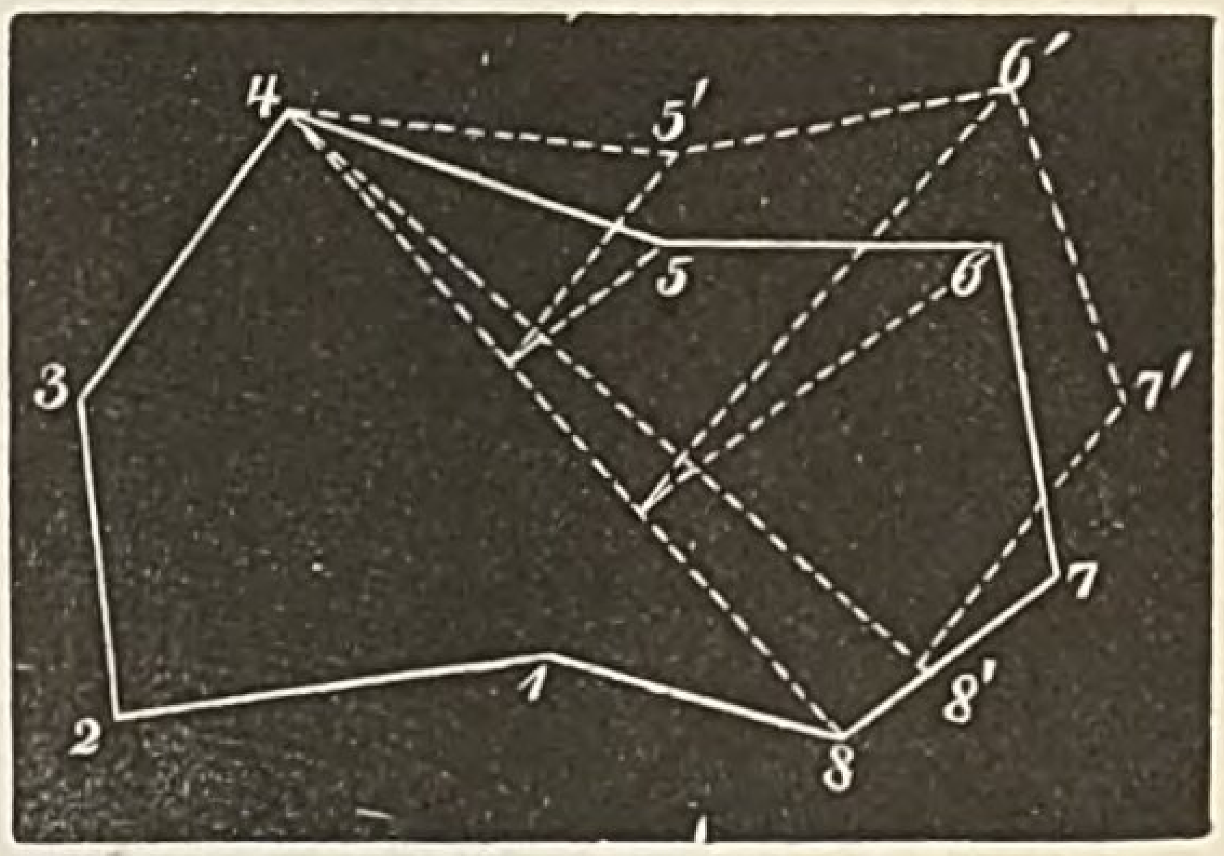
ad A. Verbesserung grober Vermessungsfehler.

Grobe Vermessungsfehler begehen namentlich Anfänger, aber auch geübte Geometer können in einen Irrtum verfallen; weshalb man sich nach jeder Aufnahme zunächst davon überzeugen muß, ob der vorhandene Fehler aus Nachlässigkeit entstanden ist oder nicht.

Ein solcher Operationsfehler kann sowohl aus einer unrichtigen Winkelbeobachtung, als auch aus einer fehlerhaften Messung oder Auftragung einer Seite, oder auch aus beiden zu gleicher Zeit entstanden sein.

a) Liegt der Fehler in der unrichtigen Verzeichnung eines Winkels, wie in Figur 126 bei 4, und stellt man durch 1, 2, 3, . . . 8 die richtigen Punkte der Figur vor, wie man sie auf dem Meßtische hätte erhalten müssen; nimmt man ferner an, die Punkte von 8 über 1 bis 4

seien fehlerfrei aufgenommen worden, dagegen habe man bei 4 nicht die Visierlinie 4, 5, sondern die falsche 4, 5′ gezogen, so werden natürlich die Punkte von 5′ bis 8′ fehlerhaft und können nicht mit den richtigen Punkten 5, 6, 7 und 8 zusammenfallen. Nimmt man nun an, daß von 5′ bis 8′ die Arbeit wieder richtig sei, und zieht man von 4 aus die Diagonalen 4, 8 und 4, 8′, so müssen in den Figuren 4, 5, 6, 7, 8 und 4, 5′, 6′, 7′, 8′ alle Seiten und Winkel gleich, also auch 4, 8′ = 4, 8 sein, nur haben die Seiten in letzterer Figur zu 8, 1, 2, 3 und 4 keine richtige Lage. Um daher zu untersuchen, an welchem Punkte ein Winkelfehler gemacht wurde, hat man nur nötig, diejenige Ecke (hier 4) aufzusuchen, welche von den Punkten 8′ und 8 gleich weit entfernt ist. Hat man auf diese Weise den fehlerhaften Punkt 4 gefunden, so verbindet man denselben mit 8 und 8′, und es handelt sich dann nur noch darum, den Teil 5′, 6′ und 7′ in seiner richtigen Lage an die Diagonale 4, 8 anzuschließen. Zu diesem Behufe zieht man aus 5′, 6′ und 7′ senkrechte Ordinaten auf 4, 8′, trägt hierauf die sich dabei auf 4, 8′ ergebenden Abscissen von 4 aus nach und nach auf 4, 8, errichtet in den einzelnen erhaltenen Punkten in 4, 8 wieder senkrechte Linien und trägt auf dieselben die Ordinaten der Punkte 5′, 6′, 7′, so erhält man die richtigen Punkte 5, 6 und 7.



Figur 126.

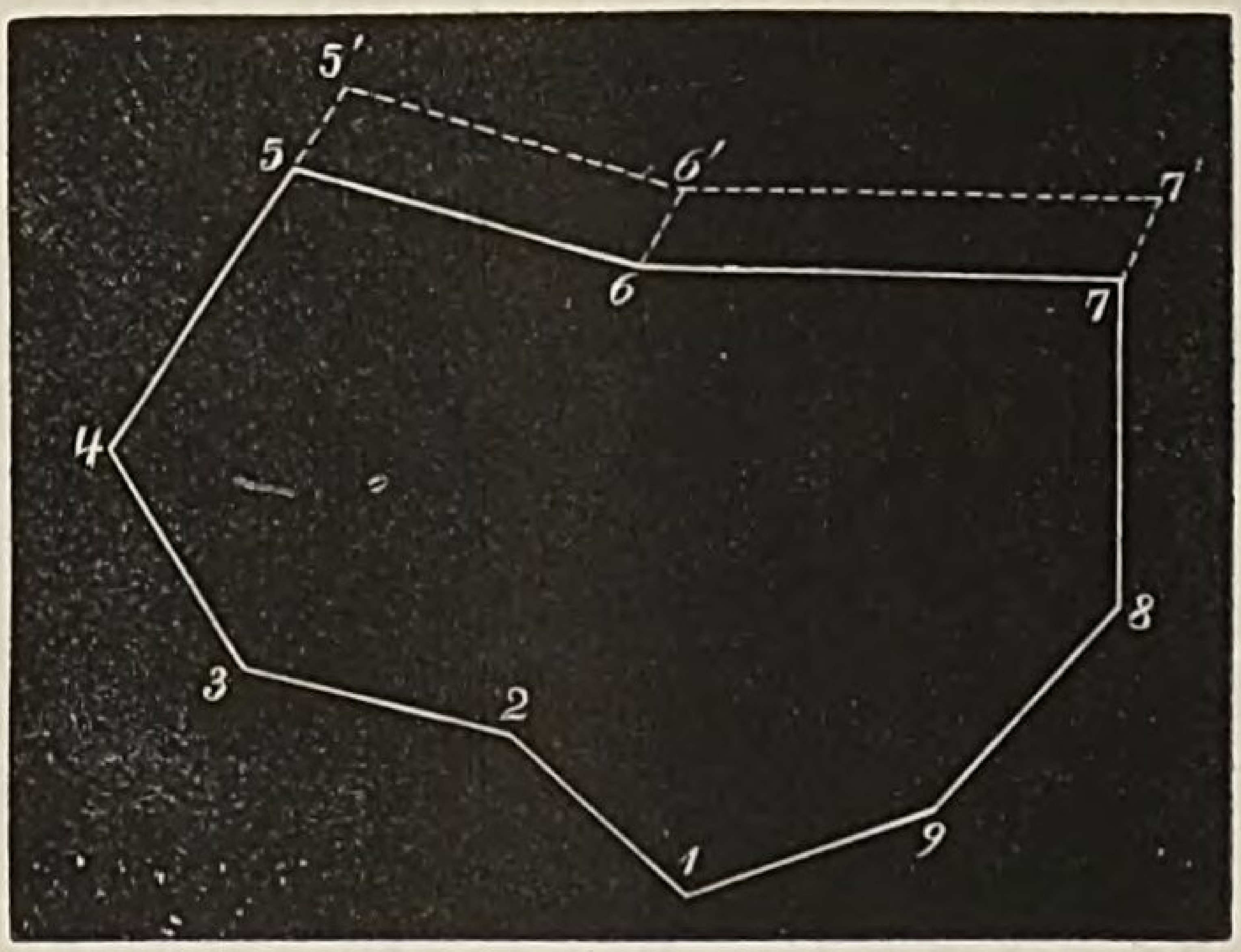
Immer ist es jedoch anzuempfehlen, vor der Korrektion noch zu untersuchen, ob der Fehler auch wirklich in dem Winkel 4 liegt. Man stellt deshalb den Meßtisch über 4 auf, orientiert ihn nach 3, visiert dann nach 5 und zieht den richtigen Rayon 4, 5, welcher von 4, 5′ genau oder nahe um den Winkel 5, 4, 5′ abweichen muß. Ist dies der Fall, so kann man die Berichtigung vornehmen, im anderen Falle ist der Fehler noch in anderen Ursachen zu suchen und darf daher nicht allein in 4 verbessert werden.

b) Liegt der Fehler in einer Seite, so läßt sich derselbe wie folgt auffinden:

In Figur 127 seien 1, 2, 3, 4 . . . . 9 die Punkte, welche man bei richtiger Arbeit erhalten müßte; von Punkt 2 aus sei die Aufnahme nach der einen Seite über 3, 4 bis 7′, nach der anderen Seite aber über 1, 9 bis 7 vorgenommen worden. Hätte man nun z. B. die Linie von 4 nach 5 um 10 Meter zu lang gemessen oder aufgetragen, so würde dieselbe

natürlich jetzt um das entsprechende Stück 5, 5′ zu lang. Eine weitere Folge hiervon ist, daß auch die Punkte 6 und 7 um das gleiche zu 5, 5′ parallele Stück 6, 6′ und 7, 7′ hinausgerückt werden und die Figur bei 7 nicht schließen kann.

Um diesen Fehler zu finden, verbindet man die beiden Schlußpunkte 7, 7′ mit einander, sucht auf dem Aufnahmeblatt jene Seite, welche zu 7, 7′ wenn nicht ganz, doch nahezu parallel läuft (in unserem Falle 4, 5), mißt diese Seite nochmals und sieht nach, ob sie richtig aufgetragen ist.



Figur 127.

Liegt der Fehler nur in einer Seite, so wird sich derselbe auf diese Weise immer ergeben. Man trägt daher in diesem Falle auf 4, 5 die wahre Entfernung auf, berichtigt die Punkte 6′ und 7′ in der Art, daß man durch den richtigen Punkt 5 zu 5′, 6′ eine Parallele 5, 6 = 5′, 6′ und eben so durch 6 eine Parallele zu 6′, 7′ = 6, 7 führt, so wird man die verbesserte Figur erhalten.

War jedoch vor der Korrektion die Linie 5, 5′ nicht vollkommen parallel zu 7, 7′, so wird auch nach der Verbesserung die Figur noch nicht vollständig schließen, und man hat diese kleinen Differenzen dann wie unvermeidliche kleine Fehler anzusehen und nach ad B. zu behandeln.

c) Sollte der Fehler bei einer nicht schließenden Figur auf die soeben beschriebene Weise nicht aufgefunden werden können, so ist dies ein sicherer Beweis, daß mehrere grobe Fehler bei der Aufnahme begangen wurden. In diesem Falle erscheint es immer am rätlichsten, die ganze Arbeit nochmals zu wiederholen, die jetzigen Abweichungen mit den ersten zu vergleichen und geeigneten Falls zu berichtigen.

ad **B**. Verbesserung kleiner, unvermeidlicher Fehler.

Die Unvollständigkeit der Meßapparate und mangelhafte menschliche Gesichtssinne sind, wie bereits erwähnt, die Ursachen, daß bei jeder Messung, selbst bei Beobachtung der allergrößten Sorgfalt, kleinere Fehler unterlaufen. Diese Abweichungen von der Wahrheit treten in all' den Fällen am stärksten hervor, in welchen, wie bei dem Meßtisch, die Messung nicht durch Rechnung, sondern mittelst Konstruktion ausgeführt wird; sie können jedoch da als verschwindend klein angesehen werden, wo man die einzelnen Punkte wie bei dem Rayonieren und Messen und Rayonieren und Schneiden (§§ 44 und 45) unabhängig von einander bestimmen kann. Bei der Umfangsmethode jedoch, bei der oft im Zusammenhange 60 bis 80 Aufstellungen nötig sind, kann ein anfänglich gemachter kleiner Fehler sich im Verlaufe der Arbeit so vergrößern, daß am Ende eine merkliche Abweichung entsteht. Hat man sich nun an einer nicht schließenden Figur davon überzeugt, daß der Fehler nicht von einem groben Versehen herrührt, so ist es gestattet, denselben auszugleichen, wenn er innerhalb der erlaubten Fehlergrenze liegt. Als solche kann aber angesehen werden, wenn der Abstand an den beiden Endpunkten bei günstigen Terrainverhältnissen nicht über $^1/_{800}$ bis $^1/_{600}$, bei ungünstigen Umständen aber nicht über $^1/_{400}$ bis $^1/_{200}$ des ganzen Umfanges beträgt. Bei gewöhnlichen land- und forstwirtschaftlichen Vermessungen kann sogar noch eine größere Fehlergrenze namentlich dann gestattet werden, wenn die Aufnahme mit kleineren Meßtischen erfolgte.

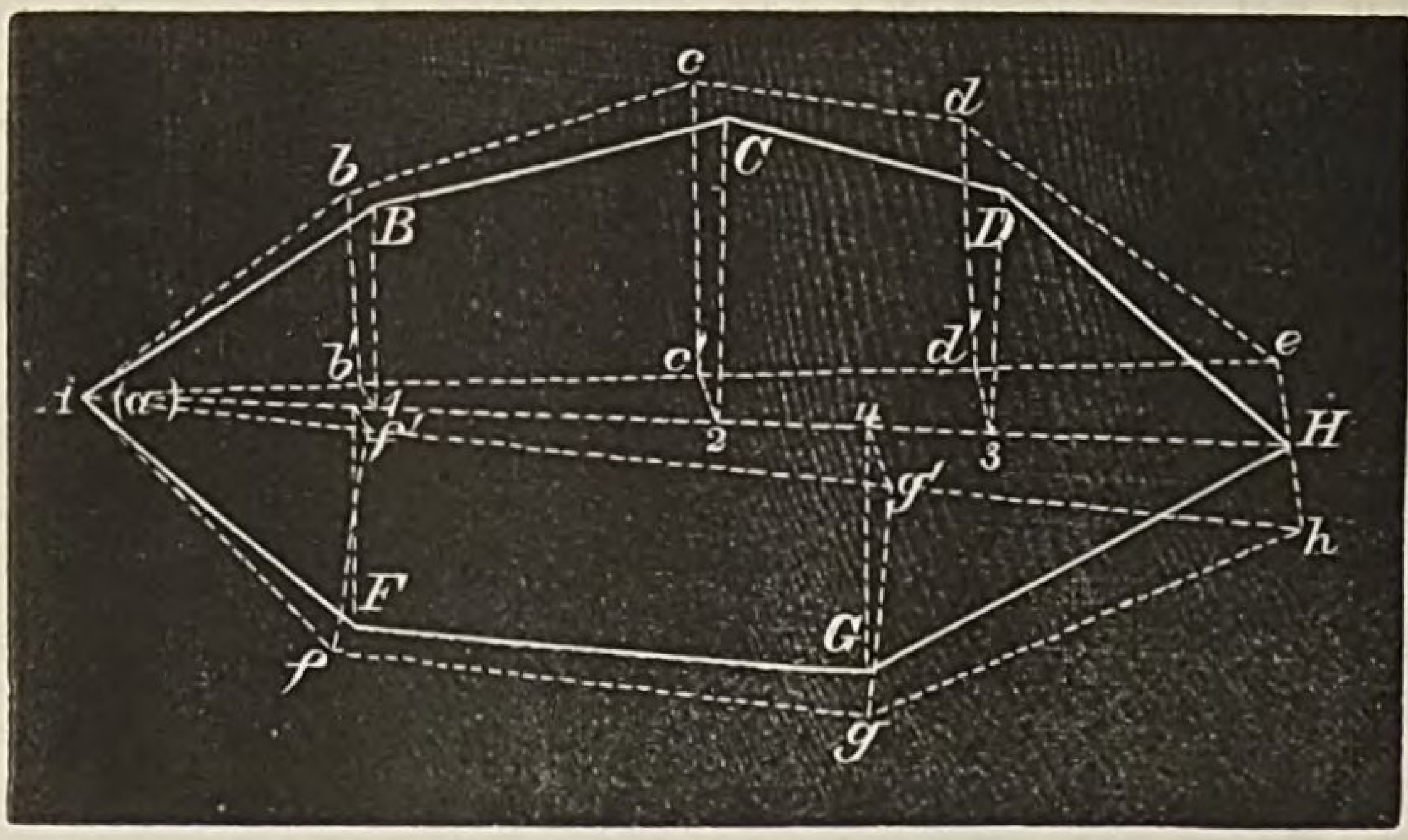
Nimmt man nun die eine Hälfte des Polygons nach der einen Seite, die andere Hälfte aber nach der anderen Seite hin auf, so werden sich voraussichtlich die kleinen Fehler in beiden Teilen gleichmäßig anhäufen.

Stellt man daher unter den punktierten Linien und kleinen Buchstaben der drei folgenden Figuren die wirkliche Aufnahme, unter den scharfgezogenen Linien aber und großen Buchstaben die richtige Figur dar, so können folgende mögliche Fälle eintreten:

a) Die beiden Schlußlinien d e und g h, Figur 128, stehen auseinander, erreichen sich also mit ihren Endpunkten e und h gar nicht.

Man verbinde dann e mit h, halbiere e h in H, ziehe die Geraden A e, A H und A h, fälle von b, c und d Senkrechte auf A e, desgleichen von f und g Senkrechte auf A h, ziehe durch die Fußpunkte b′, c′, d′, f′ und g′ Parallele zu e h, bis dieselben A H schneiden, errichte dann in den Punkten 1, 2, 3 und 4 wieder Senkrechte und trage auf dieselben

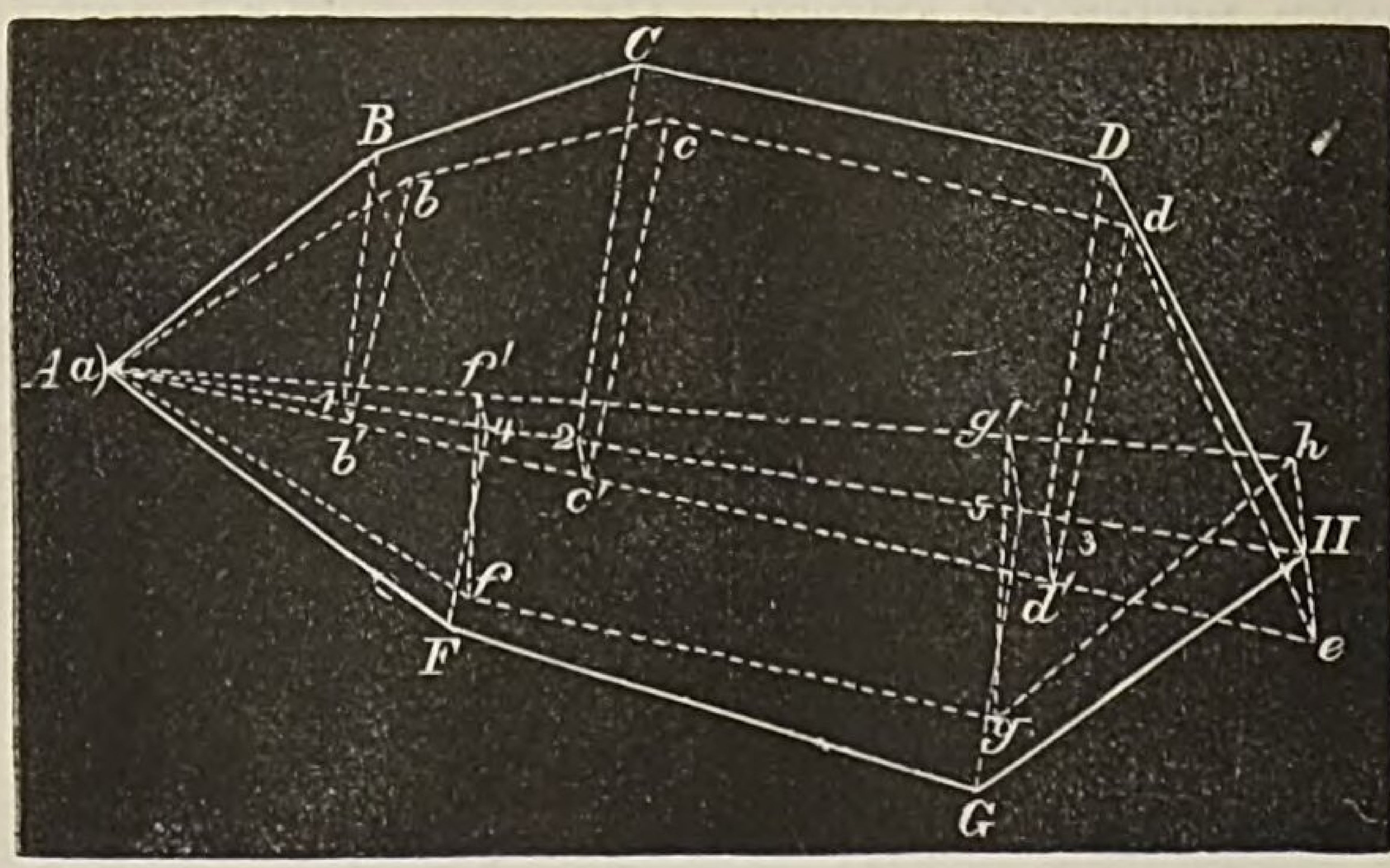
die zugehörigen Ordinaten b b', c c', d d' u. s. w. auf, so erhält man die richtigen Punkte B, C, D, H, G und F, welche mit einander verbunden die verbesserte Figur geben.



Figur 128.

b) Die beiden Schlußlinien d e und g h, Figur 129, greifen in einander, d. h. sie durchschneiden sich.

Um in diesem Falle die richtigen Punkte aufzufinden, verfahre man ganz nach dem ersten Falle, nur ist hierbei zu beobachten, daß keine Ver=

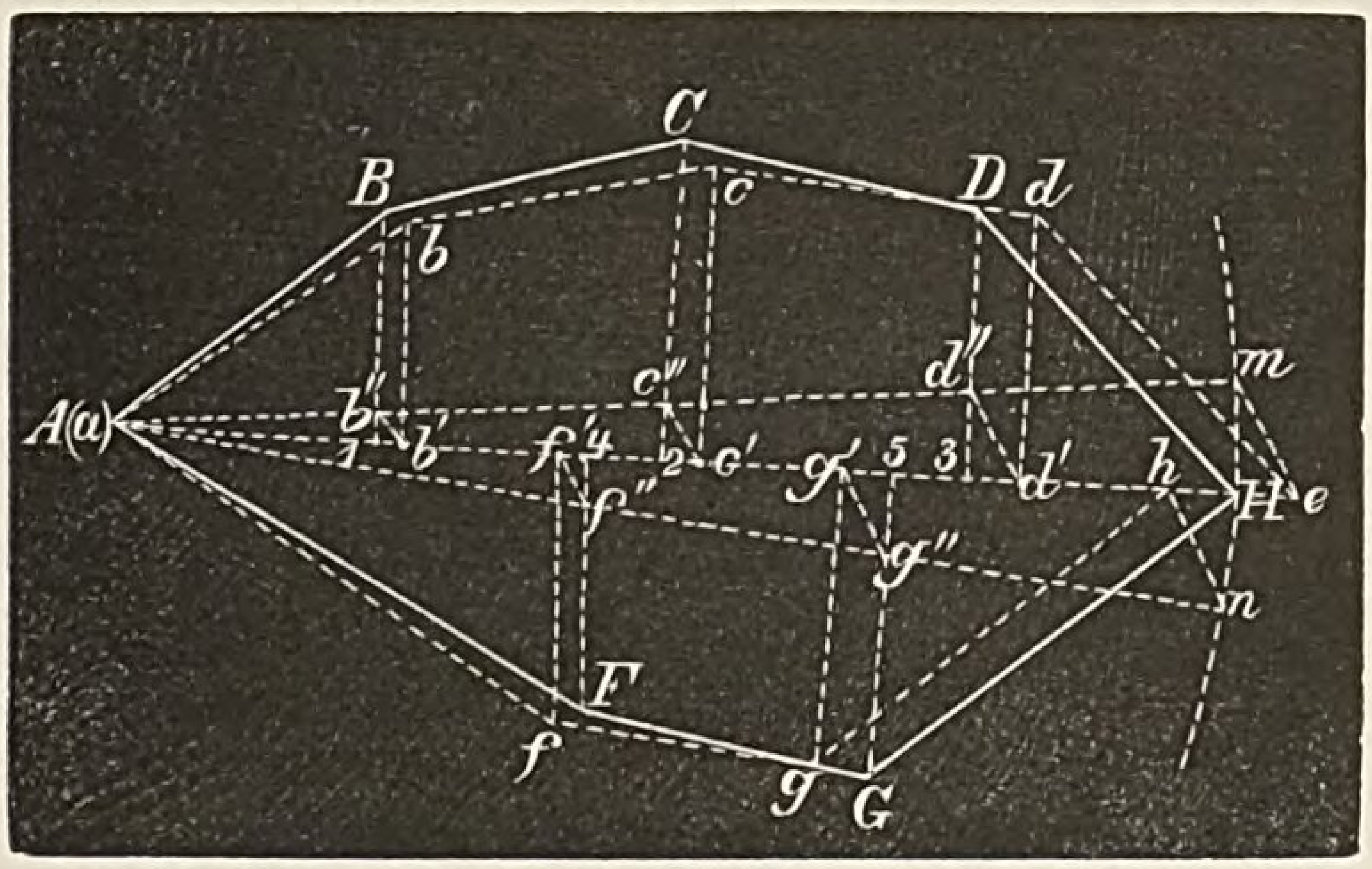


Figur 129.

wechslung der Linien A h und A e stattfindet, indem die Senkrechten aus b, c und d nicht etwa auf A h, sondern auf A e gefällt werden müssen. Ebenso sind die Senkrechten der Punkte f und g auf A h zu errichten.

c) Die Endpunkte e und h der Schlußlinien d e und g h, Figur 130, fallen mit dem Anfangspunkt A in eine gerade Linie A h e.

Man halbiere den Abstand h e der beiden Endpunkte in H, ziehe von A aus durch H einen Kreisbogen und nehme auf demselben die beliebigen gleichen Stücke m H und n H an, verbinde hierauf A mit m und n, ebenso e mit m und n mit h, fälle von den Punkten b, c, d, f und g Senkrechte b b′, c c′, d d′, f f′ und g g′ auf A e, ziehe parallel zu m e die Linien b′ b″, c′ c″, d′ d″ und ebenso parallel zu h n die Linien f′ f″ und g′ g″. Nun trage man die Punkte b″, c″, d″, f″ und g″ dergestalt auf A e, daß A b″ = A 1, A c″ = A 2, A f″ = A 4 u. s. w. wird. Errichtet man endlich in 1, 2, 3, 4 und 5 wieder Senkrechte und trägt auf dieselben die zugehörigen Ordinaten b b′, c c′, d d′ u. s. w. auf, so erhält man die berichtigten Punkte B, C, D, F und G, die mit einander verbunden die wahre Figur darstellen.



Figur 130.

Die soeben berührten Konstruktionen müssen mit Sorgfalt ausgeführt werden, wenn nicht neue Fehler in die Zeichnung sich einschleichen sollen. Weichen die Schlußpunkte nur sehr wenig von einander ab, so wäre es vergebliche Mühe, die Korrektion auf alle Seiten und Winkel ausdehnen zu wollen; man begnügt sich vielmehr dann damit, nach dem Augenmaß die letzten Punkte abzuändern oder die Figur selbst unmittelbar zu schließen.

11. Aufnahme der einzelnen Abteilungen eines Waldes.

§ 52.

In den drei vorhergehenden Paragraphen wurde das Verfahren gezeigt, kleinere und größere Flächen, namentlich Waldungen, aus dem Umfange aufzunehmen und zum Schluß zu bringen. Häufig begnügt man sich jedoch nicht mit dem bloßen äußern Umfange des Waldes und dessen Gesamt=

flächeninhalt, man verlangt vielmehr in den meisten Fällen auch eine möglichst genaue Vermessung der Waldabteilungen (forstwirtschaftliche Vermessung).

Zu diesem Behufe besorgt in der Regel das Forstpersonal die Ausscheidung der Flächen und Bestände, welche darin besteht, daß die Bestände verschiedener Holz- und Betriebsart, Bonitätsgrenzen, Gewässer, Gerölle, Blößen, Hutweiden, Wege, Triften u. s. w. besonders ausgepflöckt werden. Die Auspflöckung erfolgt in fortlaufender Nummernfolge. Bei der Bestimmung der Schlag- und Bestandesgrenzen ist namentlich auf die Bildung langer und gerader Linien mit möglichst wenigen ein- und ausspringenden Winkeln zu sehen. Die Grenzen, bis zu welchen die Ausscheidung der Flächen und Bestände erfolgen soll, sind schwankend. Sie hängen von der Betriebsart und dem Umfang des Waldkomplexes ab und werden in der Regel durch forstliche regulative Bestimmungen festgesetzt. Bei Hochwald-Wirtschaftsganzen sollte man Flächen von weniger als 0,5 Hektar nicht mehr ausscheiden, bei Niederwaldungen kann jedoch die Ausscheidung bis zu 0,25 Hektar fortgesetzt werden. Eine sehr ins Detail eingehende Ausscheidung der Abteilungen und Unterabteilungen erschwert und verteuert die Vermessung meist ohne besonderen Nutzen; denn wird dieselbe etwa zu Taxationszwecken vorgenommen, so sind — nach dem jetzigen Stande der Forstwissenschaft — die Taxationsfehler jedenfalls weit größer als etwaige Differenzen in der Flächenausscheidung. Die ausgepflöckten Abteilungspunkte sind dauernd zu bezeichnen und der Lauf der einzelnen Bestandslinien an jedem Winkelpunkte durch kurze Schlitzgräbchen anzudeuten, damit man verloren gegangene Pflöcke leicht wieder aufzufinden vermag.

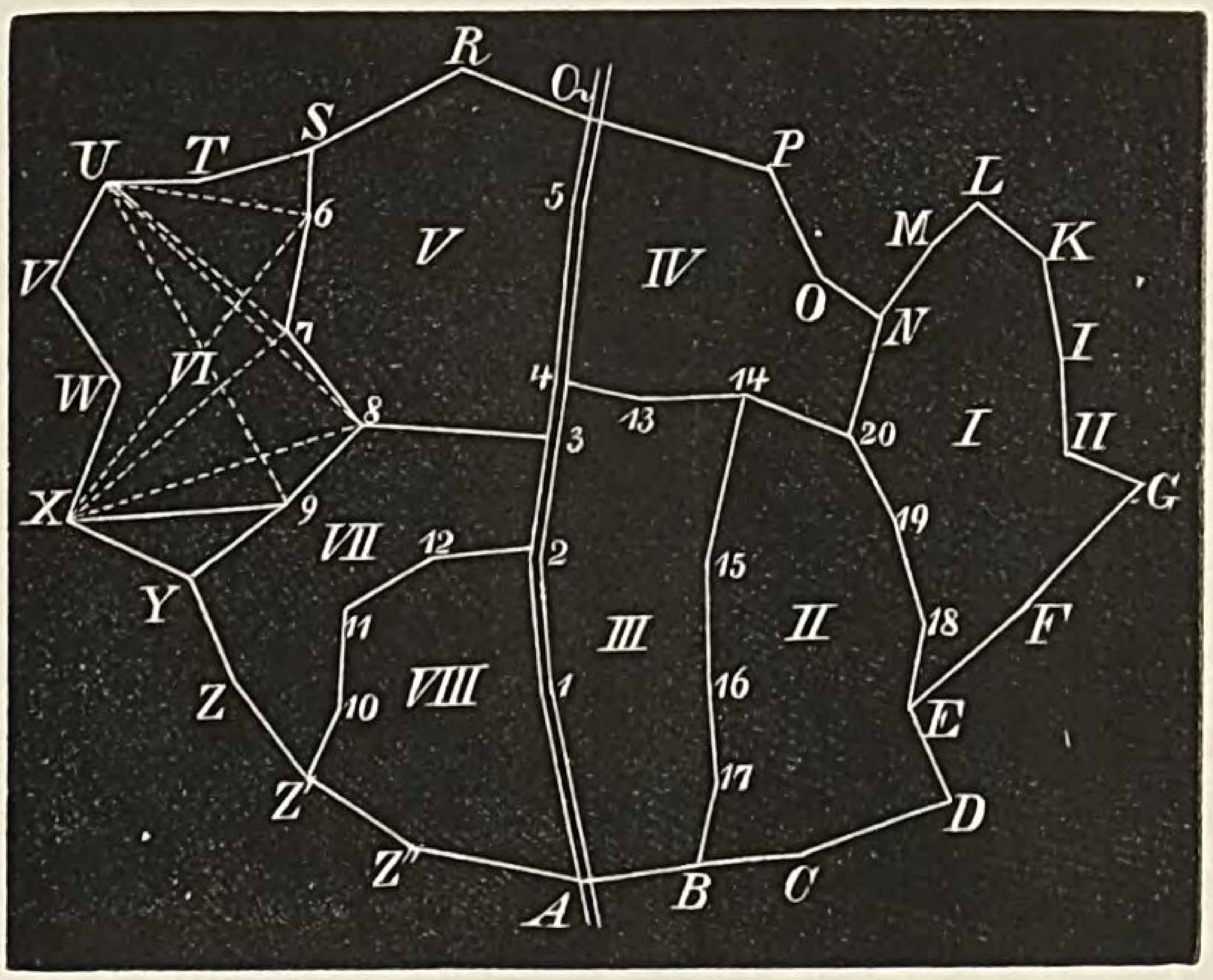
Zum Zwecke der Aufnahme ist es weiter nötig, daß man von einem Punkte zum andern bequem sehen und messen kann, und sind deshalb die Bestandslinien auf 0,5 Meter Breite offen zu halten und von Gestrüppe und sonstigem Gehölze sorgsamst zu reinigen.

Erst nachdem der äußere Umfang des Waldes nach §§ 49 und 50 aufgenommen und nötigenfalls nach § 51 berichtigt wurde, schreitet man zur Vermessung des inneren Details. Hierbei ist namentlich darauf zu sehen, daß man bei der Aufnahme irgend eines Bestandes immer von einer in dem Umfange liegenden Seite ausgeht und auch am Ende immer wieder an eine solche anschließt.

Stellt z. B. A B C D E F . . . ., Figur 131, den bereits aufgenommenen Umfang eines Waldes vor, und es sollen in demselben etwa die Bestände I, II, III, IV u. s. w. besonders vermessen werden, so würde man die Aufnahme damit beginnen, daß man den Meßtisch, auf welchem sich der

aufgenommene Umfang befindet, über A aufstellt, nach der Linie A Z″ orientiert und hierauf den Rayon A 1 zieht, die Linie A 1 mißt und aufträgt.

Alsdann begiebt man sich, im Falle ohne Springstände gearbeitet wird, nach 1, orientiert zurück nach A und bestimmt ebenso den Rayon von 1 nach 2. Kann mit Springständen gearbeitet werden, was die Arbeit sehr fördert, so begiebt man sich aus A sogleich nach 2, bestimmt auf bekannte Weise den Punkt 2 und zieht noch weiter die Rayons 2, 3 und 2, 12, mißt die Linien und trägt sie in dem gleichen Verjüngungsverhältnis, in welchem die Aufnahme des Umfangs erfolgte, auf.



Figur 131.

Auf diese Weise nimmt man den ganzen Weg bis Q auf, indem man in 3 zugleich den Rayon von 3 nach 8 und in 4 den Rayon von 4 nach 13 zieht und die zugehörigen Linien aufträgt. In Q angekommen orientiert man den Tisch zurück nach 5, stellt in R eine Signalstange auf, legt das Diopterlineal scharf an Q R an, so muß die Visur genau auf das Signal R zeigen, überdies auch, wenn Q ein Umfangspunkt ist, die Visur 5 Q genau durch Q schneiden.

Nachdem der Weg A Q richtig aufgenommen ist, stellt man den Tisch, um etwa den Bestand VIII aufzunehmen, in Z′ auf, orientiert nach Z oder Z″, zieht hierauf den Rayon Z′ 10 und stationiert dann mit oder ohne Springbestände über 10 und 11 bis zu dem Punkt 12 auf bekannte Weise fort, so muß schließlich die Visur 11, 12 genau den bereits festliegenden

Punkt 12 durchschneiden, überdies aber auch die Linie 11 bis 12 genau einpassen.

Ganz in derselben Weise verfährt man auch mit der Aufnahme der übrigen Bestände.

Sollte sich unter den ausgeschiedenen Flächen eine Blöße, Wiese oder eine junge Kultur befinden, welche übersehbar ist, so hat man natürlich nicht nötig, die umständliche Umfangsmethode anzuwenden, sondern man bestimmt alsdann die Abteilungspunkte viel leichter und sicherer mittelst der Methode des Rayonierens und Schneidens. Wäre z. B. der Schlag VI eine solche junge Kultur oder Blöße, welche überblickt werden kann, so wird dieselbe zweckmäßig schon bei der Umfangsmessung aufgenommen. Kommt man nämlich über den Punkt X, so wirft man von demselben aus Rayons nach 6, 7, 8 und 9, setzt alsdann die Umfangsaufnahme über W und V bis U fort und durchschneidet von U aus die von X gezogenen Rayons, so erhält man einfach und genau die Abteilungspunkte 6, 7, 8 und 9 ohne alle Linienmessung.

Schließlich sei noch bemerkt, daß die Detailaufnahme der Waldungen meist schneller und ebenso richtig mit einem kleineren Meßtische (dem sogenannten Detaillierbrettchen, § 32 D a und b, von einfachem leichtem Baue und ohne Verschiebungskreuz, welcher leicht zu handhaben und zu transportieren ist, vorgenommen wird. In diesem Falle hat man nur nötig, die zu einer Abteilung gehörigen bereits festliegenden Umfangspunkte von dem Haupttischblatt auf das kleinere Meßtischblatt zweckmäßig zu übertragen und an diese Punkte dann die Detailaufnahme anzuschließen. Die auf diese Weise sich ergebenden Einzelaufnahmen werden schließlich über die gleichnamigen Umfangspunkte des Hauptaufnahmsblattes gelegt und die einzelnen Abteilungspunkte auf dasselbe übertragen. Vielfach benutzt man zur Ausscheidung der Flächen und Bestände auch die Waldboussole, von welcher wir jedoch erst im sechsten Abschnitte handeln werden.

12. Eine Schneiße (Schlaglinie) durch einen Wald zu hauen*).

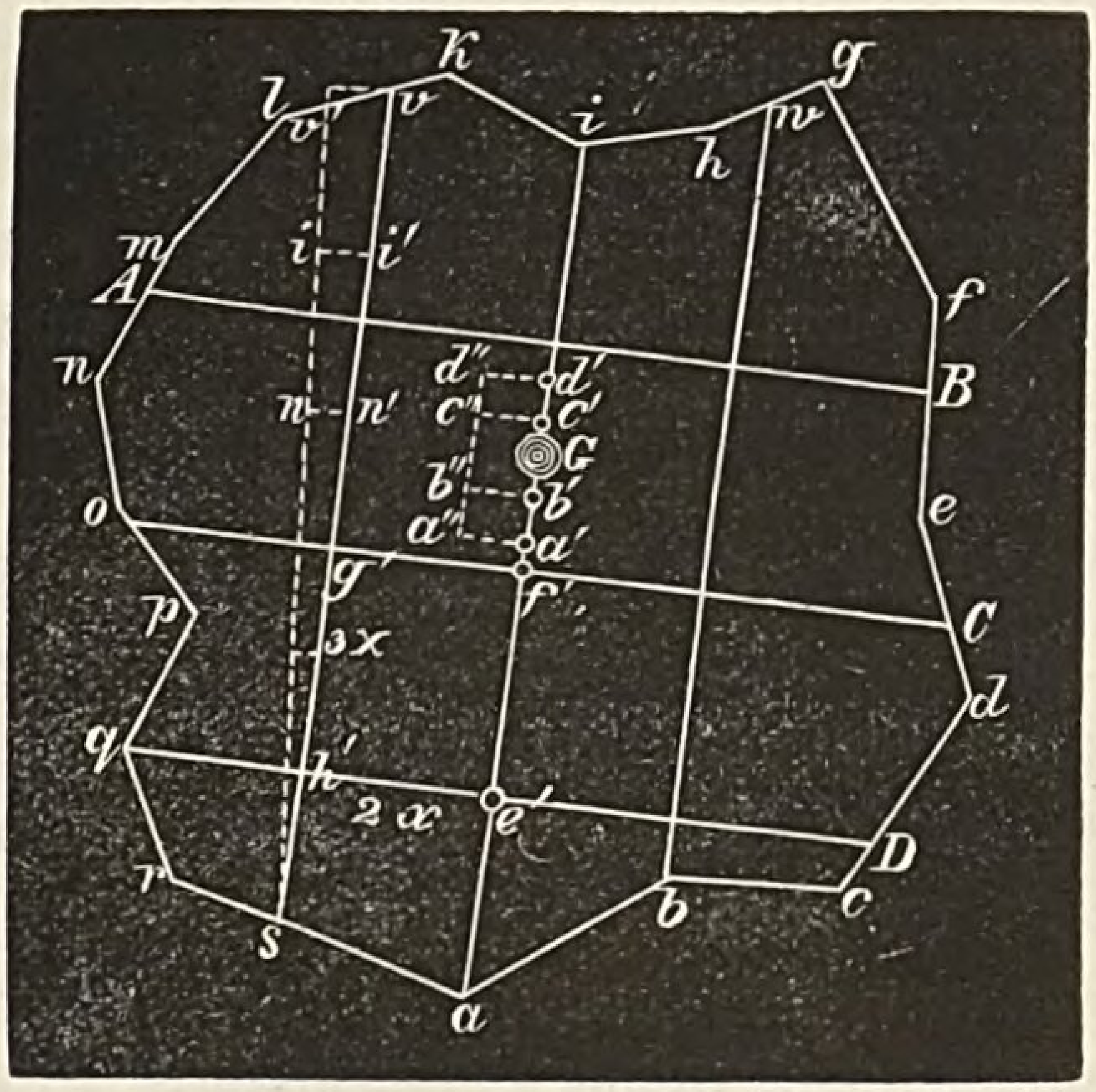
§ 53.

An den Weg- und Straßenbauer, noch mehr aber an den Forstwirt, welcher eine Betriebsregulierung seiner Waldungen beabsichtigt, wird häufig die Aufgabe gestellt, durch einen Wald eine gerade, in einem gegebenen

*) Dieselbe Aufgabe findet sich noch in den Abschnitten von dem Theodoliten und der Waldboussole auf andere Weise gelöst.

Punkte ausmündende Schneiße oder ein ganzes System solcher Schneißen zu führen.

Stellt darum a, b, c, d, u. s. w., Figur 132, einen Waldkomplex vor, welcher durch eine Anzahl Schneißen in gleich große Quartiere in Form von Rechtecken abgeteilt werden soll, so muß zunächst der Umfang des Waldes mit möglichster Schärfe aufgenommen werden. Hierauf hat man sich über die Richtung der Schneißen und die Größe der Quartiere zu einigen, wobei natürlich die am Umfang liegenden Randstücke stets von verschiedener Form und Größe sein werden, wie solches auch aus Figur 132 ersichtlich ist.



Figur 132.

Man projektiert nun auf dem Meßtischblatte, beiläufig durch die Mitte des Waldes, die Richtung einer Schneiße a i, errichtet auf letzterer in gleichen Abständen die Senkrechten A B, o C und q D und auf diese wieder die Senkrechten v s und b w in solcher Entfernung, daß die einzelnen Quartiere die beabsichtigte Größe erhalten.

Soll z. B. ein solches Quartier e' f' g' h' genau 20 Hektare = 200 000 Quadratmeter enthalten und die kürzere Seite zu der längeren in dem Verhältnis wie 2 : 3 stehen, so ergeben sich, wenn man die kürzere Seite = 2 x, die längere aber = 3 x setzt, die Seitenlängen eines Quartiers aus folgender Gleichung:

Der Bedingung nach soll durch Multiplikation der Länge und Breite des Rechteckes e' f' g' h' ein Inhalt von 200 000 Quadratmetern entstehen, man hat daher:

$$2\,x \cdot 3\,x = 200\,000 \text{ oder } 6\,x^2 = 200\,000, \text{ daraus}$$

$$x^2 = \frac{200\,000}{6} = 33\,333{,}33 \text{ Quadratmeter und}$$

$$x = \sqrt{33\,333{,}33} = 187{,}57; \text{ daher}$$

$$2\,x = 2 \times 187{,}57 = 375{,}14 \text{ Meter und}$$

$$3\,x = 3 \times 187{,}57 = 562{,}71 \text{ Meter;}$$

d. h. man hat, um die richtige Größe der Quartiere zu erhalten, auf die Linie a i immer 562,71 Meter, auf die Linie A B oder o C aber immer 375,14 Meter in demselben Verjüngungsverhältnis als die Karte gezeichnet ist, und zwar von der Basis a i ausgehend aufzutragen.

Hat man auf diese Weise das ganze Netz projektiert und auf seine Zweckmäßigkeit auch hinsichtlich der Terrainverhältnisse hinlänglich geprüft, so kann zur Ausführung auf dem Lokale geschritten werden. Wäre z. B. die Schneiße a i, welche genau in dem Grenzpunkte i ausmünden soll, vom Anfangspunkte a aus durchzuhauen, so stellt man den Meßtisch, auf welchem das projektierte Netz verzeichnet ist, horizontal und genau über dem Punkte a auf, orientiert denselben aufs sorgfältigste nach der Seite a r oder a b, legt hierauf das Diopter- oder Perspektivlineal mit der Kante scharf an die projektierte Linie a i an und läßt in dieser Visierrichtung alle Hindernisse, wie Gestrüppe, Bäume, Äste u. s. w. hinwegräumen. Ist die aufzuhauende Linie länger oder das Terrain uneben, so daß die ganze Strecke nicht von einem Punkte a aus aufgehauen werden kann, so visiert man genau in der Richtung noch einige Zwischenpunkte e′, f′, d′ u. s. w. ein, überträgt den Tisch alsdann in einen dieser Punkte, z. B. f′, orientiert ihn zurück nach f′ a, legt alsdann das Diopterlineal wieder an die projektierte Schneißenrichtung an und setzt wie vorhin das Aufhauen fort.

Sollte man während der Arbeit vielleicht auf einen starken Baum G oder ein anderes nicht augenblicklich wegräumbares Hindernis stoßen, so errichtet man vor demselben in a′ und b′ die Senkrechten a′ a″ und b′ b″ so lange, daß man dann an G vorüber visieren kann; hierauf errichtet man wieder auf a′ a″ die Senkrechte a″ d″ und am Ende derselben die Senkrechten c′ c″ und d′ d″, macht schließlich a′ a″ = b′ b″ = c′ c″ = d′ d″, so sind c′ und d′ Punkte der Schneiße a i, nach welchen letztere bis zum Ende fortgesetzt werden kann. Richtiger bleibt das Verfahren jedoch immer, wenn man sämtliche Hindernisse alsbald hinwegräumen läßt.

Im Falle bei der ersten Aufstellung des Meßtisches die Punkte b oder r nicht gut sichtbar gemacht werden könnten, oder die Linien a r und a b

zu kurz wären, um zuverlässige Orientierungsrayons abzugeben, muß man die Orientierung nach einem der zunächst liegenden Punkte c, d, q oder p vornehmen.

Wäre dagegen eine Schneiße s v zu hauen, welche auf keinen Grenzstein einmündet, so muß man auf der Karte die Entfernung a s mit dem Zirkel genau abgreifen, den gefundenen Betrag dann in der Natur von a aus nach r hin abmessen, sich in dem gefundenen Punkt s aufstellen, den Meßtisch nach a r orientieren und im übrigen wie vorhin verfahren. Zur Kontrolle kann man auch die Entfernung r s abgreifen und in der Natur von r nach s abmessen, es müssen dann die beiden Messungen genau in s zusammen kommen.

Angenommen, es münde bei derartigen Arbeiten die Schneiße s v, was bei längeren Linien häufig vorkommt, nicht in v, sondern in v′ aus, so mißt man in der Natur auf der Linie k l die Entfernung v v′ ab, trägt diese auf dem Tischblatte nach l hin bis v′ auf, verbindet s mit v′, errichtet dann etwa in Abständen von 50 zu 50 Meter Senkrechte auf s v′, greift diese Abstände i i′ und n n′ mit dem Zirkel ab und trägt sie in der Natur etwa mit Hülfe der Kreuzscheibe oder des Winkelspiegels senkrecht auf, so werden n′, i′ richtige Punkte der Schneiße sein, nach welchen dann noch weitere Zwischenpunkte einvisiert werden können. Längere Schneißen werden jedoch weit schneller und sicherer auf trigonometrischem Wege mittelst des Theodoliten aufgehauen.

B. Aufnahme größerer Flächen mittelst Triangulation.

Vorbemerkungen.

§ 54.

In den §§ 42 — 53 wurden die verschiedenen Methoden abgehandelt, nach welchen Flächen geringerer Ausdehnung, etwa bis zu 100 oder 200 Hektaren, in genügender Schärfe mit einem Meßtisch aufgenommen werden können. Erstreckt sich jedoch die aufzunehmende Fläche schon über mehrere Tischblätter, oder erreicht dieselbe sogar die Größe von einer oder mehreren Quadratmeilen, so würden sich bei der Aufnahme nach den vorstehenden Methoden und der Zusammensetzung der einzelnen Tischblätter zu einem Ganzen schon größere Abweichungen ergeben, deren möglichste Vermeidung Aufgabe der Triangulation ist. Man geht daher auch hier wieder von

dem Grundsatze aus, welcher dem Anfänger nicht genug wiederholt werden kann, von dem Großen ins Kleine und nicht umgekehrt zu arbeiten, d. h. über die ganze aufzunehmende Fläche zuvor ein größeres Netz von sorgfältigst zu bestimmenden Punkten (Dreiecken) zu legen, an welches dann die Detailvermessung angeschlossen wird.

Obgleich die Triangulationsarbeiten in der Regel von dem Staat durch die Katastergeometer eingeleitet und beendigt werden, der Kreis, für welchen dieses Buch geschrieben ist, daher selten etwas mit denselben zu thun hat, so müssen wir dennoch die Triangulation schon aus dem Grunde kurz berühren, weil nicht in allen Staaten die höchst zweckmäßige und eine genaue Vermessung sehr begünstigende Einrichtung besteht, nach welcher dem kleinen und großen Grundbesitzer die einschlägigen Triangulierungsoperate des Katasters ohne besondere Schwierigkeiten zum Zwecke der Detailvermessung seines Besitztums mitgeteilt werden. Überdies werden in weniger vorgeschrittenen Ländern auch Forstwirte noch öfter mit der Aufnahme so großer Waldungen beauftragt, daß eine Triangulation nicht entbehrt werden kann. Endlich sind einige Kenntnisse von dem Zusammenhang der Landesvermessung mit der Detailvermessung für die an dem Vermessungswesen Beteiligten selbst dann erwünscht, wenn dieselben auch direkt keine Triangulationsarbeiten auszuführen haben. Wir wählen bei der nachstehenden Darstellung die bei der österreichischen Katastervermessung gewählte Größe und Form der Meßtischblätter und müssen deshalb auch österreichisches Maß zu dem Zweck beibehalten

Bevor man mit der Triangulation einer Fläche beginnt, hat man sich von der beiläufigen Größe derselben zu unterrichten. Für Flächen von einer bis zwei Quadratmeilen genügt eine graphische Triangulation mittelst des Meßtisches für die gewöhnlichen Vermessungszwecke noch vollständig; umfaßt die Fläche jedoch 8—12 und mehr Quadratmeilen, so ergeben sich selbst bei der graphischen Triangulation wieder Verrückungen, welche es rätlich erscheinen lassen, derselben erst noch eine trigonometrische Triangulation vorauszuschicken. Hiernach unterscheiden wir also zwei Hauptfälle der Triangulation, nämlich, für größere Aufnahmen, das graphische Triangulieren in Verbindung mit dem trigonometrischen Netz und für kleinere Flächen, bis zu einer Quadratmeile und etwas darüber, das graphische Triangulieren ohne vorausgegangene trigonometrische Triangulation.

1. Die graphische Triangulation in Verbindung mit dem trigonometrischen Netz.

A. Das Auftragen der Netzpunkte auf die Meßtischblätter.

§ 55.

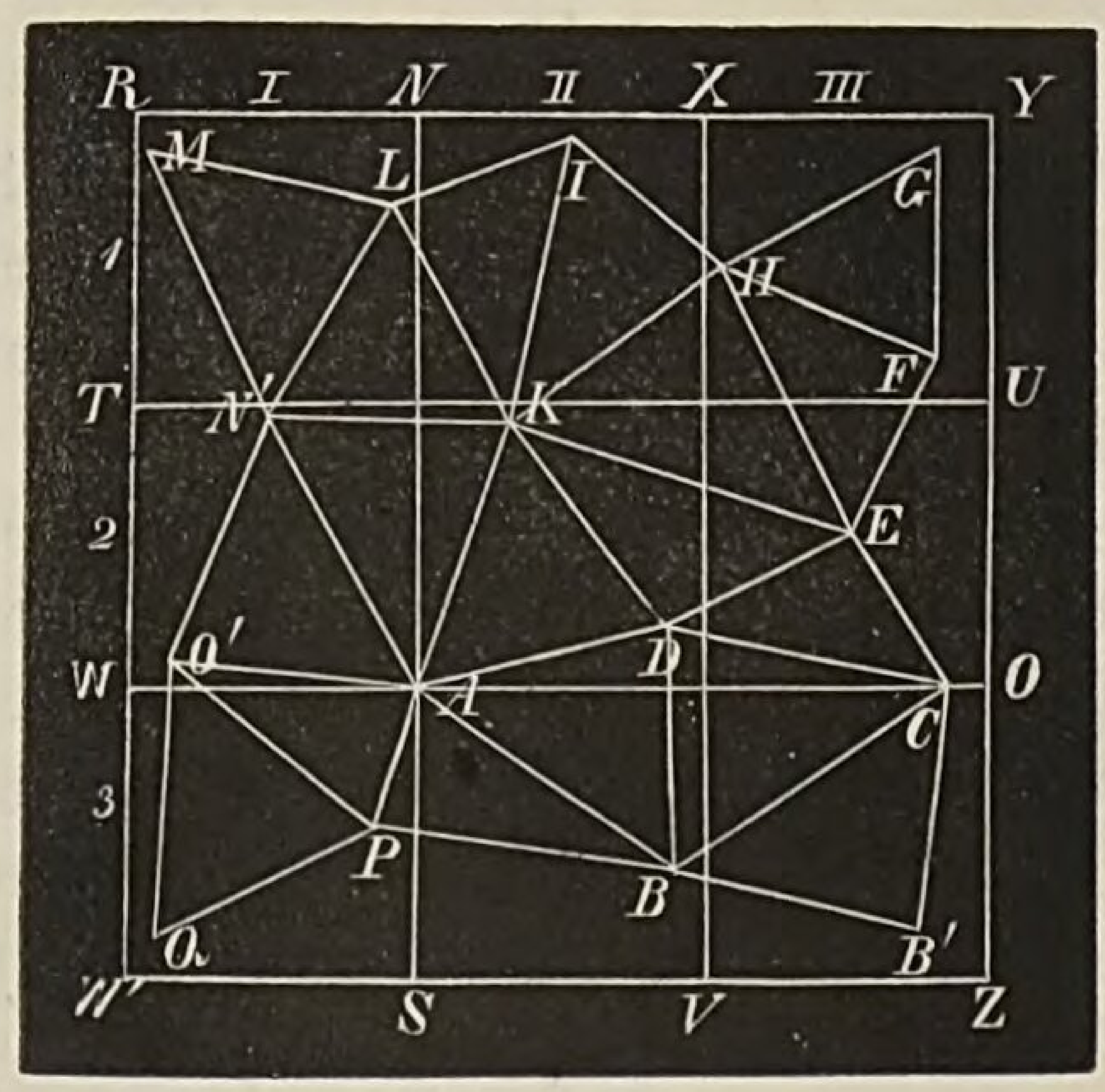
Die trigonometrische Triangulation werden wir in dem von der Aufnahme mit dem Theodoliten handelnden Abschnitt ihrem Wesen nach beschreiben, so daß uns hier nur der Anschluß des trigonometrischen an das graphische Netz kurz zu berühren übrig bleibt.

Da, wenn es sich überhaupt um eine trigonometrische Triangulation handelt, die aufzunehmende Fläche schon mehrere Quadratmeilen umfaßt, so wird bei der Wahl der trigonometrischen Punkte schon darauf gesehen, daß wo möglich auf jede Quadratmeile mindestens drei derselben zu liegen kommen. Um daher die Lage der Netzpunkte richtig beurteilen zu können, bedient man sich am besten einer größeren Land- oder Generalstabskarte, welche den aufzunehmenden Teil der Fläche enthält, und über welche man dann, österreichisches Maß vorausgesetzt, in dem Kartenmaßstab ein Quadratnetz von 4000 Klafter = 7585,9 Meter Seitenlänge legt. Da ein solches Quadrat dann genau eine Quadratmeile in sich schließt, so kann man aus den Hauptpunkten in den einzelnen Quadratmeilen leicht beurteilen, wohin die einzelnen Triangulationspunkte am zweckmäßigsten bestimmt werden.

Ehe man die nach §§ 79 und 80 zu berechnenden Koordinaten der Netzpunkte auf die einzelnen Tischblätter überträgt, ist es zweckmäßig, dieselben zuvor auf ein schickliches Kartblatt in einem geeigneten Verjüngungsverhältnisse aufzutragen, um dann leichter beurteilen zu können, in welche Quadratmeile die einzelnen Punkte zu liegen kommen.

Zu diesem Behufe wählt man den Anfangs- oder Nullpunkt A, Figur 133, auf einem Kartblatt derart, daß voraussichtlich alle Netzpunkte auf dasselbe verzeichnet werden können. Hierauf zieht man in der Nord-Südrichtung des Kartblatts durch den Nullpunkt A eine Abszissenlinie N S und ebenso senkrecht auf diese die Ordinatenlinie W O. Trägt man ferner von A aus auf- und abwärts auf N S und links und rechts auf W O immer genau 4000 Klafter = 7585,9 Meter nach dem gewählten Maßstabe so oftmals auf, als es zur vollständigen Verzeichnung der Dreieckspunkte nötig ist, und zieht man endlich durch die hierdurch entstehenden Punkte parallel

zu N S und W O die Linien T U, R Y, W′ Z, R W′, X V und Y Z, so entsteht hierdurch ein Netz von Quadraten, von welchen jedes eine österreichische Quadratmeile enthält. Werden schließlich sämtliche Koordinaten der Dreieckspunkte auf dieses Netz aufgetragen, so sieht man dann genau, in welche Quadratmeile die einzelnen Punkte fallen.



Figur 133.

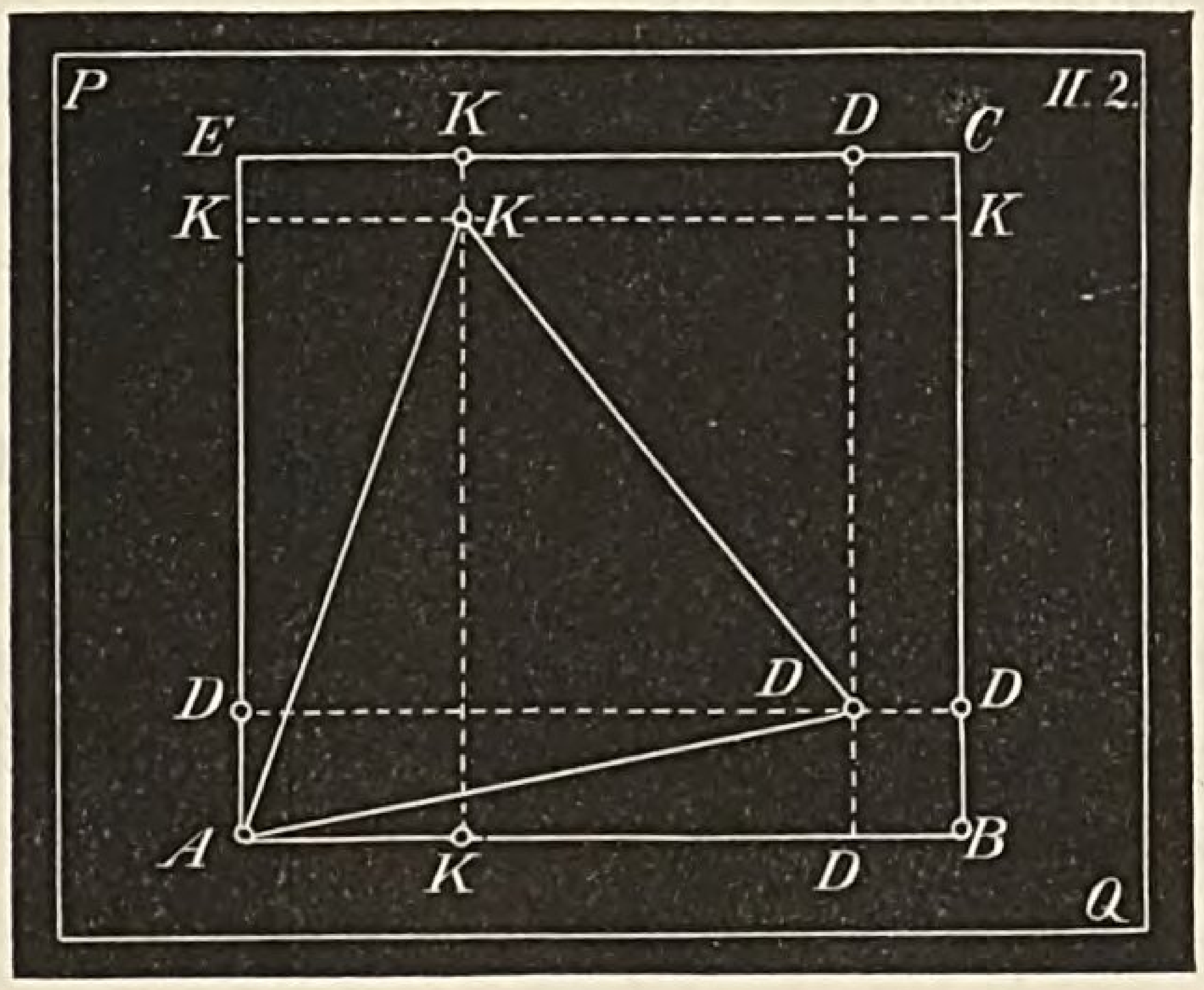
Ein jedes derartiges Quadrat nennt man eine Triangulationssektion. Bezeichnet man sämtliche in einer vertikalen Reihe liegenden Sektionen mit einer römischen und die in einer horizontalen Reihe liegenden Sektionen mit einer arabischen Ziffer, so erhält dadurch jede Sektion zwei Ziffern, und man ist im stande, die Lage jeder einzelnen im Hauptnetze genau zu bezeichnen. So ist z. B. Sektion II. 2. diejenige, in welche die Punkte A, D und K entfallen.

Da, wie bereits erwähnt, jede trigonometrische Triangulationssektion, bei der Fortsetzung der Triangulation ins Kleine auf graphischem Wege, in ein Meßtischblatt zu liegen kommt, so handelt es sich zunächst darum, die trigonometrischen Punkte auf letzteres zu übertragen.

Zu diesem Behufe zeichnet man, Figur 134, auf das Meßtischblatt P Q mittelst der Sektionslehre (§ 33) oder des Stangenzirkels (§ 34) ein Quadrat A B C E von genau 20 Wiener Zoll Seitenlänge.

Das zu solchen Triangulationsarbeiten dienende Tischblatt ist in der Regel ein 1½ Zoll dickes Reißbrett, in welchem eine ½ Zoll dicke mattgeschliffene Glasplatte eingelassen ist, welche etwas über den Rand des Reißbrettes hinwegsteht und durch verschiedene Schrauben festgehalten wird.

Nimmt man nun das Verjüngungsverhältnis 200° = 1″ an, so betragen 20″ = 20 × 200 = 4000°, es wird also das konstruierte Quadrat (4000)² = 16 000 000 □°, mithin genau 1 österr. □Meile enthalten.



Figur 134.

Sollen nun auf der Sektion ABCE des Meßtisches etwa die trigonometrisch bestimmten Punkte A, D und K in II. 2., Figur 133, aufgetragen werden, so liegt offenbar der Nullpunkt A in der unteren linken Ecke des Quadrates. Um aber die Lage des Punktes D zu finden, schreibt man die Koordination dieses Punktes aus dem vorher aufgestellten Koordinatenverzeichnisse heraus.

Angenommen, die Ordinate von D sei 3535° und die Abscisse 985°, so greift man zunächst mit dem Stangenzirkel genau 3535° ab, setzt die eine Spitze in A und dann in E ein und durchsticht mit der anderen Spitze die Ordinatenlinien AB und EC in dem Punkte D, so daß AD = ED = 3535° wird. Hierauf nimmt man als Abscisse 985° in den Zirkel und setzt wieder die eine Spitze in A, dann in B ein, und durchsticht die Abscissenlinien AE und BC in D, so daß AD und BD = 985° wird. Verbindet man nun die beiden Ordinatenpunkte und ebenso die beiden Abscissenpunkte durch zwei feine Linien mit einander, so werden sich dieselben senkrecht in einem Punkte D, dem richtigen Netzpunkte, innerhalb der Sektion rechtwinkelig durchschneiden. Ganz auf dieselbe Weise erhält man den Punkt K der Sektion II. 2.

Die so erhaltenen Punkte werden pikiert, eingeringelt und übereinstimmend mit den Namen der Netzpunkte beschrieben.

Um sich zu überzeugen, ob die Netzpunkte auf das Tischblatt richtig aufgetragen wurden, hat man nur nötig, die Dreiecksseiten in den Zirkel

zu fassen, und dieselben mit den auf trigonometrischem Wege berechneten Seitenlängen zu vergleichen. Stimmen beide überein, so ist die Arbeit richtig, im andern Falle ist ein Fehler im Auftragen unterlaufen, welcher aufgesucht und berichtigt werden muß.

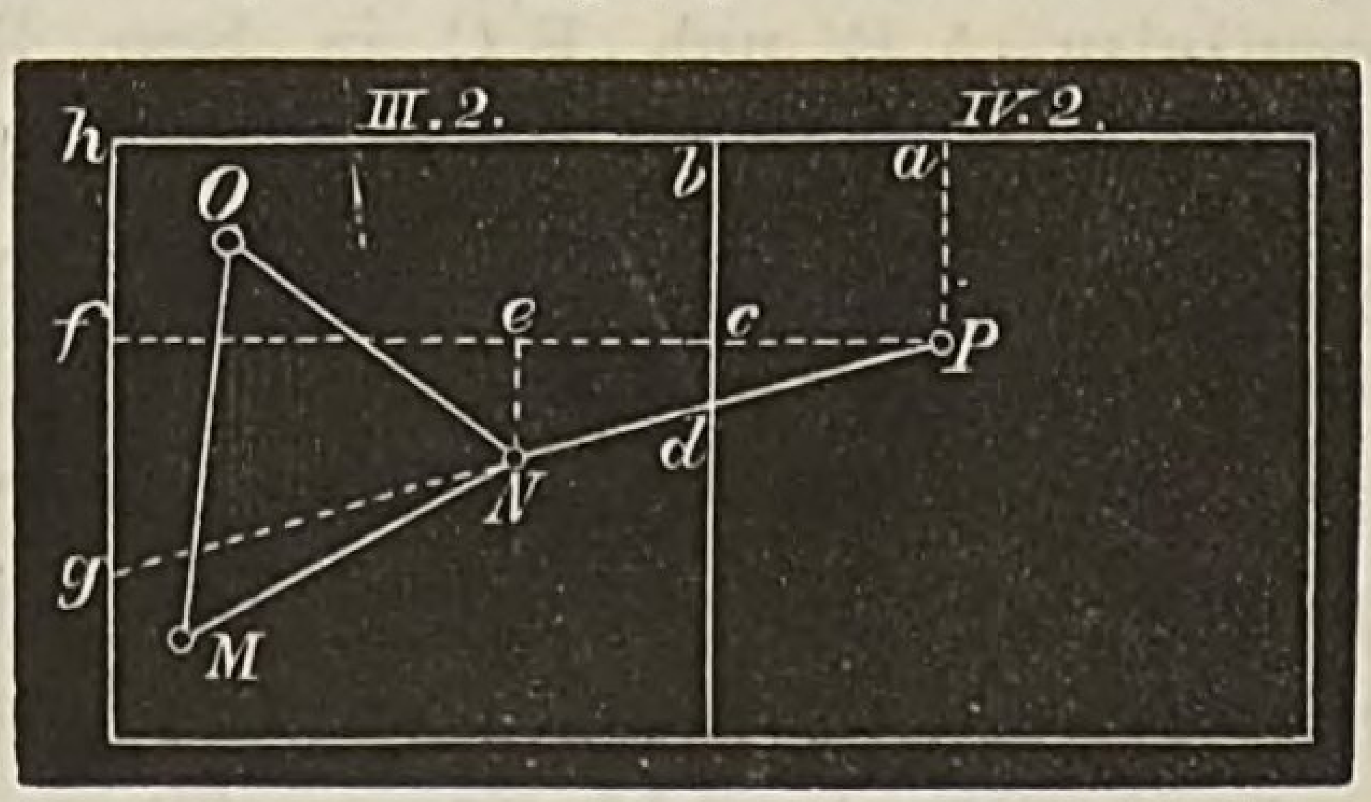
Das Auftragen der Netzpunkte in den übrigen Sektionen erfolgt in ganz ähnlicher Weise, nur mit dem Unterschiede, daß bei all den Punkten, deren Koordinaten größer als 4000° sind, der Überschuß über 4000° oder deren Vielfache stets abgezogen werden müssen, mithin bei dem Auftragen nicht berücksichtigt werden dürfen, wie dies aus Figur 133 leicht ersichtlich ist. Denn sollte z. B. der Punkt G aufgetragen werden, dessen Ordinate etwa = 7203° und Abscisse 7536° gegeben sind, so können natürlich als Ordinate von G nur 7203 — 4000° = 3203° und als Abscisse nur 7536 — 4000 = 3536° aufgetragen werden.

Es kommt öfters vor, daß trigonometrische Punkte zwar schon außerhalb des Sektionsquadrates, aber doch noch so nahe an dasselbe fallen, daß sie noch auf den Rand des Tischblattes zu liegen kommen. In solchen Fällen ist es immer sehr rätlich, derartige Punkte noch aufzutragen, weil sie dann bei der graphischen Triangulation als Orientierungsmittel vortreffliche Dienste leisten.

B. Die Berechnung des Orientierungsrayons.

§ 56.

Da die auf die einzelnen Meßtischblätter richtig aufgetragenen Netzpunkte als Grundlage für die folgende graphische Triangulation dienen sollen, so muß hierbei natürlich vorausgesetzt werden, daß sich mindestens unter



Figur 135.

den zwei, drei oder vier Netzpunkten ein sogenannter Standpunkt befindet, auf welchem man den Tisch bequem aufstellen und nach irgend einem der anderen Punkte orientieren kann. Dies ist jedoch nicht immer der Fall, sondern es kann sich z. B., Figur 135, ereignen, daß man in der Sektion

III. 2. von dem Punkte N aus die Punkte O und M nicht erblicken, mithin den Tisch auch nicht nach diesen orientieren kann.

Auch könnte die Möglichkeit vorhanden sein, daß das Tischblatt zufällig nur einen Punkt N enthielte. In derartigen Fällen muß man sich einen Orientierungsrayon nach einer anstoßenden Quadratmeile berechnen. Wäre nämlich von N aus der Punkt P in der Sektion IV. 2. sichtbar, so berechnet man die Richtung g d nach diesem Punkte, an welchen man dann das Perspektivlineal legt und nach P hin orientiert.

Um jedoch die Richtung g d bestimmen zu können, sind die Entfernungen h g und b d zu wissen notwendig, welche man dann von h aus nach g und von b aus nach d aufträgt, um schließlich g mit d verbinden zu können.

Sind nun z. B. die Koordinaten der Punkte N und P aus der trigonometrischen Triangulation bekannt, so ergiebt sich, wenn man zu der Ordinatentaxe die Parallele P f und zur Abscissenachse die Parallelen P a und N e zieht, durch Subtraktion der Ordinate N von P die Ordinatendifferenz P e, desgleichen durch Subtraktion der Abscisse N von P die Abscissendifferenz N e. In ganz ähnlicher Weise lassen sich auch die Stücke P a, P c und e f bestimmen. Wäre nämlich z. B. die Ordinate von P = 14 500°, so ist P c offenbar = 14 500 − 12 000 = 2500°, weil der vierten Sektion schon drei Sektionen, jede von 4000° Quadratlänge vorausgehen, und wäre die Abscisse von P = 6000°, so muß das Stück P a = 2000° sein u. s. w.

Hiernach dürfen also in den ähnlichen Dreiecken P c d, P e N und P f g die Stücke P c, P e, N e und P f als bekannt vorausgesetzt werden.

Da sich nun die unbekannte Linie d b zusammensetzt aus b c + c d = P a + c d, und ebenso die unbekannte Linie h g = h f + f g = P a + f g ist, Pa aber als bekannt vorausgesetzt werden kann, so handelt es sich nur noch um die Bestimmung der Stücke c d und f g, welche nach folgenden Proportionen ermittelt werden:

$$Pe : Ne = Pc : cd, \text{ daraus}$$

$$cd = \frac{Ne \cdot Pc}{Pe}; \text{ ebenso}$$

$$Pe : Ne = Pf : fg, \text{ daraus}$$

$$fg = \frac{Pf \cdot Ne}{Pe}.$$

Addiert man schließlich zu den gefundenen Stücken c d und f g den Abstand P a, so ergeben sich die Entfernungen b d und h g, welche zu suchen waren.

C. Von der Ausführung der graphischen Triangulation.

§ 57.

Nachdem die für eine jede Quadratmeile festgelegten trigonometrischen Netzpunkte auf das Tischblatt übertragen und die Orientierungsrayons nötigenfalls berechnet sind, kann zur Ausführung der graphischen Triangulation selbst geschritten werden. Zwischen das trigonometrische Netz und die Detailaufnahme pflegte man zwei graphische Netze zu legen; nämlich:

a) Das graphische Hauptnetz, welches sich unmittelbar an die trigonometrisch bestimmten Punkte anschließt, und

b) das graphische Sekundar- oder Gemeindenetz, welches sich an das graphische Hauptnetz anlehnt, und an das dann weiter die Detailaufnahme angeschlossen wird.

a) Die Triangulation des graphischen Hauptnetzes.

Der Zweck des graphischen Hauptnetzes besteht darin, auf dem Meßtischblatt, auf welches die in eine Quadratmeile entfallenden trigonometrischen Punkte bereits aufgetragen wurden, noch so viele Punkte zu bestimmen, daß auf jedes Tischblatt des graphischen Sekundarnetzes wieder wenigstens drei Punkte zu liegen kommen. Um dies beurteilen zu können, muß man wissen, wie viele Tischblätter man zur Aufnahme einer Quadratmeile benötigt, was zunächst von der Größe des Maßstabes abhängt.

In der österreichischen Monarchie ist der übliche Katastermaßstab für die Detailaufnahme 1″ = 40°, und da man auf ein gewöhnliches Meßtischblatt bequem ein Rechteck von 25″ oder 25 × 40 = 1000° Länge und 20″ oder 20 × 40 = 800° Breite zeichnen kann, so wird der Flächeninhalt eines solchen Rechteckes =

$$1000 \times 800 = 800\,000 \,\square^\circ = \frac{800\,000}{1600} = 500$$ Joch enthalten. Eine Quadratmeile schließt aber

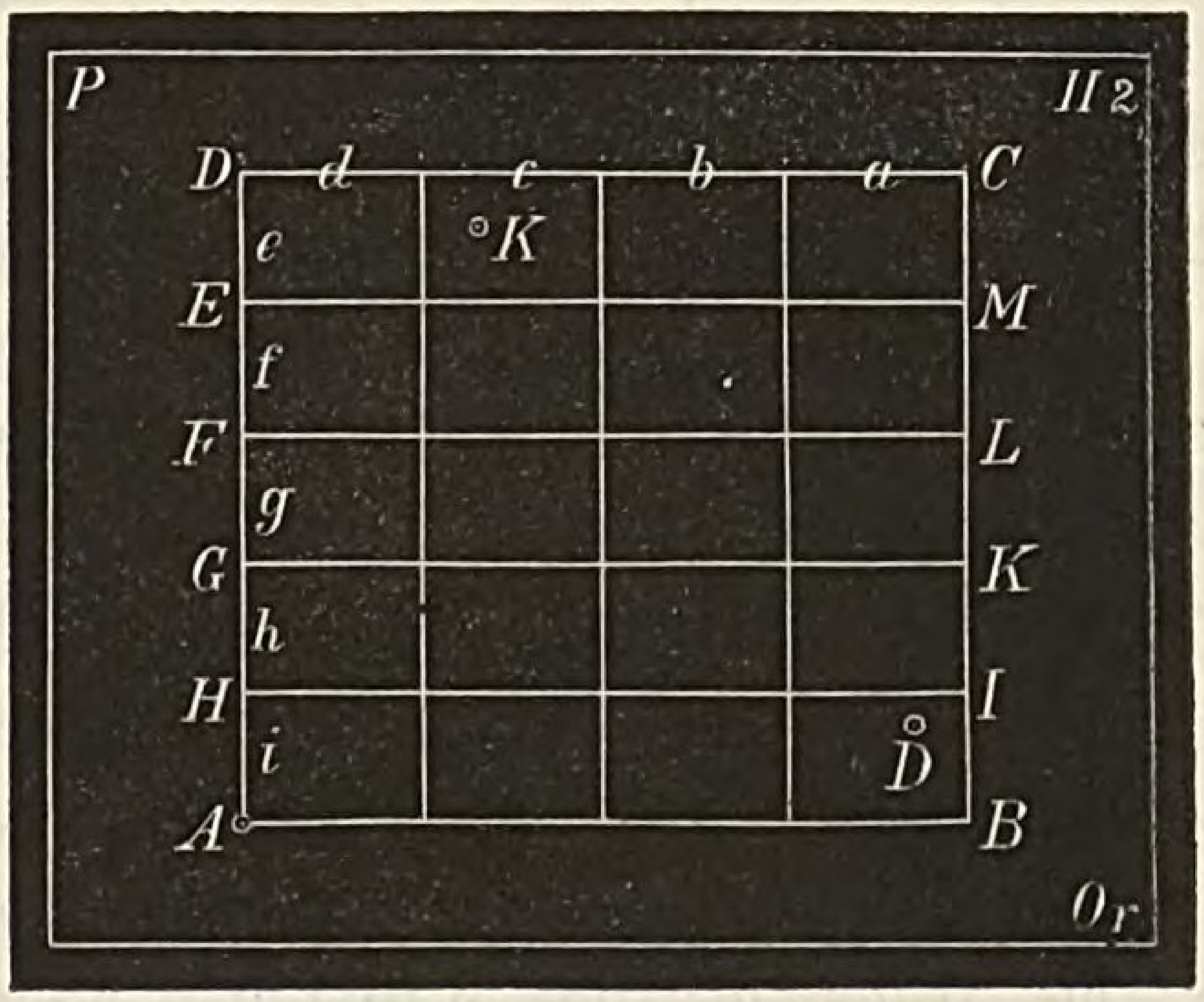
$$4000 \times 4000 \,\square^\circ = 16\,000\,000 \,\square^\circ = \frac{16\,000\,000}{1600} = 10\,000$$ Joch in sich;

es kommen daher auf eine Quadratmeile $\frac{10\,000}{500} = 20$ Tischblätter, und da auf jedem Tischblatt mindestens drei Punkte bestimmt werden sollen, so müssen also in einer Quadratmeile wenigstens 60 Punkte mittelst des Hauptnetzes festgelegt werden.

Die hierbei vorkommenden Arbeiten sind folgende:

aa) Die Einteilung des Tischblattes in Sektionen.

Das nach § 55 im Maßstab 1″ = 200° konstruierte Quadrat in der Größe einer Quadratmeile bedarf nun noch einer Einteilung in 20 gleich große Sektionen, damit man beurteilen kann, wohin die in den einzelnen Sektionen zu bestimmenden Punkte zu liegen kommen. Da die Seiten des Quadrates A B C D, Figur 136, 20″ lang sind, so trägt man zuerst mit dem Stangenzirkel aus den vier Ecken A B C D auf die Linien A D und B C überall 16″ so auf, daß A E = D H, B M = C I = 16″ wird. Alsdann macht man auch A F = D G = B L = C K = 12″, so werden die Linien A D und B C in fünf vollkommen gleiche Teile, jede von 4″ geteilt, welche in der Natur 4 × 200 = 800° vorstellen. In ganz ähnlicher Weise teilt man die Seiten D C und A B durch Auftragen von erst 15 und dann 10″ in vier gleiche Teile von je 5″ Länge, welche in der Natur eine Länge von 5 × 200 = 1000° entsprechen.



Figur 136.

Werden zuletzt die korrespondierenden Punkte mit einander verbunden, so erhält man die 20 gleichen Sektionen, Figur 136, von je 500 Joch Flächeninhalt.

Um nun noch in einer Quadratmeile die einzelnen Sektionen von einander unterscheiden zu können, bezeichnet man die Sektionslinien in der Richtung von Ost nach West mit a, b, c und d, diejenigen aber von Nord nach Süd mit e, f, g, h und i, wodurch die Lage jeder Sektion vollkommen bestimmt ist. So wird z. B. die Sektion, in welcher der Punkt D, Figur 136, liegt, durch a i bezeichnet.

bb) Das Ausstecken der Signale zur Bestimmung der Punkte des graphischen Hauptnetzes.

Da in jede zu einer Quadratmeile gehörende Sektion einige Netzpunkte womöglich von der Eigenschaft fallen sollen, daß man dieselben an möglichst vielen Stellen der Aufnahmssektion, unter Umständen auch von der angrenzenden Sektion aus sehen kann, und sie zugleich noch ein bequemes Aufstellen des Meßtisches gestatten, so erfordert die Wahl der Punkte oft viel Umsicht und bietet mannigfache Schwierigkeiten dar.

Deshalb muß man häufig davon absehen, in der Aufnahmssektion lauter Standpunkte, d. h. Punkte zu bestimmen, in welchen der Meßtisch aufgestellt werden kann; man begnügt sich vielmehr öfter damit, in jeder Sektion nur einen solchen zu besitzen; in derselben aber noch zwei Fixpunkte, d. h. solche Punkte zu bestimmen, welche von dem Standpunkte aus sichtbar sind.

Zu solchen Fixpunkten wählt man besonders Thürme, große Bäume und sonstige hervorragende Gegenstände, welche man da, wo es notwendig erscheint, noch mit Signalen (§ 12) bezeichnet.

Um in der Wahl der Netzpunkte ganz sicher zu gehen, ist es notwendig, vorher jede einzelne Quadratmeile, namentlich von höher gelegenen Punkten aus, zu rekognoszieren, wobei man sich, so viel es der Zweck erheischt, in einer Skizze ein möglichst klares Bild von den Terrainverhältnissen zu verschaffen sucht.

Hierzu wird zweckmäßig ein kleiner leicht gebauter Meßtisch ohne Verschiebungskreuz und ohne Schrauben zum Horizontalstellen (die Horizontalstellung erfolgt notdürftig mit den Füßen des Stativs) verwendet, auf welchen man ein genaues Quadrat von 10″ Seitenlänge und in letzteres, ganz wie in § 55, die trigonometrisch bestimmten Punkte nur mit dem Unterschiede aufträgt, daß man statt des Maßstabes 1″ = 200° nun den Maßstab 1″ = 400° wählt. Hierauf teilt man das Quadrat wie vorhin noch in 20 gleiche Rechtecke und begiebt sich mit dem Rekognoszierungstischchen über einen der auf das Meßtischblatt aufgetragenen trigonometrischen Punkte, orientiert nach einem der beiden anderen Dreieckspunkte und bezeichnet hierauf mit Hilfe der Orientierungsboussole die Richtung des magnetischen Meridians. Nun rayoniert man mittelst des Perspektivlineals nach allen Thurmspitzen, ausgezeichneten Bäumen, Säulen, Bergkuppen und anderen auffallenden Gegenständen, welche dem Anscheine nach auf die Quadratmeile fallen und wirft schließlich auch noch einen Rayon nach einem geeigneten Standpunkte.

Nun stellt man den Tisch über letzterem horizontal auf, orientiert rückwärts und bestimmt nach § 46 durch Seitwärtsabschneiden von einem der trigonometrischen Punkte aus den jetzigen Standpunkt auf dem Meßtischblatte. Ist dies geschehen, so schneidet man noch alle auf dem vorigen Standpunkte anrayonierte Gegenstände und erhält auf diese Weise ein hinreichend klares Bild darüber, wo die zu triangulierenden Netzpunkte zweckmäßig anzunehmen sind, d. h. wohin man die Signale zu stecken hat, damit auf jede der 20 Sektionen drei Punkte von der angegebenen Beschaffenheit fallen.

Auf diese Weise wird es gelingen, selbst unter ungünstigen Terrainverhältnissen eine genügende Anzahl brauchbarer Signale ausstecken zu können.

cc) Die Festlegung der Punkte des graphischen Hauptnetzes.

Nachdem alle Signale in eine Quadratmeile gesteckt sind, begiebt man sich mit dem Meßtisch und den auf demselben aufgetragenen trigonometrischen Punkten oder den berechneten Orientierungsrayons in dieselbe und prüft zunächst, ob die aufgetragenen Punkte auch mit denen in der Natur übereinstimmen.

Zu diesem Behufe wird der Meßtisch über einem bequem gelegenen trigonometrischen Standpunkte fest und horizontal aufgestellt, der gleichnamige Punkt auf dem Tischblatte mittelst der Lotgabel genau centrisch über denselben gebracht und dann nach dem zweiten Punkte orientiert.

Visiert man nun auch nach dem dritten Punkte, so muß die Kante des Lineals genau durch die Mitte des zugehörigen Punktes auf dem Meßtischblatte gehen, wovon man sich mittelst einer Lupe auf das genaueste zu überzeugen hat. Anschlagnadeln dürfen bei dem Visieren nicht gebraucht werden. Fallen die Punkte genau über einander, und man will von dem richtigen Auftragen derselben ganz überzeugt sein, so begiebt man sich jetzt auch noch auf den zweiten trigonometrischen Punkt, orientiert den Tisch zurück nach dem ersten Standpunkte und visiert dann nach dem dritten Punkte, so muß die Kante des Lineals auch jetzt wieder den zugehörigen Punkt auf dem Tischblatte in der Mitte durchschneiden. Findet eine Abweichung statt, so ist jedenfalls beim Auftragen der trigonometrischen Punkte ein Fehler unterlaufen, welcher vorher zu berichtigen ist.

Sollte jedoch unter den drei auf das Tischblatt fallenden Punkten nur ein Standpunkt sein, so läßt sich auf diesem nur der Winkel prüfen, welchen die beiden Fixpunkte mit dem Standpunkte bilden. In diesem

Falle wirft man nach einem anderen bequem zugänglichen graphischen Zeichen einen Rayon, begiebt sich alsdann nach diesem und schneidet sich von beiden Fixpunkten aus seitwärts in den Rayon ein, so müssen diese sich in einem Punkte schneiden.

Wären endlich die drei trigonometrischen Punkte lauter Fixpunkte, also keiner zugänglich, so wählt man in der Quadratmeile einen vierten Punkt, über welchem man den Tisch aufstellen und von welchem man auch alle drei Fixpunkte erblicken kann und schneidet sich nach § 46 rückwärts ein. Durchschneiden sich alle Visuren, nach sorgfältig ausgeführter Operation, in einem gemeinsamen Punkte, dem Standpunkte, so sind die Meßtischpunkte richtig, und man kann von dem jetzt bestimmten Standpunkte aus die Triangulation der Quadratmeile leicht fortsetzen.

Sind die Punkte auf eine der soeben beschriebenen Weisen richtig befunden worden, so rayoniert man von dem letzten Standpunkte aus, auf welchem sich der Tisch befindet, alle ausgesteckten Signale, Thürme, Kapellen, Kreuze, sowie überhaupt alle zu Netzpunkten geeigneten Objekte, zieht jedoch keinen Rayon, bevor man sich wiederholt vollkommen davon überzeugt hat, ob der Tisch noch richtig orientiert ist und der Durchschnittspunkt der beiden Fäden des Fadenkreuzes im Perspektivlineal genau in die Mitte des anvisierten Gegenstandes einschneidet. Die Rayons sind überdies entweder mit einer Nadel oder einer sehr fein zugespitzten harten Bleifeder zu ziehen und mit dem Namen des Signals zu beschreiben.

Hierauf begiebt man sich auf einen zweiten Standpunkt, von welchem aus ein großer Teil der bereits gezogenen Rayons geschnitten und wieder neue gezogen werden können. Ist der jetzige Standpunkt kein trigonometrischer Punkt, so muß derselbe von einem derselben durch Seitwärtsabschneiden zuvor festgelegt werden. Ist dies geschehen, so werden mit aller Sorgfalt die sichtbaren Rayons geschnitten und andere neu anvisiert. Alsdann wählt man einen schicklichen dritten Standpunkt, bestimmt wieder neue Rayons, giebt anderen den ersten und den bereits geschnittenen den zweiten Schnitt; denn kein Netzpunkt wird als richtig angenommen, welcher nicht mindestens zwei Schnitte besitzt, die sich genau in einem Punkte durchkreuzen müssen. Punkte, welche den zweiten Schnitt erhalten haben, werden sorgfältig piquiert, geringelt und mit dem Namen des Punktes beschrieben und zugleich genau bemerkt, wo sie sich befinden, und ob sie Stand- oder Fixpunkte sind.

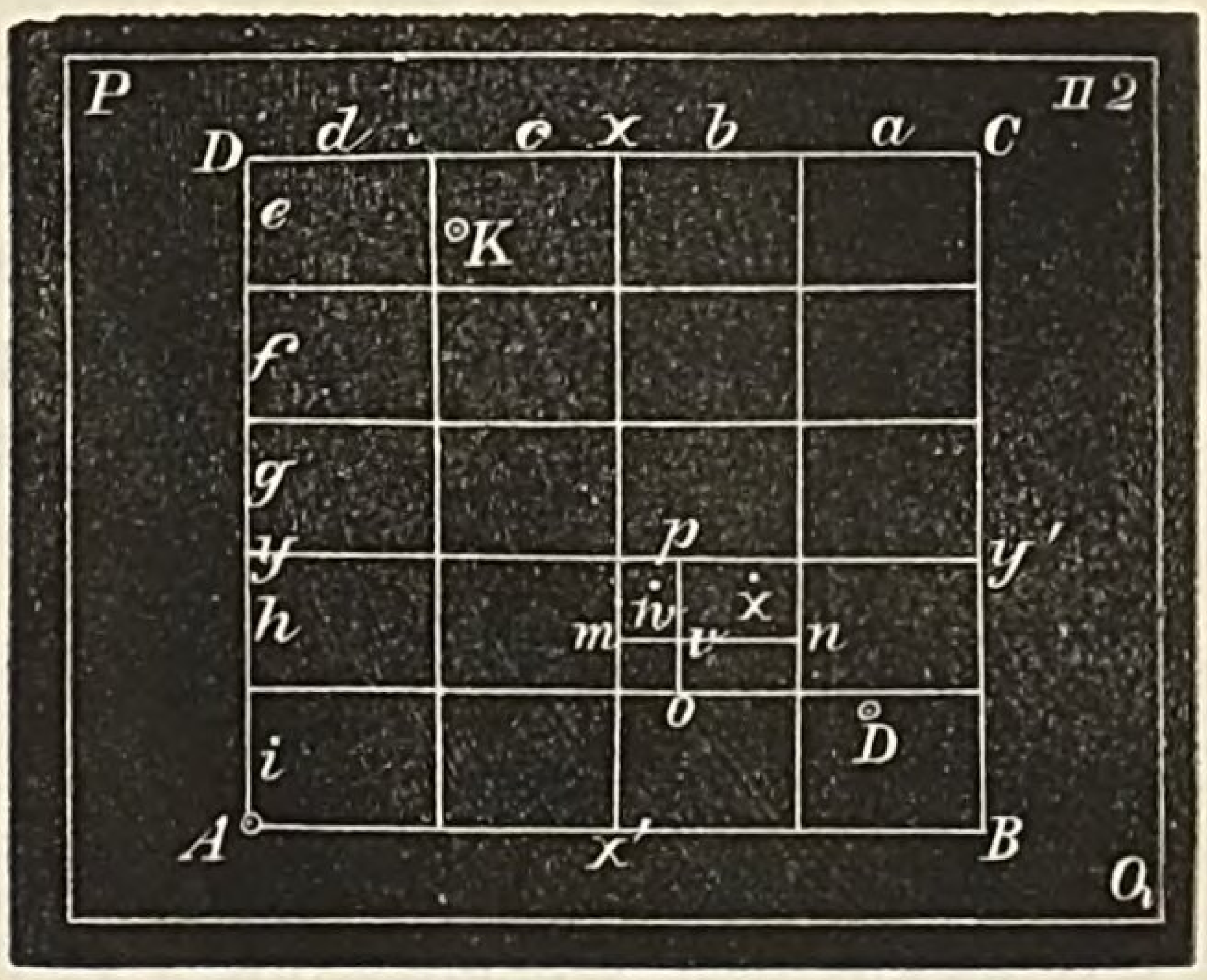
In dieser Weise fährt man fort, bis die ganze Quadratmeile triangu-

liert ist, d. h. in jeder der 20 Sektionen womöglich mindestens drei Punkte bestimmt sind.

Schließlich noch die allgemeine Bemerkung, daß zur Triangulation nur helle Tage verwendet werden sollen, in welchen die Signale recht klar beleuchtet sind.

dd) Das Abtragen der graphisch bestimmten Punkte des Hauptnetzes.

Nachdem eine Quadratmeile A B C D auf dem Tischblatt P Q, Figur 137, mittelst der trigonometrischen Punkte A, D und K in der Art vollständig trianguliert ist, daß auf jede der 20 gleichen Sektionen von je 500 Joch wo möglich drei Netzpunkte zu liegen kommen, so darf das Triangulationsblatt noch nicht vom Tischblatt herabgenommen werden; es ist vielmehr notwendig, da sich das Papier, nachdem es abgeschnitten ist, leicht zusammenzieht oder ausdehnt, daß man vorher die Lage jedes einzelnen Punktes durch Abtragen seiner Ordinaten und Abscissen auf das schärfste bestimmt. Dieses kann entweder mit dem Stangenzirkel oder mittelst des sogenannten Triangulationsapparates geschehen.



Figur 137.

Sollte z. B. in der Sektion b h, in welcher die Punkte v, w und x graphisch bestimmt wurden, etwa der Punkt v mittelst des Stangenzirkels abgetragen werden, so zieht man zunächst durch die Mitte von v, bei Beobachtung der größten Sorgfalt, parallel zur Ordinatenachse C D oder A B die Linie m n und ebenso parallel zur Abscissenachse A D oder B C die Linie o p. Hierauf mißt man die Linie m v dadurch, daß man die eine Spitze des Stangenzirkels in m einsetzt, mit der Mikrometerschraube die andere Spitze genau in v einstellt und die Entfernung abliest. Ganz auf dieselbe Art werden auch die Linien n v, o v und p v gemessen.

Zur Kontrolle des richtigen Abgreifens dient die Tatsache, daß die

Ordinaten $m\,v + n\,v = 5'' = 5 \times 200 = 1000°$ und die

Abscissen $o\,v + p\,v = 4'' = 4 \times 200 = 800°$ sein müssen.

Diese einzelnen Abstände eines jeden Punktes werden entweder unmittelbar auf die betreffenden Linien m v, n v, o v und p v eingeschrieben, oder man legt für dieselben ein besonderes Formular mit den nötigen Rubriken an. Da durch die gemessenen Abstände der Punkt v vollständig bestimmt ist und die Abstände der anderen Sektionspunkte auf dieselbe Art gemessen werden können, so lassen sich jederzeit die einzelnen Punkte in ihrer richtigen Lage wieder konstruieren, mag das Zeichenpapier jetzt oder später auch Veränderungen unterworfen sein.

Noch bequemer und richtiger können die Netzpunkte mittelst des Triangulierungsapparates*) abgetragen werden, dessen wesentliche Bestandteile ein 28″ langer Maßstab und ein rechtwinkeliges Dreieck, beide von Messing, sind. Der Maßstab ist zunächst in Zolle, jeder Zoll wieder in 25 gleiche Teile geteilt, so daß man direkt $^1/_{25}'' = {}^4/_{100}''$ auf demselben ablesen kann. Die längere Kathete des rechtwinkeligen Dreieckes beträgt beiläufig 6″, auf der kurzen Kathete, welche bei dem Gebrauche stets an den geteilten Maßstab angeschoben wird, befindet sich ein vom Nullpunkte aus nach links und rechts in der Art geteilter Nonius, daß 19 Teile des Maßstabes = 20 Teilen des Nonius sind. Durch diese Vorrichtung ist man imstande, jeden Zoll durch Abschätzen bis $^1/_{1000}$ genau abzulesen.

Sollen nun z. B. mittelst dieses Apparates die Abscissenabstände o v und p v, Figur 137, bestimmt werden, so legt man den Maßstab scharf an die Abscissen- oder Kolonnenlinie x x′, die längere Kathete des Dreieckes aber genau auf die Ordinaten- oder Schichtenlinie y y′, läßt alsdann, indem man das Dreieck fest aufdrückt, den Maßstab so lang an der kürzeren Kathete hingleiten, bis die Nullpunkte vom Nonius und Maßstab genau über einander zu liegen kommen. Hierauf drückt man den Maßstab fest und schiebt den Rand der längeren Kathete des Dreieckes genau bis zur Mitte des Punktes v und liest den Abstand p v am Nonius ab. Ganz in dieser Weise wird auch der Abstand o v bestimmt. Die Ordinatenabstände m v und n v erhält man jedoch, indem man den Maßstab an y y′, das Dreieck aber an x x′ legt.

---

*) Lemoch, praktische Geometrie.

Zu größerer Sicherheit trägt man zweckmäßig auch noch die Entfernungen der einzelnen Dreieckseiten von einander ab und notiert sie auf dem Sektionsblatt oder in dem vorgeschriebenen Formulare.

Mit dem Abtragen der Abscissen und Ordinaten der graphisch bestimmten Punkte sind die Triangulationsarbeiten des graphischen Hauptnetzes geschlossen, und es folgt nun unmittelbar:

b) Die graphische Triangulation des Sekundar- oder Gemeindenetzes.

Bei der Triangulation des graphischen Hauptnetzes bildete jedes Tischblatt eine Quadratmeile von 10000 Joch, und wurde dieselbe in 20 gleiche Sektionen von je 500 Joch eingeteilt und in jeder womöglich drei Punkte auf konstruktivem Wege bestimmt. Bei dem Sekundar- oder Gemeindenetz füllt nun jede solche Sektion ein Tischblatt und zerfällt also die ganze Quadratmeile, wie bereits erwähnt, in 20 Tischblätter. Die Triangulation dieser einzelnen Tischblätter ist an folgende Verrichtungen geknüpft:

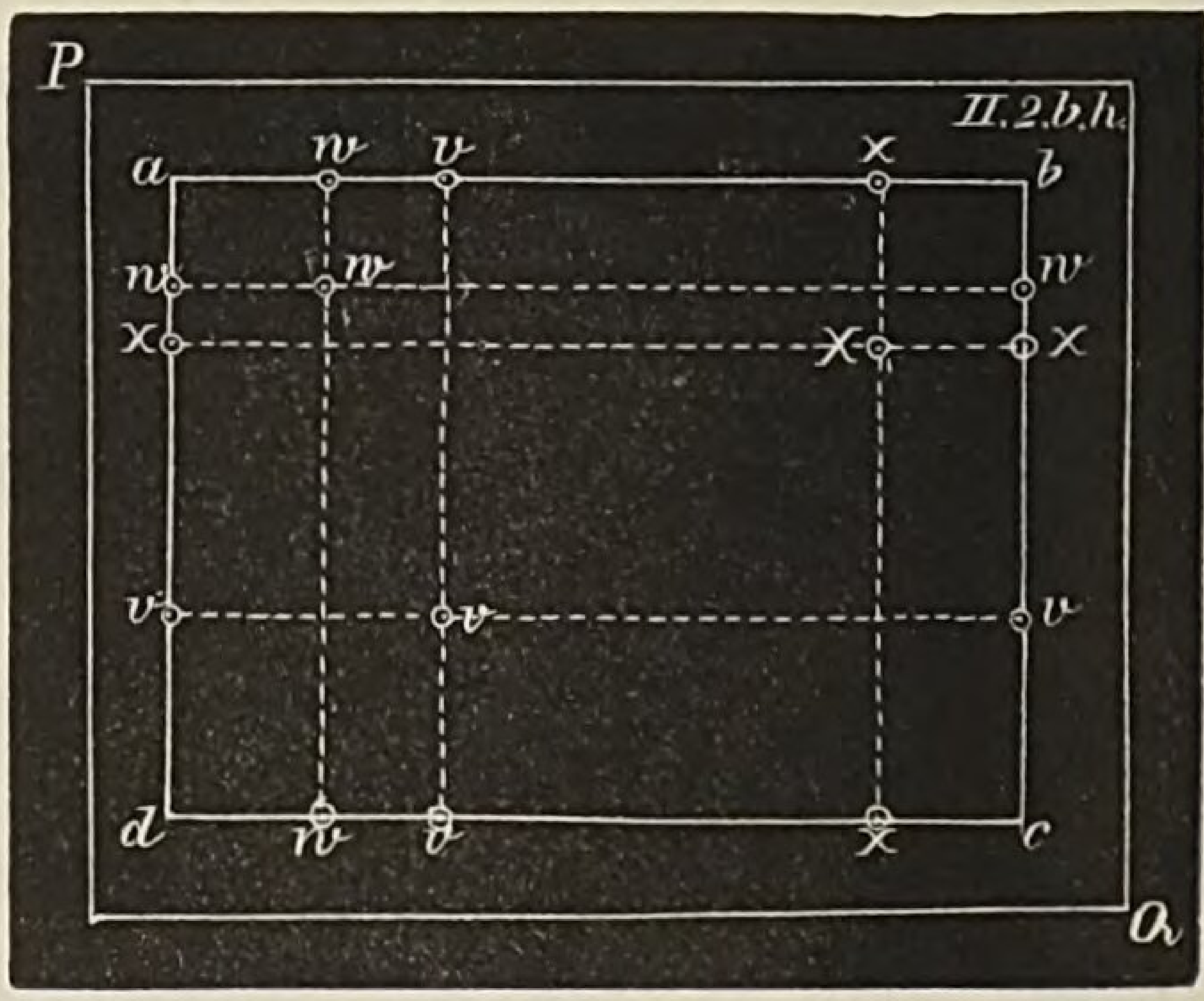
aa) Das Auftragen der Punkte des graphischen Hauptnetzes auf das Sekundar- oder Gemeindenetz.

Um den Übergang des graphischen Hauptnetzes zum Sekundarnetze zu bewerkstelligen, ist es zunächst notwendig, die bereits festgelegten Netzpunkte auf das zur Triangulation des Sekundarnetzes bestimmte Tischblatt zu übertragen.

Da das Sekundarnetz in dem gewöhnlichen Katastermaßstabe 1″ = 40° trianguliert wird, das Hauptnetz aber in dem fünfmal kleineren Maßstab 1″ = 200° durchgeführt wurde, so müssen die Sektionen, welche bei dem Hauptnetze auf dem Meßtisch Rechtecke von 4″ Breite und 5″ Länge bilden, jetzt fünfmal größer, d. h. 20″ breit und 25″ lang angelegt werden. Man hat daher zunächst mittelst des Stangenzirkels oder der Sektionslehre mit großer Genauigkeit ein Rechteck von 25 Wiener Duodezimalzoll Länge und 20″ Breite zu konstruieren und in dasselbe alsdann die in dem Hauptnetz befindlichen zugehörigen Punkte, natürlich auch in einem fünfmal größeren Maßstabe, zu verzeichnen.

Stellt z. B. in Figur 138 PQ das Meßtischblatt, a b c d das auf dasselbe konstruierte Rechteck vor, und es wären etwa aus Figur 137 des Hauptnetzes die Punkte v, w und x der Sektion b h aufzutragen, so verfährt man wie folgt: Man nimmt die abgetragene in Klaftern und Decimal-

teilen ausgedrückte Entfernung o v nach dem Maßstabe 1″ = 40° in den Zirkel, setzt die eine Spitze in d und dann in c ein und durchsticht die



Figur 138.

Linien d a und c b in v. Hierauf nimmt man auch die Entfernung p v in den Zirkel, setzt in a und b ein und durchsticht dieselben Linien in v, so müssen diese in einen Punkt zusammenfallen, d. h. es muß

$$a\,v + d\,v = a\,d = b\,v + c\,v = b\,c \text{ sein.}$$

Werden nun ebenso die Entfernungen m v und n v, Figur 137, in den Zirkel genommen und damit die Linien a b und c d in v durchstochen, so ergiebt sich innerhalb des Rechteckes der richtige Punkt v, wenn man die auf den Sektionsgrenzen befindlichen gleichnamigen Punkte durch gerade Linien mit einander verbindet. Ganz in derselben Weise findet man die Punkte w und x, wie dies aus Figur 138 ersichtlich ist. Um sich noch weiter zu überzeugen, ob die Punkte auch richtig aufgetragen sind, nimmt man die abgemessenen Entfernungen der Dreieckseiten in den Zirkel und untersucht, ob dieselben genau zwischen die Punkte v, w, x ꝛc. einpassen.

bb) Die Rekognoszierung der Aufnahmssektion, die Wahl und Bezeichnung der Netzpunkte.

Das graphische Sekundarnetz stellt die Verbindung des graphischen Hauptnetzes mit der Detailaufnahme her und bezweckt die möglichst sichere Ausführung der letzteren auf Grundlage der mit aller Sorgfalt festzulegenden kleineren Netzpunkte.

Die aus den Sektionen des Hauptnetzes auf die einzelnen Tischblätter übertragenen Punkte, z. B. v, w und x, Figur 138, bilden hierbei die

Grundlage zur weiteren Triangulation. Da nämlich das ganze Detail, wenigstens Wiesen, Feldparzellen u. s. w., wo möglich aus lauter solchen Netzpunkten aufgenommen werden soll, so genügen hierzu drei Punkte nicht, sondern es ist notwendig, im Anschlusse an letztere, noch eine Anzahl anderer festzulegen, von welchen aus man dann schließlich die Parzellenmessung selbst vornimmt.

Die Zahl der zu bestimmenden Netzpunkte in einer Sekundarsektion richtet sich nach den Terrainverhältnissen und besonders nach den Kulturarten. Unter äußerst günstigen Umständen und bei nicht sehr ausgedehnter Parzellierung des Besitzes genügen oft schon sechs bis acht Punkte, während unter weniger günstigen Verhältnissen, d. h. in der Regel, zwanzig bis dreißig Signale gesteckt werden müssen, um selbst die kleinsten Parzellen von diesen aus mit Sicherheit aufnehmen zu können.

Um ferner bei der Bestimmung der Netzpunkte des Sekundarnetzes eine möglichst gute Wahl zu treffen, ist es notwendig, jede Sektion vor der Aufnahme sorgfältig zu durchgehen.

Zu diesem Behufe trägt man die drei, unter Umständen auch vier oder nur zwei Punkte der betreffenden Sektion auf ein Skizzierbrettchen, begiebt sich mit demselben in die Sektion, orientiert sich nach den aufgetragenen Punkten und zeichnet nach dem Augenmaß die wesentlichsten Kulturverschiedenheiten, sowie sämtliche hervorragende, zu Netzpunkten geeignete Gegenstände ein.

Hierdurch erhält man über die aufzunehmende Sektion eine genügende Übersicht und es kann dann zur Bezeichnung der Signale selbst geschritten werden, wobei besonders darauf zu achten ist, daß möglichst viele Standpunkte (nicht Fixpunkte) gewählt werden, von welchen immer mindestens zwei Signale sichtbar sein müssen, und daß die möglichst gleichseitig zu bestimmenden Dreiecke eine Länge von 200 — 300 Klaftern erhalten. Bei Anwendung des Perspektivlineals, statt des Diopterlineals, können jedoch die Seitenlängen auch 400—500 Klafter betragen.

Zu Signalen dienen die in § 12 beschriebenen Formen. Bei dem Ausstecken derselben beginnt man zweckmäßig in den schwieriger und höher gelegenen Partieen und sucht möglichst viele an die Grenzen der Sektionen zu legen, um das Zusammenstoßen mehrerer Sektionen zu erleichtern.

cc) Festlegung der Netzpunkte des graphischen Sekundarnetzes.

Nachdem die graphisch bestimmten Punkte des Hauptnetzes auf das Sekundarnetz in einem fünfmal größeren Maßstabe übertragen und für

jede einzelne Sektion die geometrischen oder Gemeindepunkte durch Signale bezeichnet sind, handelt es sich um die Triangulierung dieser Dreieckspunkte. Der wirklichen Aufnahme der letzteren muß jedoch eine Prüfung der auf das Meßtischblatt, welches hier von Holz und nicht von Glas ist, aufgetragenen Punkte vorausgehen, welche ganz in der Weise wie bei der trigonometrischen in a) cc) vorgenommen wird. Im Übrigen sind bei der Triangulation des graphischen Sekundarnetzes im allgemeinen dieselben Regeln und Vorsichten zu beobachten, wie bei der Triangulation des graphischen Hauptnetzes. Jeder Rayon soll von zwei anderen Standpunkten aus noch einen Schnitt erhalten, worauf sich die drei Visierrichtungen in einem Punkte schneiden müssen, wenn der Punkt als richtig gelten soll. Weiter sind die Visierrichtungen je zweier Punkte, welche einen Orientierungsrayon bilden, an dem Rande des Tischblattes durch kurze Linien (Randmarken), an welche die Namen der zugehörigen Punkte zu schreiben sind, zu bezeichnen; damit nach diesen der Tisch während der Detailaufnahme immer wieder richtig orientiert werden kann, im Falle sich die Punkte durch Einstechen der Anschlagnadeln während der Messung zu sehr erweitern sellten.

Mit der Festlegung der Punkte des graphischen Sekundar- oder Gemeindenetzes sind die Triangulationsarbeiten geschlossen und es wird alsdann unmittelbar zur Detailaufnahme geschritten. Vor derselben haben wir jedoch erst noch kurz zu berühren:

2. Die graphische Triangulation ohne Verbindung mit dem trigonometrischen Netz.

§ 58.

Ist die aufzunehmende Fläche nicht viel größer als eine Quadratmeile, so ist es nicht nötig, ein trigonometrisches Netz zu legen und zu berechnen, sondern es genügen schon zwei graphische Netze. Das erste dieser Netze vertritt dann gewissermaßen das trigonometrische Netz und an das zweite schließt sich die Detailvermessung unmittelbar an.

A. Die Einteilung des Tischblattes in Sektionen.

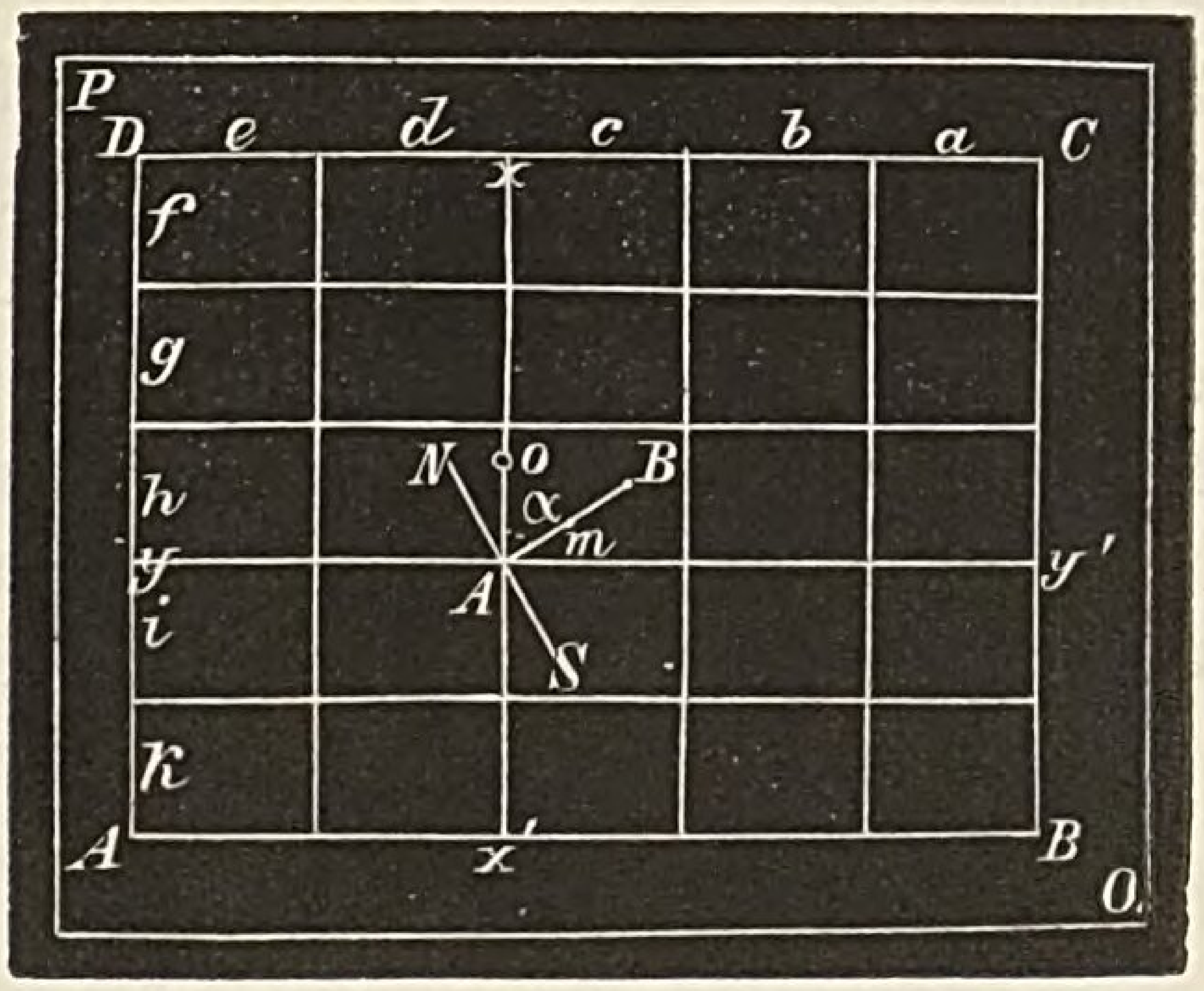
Das zur Triangulation zu verwendende Tischblatt kann aus Holz bestehen, soll aber gut gearbeitet und ausgetrocknet sein und muß mindestens acht Tage, ehe es in Gebrauch kommt, aufgespannt werden. Hierauf konstruiert man mittelst des Stangenzirkels oder der Sektionslehre auf das-

selbe ein Rechteck von genau 25 Zoll Länge und 20 Zoll Breite. Nimmt man nun wieder den Maßstab 1″ = 200 Klafter an, so wird das Rechteck in der Natur 20 × 200 = 4000° breit und 25 × 200 = 5000° lang sein, und somit einen Flächeninhalt von

$$4000 \times 5000 \doteq 20\,000\,000\,\square^{\circ} = \frac{20\,000\,000}{1600} = 12\,500 \text{ Joch} = 1\,{}^{1}/_{4}$$

□Meile umfassen.

Bezeichnet deshalb P Q, Figur 139, das Tischblatt und A B C D das Rechteck von 25 Zoll Länge und 20 Zoll Breite, und man teilt jede der



Figur 139.

Rechtecksseiten in fünf vollkommen gleiche Teile, verbindet alsdann die korrespondierenden Teilpunkte mit einander, so erhält man dadurch 25 gleiche Sektionen von je 5 Zoll Länge und 4 Zoll Breite und von einem Flächeninhalte $= \frac{12\,500}{25} = 500$ Joch, welche nach der Haupttriangulation wieder in einem fünfmal größeren Maßstabe, nämlich in 1′ = 40° aufgetragen werden und so die Grundlage des Sekundarnetzes bilden.

B. Die Wahl der Basis und das Messen derselben.

Soll ein Dreieck oder ein Netz von Dreiecken verzeichnet werden, so ist dies nach den Sätzen der Geometrie nur möglich, wenn mindestens eine Dreiecksseite gegeben ist. Aus diesem Grunde muß auch der graphischen Triangulation, wenn diese sich nicht an ein bereits festliegendes trigonometrisches Netz anlehnt, stets die Messung einer Basis, d. h. einer Dreiecksseite, vorausgehen. Die Basis ist auf einem ebenen, harten Boden, welcher möglichst freie Übersicht gewährt, zu wählen und muß mehr in der Mitte

und nach der längsten Diagonale der aufzunehmenden Fläche bestimmt werden. Bei dem gewöhnlichen Triangulationsmaßstabe 1″ = 200° soll die Basis etwa 1/8 der längsten Ausdehnung der aufzunehmenden Fläche betragen, mithin bei einem Tischblatte von 25″ Länge und 20″ Breite 700° — 800° lang sein. Sollte statt des gewöhnlichen der Maßstab 1″ = 80° gewählt werden, was namentlich bei Aufnahmen, welche 4 Tischblätter nicht übersteigen, besonders anzuempfehlen ist, so genügt eine Basis von 300 — 400 Klaftern. In sehr ungünstigen Terrainverhältnissen ist man öfters genötigt, natürlich auf Rechnung der Richtigkeit der Aufnahme, noch kürzere Standlinien anzunehmen.

Die Messung der Basis selbst kann mit einer zuverlässig gearbeiteten, sorgfältig rektifizierten Meßkette geschehen, wird aber richtiger durch Meßlatten oder Stahlbänder vorgenommen. Die Basis ist mindestens dreimal zu messen, aus den Messungen das arithmetische Mittel zu nehmen und etwa bei der zweiten Messung die Mitte durch ein Signal m zu bezeichnen, welches später bei der Triangulation benutzt wird. Damit man aber bei der Messung selbst stets in der Richtung der Basis bleibe, ist dieselbe vorher durch eine Anzahl Absteckstäbe oder Meßfahnen mit aller Sorgfalt zu bestimmen.

C. Die Bestimmung der Mittagslinie und des ersten Azimuths.

Bei größeren Aufnahmen begnügt man sich nicht damit, nur das Bild und den Inhalt der aufzunehmenden Fläche zu kennen, sondern man wünscht auch auf der Karte die verschiedenen Himmelsgegenden, d. h. die Nord- und Südrichtung verzeichnet zu haben, um sich nach derselben orientieren zu können. Aus diesem Grunde muß der Triangulation erst noch die Bestimmung der Mittagslinie (Nord- und Südrichtung) vorausgehen, um alsdann die Neigung der Basis gegen dieselbe, d. h. das erste Azimuth bestimmen zu können. Da, wie wir sogleich sehen werden, alle übrigen Punkte der Aufnahme mit der Basis in engster Verbindung stehen, so muß sich natürlich die ganze Aufnahme nach der Lage der Basis richten. Um nun die Mittagslinie x x′, Figur 139, und die Neigung der Basis A B gegen dieselbe zu bestimmen, stellt man den Meßtisch über den Anfangspunkt A der Basis horizontal auf und wählt diesem entsprechend auf dem Tischblatte einen schicklichen Punkt derart, daß, nach der Lage desselben zu schließen, wo möglich die ganze Fläche auf ein Blatt trianguliert werden kann. Hierauf legt man die Orientierungsboussole mit der einen längeren Kante scharf an A an, bringt das Nord- und Südzeichen derselben vollkommen

zum Einspielen und zieht dann in dieser Richtung durch den Punkt A eine feine Bleilinie N S. Da es bekannt ist, daß in dieser Stellung die Nordspitze der Magnetnadel oder die gezogene Bleilinie N S gegen Westen hin gegenwärtig z. B. in Wien*) beiläufig um 13° (alte Teilung) von der Mittagslinie abweicht, so trägt man von A aus gegen Osten den Winkel N A x = 13° auf und erhält so in dem Schenkel A x, welchen man durch eine Bleilinie anzeigt, so genau die Richtung der Mittagslinie als es für den vorgesteckten Zweck nötig ist. Nun steckt man die Mittagslinie dadurch aus, daß man die Kante des Perspektivlineals genau an A x anlegt und in der Richtung von A nach x, etwa in einer Entfernung von 100 Klaftern, einen Stab o einsteckt. Nachdem dieser bestimmt ist, legt man das Perspektivlineal scharf an die Linie x x′ an, welche ja auf dem Tischblatte die Mittagslinie vorstellt, und orientiert nach A o. Visiert man nun noch nach dem Endpunkte B der Basis, wobei das Lineal natürlich scharf an A anliegen muß, und zieht alsdann den Rayon A B, auf welchem die Länge der Basis aufgetragen wird, so ist die Lage der Basis gegen die Mittagslinie, d. h. das erste Azimuth, bestimmt und auch die folgende Aufnahme orientiert.

Ein weiteres Verfahren der Bestimmung der Mittagslinie findet sich in dem folgenden Abschnitte.

D. Die Wahl und Triangulation der Netzpunkte.

Um eine schickliche Wahl der Netzpunkte zu treffen, ist es auch hier nötig, die aufzunehmende Fläche zu durchgehen und sich alle diejenigen hervorragenden Punkte z. B. Türme, Säulen, Bäume, Hügel u. s. w. zu skizzieren, von welchen man glaubt, daß sie passende Stand- und Fixpunkte abgeben würden.

Man hat hierbei noch besonders darauf zu achten, daß dieselben, wenn auch nicht sämtlich von der Basis aus, doch von solchen Punkten bestimmt werden können, welche direkt von der Basis aus festgelegt wurden. Zur Bezeichnung der Punkte werden die Signale § 12 gewählt.

Bei der Triangulation stellt man den Tisch zuerst über den Endpunkt der Basis A auf, orientiert denselben nach B und wirft von A aus nach allen sichtbaren Netzpunkten Rayons.

*) Die westliche Abweichung der Magnetnadel beträgt z. B. für London 23°, für Brüssel 20°, für Göttingen 17°, für Berlin 16°, für Wien 13°, für Petersburg 6°, für Moskau 3° u. s. w. Weiteres hierüber im sechsten Abschnitt.

Hierauf begiebt man sich auf den Endpunkt der Basis B, orientiert nach A zurück, durchschneidet von hier aus alle schicklich gelegenen, bereits von A aus anrayonierten Punkte und zieht nach anderen Signalen neue Rayons. Als dritten Standpunkt wählt man einen bereits einmal geschnittenen bequemen Punkt. Da letzterer aber erst dann als richtig angenommen werden darf, nachdem er noch einen zweiten Schnitt erhalten hat, so orientiert man den Tisch nach den Endpunkten A oder B der Basis und bestimmt zur Kontrolle durch Seitwärtsabschneiden vom Mittelpunkte m der Basis aus den jetzigen Standpunkt nochmals. Schneiden sich hierbei die drei Visuren in einem Punkte, so wird von diesem aus mit der Triangulation so lange wie möglich fortgefahren. Indem man sich später wieder über anderen Punkten aufstellt, setzt man die Triangulation so lange fort, bis auf jede der 25 Sektionen womöglich drei Punkte zu liegen kommen.

E. Das Abtragen, Auftragen und Prüfen der Netzpunkte.

Die nach § 58 D. bestimmten, in eine Sektion fallenden Netzpunkte des graphischen Hauptnetzes sind nun auch wieder von dem Triangulationsblatte abzutragen und in dem Maßstabe 1″ = 40° auf das Sekundar- oder Gemeindenetz aufzutragen. Nach diesen Punkten wird dann die Triangulation für die Detailaufnahme fortgesetzt. Da das Verfahren jedoch mit dem § 56 a) dd) berührten genau übereinstimmt, so brauchen wir auf die Art des Auftragens hier nicht nochmals zurückzukommen.

Sind die drei Punkte, welche in der Regel auf eine Detailsektion fallen, aufgetragen, so muß man sie auf dem Lokale, ehe man zur weiteren Bestimmung von Punkten schreitet, erst auf ihre Richtigkeit prüfen, was mit genügender Sicherheit dadurch geschieht, daß man untersucht, ob die Winkel, welche die drei Punkte auf dem Tischblatte bilden, mit den gleichliegenden in der Natur übereinstimmen.

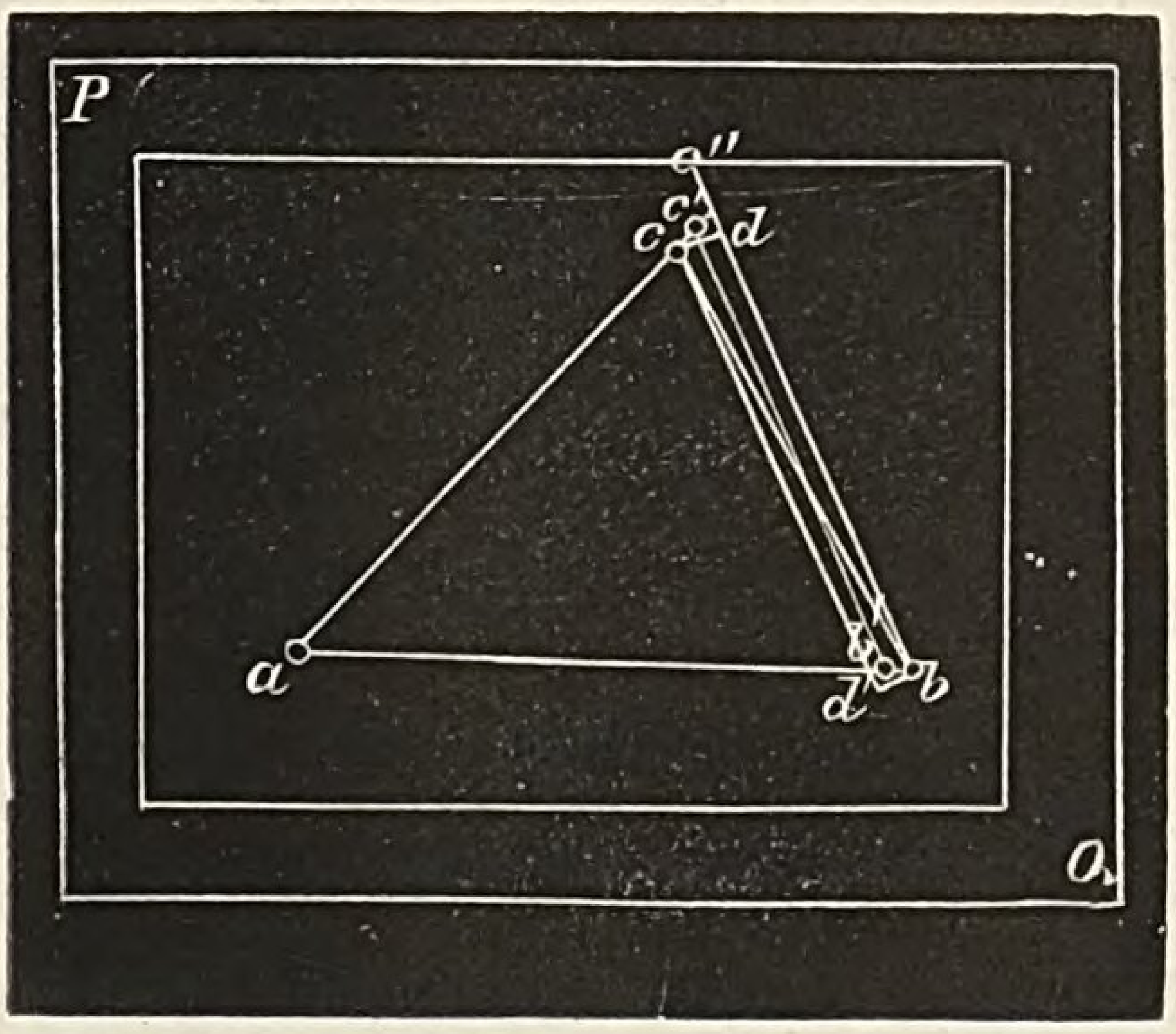
Es sind hierbei verschiedene Fälle möglich, nämlich:

a) zwei Punkte des Dreieckes sind Standpunkte, d. h. man kann sich mit dem Meßtische über dieselben bequem stellen und von jedem derselben nach den beiden anderen frei visieren.

Um in diesem Falle die Punkte zu prüfen, stellt man den Tisch über einen der Standpunkte horizontal auf, orientiert denselben nach dem zweiten Punkte und visiert hierauf das dritte Signal scharf an, so muß, soll der Winkel richtig sein, die Kante des Lineals den dritten Punkt scharf in der Mitte durchschneiden. Begiebt man sich nun über den zweiten Standpunkt, verfährt da gerade so und findet auch hier den Winkel richtig, so muß

natürlich auch der Winkel des dritten Punktes, über den man sich nicht stellen kann, richtig sein.

Sollte es sich jedoch ergeben, daß auf dem Meßtischblatt P Q, Figur 140, sich zwar der Winkel c a b richtig herausgestellt habe, der Winkel bei b aber nicht a b c, sondern a b c″ gefunden worden wäre, so liegt hier offenbar ein Fehler zu Grunde. Fällt man nun auf den Rayon b c″ aus c die Senkrechte d c, und es beträgt diese nicht mehr als $^1/_{1000}$ der Linie b c, so kann die Abweichung als ein unvermeidlicher Operationsfehler betrachtet und als solcher wie folgt berichtigt werden:



Figur 140.

Man visiert, indem man das Perspektivlineal scharf an b anlegt, nach dem Signal C und zieht den Rayon b c″. Hierauf legt man dasselbe scharf an c, visiert gleichfalls nach C und zieht rückwärts den Rayon c d′, errichtet auf b c″ die Senkrechte c d, auf c d′ die Senkrechte b d′ und halbiert sowohl b d′ als c d, so sind die Halbierunspunkte c′ und b′ die richtigen, weil sich auf diese der Fehler gemeinschaftlich verteilt.

b) Ist unter den drei Sektionspunkten nur ein Standpunkt, so prüft man von diesem aus nach **a**) die Richtigkeit dieses Winkels und wirft alsdann einen Rayon nach einem zweiten schicklichen Standpunkte, von welchem aus die drei Signale der Netzpunkte gesehen werden können. Nun begibt man sich über denselben, orientiert den Tisch zurück nach dem ersten Standpunkte und bestimmt den neuen Punkt mittelst Seitwärtsabschneiden von den beiden Fixpunkten aus. Schneiden sich die drei Visuren in einem Punkte, so sind die Netzpunkte richtig, im anderen Falle ist einer derselben unrichtig aufgetragen.

c) Im Falle unter den drei Punkten sich gar kein Standpunkt befinden sollte, so wählt man sich einen solchen der Art, daß man von demselben sämtliche drei Punkte sehen kann und legt dann den gewählten Standpunkt auf dem Tischblatte mittelst Rückwärtseinschneiden fest. Treffen die drei Visurlinien nach A, B und C in der Natur, rückwärts verlängert, genau in einen Punkt zusammen, so können die aufgetragenen Punkte als richtig angesehen werden.

Sollte sich wegen eines unrichtig gefundenen und nicht zu verbessernden Punktes die Triangulation einer Sektion nicht vornehmen lassen, so nimmt man zweckmäßig erst die Triangulation anstoßender Sektionen vor und bestimmt in diesen gemeinschaftliche Punkte mit der fehlerhaften Sektion, überträgt dieselben dann auf letztere und nimmt schließlich nach den auf das Tischblatt neu übertragenen Punkten die Detailtriangulation vor.

F. Die Triangulation des graphischen Sekundar- oder Sektionsnetzes.

Sind die auf die Sektionsblätter aufgetragenen Punkte des graphischen Hauptnetzes geprüft und nötigenfalls berichtigt, so schreitet man zur weiteren Triangulation der einzelnen Sektionen in dem Maßstabe 1″ = 40°, wobei man übrigens nach denselben Regeln vorschreitet, die wir bereits bei der Bestimmung der Netzpunkte des graphischen Sekundarnetzes, unter Grundlage eines vorausgegangenen trigonometrischen Netzes, kennen gelernt haben. Es sind nämlich in jeder Sektion noch so viele graphische Punkte festzulegen, daß die Detailaufnahme von diesen aus mit möglichster Schärfe vorgenommen werden kann. Die Menge der auszusteckenden Signale richtet sich natürlich nach der Kulturart und nach der Menge der in eine Sektion fallenden Parzellen. Bei Festlegung der Setionspunkte geht man von den auf das Tischblatt bereits aufgetragenen Punkten aus, d. h. man orientiert sich nach diesen, zieht aus denselben die Rayons und Schnitte und macht sich auch hier zur strengsten Pflicht, keinen Punkt als richtig zu pikieren und einzuringeln, welcher nicht einen Kontrollschnitt erhalten hat, der sich mit den beiden anderen Rayons genau in einem Punkte schneiden muß.

3. Von der auf Vortriangulation gegründeten Detailaufnahme.

§ 59.

Obgleich wir bei der Methode des Rayonierens und Messens (§ 44), des Rayonierens und Schneidens (§ 45) und der Umfangsaufnahme (§ 49) schon gezeigt haben, wie einzelne Parzellen und Polygone mittelst des Meß-

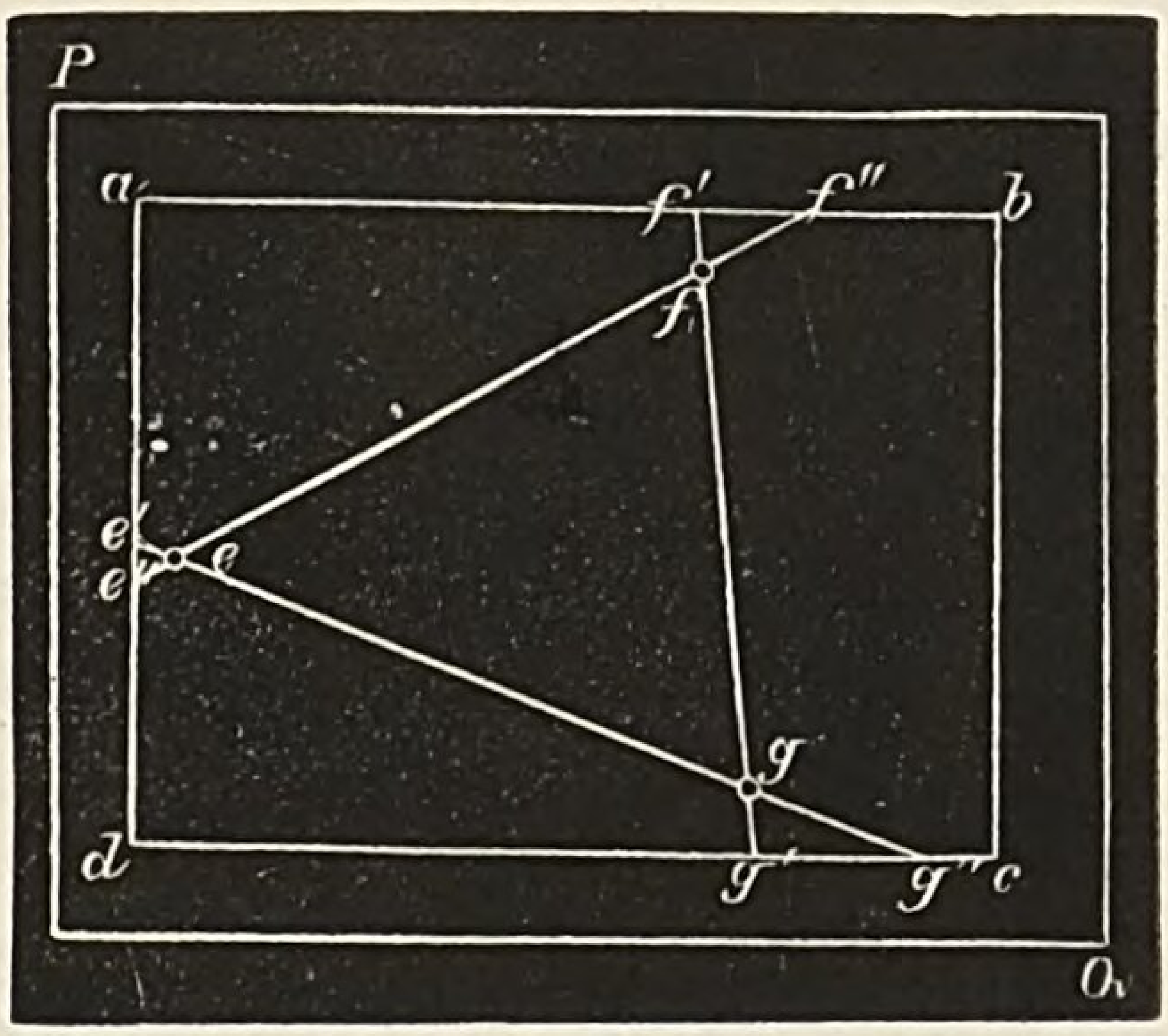
tisches aufgenommen werden können, so stand die dort beschriebene Verfahrensweise doch außer Verband mit irgend einem Triangulationsnetze. Die einzelnen Polygone wurden daselbst für sich aufgenommen; in welchem Zusammenhange dieselben zu den übrigen Punkten eines Landes, einer Provinz, einer Herrschaft oder Gemeinde stehen, konnte nicht angegeben werden.

Aus diesem Grunde ist es nötig, auf die Detailaufnahme, im Zusammenhange mit der Triangulation, nochmals mit kurzen Worten zurückzukommen.

An die Detailaufnahme knüpft sich zunächst:

A. Das Ausstecken der Sektionslinien.

Da jede Sektion auf dem Meßtischblatte 500 Joch in der Natur vorstellt, so ist es vor der Aufnahme der einzelnen Sektionen notwendig, die Grenzen derselben auf dem Lokale durch besondere Zeichen anzuzeigen, damit der Geometer beurteilen kann, welche Parzellen in die eine und welche in die andere Sektion zu liegen kommen.



Figur 141.

Stellt nun P Q, Figur 141, das Tischblatt vor, bezeichnen ferner a b c d das Sektionsrechteck und e, f und g drei auf dasselbe aufgetragene, graphisch bestimmte Punkte, so werden die Sektionsgrenzen in der Natur wie folgt bestimmt:

Man stellt den Tisch etwa über g horizontal auf, orientiert denselben nach dem verlängerten Rayon e g″, greift die Entfernung g g″ auf dem Maßstabe ab und mißt dieselbe in der Natur nach der Richtung von g nach g″ hin, so ist der Punkt g″ der Sektion bestimmt, welchen man entsprechend durch ein Signal bezeichnet. Trägt man nun den Tisch über den gefundenen Sektions-

punkt g'' und orientiert denselben nach e g'', legt alsdann das Diopter= oder Perspektivlineal an d g'' und läßt in dieser Visierrichtung noch Stäbe und Signale aufstellen, so wird hierdurch die Sektionslinie c d in der Natur aufs genaueste bestimmt.

Wäre es mit Schwierigkeiten verbunden, den Tisch über g'' aufzustellen, so kann man auch die Linie g g' abgreifen und in der Natur in der Richtung von g nach g' abmessen, wodurch sich der Punkt g' ergiebt. Wird dann die Linie g' g'' rückwärts und vorwärts in gerader Richtung verlängert, so ergiebt sich die Sektionslinie c d um so genauer, je weiter die Punkte g' und g'' von einander entfernt sind. In ganz ähnlicher Weise können auch die übrigen Sektionslinien a b, b c und a d bestimmt werden. Das Ausstecken der Sektionslinien, welches namentlich bei Acker= und Wiesengelände unentbehrlich ist, gestaltet sich aus dem Grunde meist sehr einfach, weil schon bei der Triangulation darauf gesehen werden soll, daß die Netzpunkte möglichst nahe an die Sektionsgrenzen zu liegen kommen.

B. Das Auspflöcken der Parzellen.

Nachdem die Grenzen der aufzunehmenden Sektion ausgesteckt und mit hinreichender Genauigkeit bezeichnet sind, begiebt man sich in das Innere derselben und verschafft sich eine vollständige Übersicht über die darin vorkommenden verschiedenartigen Parzellen.

In der Regel wird eine Sektion schon durch natürliche Begrenzung, etwa durch eine verschiedene Lage der Parzellen, durch Raine, Gräben, Wege u. s. w. in mehrere Teile zerlegt, welche meist auch mit verschiedenen Namen bezeichnet sind.

Diese Hauptteile der Sektion, welche Fluren oder Riede genannt werden, zeichnet man zuerst in die Skizze ein. Hierdurch zerfallen die Sektionen schon in mehrere Abschnitte, welche das Zeichnen der Parzellen sehr erleichtern.

Man pflöckt nun, in fortlaufenden Nummern durch die ganze Sektion, in jedem einzelnen Riede die Parzellen so aus, daß der Umfang einer jeden deutlich ersichtlich ist. Bei Parzellen höheren Kulturwertes muß man natürlich in der Ausscheidung der Grenzen der einzelnen Parzellen sorgfältiger zu Werke gehen; bei Parzellen geringeren Wertes sucht man jedoch möglichst lange Grenzlinien herzustellen und die Anzahl der Pflöcke möglichst zu beschränken.

Gegenstände der Ausscheidung bilden die verschiedenen Kulturarten, wie Äcker, Wiesen, Gärten, Weiden, Weinberge, Gebäude, Wüstungen u s. w.,

getrennt nach den verschiedenen Eigentümern. In jede Parzelle ist der Name des Besitzers, sowie die Kulturart kurz anzudeuten, wofür man besondere abgekürzte Zeichen hat, z. B. a = Acker, w = Wiese, hw = Hochwald, nw = Niederwald u. s. w. Grenzparzellen, welche die Sektionslinien durchschneiden, werden in dem Falle vollständig ausgepflöckt, als sie zum größten Teil in die Sektion fallen; fällt die größere Hälfte außerhalb, so wird sie als zur anstoßenden Sektion gehörend behandelt. Parzellen endlich, welche zur Hälfte innerhalb, zur Hälfte außerhalb der Sektion fallen, werden auch nur zur Hälfte in jeder Sektion aufgenommen.

Weil bei der Aufnahme der Parzellen in der Regel am besten streng nach der Nummernfolge vorgeschritten wird, so müssen die Pflöcke bei der Auspflöckung schon so gesetzt werden, daß sich nach derselben die Vermessung möglichst einfach gestaltet.

Die Skizze über die einzelnen Parzellen mit ihren Umfangspunkten bildet einen sehr wesentlichen Bestandteil bei der Aufnahme, indem sie den Geometer vor Irrungen bei dem Rayonieren und Schneiden, welche namentlich bei kleinen Parzellen leicht vorkommen, bewahren soll. Auch leistet sie bei der Verbindung bereits aufgenommener Punkte sehr wesentliche Dienste.

Zur Anfertigung einer guten Skizze gehört viel Übung und ein gewisses praktisches Talent in der Beurteilung der Entfernungen und Winkel, welches nicht jedermann besitzt.

Da über das Ausscheiden und Auspflöcken der Parzellen fast jeder Staat seine besonderen gesetzlichen Bestimmungen besitzt, so halten wir es für unnötig, auf diesen einfachen Gegenstand noch näher einzugehen.

C. Die Aufnahme der Parzellen.

Nachdem alle Parzellen einer Sektion ausgepflöckt sind, der Geometer sich überdies im Besitze einer vollständig richtigen Skizze befindet, muß alsbald zur Aufnahme der Parzellen geschritten werden, damit die gesteckten Pflöcke nicht etwa durch mutwillige oder boshafte Menschen entwendet oder versetzt werden. Sowie die Auspflöckung am besten von den Sektionsecken nach der Mitte hin fortgesetzt wird, so geschieht dies auch bei der Aufnahme selbst.

Der Geometer stellt sich mit dem Meßtische und der Skizze über einem auf dem Meßtischblatt bereits graphisch bestimmten Netzpunkt horizontal auf und orientiert nach einem oder mehreren möglichst fern gelegenen anderen Sektionspunkten, indem er das Diopterlineal an eine im Standpunkte senk-

recht eingesteckte Piquiernadel und an den zweiten Punkt, nach welchem orientiert werden soll, anlegt. Hierauf begiebt sich ein Hilfsarbeiter (Figurant) über die Pflocknummer 1 und setzt eine Stange (Figurierstange) senkrecht über derselben ein, worauf der Geometer diesen Punkt anrayoniert und den Rayon mit der gleichen Pflocknummer beschreibt. Jetzt erhält der Figurant ein Zeichen (das Abdanken), worauf er sich über Pflocknummer 2 begiebt und der Geometer auch dorthin einen mit der Nummer des Pflockes zu bezeichnenden Rayon wirft. In dieser Weise wird in der Anrayonierung sämtlicher, vom jetzigen Standpunkte aus sichtbaren Punkte fortgefahren.

Damit bei dem Figurieren und Rayonieren kein Fehler unterläuft, ist es notwendig, daß der Geometer und Figurant durch besondere Zeichen, welche sie sich geben, in fortwährendem Einverständnisse stehen. Stehen der Geometer und der Figurant in nicht allzu großer Entfernung von einander, so genügt schon ein einfacher Zuruf oder eine besondere Bewegung mit der Hand. Bei größeren Entfernungen wird jedoch zweckmäßiger ein Signalhorn angewendet, mit dem die verschiedenen Verrichtungen durch besondere Töne ausgedrückt werden, welche natürlich auf gegenseitiger Uebereinkunft beruhen.

Hat der Geometer vom ersten Standpunkte aus alle sichtbaren Pflocknummern anrayoniert und sich überzeugt, daß während der ganzen Operation der Tisch keine Verrückung erlitten hat, so stellt er denselben jetzt auf einem zweiten schicklichen Standpunkte horizontal auf, orientiert ihn wieder nach einem möglichst weit liegenden Netzpunkte, durchschneidet alle vorher gezogenen Rayons, welche einen schicklichen Schnitt zulassen*), rayoniert wieder neue Punkte an und begiebt sich dann wieder an einen dritten Standpunkt. In dieser Weise wird fortgefahren, bis sämtliche Pflocknummern anrayoniert und durchschnitten sind, wobei sich der Geometer fortwährend durch Vergleichung mit der Skizze vor falschen Schnitten sichern muß.

Es ereignet sich öfters, daß einzelne Punkte sich wohl rayonieren, aber nicht bequem schneiden lassen. In solchem Falle tritt an die Methode des Rayonierens und Schneidens die Methode des Rayonierens und Messens. Unter Umständen nimmt man auch Kreuzscheibe und Winkelspiegel zur Hand.

---

*) Es sollen nur Schnitte als giltig erklärt werden, welche mit dem Rayon mindestens einen Winkel von 30° bilden.

Da bei sehr parzellierten Sektionen sehr viele Rayons nötig sind, die sich nach allen Richtungen durchkreuzen und leicht zu Irrungen Gelegenheit geben können, so zieht man dieselben nicht über das ganze Tischblatt, sondern nur kurz an demjenigen Teil desselben, wo nach der Skizze mutmaßlich die Punkte hinfallen werden.

Nachdem eine Partie Punkte richtig aufgenommen ist, werden die zusammengehörenden verbunden, mit feinen Tuschlinien ausgezogen und die entbehrlichen Bleilinien dann ausgelöscht, wobei die größte Reinlichkeit und Pünktlichkeit zu beobachten ist.

Wie Waldparzellen aufgenommen werden, wurde bereits (§ 52) auseinandergesetzt. Hier haben wir nur noch anzufügen, daß die spezielle Waldvermessung wo möglich immer an festliegende Netzpunkte angeschlossen werden muß, um bedeutenderen Verrückungen vorzubeugen, welche bei Umfangsmessungen sehr leicht unterlaufen.

Uebrigens sind fast alle Fachmänner damit einverstanden, daß größere Waldkomplexe, namentlich in Terrainverhältnissen, welche einer graphischen Triangulation große Schwierigkeiten entgegensetzen, am vorteilhaftesten mit dem Theodoliten aufgenommen werden, wovon wir im folgenden Abschnitte ausführlich handeln werden.

III. Von der Berechnung des Flächeninhaltes der Meßtischaufnahmen.

Allgemeine Bemerkungen über die Flächenberechnung.

§ 60.

Mit den meisten Meßtischaufnahmen verbindet man neben der Konstruktion einer Karte zugleich noch die Ermittelung des Flächeninhaltes der aufgenommenen Figur. Nachdem daher letztere gehörig zum Schluß gebracht ist, zieht man die aufgenommenen Bleilinien fein mit schwarzer Tusche aus, verschiebt jedoch die Farbenanlage, so wie die weitere Auszeichnung der Karte, bis nach erfolgter Flächenberechnung.

Da jede Fläche eine Ausdehnung in die Länge und Breite hat, so beruht die Flächenermittelung auf der Bestimmung des Produktes zweier Faktoren. Wäre man im stande, die Größe dieser Faktoren mit mathematischer Schärfe zu erheben, so würde auch das Produkt dieser Faktoren,

nämlich die Fläche selbst, vollständig richtig erhalten werden können. Mangelhafte Instrumente und unvollständiger Gesichtssinn sind jedoch die Ursachen, daß beide Faktoren immer einer gewissen Unsicherheit unterliegen und darum eine absolut richtige Flächenberechnung selten zulassen.

Bei der Flächeninhaltsberechnung, wie solche auf die Aufnahme mit Kreuzscheibe, Winkelspiegel und diesen verwandten Instrumenten folgt, so wie bei der Berechnung des Inhaltes aus den Koordinaten, welche sich auf die Theodolitenmessung (V. Abschnitt) gründet, verwendet man wirklich gemessene Größen und man nennt diese genauere Art der Inhaltsberechnung die Bestimmung aus den Originalmaßen. Bei der Meßtischaufnahme müssen jedoch die Berechnungsfaktoren mit Zirkel oder sonstigen Instrumenten erst von den konstruierten Linien des Aufnahmeblattes abgegriffen werden, und man nennt daher diese weniger genaue Methode die Inhaltsbestimmung aus dem Grundrisse.

Daß die Inhaltsberechnung aus dem Grundrisse derjenigen aus den Originalmaßen nachstehen muß, folgt daraus, daß ein kleiner Fehler, welcher beim Abgreifen der mit verhältnismäßig kleinem Maßstabe konstruierten Linien begangen wird, bei der Multiplikation der Berechnungsfaktoren leicht schon einen merklichen Unterschied hervorrufen kann.

Angenommen, die Grundlinie eines zu berechnenden Dreieckes sei g, die Höhe h, so ist der richtige Inhalt $= \frac{g \cdot h}{2}$. Wären nun z. B. Grundlinie und Höhe jede um $\frac{1}{100}$ zu groß gemessen worden, so ist die Grundlinie dann $g + \frac{1}{100} g = \frac{101}{100} g$ und die Höhe $h + \frac{1}{100} h = \frac{101}{100} h$; daher der mit unrichtigen Maßen berechnete Inhalt $= \frac{\frac{101}{100} \cdot g \times \frac{101}{100} \cdot h}{2} =$

$$\frac{101 \cdot 101 \cdot g \cdot h}{20\,000} = \frac{10\,201 \cdot g \cdot h}{20\,000} = \frac{(10\,000 + 201)\, g \cdot h}{20\,000} = \frac{10\,000}{20\,000} \cdot g \cdot h + \frac{201}{20\,000} \cdot g \cdot h = \frac{g \cdot h}{2} + \frac{201}{10\,000} \cdot \frac{g \cdot h}{2},$$

d. h. man findet den Inhalt in diesem Falle um $\frac{201}{10\,000} \cdot \frac{g \cdot h}{2}$ zu groß. Läßt man 1 gegen 200 unberücksichtigt, setzt also statt $\frac{201}{10\,000}$ nur $\frac{200}{10\,000} = \frac{2}{100}$, so beträgt hier der be-

gangene Fehler $\frac{2}{100}$ des wirklichen Inhaltes, d. h. das Doppelte dessen, um was eine jede Linie falsch gemessen wurde.

Es stimmen nun nicht nur die Rechnung, sondern auch die Erfahrung darin überein, daß in den Fällen, in welchen die beiden Faktoren unmittelbar bis auf $\frac{1}{2 \text{ m}^{\text{tel}}}$, etwa $^1/_{1000}$ der Länge genau gemessen werden können, die Flächenangabe bis auf $\frac{1}{\text{m}^{\text{tel}}}$ oder $^1/_{500}$ sicher gestellt ist. Angesichts dieser Ergebnisse liegen um so dringendere Gründe vor, gerade bei der Meßtischaufnahme mit dem Abgreifen der zur Inhaltsberechnung dienenden Linien recht sorgfältig zu verfahren.

1. Formeln für die Flächeninhaltsberechnung bei der Meßtischaufnahme.

§ 61.

Die Art der Berechnung einer Fläche ist zunächst abhängig von der Art ihrer Begrenzung.

Hierbei lassen sich folgende Hauptfälle unterscheiden:

a) Nur von geraden Linien begrenzte Flächen;

b) von geraden und krummen Linien begrenzte Flächen, und

c) nur von einer krummen Linie begrenzte Flächen.

ad a) Ist eine Figur nur von geraden Linien begrenzt, so pflegt man dieselbe in der Regel in Dreiecke und Trapeze zu zerlegen. Unter Umständen können aber auch Parallelogramme, Quadrate und Trapezoide vorkommen. Die Berechnung dieser fünf Grundfiguren erfolgt dann nach folgenden Formeln:

Berechnung der Dreiecke.

Bezeichnet man mit g die Grundlinie und mit h die Höhe jedes beliebigen Dreieckes, so ist die Fläche:

$$\text{Fl} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{g}{2}\, h = g\, \frac{h}{2}.$$

Sind jedoch in einem Dreiecke nur die drei Seiten a, b und c gegeben, und man bezeichnet mit S die halbe Summe dieser drei Seiten, d. h. man setzt $S = \frac{1}{2}(a + b + c)$, so erhält man den Flächeninhalt des Dreieckes auch nach der Formel:

$$\text{Fl} = \sqrt{S\,(S-a)\,(S-b)\,(S-c)}.$$

Berechnung des Trapezes.

Bezeichnet man die beiden parallelen Seiten des Trapezes mit a und b, und die Höhe desselben mit h, so ist:

$$Fl = \left(\frac{a + b}{2}\right) h = \frac{h}{2}\left(a + b \right).$$

Berechnung eines Parallelogramms.

Ist g = der Grundlinie und h = der Höhe des Parallelogramms, so ist:

$$Fl = g \cdot h.$$

Berechnung des Quadrates.

Ist g die Grundlinie und auch zugleich die Höhe, so ist:

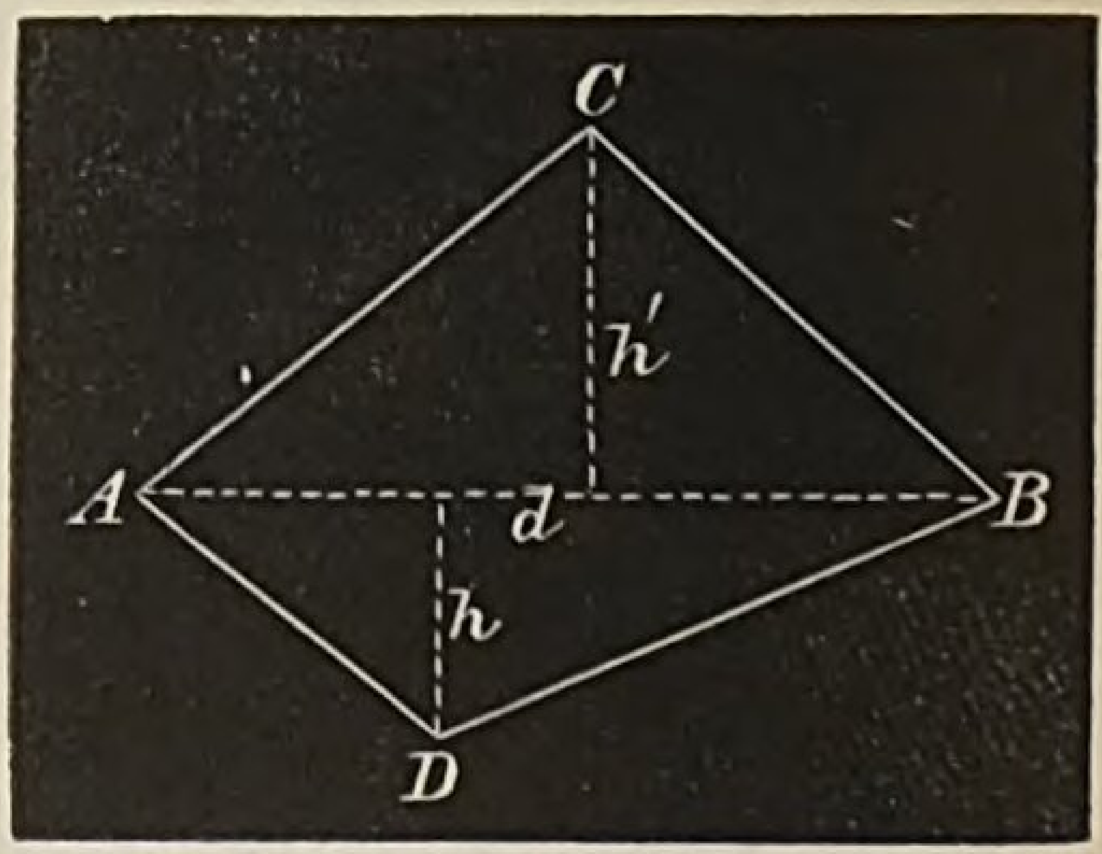
$$Fl = g \cdot g = g^2.$$

Berechnung des Trapezoids oder unregelmäßigen Viereckes.

Stellt d, Figur 142, die durch das Trapezoid gezogene Diagonale h und h′ die auf diese Weise aus den beiden gegenüberliegenden Ecken gezogenen Senkrechten vor, so ist der Flächenraum des Viereckes:

$$Fl = \frac{d}{2}\left(h + h' \right) = d\left(\frac{h + h'}{2}\right).$$

Da man bei der Meßtischaufnahme die Koordinaten (Ordinaten und Abscissen) der Umfangspunkte eines Polygons nicht zu berechnen pflegt, so wird die Formel für die Berechnung eines Polygons aus den Koordinaten hier übergangen und erst bei der Abhandlung über den Theodoliten entwickelt, und deren Anwendung dort gezeigt werden.



Figur 142.

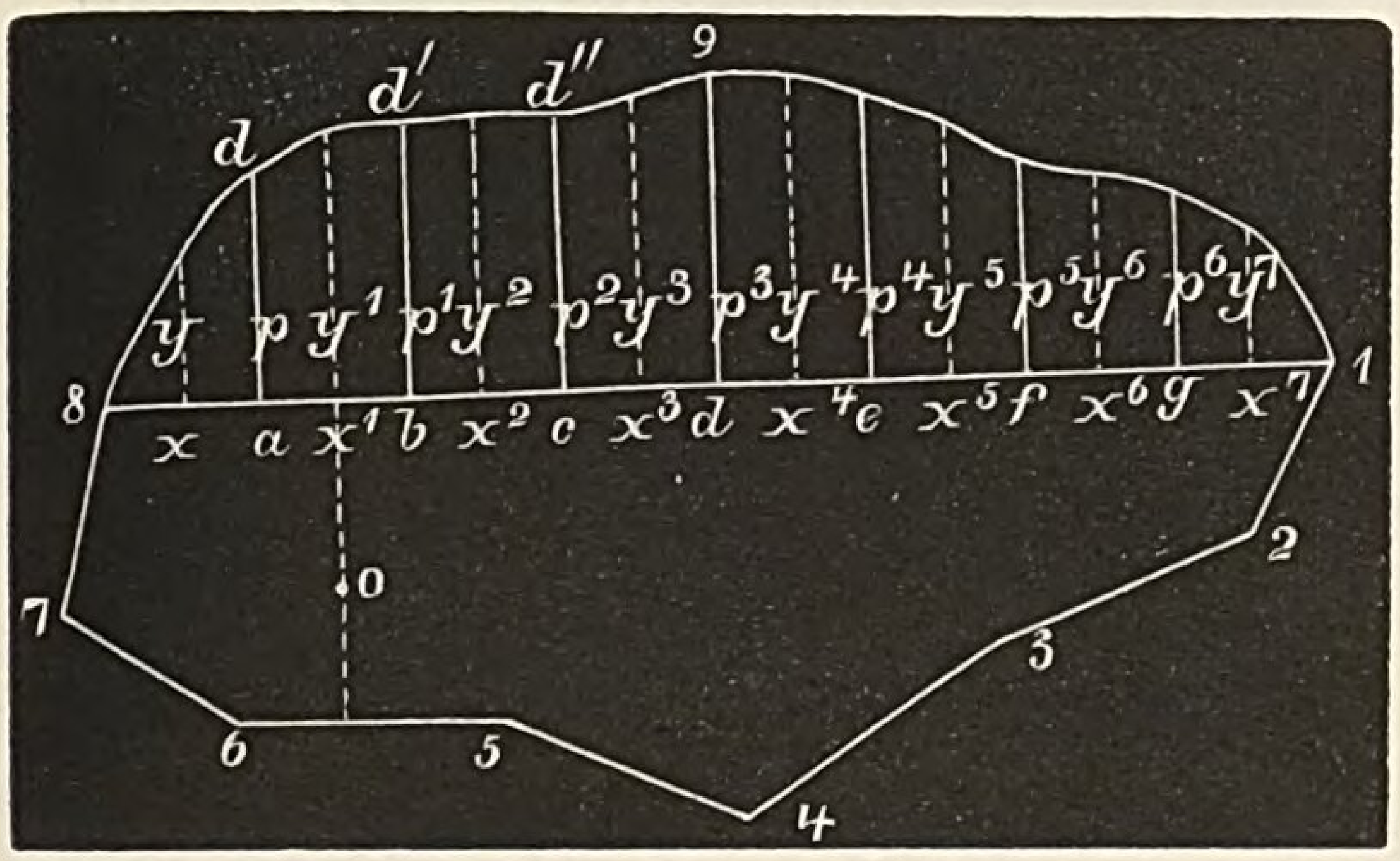
ad b) Figuren, welche nur nach einer Seite von einer krummen Linie begrenzt sind, pflegt man durch die Verbindung der Endpunkte 8 und 1, Figur 143, der krummen Linie in der Art in zwei Teile zu zerlegen, daß der eine Teil 1, 2, 3 . . . . 8 ein geradliniges Polygon bildet, welches nach ad a) berechnet werden kann; während der andere gerad- und krummlinige Teil wie folgt berechnet wird:

Man teile die Linie 8, 1 von 8 anfangend in lauter gleiche Teile 8 a = a b = b c = c d u. s. w., errichte in diesen Punkten die Ordinaten $p, p^1, p^2, p^3, p^4, p^5, p^6$, so wird dadurch die Figur 1, 8, 9, wenn die Ordinaten so nahe angenommen worden sind, daß die zwischen liegenden

krummen Linien als gerade betrachtet werden können, in lauter Trapeze und an beiden Enden in zwei Dreiecke zerlegt.

Macht man ferner

$8\,x = \frac{8\,a}{2}$; $a\,x^1 = \frac{a\,b}{2}$; $b\,x^2 = \frac{b\,c}{2}$ u. s. w, und errichtet in x, x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, die Senkrechten y, y^1, y^2, y^3, y^4, y^5, y^6, y^7, so ist der Flächeninhalt des Dreieckes $8\,a\,d = 8\,a \cdot y$, die Flächen der Trapeze $a\,d\,d'\,b$,



Figur 143.

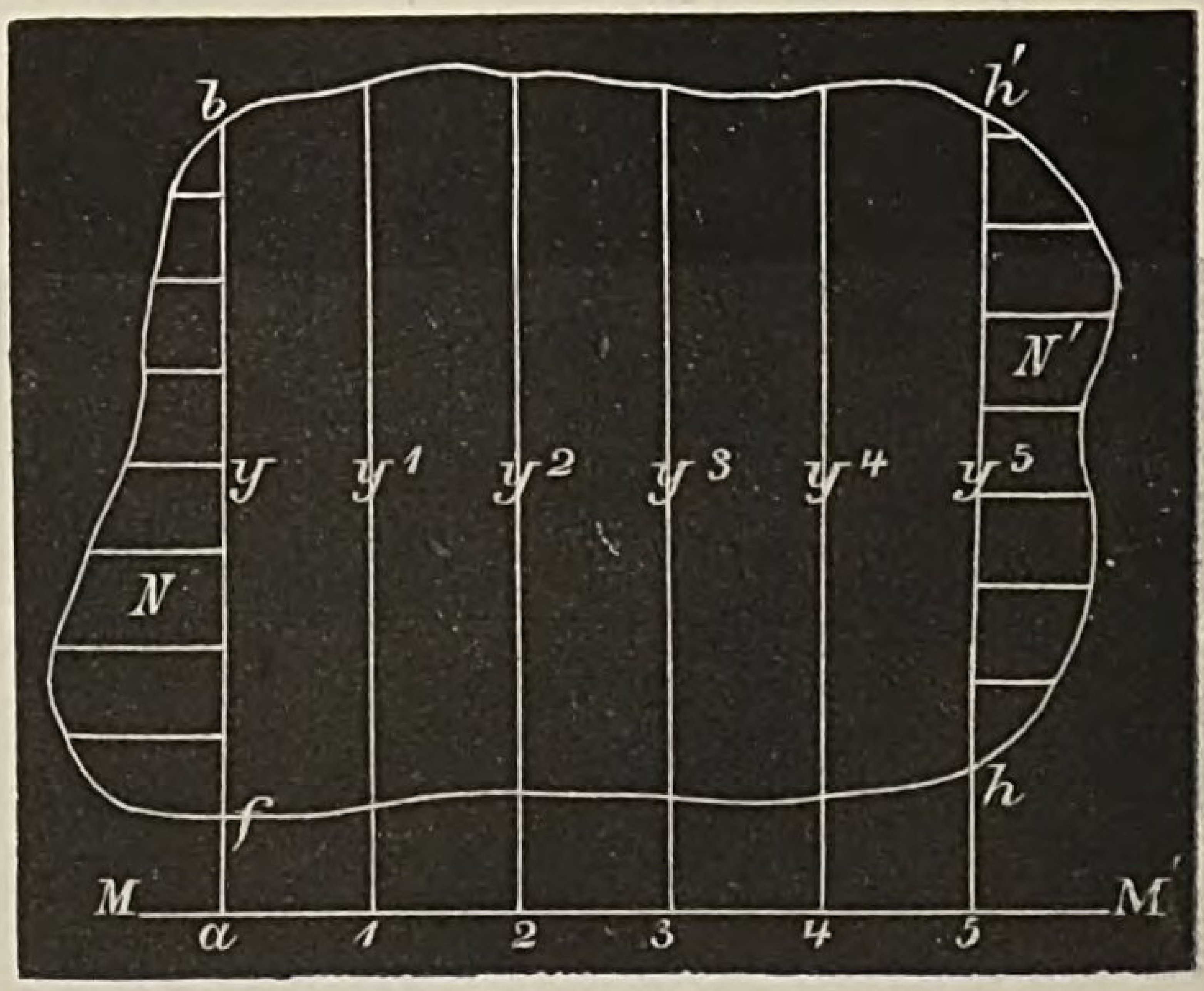
$b\,d'\,d''\,c$ .... aber nach einander $a\,b \cdot y^1$, $b\,c \cdot y^2$, u. s. w., und wenn man schließlich die gleichen Linien $8\,a = a\,b = b\,c = c\,d = d\,e = e\,f = fg = g$ setzt, so ergiebt sich der Flächeninhalt von 1, 8, 9 aus der Formel:

$$Fl = g \cdot y + g \cdot y^1 + g \cdot y^2 + g \cdot y^3 \ldots. = g\,(y + y^1 + y^2 + y^3 \ldots.).$$

Aus dieser Formel folgt, daß man nicht notwendig hat, in der Wirklichkeit die Senkrechten p, p^1, p^2 ... zu ziehen, da sie in der Berechnung nicht vorkommen. Man erhält vielmehr die Faktoren zur Berechnung, indem man von 8 anfangend $\frac{8\,a}{2} = 8\,x$ und dann von x aus den gleichen Betrag g so lange aufträgt, als die krumme Linie eine gleichmäßige Biegung hat und nur in diesen Punkten die Ordinaten errichtet. Ändert sich die Biegung der krummen Linie beträchtlich, so daß auf der ganzen Strecke 8, 1 nicht gleiche Abstände g abgemessen werden können, so muß natürlich in diesen Hauptwendepunkten die Figur wieder in besondere Berechnungsteile abgeschieden werden. Man nennt diese Art der Flächenberechnung: Die Rechnung mit gleichweit abstehenden Ordinaten oder mit Äquidistanten.

ad **c**) Ist eine Fläche nur von krummen Linien begrenzt, so sucht man dieselbe durch äquidistante Ordinaten in solche Teile zu zerlegen, daß jede zwischen zwei parallelen Ordinaten und der zugehörigen krummen

Linie liegende Fläche als ein Trapez betrachtet werden kann. Die Ordinaten sind so zu führen, daß der größte Teil des Umfangs von denselben möglichst senkrecht durchschnitten wird. Teile wie N und N′, bei welchen dieses nicht möglich, bedürfen einer besonderen Berechnung.



Figur 144.

In Figur 144 wäre die erste Ordinate in der Richtung a b zu ziehen. Auf diese errichtet man nun außerhalb der Fläche die Senkrechte M M′, teilt dieselbe von a aus so lange in lauter gleiche Teile a, 1 = 1, 2 = 2, 3 = 3, 4 u. s. w., als die Krümmung in der Richtung f h ziemlich dieselbe bleibt, hier bis 5. Alsdann errichtet man in diesen Punkten die Senkrechten y, y^1, y^2, y^3, y^4 und y^5, so ist der Flächeninhalt der Figur b f h h′, wenn man die gleichen Abstände a, 1 = 1, 2 u. s. w = g setzt und unter den Ordinaten nur die innerhalb der Figur liegenden Abstände y, y′, y″ u. s. w. versteht:

$$Fl = g\left(\frac{y + y^1}{2}\right) + g\left(\frac{y^1 + y^2}{2}\right) + g\left(\frac{y^2 + y^3}{2}\right) + g\left(\frac{y^3 + y^4}{2}\right) +$$

$$g\left(\frac{y^4 + y^5}{2}\right) =$$

$$g\left(\frac{y + y^1 + y^1 + y^2 + y^2 + y^3 + y^3 + y^4 + y^4 + y^5}{2}\right) =$$

$$g\left(\frac{y + 2y^1 + 2y^2 + 2y^3 + 2y^4 + y^5}{2}\right) =$$

$$g\left[\left(\frac{y + y^5}{2}\right) + y^1 + y^2 + y^3 + y^4\right] \text{ oder allgemein}$$

$$Fl = g\left[\left(\frac{y + y^n}{2}\right) + y^1 + y^2 + \ldots . \; y^{n-1}\right].$$

Daraus folgt nun folgende einfache Regel:

Man nehme die halbe Summe der ersten und letzten Ordinate, addiere hierzu alle zwischenliegenden Ordinaten und multipliziere diese Summe mit dem gemeinschaftlichen Abstande g, so erhält man den Inhalt der zwischen der ersten und letzten Ordinate liegenden Figur.

Die Teile N und N′ werden besonders nach ad **b**) berechnet und deren Inhalt zu dem Hauptteile b f h h′ addiert.

Hat die zu berechnende Figur einen bedeutenden Inhalt, so verfährt man sicherer, wenn man innerhalb derselben ein möglichst großes geradliniges Polygon ausscheidet, dasselbe in Drei- und Vierecke nach ad **a**) zerlegt, die aus geraden und krummen Linien bestehenden Randstücke aber nach ad **b**) berechnet und schließlich die Inhalte der einzelnen Berechnungsteile addiert.

2. Weitere Hilfsmittel zur Flächenberechnung.

§ 62.

Ist irgend eine Fläche sehr parzelliert, erstreckt sich also die Berechnung über eine größere Anzahl einzelner Berechnungsteile, so erfordert dies einen großen Zeitaufwand, und man war darum von jeher und nicht ohne Erfolg auf die Anfertigung geeigneter mechanischer Hilfsmittel bedacht, um mittelst derselben die Rechnungen möglichst zu vereinfachen.

Die hierher gehörigen Hilfsmittel bezwecken nun:

A. eine Beschleunigung der vielfach vorkommenden Multiplikationen,

B. ein rascheres Abnehmen der Maße aus den Aufnahmsblättern und

C. eine Angabe der Fläche ohne alle oder nur sehr einfache Rechnung.

Dieselben sollen nun kurz betrachtet werden.

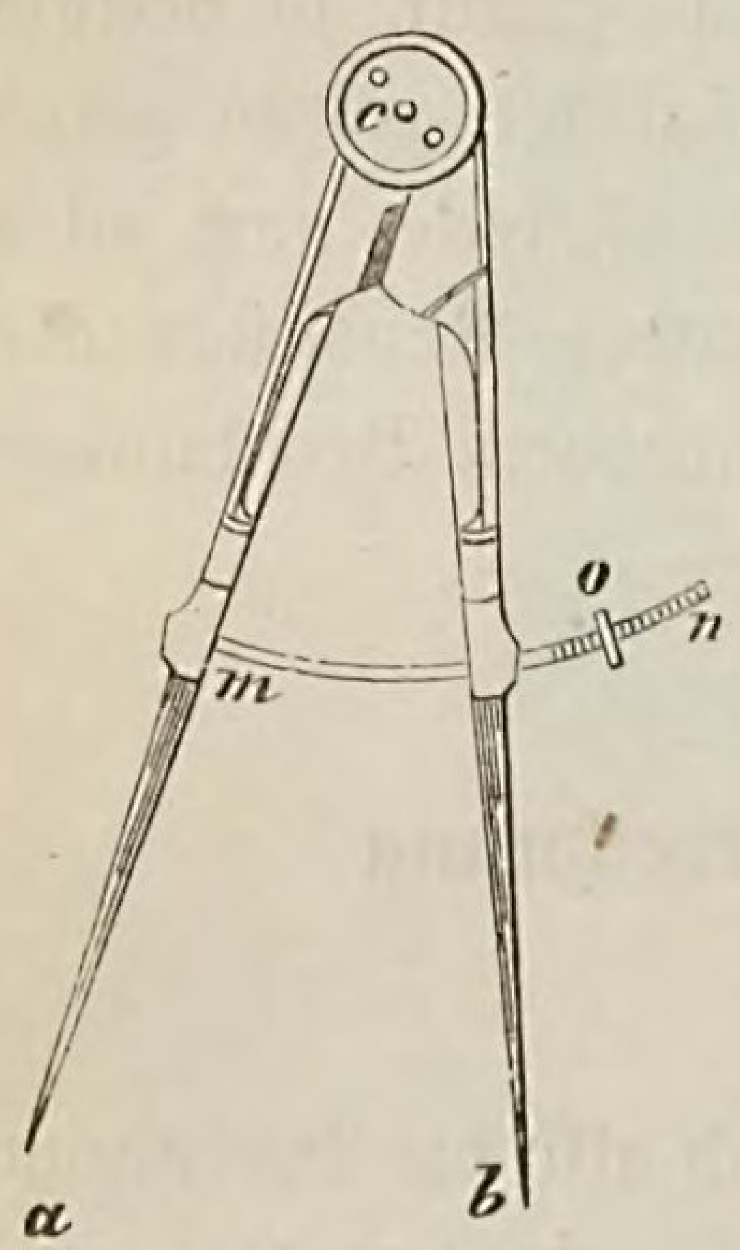
ad **A.** Zur Beschleunigung der vorkommenden Multiplikationen dienen sogenannte Multiplikations-Tafeln, welche die Produkte der mit einander zu multiplizierenden ein- und mehrstelligen Zahlen enthalten, und von welchen sich namentlich die von Crelle*) empfehlen.

ad **B.** Ein sehr einfaches Instrument zum rascheren Abnehmen der Maße von den Aufnahmeblättern ist:

*) Dr. A. L. Crelles Rechentafeln, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter 1000 ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Zweite Stereotyp-Ausgabe.

a) Der Hunderter-Zirkel. Nach den im § 61 angeführten Methoden, gerad- und krummlinig begrenzte Figuren zu berechnen, müßte jede einzelne Ordinate mit einem gut gearbeiteten Zirkel abgegriffen, auf einem Maßstabe abgelesen und die Summe der Ergebnisse aller Ordinaten gezogen werden.

Dieses Verfahren ist aus dem Grunde umständlich und zeitraubend, weil man z. B., nach den ad b) und c) des § 61 entwickelten Formeln, nur die Summe der Ordinaten bedarf.



Figur 145.

Der Hunderter-Zirkel dient nun dazu, die Summe dieser Ordinaten auf weit bequemere, sichere und raschere Weise anzugeben.

Der Hauptteil dieses Instrumentes ist ein gewöhnlicher Handzirkel a b c, Figur 145. In der Mitte des einen Schenkels a c ist bei m ein messingener, nach dem Halbmesser c m gebogener Draht m n befestigt, welcher durch eine, im anderen Schenkel b c befindliche, mit dem Draht gleich dicke Öffnung geht und bei o eine Schraubenmutter besitzt, welche so gestellt werden kann, daß, wenn b c fest an o anliegt, die Zirkelöffnung nach dem gewählten Maßstabe der Aufnahme genau 100 Meter beträgt.

Um mittelst dieses Zirkels etwa die Ordinaten der Figur 143 zu messen, setzt man die eine Zirkelspitze in x ein, öffnet den Zirkel so weit, bis die andere Spitze genau den Endpunkt der Ordinate y berührt; nun setzt man wieder die eine Spitze ohne die Öffnung zu verrücken, in x′ ein, bringt die andere in die Richtung der Verlängerung der Ordinate y′ etwa nach o, sticht hier ein, öffnet den Zirkel so lange, bis die andere Spitze wieder das Ende der Ordinate y′ berührt, so ist die Zirkelöffnung gleich der Summe der Ordinaten y + y′. Fährt man auf diese Weise fort, bis der Schenkel b c an o, Figur 145 anstößt, so hat man 100 Meter gemessen, welche man sich merkt, den Zirkel dann wieder ganz schließt und wie vorher so lange fortfährt, bis alle Ordinaten abgetragen sind. Bleibt am Ende ein Rest, der kleiner als 100 Meter ist, so greift man denselben auf dem Maßstabe ab und addiert den Betrag zu der Anzahl der vorgemerkten 100 Meter. Es ist einleuchtend, daß man auf diese Weise die Summe sämtlicher Ordinaten leicht erhalten kann, ohne befürchten zu müssen, größere Irrtümer zu begehen.

ad **C**. Es würde zu weit führen, hier alle Erfindungen zu erwähnen, welche in der Absicht gemacht wurden, den Flächeninhalt einer Figur entweder unmittelbar oder doch mittelst einfachster Rechnung zu erhalten; wir werden vielmehr nur die Konstruktion und die Gebrauchsanweisung einiger der einfachsten und gebräuchlichsten Instrumente der Art berühren.*)

a) Der Planimeter mit parallelen Fäden von Alder.**)

Der mehr in Österreich bekannte Planimeter von Alder ist unter der Voraussetzung konstruiert, daß die Aufnahme in dem österreichischen Katastermaßstabe 1 Zoll = 40 Klafter erfolgte und wird vorzugsweise bei der Berechnung krummliniger Figuren mittelst Äquidistanten gebraucht. Selbstverständlich läßt sich dieses Instrument auch für die Katastermaßstäbe anderer Länder und in Metermaß anfertigen.

Der Planimeter von Alder besteht aus einem dünnen $1^1/_4$ Wiener Zoll breiten rechtwinkeligen Messingrahmen, dessen innere Fläche 9 Zoll lang und 6 Zoll breit ist. Letztere ist parallel zur breiten Seite des Rahmens durch $^1/_4$ Zoll von einander abstehende feine schwarze Roßhaare in 36 gleiche Rechtecke geteilt, von denen jedes 10 Klafter breit und 6 Zoll = 240° lang ist. Diese Rechtecke, die vier ersten und letzten ausgenommen, sind wieder durch 3 feine rote Roßhaare in vier gleiche kleine Rechtecke von $^{10}/_4 = 2{,}5$ Klafter Breite geteilt. Dagegen sind die 10 Klafter breiten Rechtecke zu beiden Seiten durch schwarze Roßhaare halbiert und jede dieser Hälften durch drei rote Roßhaare nochmals in vier gleiche Teile von $^5/_4 = 1{,}25$ Klafter Breite geteilt. Legt man nun den Rahmen auf die zu berechnende Fläche, so wird diese dadurch in lauter Trapeze von 1,25, 2,5, 5, 10, 20 und 40 Klafter Höhe eingeteilt.

*) Den Berechnungsapparat oder den Planimeter von Posener, welchen wir in der zweiten Auflage noch beschrieben hatten, weil er früher in Österreich viel im Gebrauch war, haben wir in diese Auflage nicht mehr aufgenommen. Man konnte mit diesem Apparate die zur Berechnung des Flächeninhaltes dienenden Linien direkt ablesen, ohne sie vorher mit dem Zirkel von der Karte abstechen und dann von dem Maßstab ablesen zu müssen. Der Planimeter von Posener ist jedoch durch neuere, bessere Instrumente, namentlich den Polarplanimeter von Amsler, wohl ziemlich verdrängt worden

**) Es würde uns zu weit führen, hier noch andere Planimeter mit parallelen Fäden, z. B. den von Oldendorp (vergleiche Handbuch der Geodäsie von Hartner, fünfte vermehrte Auflage, Seite 480, Wien 1876), zu beschreiben, da dieselben alle im Prinzipe, so ziemlich mit dem Alderschen Apparate zusammenfallen.

An der oberen Fläche der einen längeren Seite des Rahmens ist ferner am Rande ein Maßstab A, im Verhältnis 1 Zoll = 40 Klafter angebracht, welcher in einzelne Klafter geteilt ist. Ihm gegenüber liegt ein Maßstab B, welcher auf 1 Zoll = 25 Intervalle enthält, von denen 5 eine Einheit = $^{40}/_{25} \times 5 = 8$ Klafter bilden.

Die drei Maßstäbe, welche an jeder der beiden kürzeren Seiten des Rahmens eingeschnitten sind, haben folgende Einrichtung:

Bei dem ersten Maßstabe C ist ein Zoll in 100, bei dem zweiten D ein Zoll in 200 und bei dem dritten E endlich ein Zoll in 400 gleiche Teile in der Art geteilt, daß bei den beiden ersten Maßstäben immer nur der fünfte Teil wirklich gezogen ist, bei dem dritten aber nur die 100 ersten Intervalle von 10 zu 10 geteilt sind.

Zu dieser Vorrichtung gehört dann noch der bereits beschriebene Hunderter-Zirkel und ein rechtwinkeliges Dreieck. Ist der Zirkel gerade um 100 Klafter geöffnet, so entspricht dieser Entfernung ein Flächeninhalt bei einem Abstande der Ordinaten

von 1,25 Klafter	= 100 × 1,25	=	125 □Klafter	
„ 2,5 „	= 100 × 2,5	=	250	„
„ 5 „	= 100 × 5	=	500	„
„ 10 „	= 100 × 10	=	1000	„

Ist die Zirkelöffnung ein vielfaches von 100, so wachsen auch die Flächeninhalte um die entsprechenden Vielfachen. Man sieht also, daß auf diese Weise die Berechnung sehr vereinfacht wird. Jedoch erspart man durch eine Tafel, welche dem Apparate beigegeben wird, und welche für die verschiedenen Abstände der Ordinaten, auf je 100 Längenklafter, die Fläche in Jochen und Quadratklaftern unmittelbar giebt, selbst diese geringe Rechnung noch.

Ergiebt sich am Schlusse einer Berechnung eine Zirkelöffnung, welche kleiner als 100 Klafter ist, so kann man, je nachdem die Entfernung der Ordinaten von einander 2,5, 5 oder 10 Klafter beträgt, die Fläche direkt von den Maßstäben C, D und E abgreifen. Da nämlich auf dem Maßstabe C 100 Teile = 1 Zoll = 40 Klafter sind und der Abstand 2,5 betragen soll, so ist die entsprechende Fläche = 40 × 2,5 = 100 □Klafter. Ebenso enthält D auf 200 Teilen = 1 Zoll oder 40 Klafter, mithin entsprechen ein Zoll Länge und 5 Klafter Breite einer Fläche von 40 × 5 = 200 □Klafter, es kommen deshalb auf 5 Teile auch 5 Quadratklafter.

Ganz auf dieselbe Weise läßt sich nun auch die Fläche auf dem Maßstab E abgreifen.

Bei dem zum Apparate gehörigen rechtwinkeligen Dreiecke verhält sich die Hypothenuse zur kürzeren Kathete wie 2 : 1; ferner ist sowohl in der Hypotenuse als in der kürzeren Kathete ein Elfenbeinblättchen eingelegt, auf welchem ein feiner Indexstrich gezogen ist.

Legt man nun die kürzere Kathete an den Maßstab A, so kann man an der längeren Kante des Lineals in jeder beliebigen Entfernung Ordinaten ziehen, schiebt man dieselbe Kathete aber an B und bewegt sie von Teilstrich zu Teilstrich, so haben die an der längeren Kathete gezogenen Ordinaten eine Entfernung von $^{40}/_{25} = 1{,}_6$ Klafter.

Schiebt man endlich die Hypotenuse an einen der Maßstäbe A oder B, so muß natürlich die Entfernung der an der längeren Kathete gezogenen Linien immer die Hälfte der Entfernung betragen, um welche sich das Dreieck an den Maßstäben hinbewegt hat.

Nach der Beschreibung dieses einfachen Apparates wird sich jeder in dessen Handhabung leicht hineinfinden. Wir halten es daher für überflüssig, noch eine nähere Gebrauchsanweisung von demselben zu geben. Zu bemerken ist noch, daß die Berechnung mittelst dieses Apparates bei leichter Handhabung sehr schnell zum Ziele führt und fast eine Genauigkeit gewährt, wie sie bei bloßer Anwendung von Zirkel und Maßstab erreicht wird. Man kann nämlich die Flächen mit derartigen Apparaten bis auf $^1/_{200} - ^1/_{500}$ genau erhalten.

b) Der Glasplanimeter oder die Glastafel.

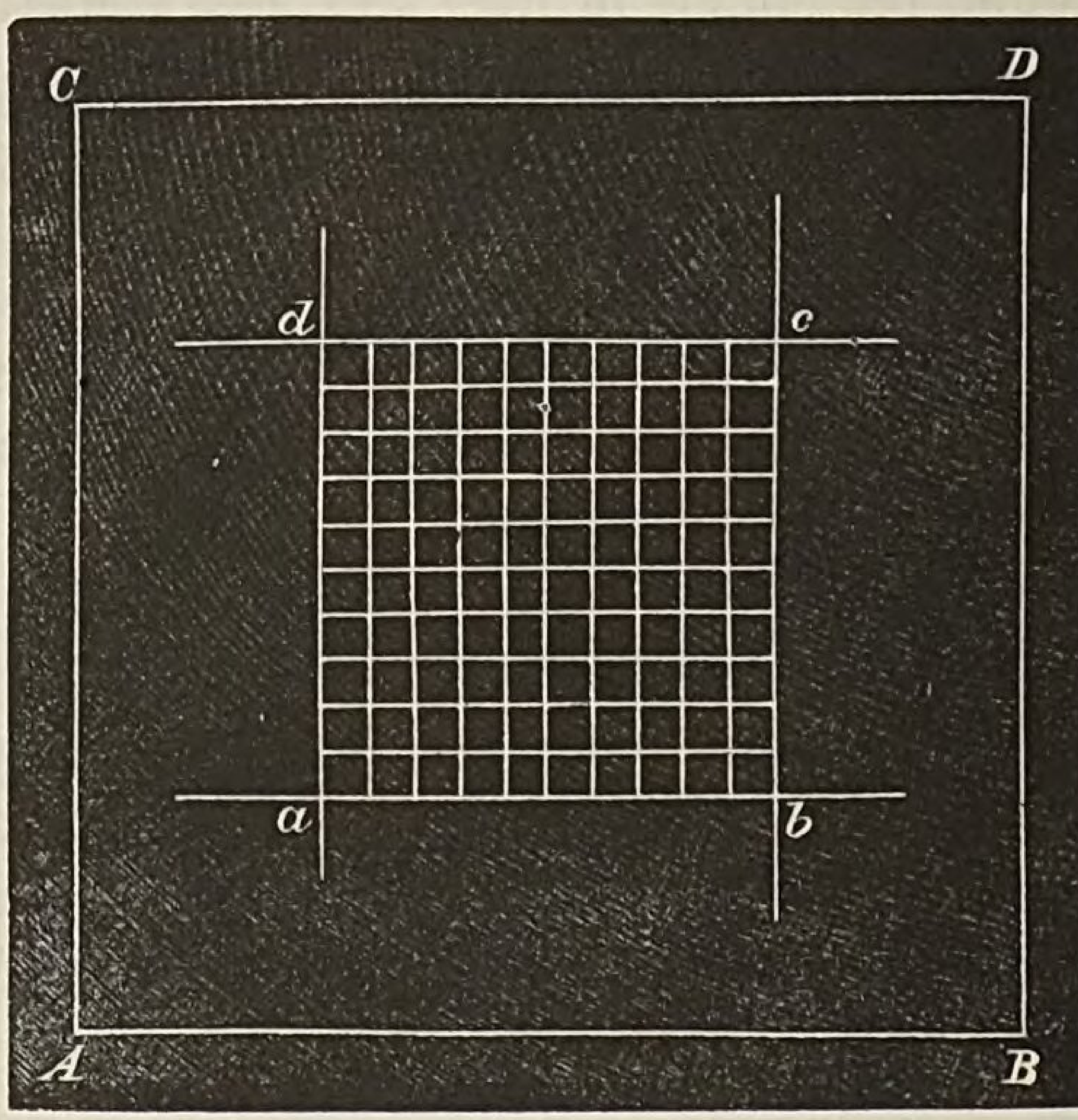
Dieser einfachste und billigste aller Planimeter leistet in solchen Fällen gute Dienste, wo es sich, wie z. B. bei dem Berechnen der Unterabteilungen in Waldungen u. s. w., nur um einen minderen Grad von Genauigkeit handelt, und man keinen teueren Planimeter kaufen will.

Der ganze Planimeter, Figur 146, besteht aus einer ebenen, reinen Glasplatte A B C D von Quadrat- oder Rechtecksform; auf der einen Seite derselben ist ein genaues Quadratnetz am besten mit Fluorwasserstoffsäure eingeätzt.

Es genügt aber auch, die eine Fläche des Glases mit einem Diamanten zu schneiden oder mit einer dünnen Schicht von flüssigem Gummiarabikum zu überziehen, es trocknen zu lassen und darauf dann mittelst feiner Tuschlinien die Quadrate zu ziehen. Je nach dem landesüblichen Maße giebt man den Quadraten eine andere Einteilung.

Hätte man z. B. das Meßtischblatt nach dem österreichischen Katastermaßstabe vorher mit einem Quadratnetz von à = 1 Quadratzoll = 1 Joch

überzogen, so konstruiert man auf die Glasplatte genau einen Quadratzoll a b c d, teilt den Zoll nach zwei Richtungen genau in zehn gleiche Teile, zieht die Teilungslinien und zerlegt den Quadratzoll dadurch in 100 gleiche Quadrate, von welchen jedes bei dem Maßstabe 1 Zoll = 40 Klafter einen Flächeninhalt von $^{1600}/_{100}$ = 16 Quadratklafter enthält.



Figur 146.

Wäre die Karte dagegen nach Metermaß in dem Maßstabe 1 : 2500 aufgenommen worden, so käme auf 25 Meter in der Natur 1 Centimeter auf der Karte oder auf 100 Meter 4 Centimeter, d. h. 100 × 100 = 10 000 Quadratmeter = 1 Hektar würden dann auf der Karte 4 × 4 = 16 Quadratcentimeter einnehmen. Der Glasplanimeter könnte nun wie folgt angefertigt werden: Auf eine Glasplatte würde ein Quadrat von 16 Quadratcentimeter Inhalt gezeichnet, und dieses wieder in 100 gleiche Quadrate à 4 Millimeter Quadratseite geteilt, so enthielte ein solches Quadrat genau $^{1}/_{100}$ Hektar oder ein Ar.

Legt man nun eine solche Glasplatte auf die zu berechnende Fläche, so kann man den Flächeninhalt ohne jede Berechnung abzählen und kleinere Flächenteile als ein solches Quadratchen nach dem Augenmaße einschätzen.

c) Der Polarplanimeter von J. Amsler.

Dieses sehr sinnreiche, in der Handhabung äußerst bequeme und verhältnismäßig sehr billige Instrument (es kostet nur 45—50 Mark) ist

hinsichtlich seiner Leistungsfähigkeit bis jetzt noch von keinem anderen ähnlichen Apparat übertroffen worden. Es ist namentlich dadurch ausgezeichnet, daß man mit ihm den Inhalt einer auf der Karte gegebenen Figur von jeder beliebigen Gestalt einfach durch bloßes Umfahren ihrer Peripherie mittelst eines Stiftes erhält.

Die Idee, Planimeter zu konstruieren, welche schon nach einem einfachen Umfahren der Peripherie der Figur den Inhalt derselben angeben, ist nicht neu. Nach Professor Bauernfeind in München hat das erste Instrument der Art der k. bayr. Trigonometer Joh. Martin Hermann schon im Jahre 1814 erfunden. Es scheint jedoch, daß diese wichtige Erfindung damals noch keine lebensfähigen Wurzeln schlug, denn nach einer Bemerkung des Professors Hülsse (amtl. Bericht über die Londoner Industrieausstellung im Jahre 1851. Berlin 1852, I. Teil, Seite 639) soll Professor Gonella aus Florenz im Jahre 1825 das erste Instrument der fraglichen Art erfunden haben, während Professor J. Amsler in Schaffhausen die Erfindung dem Ingenieur Oppikofer im Jahre 1827 zuschreibt. Wesentlich verbessert wurde die Erfindung im Jahre 1836 von dem deutschen Mechaniker Ernst in Paris, während Caspar Wetli in Zürich im Jahre 1849 den Oppikoferschen Planimeter wesentlich umgestaltete und verbesserte. Später wurden an dem Ernst-Wetlischen Planimeter durch andere teils Verbesserungen, teils Verschlechterungen angebracht. Verbessert wurde der Weltische Planimeter von Hofrat Hansen in Gotha, daher der Name Planimeter von Wetli-Hansen.

Einer größeren Verbreitung aller dieser Planimeter stand seither der hohe Kostenpunkt entgegen, und erst Jakob Amsler in Schaffhausen ist es gelungen, ein kompendiöseres und billigeres Instrument zu konstruieren, welches sich von den anderen noch darin unterscheidet, daß beim Gebrauch sich der Apparat um einen einzigen festen Punkt, den Pol, dreht, daher auch der Name Polarplanimeter, was bei den übrigen Planimetern nicht der Fall war.

Über Konstruktion, Theorie und Gebrauch dieses Planimeters hat J. Amsler im Jahre 1856 eine Broschüre veröffentlicht: „Über die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes, der staatischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren, insbesondere über einen neuen Planimeter von J. Amsler, Schaffhausen 1856". Bald nachher verfertigte Starke in Wien nach der Idee Amslers und nach der Angabe von Professor Stampfer wieder eine etwas abgeänderte Form, welche jedoch schon wesentlich teurer als das Amslersche Instrument kommt.

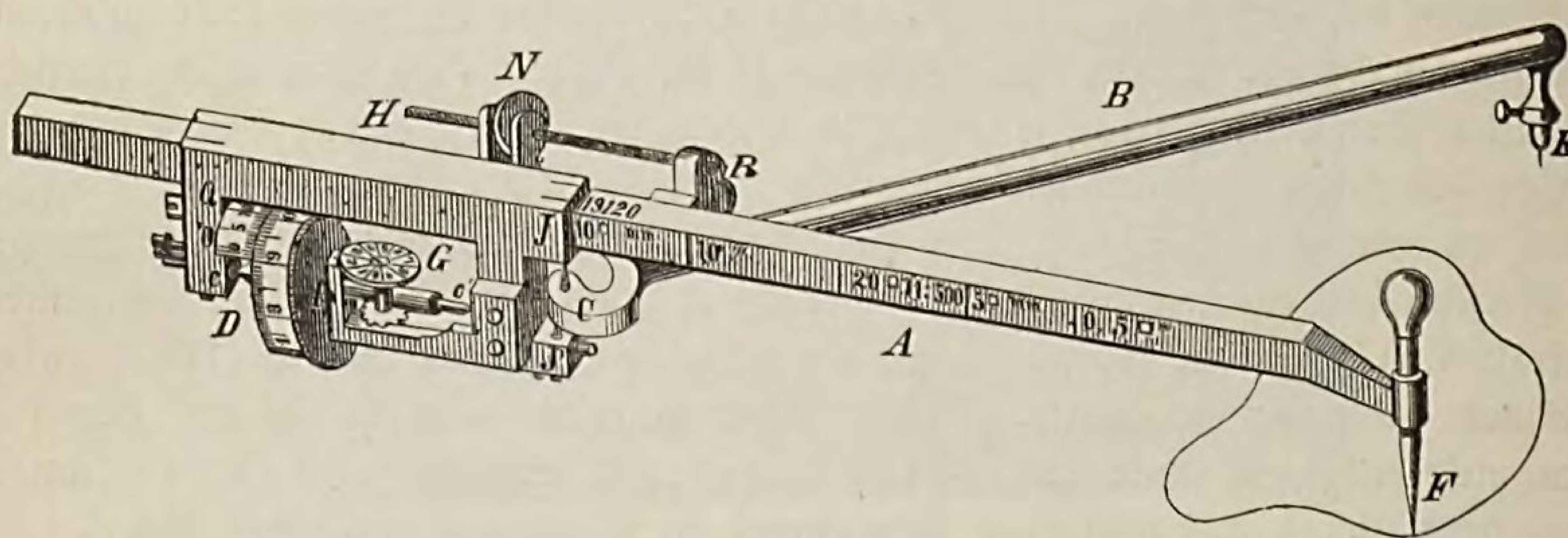
Weitere Mitteilungen über diese Planimeter finden sich in Dr. G. Chr. K. Hunäus: „Die geometrischen Instrumente. Hannover 1864."

Es würde uns zu weit führen, auf alle diese Abänderungen hier spezieller einzugehen, und wir beschränken uns daher darauf, nur den Amslerschen Planimeter hier etwas näher zu beschreiben, welcher vor allen anderen, und namentlich für unseren Leserkreis entschiedene Vorzüge bietet.

a) Beschreibung des Planimeters. Die Figur 147 giebt eine perspektivische Ansicht des Planimeters von Amsler etwa in $^2/_5$ der natür-

lichen Größe. Das ganze Instrument besteht, abgesehen von zwei Stahlstiften E und F, aus Messing oder Neusilber.

An einem Rahmen I H Q ist eine Achse c c′ angebracht, um welche sich die Laufrolle D bewegt. Der obere Teil H der Hülse ist so beschaffen, daß ein parallelepipedisch geformter Stab A genau hineingepaßt und in der Hülse vor- und rückwärts geschoben werden kann. An dem einen Ende des Stabes A ist der sogenannte Fahrstift F angebracht. Die Mikrometervorrichtung R N läßt eine sehr feine Verschiebung des Stabes A in der Hülse H zu, damit irgend ein feiner Strich in dem Stabe A genau in den Anfangspunkt I der Hülse eingestellt werden kann. Zwischen I und I′ ist eine zu A senkrecht stehende Achse C angebracht, mit welcher ein zweiter sich um C drehender Stab B verbunden ist, der an seinem Ende den Nadeleinsatz E trägt. Oben oder an der Seite des Stabes A sind noch einige



Figur 147.

Querstriche eingeschnitten, dazu bestimmt, anzugeben, wie weit der Stab A in die Hülse H eingeschoben werden muß, damit das Instrument den Inhalt einer beliebigen Figur nach dem vorliegenden Maßstabe bezeichne. Diesen Strichen entsprechend sind noch verschiedene Zahlen angebracht (in der Zeichnung z. B. 19120, die anderen sind durch die Hülse verdeckt), welche, unter gewissen noch näher anzugebenden Umständen, zu den Angaben des Planimeters addiert werden müssen. Der äußerste Rand d der Rolle D steht über die cylindrische Fläche derselben etwas hervor und ist sorgfältig glatt poliert. Der Umfang der Rolle D selbst ist in 100 gleiche Teile oder Grade abgeteilt, und durch die Noniusvorrichtung kann noch $^1/_{10}$ eines solchen Grades oder Teiles abgelesen werden.

Die Zahl der Umdrehungen der Rolle D wird an dem in zehn gleiche Teile geteilten Rädchen G abgelesen, welches mittelst eines an seiner senkrecht stehenden Achse angebrachten Triebes und einiger in die Achse c c′ der

Rolle geschnittenen Schraubengänge in Bewegung gesetzt wird. So oft sich nämlich die Rolle D einmal herumbewegt, dreht sich das Rädchen G um einen Teilstrich, d. h. um $^1/_{10}$ seines Umfanges. Selbstverständlich muß der Stab A für jede andere Maßeinheit, welche man der Rechnung zu Grunde legt, wieder neu eingestellt werden, muß aber dann während der ganzen Messung seine Stellung in der Hülse unverrückt beibehalten.

b) Gebrauch des Planimeters. Wir lassen hier die Gebrauchsanweisung folgen, wie sie der Erfinder selbst giebt:

1. Man überzeugt sich zunächst von dem guten Zustande des Instrumentes. Die geteilte Rolle muß sehr leicht spielen, ohne den Nonius zu berühren; die Schrauben, welche ihre Achsen halten, dürfen nur so stark angezogen sein, daß die Rolle einen eben fühlbaren Spielraum hat. Zuweilen giebt man ein Tröpfchen Öl. Der Stift C muß sich zwischen seinen Körnern ohne toten Gang, aber doch ziemlich leicht drehen lassen. Die Nadelspitze E darf nur ganz wenig vorstehen. Der Arm A und der Fahrstift F sind wohl vor Verbiegung, vor allem der Rand der Rolle D vor Beschädigung und vor Rost zu bewahren, weshalb namentlich der Rollenrand nach jeder Berührung mit den bloßen Händen mit einem reinem Lappen sorgfältig abgerieben werden soll.

2. Um den Inhalt einer Figur zu erhalten, verschiebt man den Stab A so in seiner Hülse H, daß der vordere Rand I genau auf einem der mit 10 □mm., 1 □''' u. s. w. bezeichneten Teilstriche einsteht. Hat man mehrere Messungen zu machen, so gilt diese vorläufige Einstellung ein für allemal.

3. Alsdann setzt man das Instrument, Figur 147, so auf das Papier, daß die Rolle D, die Spitze des Fahrstiftes F und die Nadelspitze E aufliegen. Die Spitze E (der Pol) muß während der ganzen nachfolgenden Operation unverrückt bleiben.

4. Die Spitze des Fahrstiftes F setzt man auf einen bezeichneten beliebigen Punkt (z. B. auf eine Ecke) des Umfanges der Figur und liest den Stand des Zählrädchens G und der Rolle D ab. Wir nehmen beispielsweise an, das Rädchen G stehe auf 2 (wie in der Figur, d. h der Index stehe dem Raume gegenüber, welcher von den mit 2 und 3 bezeichneten Teilstrichen begrenzt ist), die Rolle D zeige 915 (91 ganze Grade liest man direkt von der Teilung der Rolle, 5 Zehntel mittelst des Nonius ab). Die abgelesene Zahl schreibt man so an: 2915.

Nun verfolgt man den Umfang der Figur (oder den Umfang des zu messenden Teiles der Figur) möglichst genau mit der Spitze des Fahrstiftes F in der Richtung wie die Zeiger einer Uhr sich bewegen (wobei

das Instrument sich um die Spitze E dreht, während die Rolle D eine halb gleitende, bald rollende Bewegung annimmt), bis man genau auf den Ausgangspunkt zurückkommt. Die abermalige Ablesung der Teilungen ergebe 4767 (d. h. das Zählrädchen G stehe auf 4, der Nonius der Rolle D auf 76 ganzen und 7 Zehntel-Graden). Um die geradlinigen Teile des Umfanges genauer und rascher zu verfolgen, kann man sich eines kurzen Lineals bedienen.

6. Aus den beiden Ablesungen ist nun die fragliche Fläche zu berechnen. Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden, nämlich:

a) Die Nadelspitze E befindet sich außerhalb der umfahrenen Fläche. In diesem Falle subtrahiert man die erste Ablesung (also 2915) von der zweiten (4767). Der Rest 4767 — 2915 = 1852 ist der gesuchte Inhalt, ausgedrückt in einer Einheit, deren Wert von dem Teilstrich abhängt, auf welchen die Kante I während der Operation eingestellt war. Dieser Wert ist in jedem Teilstriche auf dem Arm A eingeschrieben. Er ist z. B. 10 Quadratmillimeter für den mit 10 □mm bezeichneten, 1 Quadratlinie für den mit 1 □''' und 1 Quadratrute für den mit 1 □° bezeichneten Teilstrich u. s. w. Hätte man also während des Umschreibens der Figur im vorher angenommenen Beispiele den Arm A auf den mit 10 □mm bezeichneten Teilstrich eingestellt, so wäre der gesuchte Inhalt = 1852 × 10 □mm = 18 520 Quadratmillimeter, d. h. man hat in jedem Falle die Differenz der Ablesungen mit der neben dem entsprechenden Teilstrich stehenden Zahl zu multiplizieren.

b) Befindet sich dagegen die Spitze E innerhalb der umfahrenen Fläche, so addiert man die zweite Ablesung 4767 zu der Zahl, welche oberhalb bei dem bezüglichen Teilstrich steht und zieht hernach die erste Ablesung ab.

Stellt man z. B. den Arm A auf 10 □mm ein, so ist für das in Figur 147 dargestellte Instrument und für die oben angenommenen Zahlen:

Zweite Ablesung	4767
Zahl oberhalb des Teilstriches .	19120
Summe .	23887
erste Ablesung	2915
Rest .	20972

Der gesuchte Inhalt beträgt also 20 972 Planimeter-Einheiten oder 20 972 × 10 = 209 720 Quadratmillimeter. Wenn es thunlich ist, wählt man den Punkt E außerhalb der Figur.

7. Infolge des toten Ganges stimmen das Rädchen G und die Rolle D in ihrem Gange nicht immer vollkommen überein, was zu keinem Irrtum Anlaß geben wird.

Wenn man große Figuren zu umschreiben hat, kann das Rädchen G eine oder zwei ganze Umdrehungen vor- oder rückwärts machen, und dann muß man die nach Ziffer 5 und 6 erhaltenen Differenzen vor der Multiplikation um 10 000 oder 20 000 Einheiten vermehren oder vermindern, wie von selbst klar ist. Übrigens kann man nach folgender Regel verfahren: Während der Operation kann der Nullpunkt des Rädchens G an seinem Index vorbeigehen, entweder in rechtläufiger Bewegung (d. h. die Ziffern gehen in der Ordnung . . . . 9, 0, 1,2 . . . . vorbei) oder in rückläufiger Bewegung (die Ziffern gehen in der Ordnung . . . . 2, 1, 0, 9 . . . . vorbei). So oft während eines Umfahrens der erste Fall eintritt, addiert man 10 000 zur zweiten Ablesung; so oft der zweite Fall eintritt, addiert man 10 000 zur ersten Ablesung.

Die Genauigkeit, welche bei Anwendung des Polarplanimeters erreichbar ist, giebt Amsler im allgemeinen auf $^1/_{1000}$ an. Auf Veranlassung Bauernfeinds wurden von dem Ingenieur Franz Eickenmeyer am Polytechnikum in München 1869 Versuche mit den besten Amslerschen Planimetern angestellt, aus welchen hervorgeht, daß die höchstmögliche erreichbare Genauigkeit $^1/_{8000}$ und in gewöhnlichen Fällen mit vorzüglichen Instrumenten $^1/_{600}$ beträgt, was für die meisten Fälle der Praxis vollständig genügt. Hinsichtlich der Zeitersparnis hat Bauernfeind folgende Zahlen veröffentlicht:

Die Berechnung der Gesamtfläche einer vorliegenden Figur erforderte 2 Stunden 40 Minuten, die Inhaltsbestimmung mit dem Planimeter nur 3 Minuten. Die einzelnen Parzellen derselben Figur wurden in 4 Stunden 33 Minuten berechnet; der Planimeter gab dieselben in 20 Minuten. Im ersten Falle bedurfte man also nur $^1/_{53}$, in letzterem $^1/_{13}$ der zur Berechnung erforderlichen Zeit.

Da hiernach bei Anwendung des Polarplanimeters die geisttötende und zeitraubende Arbeit der Flächenberechnung im allgemeinen, namentlich aber die Bestimmung des Inhaltes krummlinig und überhaupt unregelmäßig begrenzter Figuren, so außerordentlich erleichtert und bequem gemacht wird, so sollte dasselbe künftig nicht nur an allen höheren technischen Schulen gebraucht, sondern auch von allen denjenigen benutzt werden, die in ihrer Praxis häufig Flächenberechnungen vorzunehmen haben, und zwar um so mehr, als die Handhabung des Instrumentes auch von solchen Individuen

in einer Stunde erlernt werden kann, welche nur mit den ersten Elementen der Arithmetik und Algebra vertraut sind.

Die Theorie des Instrumentes läßt sich ohne höhere Mathematik nicht anschaulich und leicht geben, weshalb wir dieselbe hier übergehen müssen.

3. Berechnung des Flächeninhaltes ganzer Aufnahmen.

§ 63.

In den vorigen Paragraphen wurde gezeigt, auf welche Weise der Flächeninhalt einzelner Figuren und Parzellen mit verschiedenartiger Begrenzung ermittelt werden kann. Befinden sich jedoch auf einem Tischblatte eine große Anzahl von Parzellen, so würde es viel zu unsicher sein, wollte man eine jede einzelne Parzelle für sich berechnen, die einzelnen Flächen addieren und das Gesamtergebnis als den wahren Flächeninhalt eines Sektionsblattes betrachten.

Zur Verhinderung unvermeidlicher Fehleranhäufungen ist es darum unumgänglich notwendig, eine doppelte kontrollierende Berechnung vorzunehmen und den Hauptgrundsatz der praktischen Geometrie: „vom Großen ins Kleine zu arbeiten", auch hier wieder zur vollen Geltung zu bringen.

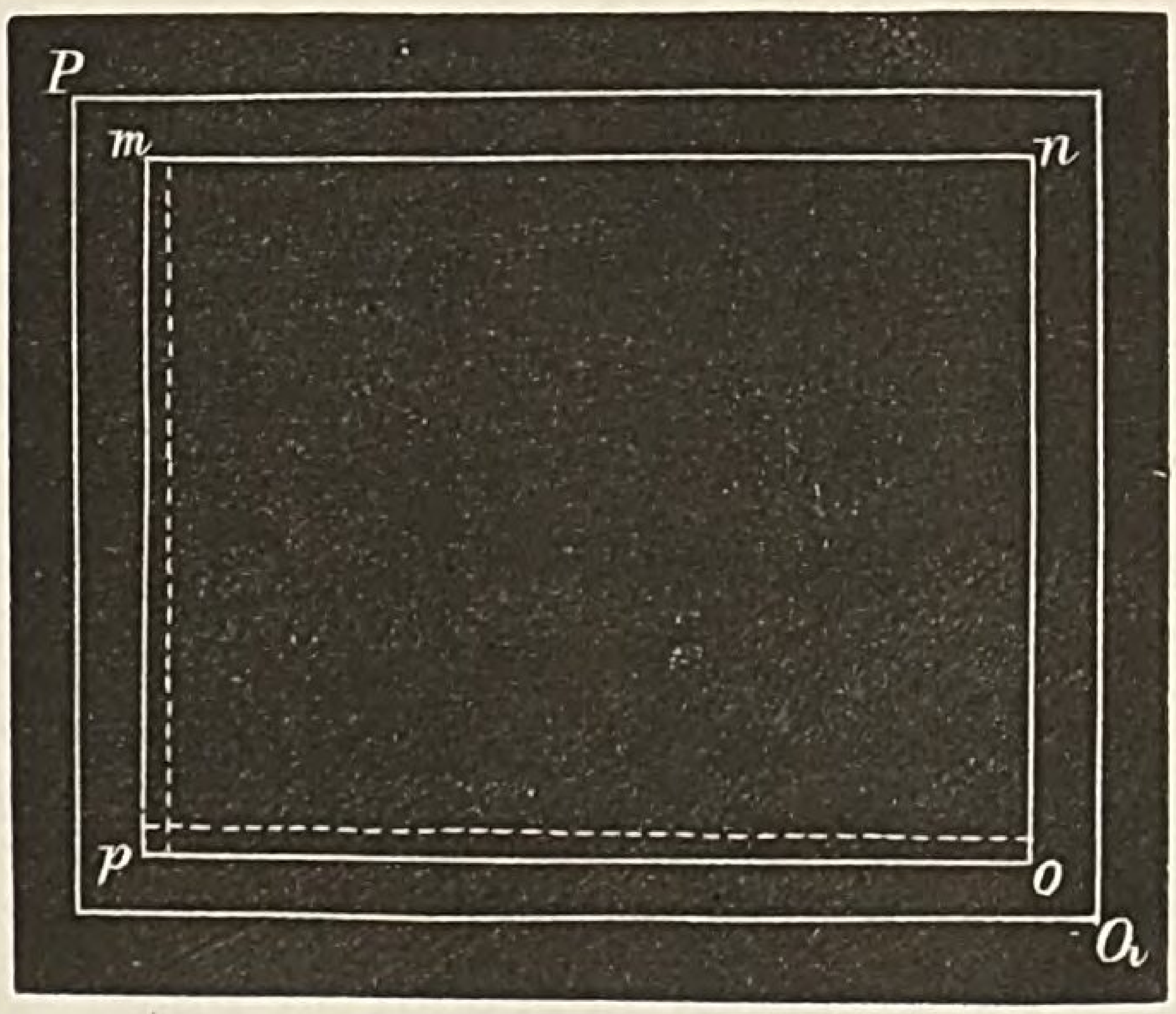
Man betrachtet deshalb vorerst sämtliche Parzellen eines Meßtischblattes (einer Sektion) als ein Ganzes, nimmt auf die einzelnen Parzellen gar keine Rücksicht, sondern berechnet dieselben als eine Figur. Wird hierauf die Berechnung der einzelnen Parzellen vorgenommen und die Summe derselben gezogen, so müßte, wenn unter allen Umständen eine vollständig richtige Berechnung möglich wäre, dieselbe mit der summarischen Berechnung genau stimmen, was jedoch selten der Fall sein wird.

Beträgt jedoch die Abweichung der beiden Resultate von einander nicht mehr als $^1/_{200}$ der ganzen Fläche, so wird nach dem österreichischen Kataster eine Ausgleichung der einzelnen Parzellen proportional der Fläche und in der Art vorgenommen, daß, nachdem jede einzelne Parzelle einen geeigneten Zuschlag oder Abzug erlitten hat, die Summe der Parzellen nun genau mit dem ersten Berechnungsresultate einer Figur übereinstimmt.

Die Flächenberechnung selbst erfolgt am besten in folgender Weise: Zuerst hat man sich davon zu überzeugen, ob das schon vor der Aufnahme auf das Tischblatt verzeichnete Rechteck durch das Zusammenziehen oder Ausdehnen des Zeichenpapiers keine Änderung erlitten hat.

Zu diesem Behufe greift man mit dem Stangenzirkel auf einem Normalmaßstabe genau 25″ ab und trägt sie von einer Ecke des Sektionsblattes aus auf die Nord- und Südseite auf, nimmt alsdann auch 20″ ab und trägt dieselben ebenfalls auf die Ost- und Westseite. Verbindet man nun diese Punkte mit einander, so werden sich in all den Fällen, in welchen das Zeichenpapier eine Änderung erlitten, zwei schmale Rechtecke ergeben, um deren Flächeninhalt das Sektionsrechteck kleiner oder größer geworden ist.

Es stelle z. B. P Q, Figur 148, das Tischblatt, m n o p das auf dasselbe vor der Aufnahme verzeichnete Rechteck von genau 25″ Länge und 20″ Breite vor, und man habe jetzt jede der längeren Seiten m n und o p = 999,3° und jede kürzere Seite m p und n o = 798,8° gefunden, so



Figur 148.

wären die längeren Seiten um 40 · 25 — 999,3 = 1000 — 999,3 = 0,7° und die kürzeren Seiten um 40 · 20 — 798,8 = 800 — 798,8 = 1,2° kürzer geworden, das Rechteck m n o p beträgt daher nicht mehr 1000° × 800° = 800 000 □° = $\frac{800\,000}{1600}$ = 500 Joch, sondern wäre um die Fläche

des Rechteckes m p = 798,8 × 0,7 = 559,16 □°, und der
des Rechteckes o p = 999,3 × 1,2 = 1199,16 □°
zusammen: 1758,32 □°

kleiner geworden.

Das Rechteck enthält also nur 500 Joch — 1 Joch 158,3 Quadratklafter = 498 Joch 1441,7 Quadratklafter und muß deshalb um 1758,3 Quadratklafter vergrößert werden.

Es ergiebt sich daher

pro Joch Fläche ein Zuschlag von $\frac{1758{,}3}{500} = 3{,}5$ □°

„ 100 □° „ „ „ „ $\frac{3{,}5}{16} = 0{,}22$ □°.

Wären z. B. die Maße zur Berechnung einer Parzelle sämtlich mit dem Zirkel oder Berechnungsapparate abgegriffen worden und es habe sich die Fläche = 5 Joch 496 Quadratklafter ergeben, so wäre die wirkliche

Fläche	=	5 Joch 496 □°,
Zuschlag pro 5 Joch, $3{,}5 \times 5$	= —	„ 17,5 □°,
„ „ 496 □°	= —	„ 1,1 □°
	zusammen	5 Joch 514,6 □°.

Ebenso müßte ein verhältnismäßiger Abzug erfolgen, wenn das Papier eine Ausdehnung erlitten hätte. Die Ermittelung dieses Zuschlages oder Abzuges im ganzen, so wie pro Joch und für 100 Quadratklafter muß jedesmal in das Berechnungsprotokoll eingetragen werden. Es versteht sich von selbst, daß im Falle einer ungleichen Ausdehnung oder Zusammenziehung der beiden längeren oder kürzeren Seiten des Rechteckes, man aus beiden Ergebnissen das arithmetische Mittel zu nehmen hat.

Nachdem die Größe des Zuschlags oder Abzugs auf die soeben angeführte Weise in das Berechnungsprotokoll eingetragen ist, schreitet man zur Einteilung des Sektionsblattes in lauter Quadratzolle, wie dies Tafel I, welche ein ganz zu berechnendes Sektionsblatt im verkleinerten Maßstab vorstellt, ersichtlich ist. Zu diesem Behufe werden die Rechteckseiten schon vor der Aufnahme mittelst der Sektionslehre in lauter Zolle eingeteilt und man hat daher nur noch nötig, die sich gegenüberstehenden korrespondierenden Punkte zu verbinden, wodurch das ganze Rechteck in $25 \times 20 = 500$ □″ = 500 Joch eingeteilt wird.

Da das Rechteck selten ganz von der Aufnahme gefüllt ist, sondern meist leere Randstücke bleiben, so zählt man zunächst die ganz leeren Joche oder Quadratzolle, sodann diejenigen, welche ganz in die Aufnahme hineinfallen und schließlich jene Joche, welche zum Teil leer, zum Teil gefüllt sind, zusammen und schreibt die einzelnen Summen, welche zusammen wieder 500 Joch geben müssen, unter die Zuschläge in folgender Form in das Berechnungsprotokoll:

Leere Joche	199
Volle Joche . . .	219
Abschnitte	82
Summa .	500 Joche.

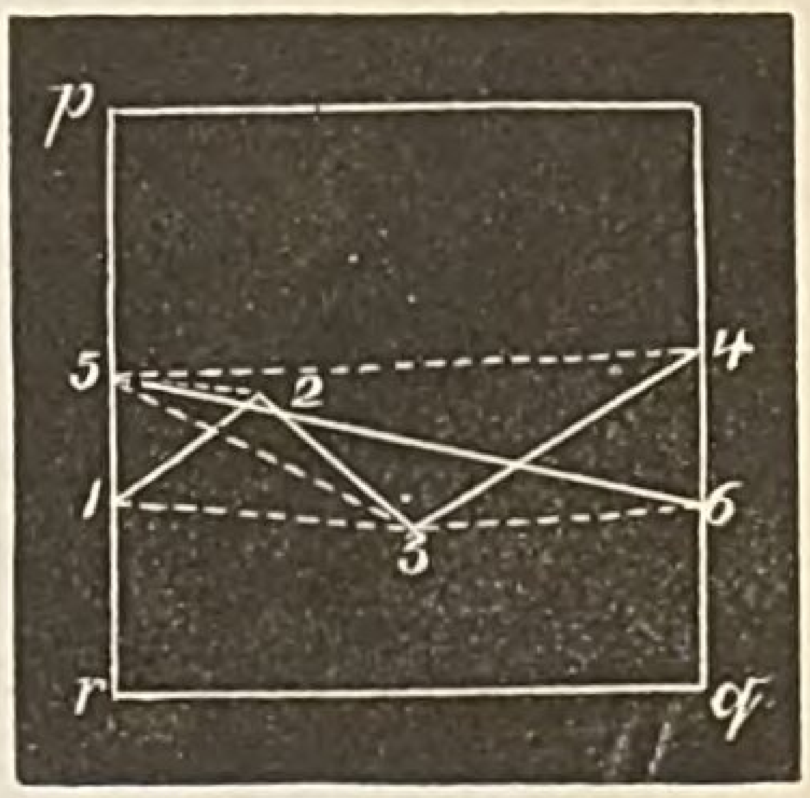
Schon hierin liegt also eine kleine Kontrolle für die Berechnung. Jetzt beginnt man die Berechnung der zur Aufnahme gehörigen vollen Teile der Abschnitte. Damit aber bei der Rechnung kein Fehler unterläuft, berechnet man gleichzeitig auch die leeren Flächen der Abschnitte. Die vollen und leeren Teile der einzelnen Quadrat-Joche zusammen addiert, müssen in unserem Beispiele Tafel I wieder 82 Joch geben.

Der bequemste Weg der hierbei eingeschlagen werden kann, ist, die Abschnitte in einem jeden Quadratzoll in ein Trapez oder Dreieck von 40° = 1 Zoll Höhe zu verwandeln und den Flächeninhalt der Summe sämtlicher Trapeze nach der Formel

$$F = g \left[\frac{y + y^1 + y^2 + y^3 + y^4 + y^5 + \ldots}{2} \right] =$$

$\frac{g}{2}\left(y + y^1 + y^2 + y^3 + y^4 + y^5 + \ldots \right)$ zu ermitteln, in welcher $g = 40°$, $\frac{g}{2} = 20°$ und $y + y^1 + y^2$ u. s. w. die Summe der einzelnen parallelen Seiten der Trapeze und der Grundlinien der Dreiecke bedeuten.

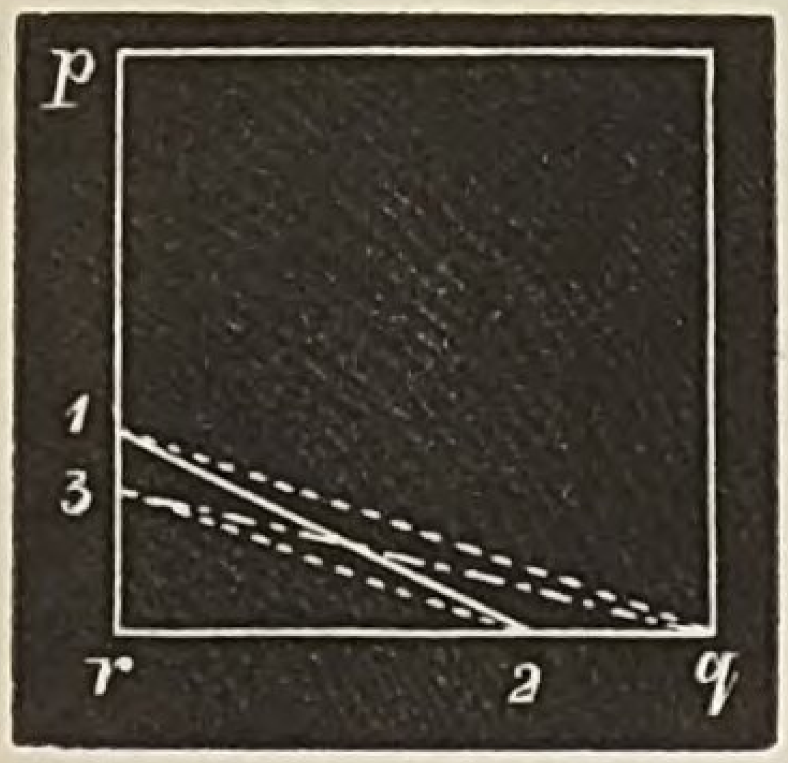
Es sei z. B. p, q, Figur 149, ein Quadratzoll auf dem Tischblatt; 1, 2, 3, 4 die Grenze der Aufnahme, so kann der Teil 1, 2, 3, 4, q, r in ein Trapez von 40° Höhe verwandelt werden, ohne nur eine einzige Hilfslinie ziehen zu müssen. Man legt zu diesem Zwecke scharf an 1, 3 ein Dreieck, verschiebt dies mittelst eines andern parallel bis 2 und bestimmt so den Punkt 5 durch Einstechen mittelst einer Pikiernadel. Nun legt man das eine Dreieck an 5, 4, verschiebt das andere parallel bis 3, bestimmt daselbst den Punkt 6, so ist das Trapez 5, 6, q, r = 1, 2, 3, 4, q, r. Der Grund beruht auf dem Satz der Geometrie, daß Dreiecke von gleichen Grundlinien und gleichen Höhen einander gleich sind und ist überdies nach der Figur leicht einzusehen, in welche die Hilfslinien zum Verständnis ausnahmsweise gezogen sind, was bei der wirklichen Verwandlung nicht notwendig ist.



Figur 149.

Fällt in einen Quadratzoll, Figur 150, nur noch ein Dreieck 1, 2, r, so kann auch dieses leicht in ein Dreieck von 40 Klafter Höhe wie folgt verwandelt werden. Man lege das Dreieck an 1, q, verschiebe es parallel bis 2, bestimme mit der Kopiernadel den Punkt 3, so ist das Dreieck 1, 2, r = Dreieck 3, q, r und die Höhe r, q = 40 Klafter. Auf diese Weise

werden alle Abschnittquadrate in Trapeze und Dreiecke von 40 Klafter Höhe verwandelt. Die Linien r, 5 und q, 6, Figur 149 und r, 3, Figur 150, geben dann die eingeklammerten Faktoren, die Linie r q = 40 Klafter aber den Faktor g vorstehender Formel.



Figur 150.

Beträgt nun z. B. die Summe der eingeklammerten Faktoren für den zur Aufnahme gehörigen Teil der Abschnitte 2092,8 Klafter und die Summe der leeren Teile 4464 Klafter, so enthält in unserem Beispiel die Summe der zur Aufnahme gehörigen Abschnitte =

$$2092{,}8 \times \frac{40}{2} = 26 \text{ Joch } 256 \,\square^\circ,$$

die Summe der leeren Abschnitte . . $= 4464 \times \frac{40}{2} = 55$ Joch $1280 \,\square^\circ$.

Zusammen: 81 Joch 1536 □°;

mithin 64 □° weniger, als in unserem Beispiele die Summe der Abschnitte betragen sollte. Daß man nicht gerade 82 Joch gefunden hat, beruht auf dem Umstande, daß man nur einen Berechnungsfaktor, nämlich die Höhe der Trapeze und Dreiecke = 40 Klafter direkt aus der Aufnahme entnehmen konnte, während der andere Faktor mit dem Zirkel abgegriffen und darum wegen des eingegangenen Papiers zu klein erhalten werden mußte. Da jedoch nur ein Faktor zu klein gefunden wurde, so darf auch nicht der ganze Zuschlag pro Joch, sondern nur $^1/_2$ desselben erfolgen, während in allen Fällen, in welchen sämtliche Faktoren mittelst des Zirkels oder Berechnungsapparates erhoben werden, der ganze Zuschlag zu erfolgen hat.

In unserem Falle beträgt der Zuschlag pro Joch 3,5 □Klftr., mithin der halbe Zuschlag pro Joch 1,75 □Klftr. und pro 100 □Klftr. = 0,1 □Klftr., daher kämen zu obigen 26 Joch 256 □Klftr. noch $1{,}75 \times 26 = 45$ □Klftr. und zu den 55 Joch 1280 □Klftr. noch $55 \times 1{,}75 + 13 \times 0{,}1 = 98$ □Klftr., und die beiden Flächen enthielten jetzt zusammen: 26 Joch 301 □Klftr. + 55 Joch 1378 □Klftr. = 82 Joch 79 □Klftr.

Daß sich jetzt ein Überschuß von 79 □Klftrn. ergiebt, folgt daraus, daß die Maße nie mathematisch genau abgenommen werden können, sich daher in den meisten Fällen eine kleine Differenz ergeben wird, welche proportional der Fläche auszugleichen ist, so daß also auf 26 Joch in

unserem Falle 25 □Klftr., auf 56 Joch aber 54 □Klftr. in Abzug zu bringen wären.

Es ist somit:

die Summe der vollen Abschnitte = 26 Joch 276 □°,
die Summe der leeren Abschnitte = 55 Joch 1324 □°;

Zusammen: 82 Joch — □°.

Addiert man nun die ausgezählten vollen 219 Joch zu den soeben berechneten Abschnitten im Betrag von 26 Joch 276 □Klftr., so ergiebt sich die Gesamtfläche der Aufnahme eines Sektionsblattes = 245 Joch 276 □Klftr.

Ist die Aufnahme bedeutend, so daß sie sich etwa über einen größeren Wald oder den ganzen Grundbesitz einer Gemeinde erstreckt, also mehrere Sektionsblätter enthält, alsdann bewirkt man die Berechnung für jedes einzelne Blatt, wie eben gezeigt wurde, summiert die Inhalte der einzelnen Sektionen und erhält so die Gesamtfläche der ganzen Aufnahme, z. B.

I. Blatt	245 Joch	276 □°,
II. Blatt	421 Joch	157 □°,
III. Blatt	358 Joch	1526 □°,
Summe des ganzen Waldes oder der Gemeindegründe . . .	1025 Joch	359 □°.

Nachdem auf diese Weise die Fläche einer ganzen Aufnahme berechnet ist, befolgt man den Grundsatz, vom Großen in's Kleine zu arbeiten, noch weiter, d. h. man teilt die einzelnen Sektionsblätter je nach Umständen wieder in einzelne Sektionspartien (Riede, Fluren), wobei man sich entweder an lokale Abgrenzungen hält, oder die Grenzen der Riede auf der Karte mittelst feiner Linien so andeutet, daß die Berechnung möglichst bequem ausgeführt werden kann.

In Tafel I könnte man vier solche Berechnungsteile bilden, welche, wie hier, gewöhnlich schon besondere Benennungen haben, nämlich: Langeberg, Fuchsstrauch, Mühlberg, Frauenhof. Die Größe dieser Riede richtet sich nach lokalen Verhältnissen, doch sollen sie 150 Joch nie übersteigen.

Die Berechnung der einzelnen Riede kann ähnlich wie bei ganzen Sektionsblättern ausgeführt werden.

Wäre z. B. die Fläche Langeberg zu berechnen, so nimmt man vorerst auf die einzelnen Parzellen gar keine Rücksicht, sondern zählt die vollen Jochquadrate heraus, und zerlegt durch Diagonalen ih, hg, gf einzelne Quadrate in solche Dreiecke ikl, hlm, hqg, gno, opf u. s. w.,

daß der Flächeninhalt derselben ohne alle Rechnung und andere Hilfsmittel alsbald abgelesen werden kann.

Die so erhaltenen Flächenteile bekommen natürlich keinen Zuschlag, und es bleiben auf diese Weise von dem Riede Langeberg nur noch die krummlinigen Randstücke A und Z übrig, welche auf bekannte Weise mittelst des Apparates oder Hunderterzirkels zu berechnen sind, während die geradlinigen Randstücke von 1, 2, 3, 4 bis 21 in Dreiecke und Trapeze B, C, D bis V, W, X, Y zerlegt und nach den in § 60 entwickelten Formeln berechnet werden.

In Ermangelung eines Apparates oder Hunderterzirkels kann man natürlich auch die krummlinigen Randstücke A und Z in Dreiecke und Trapeze zerlegen und als solche berechnen.

Daß ferner bei den hierbei vielfach vorkommenden Multiplikationen mit vielem Vorteile Multiplikationstafeln angewendet werden, wurde ebenfalls bereits erwähnt.

Zur Einschreibung der Resultate der Rechnung kann folgendes Formular (S. 259) verwendet werden.

Fährt man auf diese Weise fort, die Figuren K, L, M, N sowie die Randstücke an den Linien 11 f, f g und g h zu berechnen, wobei jedoch bemerkt wird, daß an den Jochquadraten I, II und III die Teile r, s und t in Abzug kommen müssen, so erhält man in der Summe aller Einzelteile schließlich die Fläche des ganzen Riedes Langeberg.

Zu vorstehendem Formular ist nur noch zu bemerken, daß die Abscisse immer die ganze Grundlinie, die Ordinate immer die ganze Höhe bei den Dreiecken, und die Summe der beiden parallelen Seiten bei den Trapezen bezeichnet, weshalb man durch Multiplikation dieser beiden Faktoren den doppelten Inhalt bekommt.

Ist auf diese Weise endlich der Flächeninhalt vom Langeberg berechnet, so nimmt man ebenso auch die Berechnung der übrigen Riede vor.

Bei dem Riede Fuchsstrauch würde man z. B. mittelst feiner Linien das Polygon a, b, c, d, e, f, g, h, 47, a mit folgenden Flächeninhalten herausscheiden:

Trapez e f g h	=	12 Joch,
Rechteck d e h 47	=	28 Joch,
Trapez a b c d	=	9 Joch,
Zusammen:		49 Joch.

Die Randstücke an den Linien a b, b c, c d, d e u. s. w. sind dann wie vorhin, teils mittelst des Apparates zu berechnen, teils in Dreiecke und Paralleltrapeze zu teilen.

Name des Riedes (Flur)	Bezeichnung der Dreiecke und Trapeze	Faktoren zur Berechnung: der Grundlinie oder Abscisse	Faktoren zur Berechnung: der Summe der Ordinaten oder der Höhe	Flächeninhalt doppelter +	Flächeninhalt doppelter −	Flächeninhalt wirklicher		Bemerkung
		Klafter	Klafter	Quadratklafter	Quadratklafter	Joch	□Klft.	
Langeberg.	Dreieck i k l	—	—	—	—	1	800	
	" h l m	—	—	—	—	1	800	
	" g h q	—	—	—	—	—	800	
	" g n o	—	—	—	—	1	—	
	" o p f	—	—	—	—	1	—	
	An ausgezählten Jochen	—	—	—	—	35	—	inkl. I, II u. III
	Randstück A mittelst d. Apparates erhoben	—	—	—	—	1	525	
	" Z " " "	—	—	—	—	1	1584	inkl. z
	An der Linie b c							
	Trapez B	33,2	35,4	1175,3	—	—	588	
	" C	9,3	86,0	799,8	—	—	400	
	" D	12,1	70,6	854,3	—	—	427	
	" E	51,3	62,8	3221,6	—	1	11	
	" F	30,0	61,1	1833,0	—	—	916	
	" G	16,1	37,2	598,9	—	—	299	
	An der Linie c d							
	Dreieck H	15,9	48,4	769,6	—	—	385	
	Trapez I	51,3	94,0	4822,2	—	1	811	

u. s. w.

Die Flächeninhalte der einzelnen Riede werden demnach im allgemeinen auf drei verschiedene Arten erhalten, nämlich:

a) mittelst des Apparates;

b) mittelst des Zirkels durch Berechnung und Zerlegung in Dreiecke und Trapeze;

c) mittelst Auszählung der Jochquadrate und deren Teile.

Hiernach wird dann, nachdem alle Riede berechnet sind, folgende Übersicht gefertigt:

Sektionsblatt I.

Veränderung des Papiers 1 Joch 158 □°; daher positive Veränderung pro Joch $= \frac{1758}{500} = + 3{,}5$ □°.

Der Langeberg enthält:

durch den Apparat abgenommene Fläche	3 Joch	509 □°
„ „ Zirkel „ „	7 „	1037 „
Zusammen:	10 Joch	1546 □°
hierzu ein Zuschlag von 11 · 3,5	— „	38 „
durch ausgezählte Fläche	40 „	800 „
Summa:	51 Joch	784 □°.

Der Fuchsstrauch enthält:

durch den Apparat abgenommene Fläche	5 Joch	386 □°
„ „ Zirkel „ „	3 „	320 „
Zusammen:	8 Joch	706 □°
hierzu ein Zuschlag von 8 · 3,5	— „	28 „
durch ausgezählte Fläche	49 „	— „
Summa:	57 Joch	734 □°.

Der Mühlberg enthält:

durch den Apparat abgenommene Fläche	— Joch	1200 □°
„ „ Zirkel „ „	12 „	246 „
Zusammen:	12 Joch	1446 „
hierzu ein Zuschlag von 13 · 3,5	— „	45 „
durch ausgezählte Fläche	66 „	— „
Summa:	78 Joch	1491 □°.

Der Frauenhof enthält:

durch den Apparat abgenommene Fläche	3 Joch	105 □°
„ „ Zirkel „ „	4 „	1343 „
Zusammen:	7 Joch	1448 □°

	Transport:	7 Joch	1448 □°
Hierzu ein Zuschlag von 8 · 3,5		— „	28 „
durch ausgezählte Fläche		50 „	— „
	Summa:	57 Joch	1476 □°.
Daher Ried Langeberg		51 Joch	784 □°
„ Fuchsstrauch		57 „	734 „
„ Mühlberg		78 „	1491 „
„ Frauenhof		57 „	1476 „
	Hauptsumme vom Sektionsblatte I.:	245 Joch	1285 □°
	Soll sein:	245 Joch	276 □°
	Differenz:	— Joch	1009 □°.

Daß das Ergebnis der Berechnung des ganzen Sektionsblattes in der Regel nicht ganz mit der Summe der einzelnen Riede stimmen wird, folgt aus dem Umstande, daß die einzelnen Faktoren nicht mathematisch richtig abgenommen werden können. Beträgt nun die Differenz nicht mehr wie $^1/_{200}$ des Ganzen, so wird diese proportional auf die einzelnen Riede verteilt, so daß

bei dem Ried Langeberg	202 □°
„ „ „ Fuchsstrauch	238 „
„ „ „ Mühlberg	327 „
„ „ „ Frauenhof	242 „
Zusammen:	1009 □°

in Abzug kommen.

Die berichtigten Flächen sind dann:

Langeberg	51 Joch	582 □°
Fuchsstrauch	57 „	496 „
Mühlberg	78 „	1164 „
Frauenhof	57 „	1234 „
Summe:	245 Joch	276 □°.

Nachdem in vorstehender Weise die Flächeninhalte der einzelnen Riede oder Fluren ermittelt sind, wird zur Berechnung der Parzellen in den verschiedenen Rieden geschritten. Zu diesem Behufe werden sämtliche Parzellen einer Flur fortlaufend, und wie sie in der Natur auf einander folgen, so nummeriert, daß keine Parzelle vergessen wird, und der Zusammenhang derselben möglichst leicht beurteilt werden kann.

Da fast jedes Land seine besonderen Vorschriften über die Berechnung der Parzellen besitzt, so können wir im Hinweis auf dieselben uns hier

um so mehr auf einige allgemeine Bemerkungen beschränken, als bereits in § 61 die verschiedenen Methoden der Parzellenberechnung erwähnt wurden.

Die Bau-, Grund-, Weg-, Wasserparzellen u. s. w. werden natürlich getrennt nach einander berechnet. Nach dem jetzigen Stande der Wissenschaft wird der Inhalt wohl am genauesten mittelst des Polarplanimeters ermittelt. Liegt eine Bauparzelle etwa in einer Grundparzelle, so wird letztere samt der ersteren berechnet, und hierauf der Flächeninhalt der Bauparzelle abgezogen, wodurch sich zugleich der Inhalt der Grundparzelle ergiebt.

Bei der Berechnung von Waldparzellen, d. h. der Abteilungen und Unterabteilungen der einzelnen Walddistrikte genügt es unter Umständen die Flächeninhalte mit der Glastafel auszuzählen; raschere und genauere Resultate wird aber auch hier der Polarplanimeter liefern. Will man jedoch diese Instrumente nicht anwenden, so kann der Inhalt auch dadurch rasch ermittelt werden, daß man die einzelnen ausgeschiedenen Bestände auf dem Sektionsblatt in Dreiecke und unregelmäßige Vierecke zerlegt, und die Inhalte dieser einzelnen Teilfiguren berechnet und summiert*).

In ähnlicher Weise wird auch mit geradlinig begrenzten Ackerparzellen, wie sie im Ried Frauenhof von Nr. 1—10 und 24—32 Tafel I vorkommen, verfahren.

Bei sogenannten Riemenparzellen, Nr. 11—23 des Riedes Frauenhof zieht man am besten, in einer der Krümmung der Parzellen entsprechenden Entfernung, senkrecht auf eine außerhalb fallende Linie x x′ eine Anzahl von Äquidistanten, welche die Parzellen möglichst senkrecht durchschneiden sollen, und berechnet die einzelnen Parzellen dann etwa nach Formel $Fl = g\left(\frac{y^1 + y^n}{2} + y^2 + y^3 + y^4 + y^5 + \ldots . y^{n-1}\right)$, wobei die etwa an beiden Seiten verbleibenden Randstücke besonders ermittelt werden müssen.

Wäre z. B. die Riemenparzelle 16 zu berechnen, so zieht man in gleichen Abständen von 10 zu 10 Klftr. die Äquidistanten y, y^1, y^2, y^3, y^4 bis y^{13}, wodurch die Parzelle in lauter Trapeze von 10 Klafter Höhe und in die beiden Endstücke a und b zerlegt wird.

Es gestaltet sich dann die obige Formel für die Parzelle 16 in folgende um:

*) Wurde die Waldvermessung mittelst des Theodoliten ausgeführt, so werden natürlich die Inhalte aus den berechneten Koordinaten bestimmt. (Vergleiche den jetzt folgenden 5. Abschnitt.)

$$F\,l = 10\left(\frac{y + y^{13}}{2} + y^1 + y^2 + y^3 + y^4 \ldots\ldots + y^{12}\right),$$

d. h. man nimmt die Hälfte der ersten und letzten Äquidistanten, addiert hierzu alle zwischenliegenden, und multipliziert die Summe mit 10, so erhält man den Flächeninhalt der Parzelle 16 ausschließlich der Randstücke a und b, welche noch besonders zu berechnen sind.

Die Äquidistanten werden entweder wirklich wie in Tafel I auf das Sektionsblatt gezogen, oder durch den Planimeter mit parallelen Fäden (Alderschen Planimeter) nur angezeigt.

Das Abgreifen der Längen geschieht mit dem Hunderterzirkel.

Ganz in derselben Weise werden auch die übrigen Riemenparzellen berechnet.

Nachdem nun alle Parzellen eines Riedes, oder alle Abteilungen eines Distriktes berechnet und die betreffenden Zu- und Abschläge wegen der Veränderung des Papiers gemacht sind, werden dieselben sämtlich addiert, die Gesamtsumme muß dann dem vorher schon ermittelten Flächeninhalte des Riedes oder Distriktes gleich sein.

Ergeben sich Differenzen, welche innerhalb der gesetzlich gestatteten Fehlergrenze liegen, so werden dieselben proportional dem Inhalte der einzelnen Parzellen ausgeglichen. Größere Abweichungen jedoch, welche in einem Rechnungsfehler oder sonstigen Versehen ihren Grund haben, müssen aufgesucht und verbessert werden.

Die an den Parzellen vorgenommene Korrektion ist unter allen Umständen (am besten mit roter Tinte) mit in das für die Berechnung der Parzellen vorgeschriebene Formular einzuschreiben.

Fünfter Abschnitt.

Von den Arbeiten mit dem Theodoliten.

Vorbemerkungen.

§ 64.

Wie bereits § 29 erwähnt, beruht das Wesen der Meßtischaufnahme in der graphischen Darstellung der Winkel und Seiten eines Polygons, bei gleichzeitiger Verzeichnung einer mit dem Bilde in der Natur ähnlichen Figur, auf dem Meßtischblatte, aus welcher dann zum Schluß erst die Berechnung des Flächeninhaltes aus dem Grundrisse vorgenommen wird. Die Aufnahmsarbeiten des Theodoliten erfolgen ziemlich in der umgekehrten Ordnung. Die Winkel werden nach diesem Verfahren nicht verzeichnet, sondern in Graden, Minuten event. Sekunden an dem Theodoliten abgelesen und die Umfangsseiten sämtlich gemessen, während bei den Meßtischaufnahmen viele durch Schnitte bestimmt werden. Aus den aufgenommenen Winkeln und Seiten rechnet man dann die auf ein senkrechtes Achsensystem bezogenen Koordinaten, die sowohl zur Zeichnung der aufgenommenen Fläche, als auch zur Berechnung des Flächeninhaltes der betreffenden Komplexe dienen.

Während bei dem Meßtische die Faktoren zur Flächenberechnung aus konstruierten Linien umständlich und mehr oder weniger unsicher aus dem Grundrisse entnommen werden, wird der Flächeninhalt jeder Figur bei der Aufnahme mit dem Theodoliten durch schärfste triogometrische Berechnung aus wirklich gemessenen Linien und Winkeln sicher erhalten.

Aus diesen Gründen muß der Theodolit, was namentlich die Genauigkeit der Aufnahme und die wunderbare Schärfe der Resultate anlangt, unter allen bis jetzt bekannten Instrumenten in der Geodäsie als das vorzüglichste erkannt werden.

Der vorzüglichen Ausbildung, welche dieses Instrument von seiner rohesten ersten Form an bis zu seiner jetzigen Vollkommenheit erlitten hat,

verdanken wir die ausgezeichneten geographischen Messungen und die Sicherheit der Aufnahme großer Ländergebiete. In vielen Staaten ist daher der Meßtisch durch den Theodoliten schon gänzlich aus Feld und Wald verdrängt; sämtliche Katasteroperationen bis zur Parzellenmessung herab, so wie die forstwirtschaftliche Vermessung der Wälder, erfolgt in denselben nur polygonometrisch mittelst Anwendung des Theodoliten. Mit jedem Jahre greift diese Aufnahmsmethode mehr um sich.

In Hannover ist schon seit vielen Jahren der Theodolit auch bei Waldaufnahmen zum herrschenden Instrument erhoben worden und mit Recht sah man seither darauf, daß auch jeder Studierende der Forstwissenschaft mit demselben arbeiten lernte. Im Großherzogtum Hessen wurden seit Beginn der dortigen Landesvermessung, also schon vor 60 Jahren, auch die Detailvermessungen (Fluren, Gewannen und Waldungen) nur mit dem Theodolit aufgenommen. In Baden und dem ehemaligen Nassau wird er ebenfalls schon seit einer langen Reihe von Jahren zu allen Waldvermessungen verwendet. In Preußen, wo vorher die Waldungen meist mit Boussole und Meßtisch aufgenommen wurden, sind durch die Instruktion für Geodäten vom 25. August 1857 diese Instrumente sämtlich durch den Theodoliten verdrängt worden. Auch in Württemberg und Österreich gewinnt der Theodolit bei Waldvermessungen immer mehr Boden und an den Forstlehranstalten wird diesem wichtigsten Meßinstrumente des Waldes jetzt eine größere Aufmerksamkeit geschenkt*).

Sicherlich würde der Theodolit auch früher schon insbesondere bei Waldvermessungen eine größere Rolle gespielt haben, wenn derselbe in den Lehrbüchern der niederen Geodäsie als „Detailvermesser“ in einfacherer, leichtverständlicher Weise gründlicher besprochen worden wäre; denn viele denken sich unter einem Theodoliten noch jenes schwerfällige und teure Instrument mit dem komplizierten Mechanismus, wie es zu astronomischen Aufnahmen und zu sehr ausgedehnten geodätischen Vermessungen, (trigonometrischen Netzlegungen u. s. w.) früher gebraucht wurde und auch noch jetzt zu diesen Zwecken erforderlich ist.

Der Theodolit, wie er zur Aufnahme von Waldungen, Gemarkungen, überhaupt für Flächen von nur wenigen Quadratmeilen, Ausdehnung,

*) Als Verfasser 1855 an die damals neu gegründete Forstlehranstalt Weißwasser in Böhmen berufen wurde, war die Detailvermessung der Waldungen mit dem Theodoliten dort noch nirgends praktisch geworden. Die Waldvermessungen, welche ich damals mit meinen Zuhörern in der Umgebung von Weißwasser vornahm, dürften die ersten in diesem Lande vorgekommenen gewesen sein.

erforderlich ist, zeichnet sich durch den einfachsten Bau aus, ist leicht transportabel und wird in einfacher Form (ohne Höhenkreis) schon in vorzüglicher Güte um einen Preis von 150—200 Mark geliefert, während ein einfacherer Theodolit mit Höhenkreis, und schon vollständig zu kleineren Triangulationen geeignet, um 300—400 Mark gekauft werden kann. Größere Theodolite sind natürlich viel teurer, sie sind aber für die Zwecke der niederen Geodäsie entbehrlich oder weniger praktisch. Dabei ist der Gebrauch einfacherer Theodolite so bequem, daß derselbe selbst einem minder Befähigten in wenigen Stunden beigebracht werden kann. Nebenbei sind die auf die Aufnahme folgenden Berechnungen, namentlich bei Anwendung von Koordinatentafeln, welche die logarithmische Rechnung entbehrlich machen, und bei vorgedruckten zweckmäßigen Formularen sehr fördernd und jedenfalls einfacher, als die oft viele Umsicht erfordernde Berechnung der Inhalte aus aufgenommenen Meßtischblättern.

Ganz besondere Vorteile gewährt der Theodolit der Boussole und dem Meßtisch gegenüber bei größeren Umfangsmessungen (welche namentlich bei der Aufnahme ausgedehnter Waldkomplexe vorzukommen pflegen), sowie bei Anlage regelmäßiger Wirtschaftsteile, bei Durchhauung von langen, geraden Schneißen oder Straßen.

Jeder, der sich mit der Mißtischaufnahme beschäftigt hat, kennt die Mühseligkeit derartiger Arbeiten und die Umständlichkeit der oft nötigen bedeutenden Korrektionen bei nur einigermaßen ausgedehnten Umfangsmessungen. Mit welcher Sicherheit arbeitet man dagegen mit dem Theodoliten, welch scharfe Kontrolle hat man von Anfang bis zu Ende der Vermessung für deren Richtigkeit, wie leicht bewegt man sich mit dem einfachen Instrumente von einer Station zur andern, wie ungestört bietet man den Witterungseinflüssen noch unter Verhältnissen Trotz, unter welchen mit dem Meßtische nicht mehr gearbeitet werden kann! Wenn zur Erreichung eines einigermaßen sicheren Resultates bei Anwendung des Meßtisches schon eine namentlich in ebenen Waldungen mühsame Vortriangulation nötig wird, reicht man mit dem einfachsten Theodoliten, welcher die Winkel nur auf halbe oder Viertel-Minuten genau angiebt, noch vollständig aus. Bei der Methode der Theodolitenaufnahme bedarf man keines Planimeters, da bei ihr sämtliche Inhalte aus den Koordinaten nach einer einfachen Formel berechnet werden.

Das sind sprechende Thatsachen, und mögen die Anhänger des Meßtisches und der Boussole einwenden was sie wollen, der Theodolit wird eine immer größere Verbreitung erlangen, der Meßtisch, so sehr er auch in

der letzten Zeit vervollkommnet wurde, und die Boussole werden bei land- und forstwirtschaftlichen Vermessungen mit jedem Jahre mehr an Bedeutung verlieren, wenn der Meßtisch auch zur flüchtigen Aufnahme des Terrains, zu militärischen Zwecken, immer noch als das vorzüglichste Instrument angesehen werden muß.

I. Von der Beschreibung, Prüfung und Handhabung des Theodoliten.

1. Beschreibung des Theodoliten.

§ 65.

Der Theodolit kommt unter so verschiedenen Formen und Konstruktionen vor, daß es die Grenzen dieses Lehrbuches weit überschreiten würde, wollten wir hier auf die Abänderungen eingehen, welche die verschiedenen Mechaniker an demselben im Laufe der Zeit angebracht haben. Indem wir daher in dieser Beziehung auf das vortreffliche Werk von Dr. G. Ch. K. Hunäus: „Die geometrischen Instrumente der gesamten praktischen Geometrie, Hannover 1864", sowie auf die größeren Werke der Geodäsie und insbesondere die praktische Geometrie von Bauernfeind verweisen, müssen wir uns hier darauf beschränken, von den drei wichtigsten prinzipiell verschiedenen Formen von Theodoliten je eine Konstruktion etwas näher zu beschreiben.

Die wesentlichen Teile eines Theodoliten sind nämlich zunächst zwei konzentrische Horizontalkreise, von welchen der innere oder Alhidadenkreis sich in dem äußern oder Limbuskreise eng anschließend bewegt. Weiter ist auf dem Alhidadenkreis ein Aufsatz als Träger angebracht, auf welchem ein in einer Vertikalebene sich bewegendes Fernrohr befestigt ist. Endlich ist der untere Teil des Limbuskreises in der Regel mit einem Dreifuße verbunden, auf welchem das Instrument selbst so ruht, das dasselbe samt Dreifuß bequem auf irgend ein Stativ aufgeschraubt werden kann.

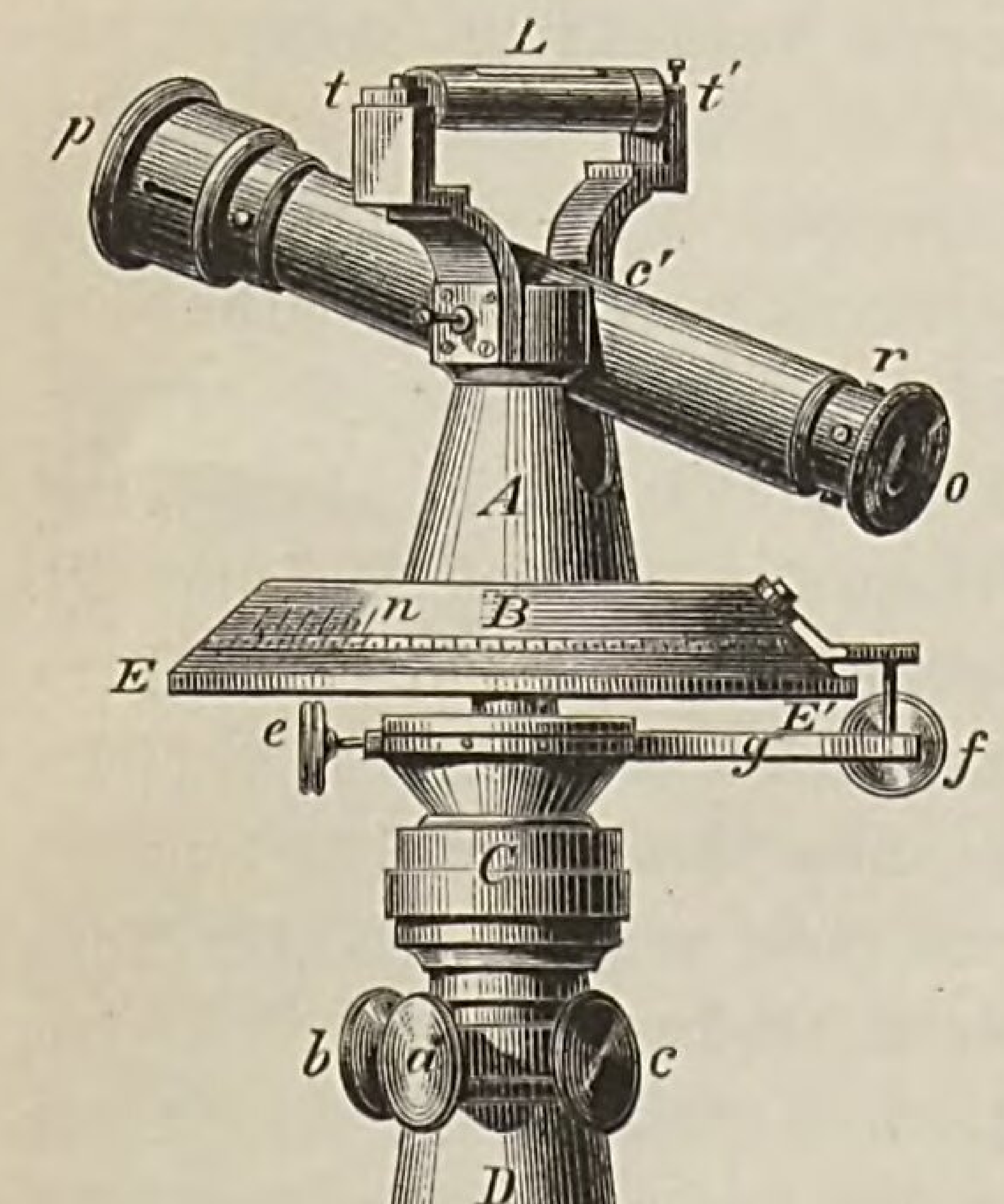
Ist der äußere oder Limbuskreis fest mit einer vertikal stehenden Achse verbunden und läßt sich nur der innere oder Alhidadenkreis um die letztere im Kreise herumdrehen, so wird der Theodolit kurzweg ein einfacher Theodolit genannt. Läßt sich jedoch auch der Limbuskreis um die Achse herumbewegen, so daß Winkel an verschiedenen Stellen des in Grade geteilten Limbus nach der sogenannten Repetitionsmethode abgelesen werden können, so wird der Theodolit ein Repetitionstheodolit genannt.

Sind endlich die Träger so hoch, daß das Fernrohr zwischen denselben, und ohne es aus seinen Lagern zu nehmen, durchgeschlagen werden kann, so wird das Instrument ein Kompensationstheodolit genannt und heben sich bei dieser Konstruktion gewisse Fehler, auf welche wir im nächsten Paragraphen zurückkommen, auf.

Wir wollen nun diese drei Formen von Theodoliten, welche für die niedere Geodäsie größeres Interesse haben, etwas näher beschreiben.

A. Beschreibung des einfachen Theodoliten.

Wir beschreiben zunächst den allereinfachsten Theodoliten, wie er schon um den geringen Preis von 80—100 Mark geliefert werden kann. Ein solcher Theodolit ist in Figur 151 abgebildet und kann, da der untere Teil D eine konische Messinghülse bildet, leicht auf ein einfaches Zapfenstativ aufgesteckt und mittelst der Schraube d an dasselbe festgeklemmt werden. E E′ ist der äußere Limbuskreis, welcher nach alter Teilung in einzelne Grade geteilt ist. In dem Limbus bewegt sich konzentrisch der Alhidadenkreis B mit der Noniusvorrichtung n. Der Nonius ist so eingeteilt, daß 29 Teile des in Grade geteilten Limbuskreises gleich 30 Teilen der Alhidade sind, so daß an dem Instrumente bis auf zwei Minuten genau abgelesen werden kann.



Figur 151.

Mitten auf der Alhidade erhebt sich der messingene Träger A, welcher sich oben in zwei Arme c t und c′ t′ spaltet, zwischen welchen sich ein kleines Fernrohr o p um eine horizontal liegende Achse c c′ vertikal bewegen läßt. Auf den Enden t t′ der beiden Träger ist eine kleine Röhrenlibelle L befestigt, welche zur Horizontalstellung dient. Von dem Limbuskreis abwärts geht durch die Messinghülse C D ein senkrecht zur Limbusscheibe stehender Zapfen, welcher unten in einen kleinen Würfel endigt, auf dessen vier Seitenflächen vier Horizontalschrauben a, b, c und d wirken, von welchen jedoch d hier unsichtbar ist. Diese vier Schrauben dienen zur Horizontalstellung des Instrumentes. Die

Einrichtung zur Horizontalstellung ist ganz dieselbe, wie man sie auch bei manchen Nivellierinstrumenten findet.

Die Bremsschraube e, welche auf den auf der Alhidadenscheibe senkrecht stehenden Zapfen wirkt, dient zur festen Verbindung der Alhidade mit dem Limbus; wird dieselbe dagegen geöffnet, so kann die Alhidade im Kreise herumgeführt und das Fernrohr auf irgend ein Objekt einvisiert werden. Die Mikrometerschraube f gestattet noch eine sanfte Drehung der Alhidade und mit dieser ein scharfes Einstellen des Fernrohrs in irgend ein anvisiertes Objekt.

Daß an dem Fernrohr bei r ein Fadenkreuz angebracht ist, versteht sich von selbst. Ein so einfacher und nur eine Ablesung bis auf 2 Minuten gestattender Theodolit kann natürlich nur zu kleineren Vermessungen, welche einen minderen Grad von Genauigkeit verlangen, verwendet werden. Für größere Waldvermessungen u. s. w. empfehlen wir daher schon etwas größere und bessere Instrumente, welche jedoch keine Repetitionstheodolite zu sein brauchen.

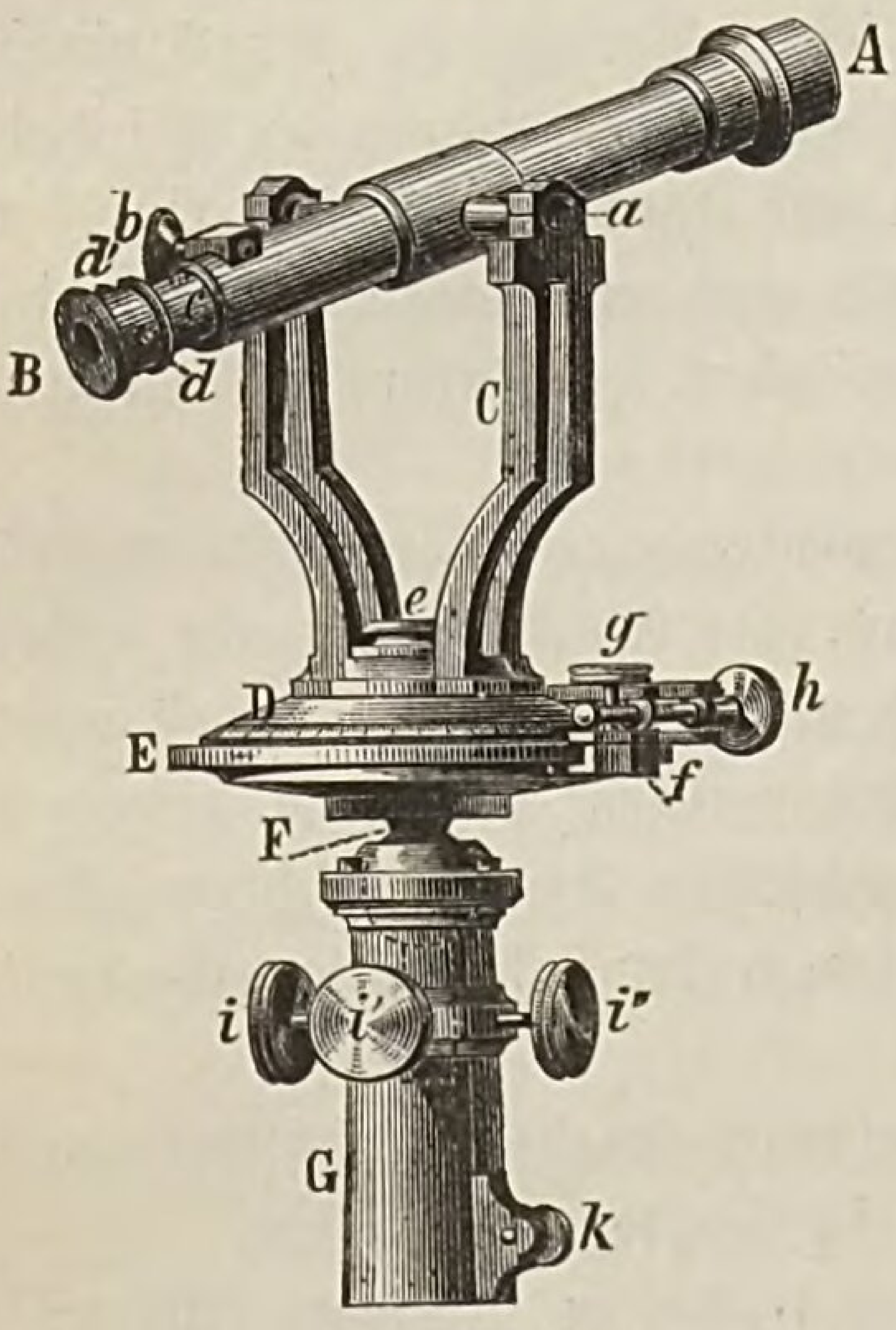
Der soeben beschriebene einfache Theodolit wurde rücksichtlich seiner Leistungen wesentlich von Gebr. Zimmer in Stuttgart verbessert.

Die Verbesserung besteht darin, daß der seither in $^1/_1$ Grade eingeteilte Limbuskreis jetzt in $^1/_2$ Grade alter oder neuer Teilung geteilt ist und statt eines Nonius zwei Nonien besitzt; hierdurch wurde eine Ablesung von 1 Minute (alte oder neue Teilung) möglich. Sodann gestattet das sich zwischen Stützen bewegende Fernrohr jetzt eine 20fache Vergrößerung, während diese früher nur eine 12—15fache war.

Endlich wurde das Fernrohr zur Feinstellung des Okulars mit einem Getriebe b versehen und zum Durchschlagen zwischen seinen Stützen eingerichtet. Das Instrument kann mit einer genügend feinen, justierbaren Dosenlibelle rasch und sicher eingestellt werden. Die Konstruktion der Fernrohrachse ist so gewählt, daß auf Verlangen (bei entsprechender Preiserhöhung) auch ein Höhenkreis mit 1 Nonius, Klemmwerk und Mikrometerschraube zu feiner Einstellung des Fernrohres angebracht, auch eine Libelle auf das Fernrohr zum Nivellieren gesetzt werden kann.

Dieses verbesserte Instrument ist in Figur 152 abgebildet. E ist der äußere Limbuskreis; in demselben bewegt sich konzentrisch der Alhidadenkreis D, auf dem die 2 Nonien geteilt sind. Mitten auf der Alhidade und auf dieser aufgeschraubt erhebt sich der messingene Träger C, zwischen welchem sich das Fernrohr A B bewegen und durchschlagen läßt. Die Achse a dieses Fernrohrs hat auf beiden Seiten des Trägers C ihre Lager

Das eine Lager, auf der Figur durch das Fernrohr verdeckt, ist mit 2 Justierschrauben zur Korrektion der Lagerhöhe versehen. B ist das Okular des Fernrohrs. Mittelst des Triebes b kann das mit einer Zahnstange versehene Auszugsrohr c fein eingestellt werden; d d' sind die Justierschrauben des Fadenkreuzes im Okularkopf. An die Alhidade D ist eine, senkrecht zu ihr (hier nicht sichtbare) Achse angeschraubt, welche in dem Zapfen F eingeschliffen ist und sich darin dreht. Der Limbuskreis ist auf den zu ihm senkrecht stehenden Zapfen F aufgeschraubt, welcher unten in einem Würfel endigt (auf der Figur mit Strichen bezeichnet), auf den die 4 Horizontalschrauben i i' i'' wirken. Hierdurch wird die Horizontalstellung des Instrumentes bewirkt. Oberhalb des Würfels hat der Zapfen F die Gestalt einer Kugel, welche ihr Lager in dem ebenfalls kugelförmig ausgedrehten Teil der Hülse G hat.



Figur 152.

An der Alhidade ist ein Klemmarm angeschraubt, welcher der horizontalen Mikrometerschraube h zum Lager dient. Diese Mikrometerschraube h, welche bei ihrer Verbindung mit dem Klemmarm der Alhidade kegelförmig abgedreht ist, hat ebenfalls eine Kugel als Mutter, welche an der Klemme des Limbuskreises befestigt ist; die Klemmschraube g preßt die aus 2 Teilen bestehende Klemme f fest an den Rand des Limbuskreises. Die Klemme f läßt sich am Rand des Limbuskreises herumführen; wird dieselbe durch die Klemmschraube g geschlossen, so kann man mit ihr und der Mikrometerschraube h die Alhidade mit dem Limbuskreis verbinden. Die Mikrometerschraube gestattet zugleich eine sanfte Drehung der Alhidade und mit dieser ein scharfes Einstellen des Fernrohrs in irgend ein anvisiertes Objekt. k ist eine Bremsschraube, durch deren Anziehen die Hülse c fest mit dem Zapfenstativ verbunden werden kann.

Der Preis dieses Theodoliten samt Kästchen und Stativ ist 120 Mark; mit Nivellierlibelle auf dem Fernrohr mehr 12 Mark. Wird das Instrument mit Dreifuß und Scheibenstativ (anstatt Hülse und Zapfenstativ) verlangt, dann 20 Mark mehr.

B. Beschreibung des Kompensationstheodoliten.

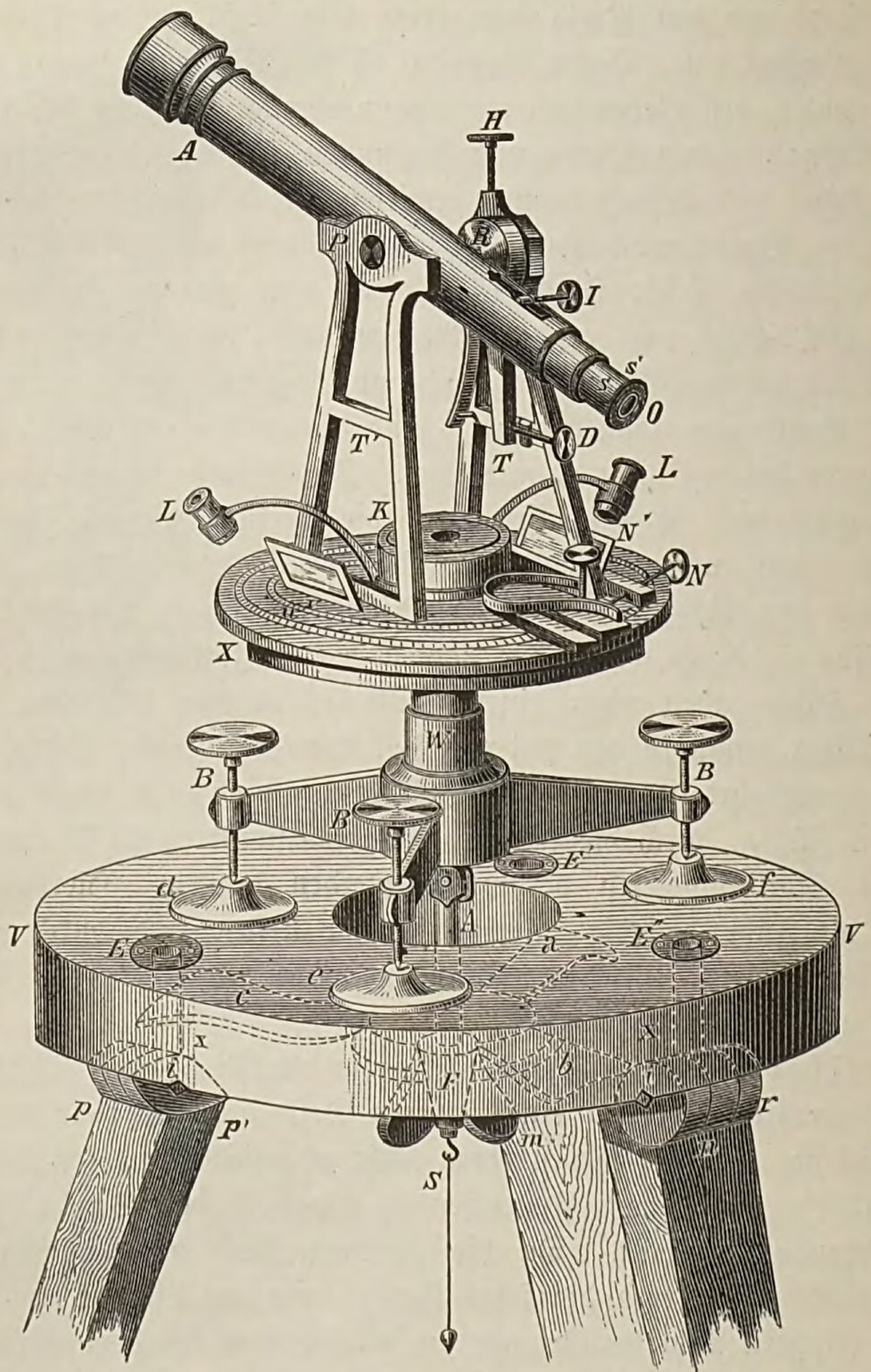
Wir wählen hier eine Form, wie sie früher der Hofmechanikus Siener in Darmstadt um den Preis von etwa 200 Mark in vorzüglicher Ausführung gefertigt hat. Dieser Theodolit ist in Hessen und den angrenzenden Ländern unter den Geometern ꝛc. sehr verbreitet und hat sich namentlich für die Aufnahme von Fluren und Gewannen, sowie bei Waldvermessungen, als sehr sicher und äußerst bequem erwiesen, für welche Vermessungsarbeiten ein größerer Repetitionstheodolit sich mehr störend als fördernd zeigt.

Das Stativ V V′, Figur 153, dient dem ganzen Instrumente als Gestell. Es besteht aus dem etwa 32 Centimeter im Durchmesser haltenden, 6 Centimeter hohen Stativkopfe V V′ und drei in denselben eingelassenen, etwa 130 Centimeter langen oben 8 und unten 6 Centimeter breiten und 4 Centimeter dicken Füßen p, m und n. Das Stativ ist aus hartem Holz, gut gearbeitet und so beschaffen, daß die Vertikalachse des Instrumentes leicht über den aufzunehmenden Punkt gebracht werden kann. Zu diesem Behufe hat der Stativkopf in seiner Mitte eine runde, 10—12 Centimeter weite Öffnung, durch welche der Zapfen A des Instrumentes gesteckt wird.

Die Füße haben oben einen Wulst i r, welcher bis etwa $^1/_3$ seines oberen Teiles genau in den unteren Teil des Stativkopfes einpaßt und bei i und n durchbohrt ist, so daß die Schraubenspindeln x durch die Bolzen i mit den Füßen, durch die eisernen Schraubenmuttern E, E′ und E″ aber mit dem Stativkopfe fest verbunden werden können. Hierdurch ist es möglich die Füße beliebig auseinander zu stellen und durch mehr oder minder starkes Anziehen der Schraubenmuttern E, E′ und E″ auch hinreichend zu befestigen.

Der Theodolit selbst wird in einem verschließbaren hölzernen Kästchen aufbewahrt, an dessen einer inneren Seite noch ein kleineres Kästchen angebracht ist, welches, neben einen Schraubenzieher und sonstigen kleinen Behelfen, die messingenen Tellerchen d, e und f, das Senkel S und die Flügelschraube F enthält. Da die einzelnen Teile des Instrumentes sehr fein gearbeitet sind, und die feine Gradteilung auf Limbus und Alhidade mit den Fingern nicht berührt werden soll, so muß bei dem Herausnehmen desselben sorgfältig verfahren werden. Man stellt daher das Stativ möglichst senkrecht über den aufzunehmenden Punkt, legt aus dem kleinen Kästchen die drei Messingtellerchen d, e und f, welche oben eine kleine Vertiefung haben, auf die obere Fläche des Stativkopfes, ergreift nun den Theodoliten an der Säule W und stellt ihn mit den Spitzen der drei Stell-

schrauben B in die gerade passend gearbeiteten Vertiefungen der Tellerchen dergestalt auf, daß der Zapfen A durch die Öffnung des Stativs geht, nimmt alsdann aus dem Kästchen die federnde geschlitzte Stahlscheibe a b c,



Figur 153.

steckt an der unteren Fläche des Stativkopfes den Zapfen durch dieselbe, befestigt so mittelst Anziehen der Flügelschraube F das Instrument fest mit dem Stativ. Dabei drücken die Arme a, b und c die Scheibe um so fester

an das Stativ, je mehr die Schraube F angezogen wird. Läßt man dagegen die Schraube F los, so kann das ganze Instrument nebst den Tellerchen innerhalb der Öffnung A des Stativs hin- und hergerückt und deshalb noch genauer über den aufzunehmenden Punkt gebracht werden, was sehr zweckmäßig und bequem ist.

Die drei Schrauben B dienen zur Horizontalstellung des Instrumentes, X ist der messingene Limbus- oder Horizontalkreis, welcher bei diesen Kompensationstheodoliten unbeweglich fest mit der Säule W verbunden ist, und auf welchen sich in einer Silbereinlage die Gradteilung u befindet. Innerhalb des Limbuskreises X bewegt sich in derselben Horizontalebene die Alhidadenscheibe oder Noniusplatte v, welche mittelst der Bremsschraube N′ fest auf den Limbus aufgeschraubt werden kann. In der Mitte der Alhidade ist die zur Horizontalstellung nötige Dosenlibelle K, und an dem Rande der ersteren sind, diametral gegenüberliegend, zwei Nonien angebracht. Zur Vergrößerung der kleinen Nonienbeträge dienen die beiden Lupen L und zur Verdeutlichung die zwei Papierblenden bei v und N′.

Auf der Alhidadenscheibe erheben sich ferner die beiden Träger T und T′, zwischen deren Enden das Fernrohr O A befestigt ist. Letzteres ist nämlich mit der horizontal liegenden Achse P R in der Art verbunden, daß es sich mit derselben in den Trägern T, T′ bewegt und zwischen denselben über K durchgeschlagen werden kann (daher der Name Kompensationstheodolit). Die Schraube H dient zur Feststellung des Fernrohrs in jeder Lage; mittelst der Vorrichtung R T und der Mikrometerschraube D kann demselben noch eine kleine feine Bewegung auf- und abwärts erteilt werden. Die Schraube I (der Trieb) am Fernrohr dient zum bequemeren Ein- und Ausschieben der Okularröhre O, während man mittelst der Schraube N dem Alhidadenkreis v, nachdem er durch N′ festgebremst ist, noch eine kleine Drehung in horizontaler Richtung erteilen kann. Endlich ist in der Okularröhre durch die Schräubchen s s′ noch ein Fadenkreuz befestigt, in welches die anzuvisierenden Objekte genau eingestellt werden.

Das soeben beschriebene Instrument dient, wie wir später noch näher sehen werden, vorzugsweise zur Messung der Polygonswinkel irgend einer aufzunehmenden Fläche. Mittelst der Nonien können die Winkel bis auf $^1/_{100}$ Grad (der Limbus ist nur in halbe Grade geteilt) oder eine Decimalminute direkt abgelesen, unter Umständen aber noch 50 Decimalsekunden eingeschätzt werden. Die Teilung ist decimal ausgeführt, der Kreis daher in 400 Grade geteilt, was bei den Rechnungen entschiedene Vorteile gewährt. Die Genauigkeit der Winkelmessung ist bei dieser Konstruktion für

den vorgesteckten Zweck vollständig verbürgt und schließen die Polygone bei sorgfältiger Arbeit in der Regel so genau, daß auf einen Einzelwinkel selten eine größere Korrektion als 1 Decimalminute, meist aber noch weniger notwendig wird.

C. Beschreibung des Repetitionstheodoliten.

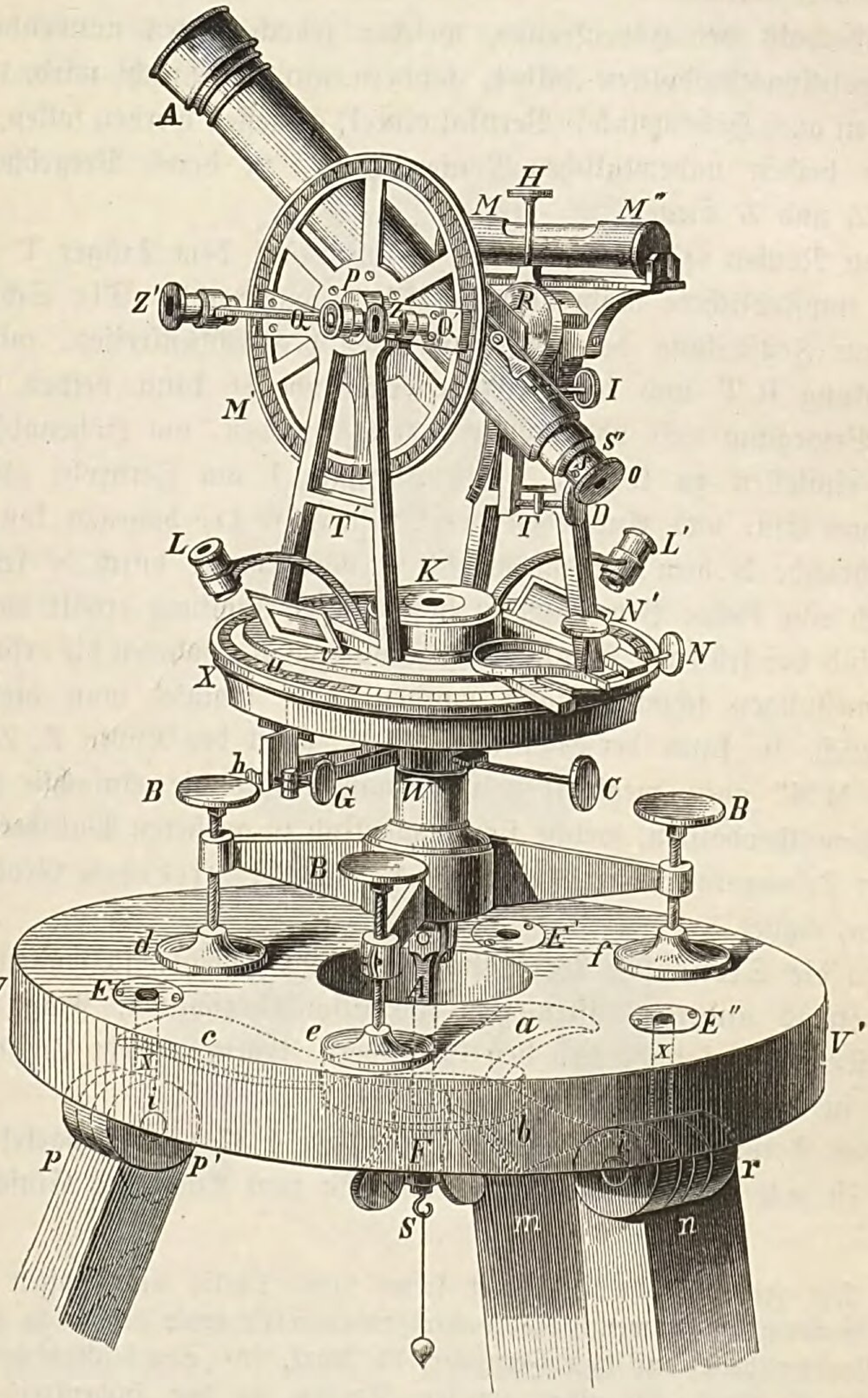
Der Repetitionstheodolit, wie er sich Figur 154 abgebildet findet, stammt ebenfalls aus der bekannten Sienerschen Werkstätte und kostet samt allem Zugehör 360—400 Mark. Vergleicht man dieses Instrument mit dem Figur 153 abgebildeten Kompensationstheodoliten, so findet man hinsichtlich der Konstruktion der wichtigsten Teile beider eine große Übereinstimmung, so daß wir uns bei der Beschreibung des Repetitionstheodoliten kürzer fassen können.

Die Einrichtung des Stativkopfes V V′, der Stativfüße p, m und n, der Stellschrauben B, der Tellerchen d, e und f, der Befestigung des Instrumentes durch die Flügelschraube F und des Dreifußes mit der Säule W ist ganz wie bei dem Kompensationstheodoliten. Auch hinsichtlich der Aufbewahrung des Theodoliten in einem hölzernen Kästchen und der Herausnahme desselben gilt ganz das gleiche.

Nur hinsichtlich der Limbusscheibe weicht die Konstruktion wesentlich ab. Bei dem Kompensationstheodoliten, Figur 153, ist nämlich die Limbusscheibe X fest mit der Säule W verbunden, so daß nur die Alhidadenscheibe bei offener Bremsschraube N′ im Kreise herumgeführt werden kann. Bei dem Repetitionstheodoliten dagegen, welcher jedoch nur zu sehr scharfen Vermessungen notwendig ist, kann auch der Limbuskreis X durch Lösen der Schraube C um die Säule W gedreht und mittelst Anziehen der Schraube wieder festgestellt werden. Weiter läßt sich, wenn die Schraube C fest angezogen ist, mittelst der Mikrometerschraube G dem Limbuskreise noch eine feine Bewegung links oder rechts erteilen, wodurch eine genaue Einstellung des anzuvisierenden Objektes möglich wird.

Innerhalb des Limbuskreises bewegt sich, wie bei dem Kompensationstheodoliten, in derselben Ebene die Alhidadenscheibe oder Noniusplatte v, welche mittelst der Bremsschraube N′ fest auf den Limbus aufgeschraubt werden kann. In der Mitte der Alhidade ist die zur Horizontalstellung notwendige Dosenlibelle K befestigt, und an dem Rande derselben sind sich diametral gegenüber liegend bei u und N′ zwei Nonien angebracht. Zur Vergrößerung der kleinen Noniusbeträge dienen die beiden Lupen L und L′ und zur Verdeutlichung die Papierblenden v und N′.

Auf der Alhidadenscheibe erheben sich ferner die beiden Träger T und T′, auf welchen in horizontaler Lage die Achse P R ruht, mit welcher so-



Figur 154.

wohl das Fernrohr O A, als auch der Höhenkreis M M′ dergestalt verbunden ist, daß sich beide gleichzeitig mit der Achse in den Trägern be-

wegen lassen und das Fernrohr zwischen den Trägern über K durchgeschlagen werden kann, wodurch der Repetitionstheodolit gleichzeitig ein Kompensator wird.

Außerhalb des Höhenkreises, welcher jedoch keinen notwendigen Teil des Repetitionstheodoliten bildet, sondern nur angebracht wird, wenn mit demselben auch Höhenwinkel (Vertikalwinkel) gemessen werden sollen, befinden sich die beiden unbeweglichen Nonien Q, Q', zu deren Vergrößerung die Lupen Z und Z' dienen.

Den Nonien Q, Q' gegenüber ist oben auf dem Träger T noch eine zweite empfindlichere Röhrenlibelle M M'' angebracht. Die Schraube H dient zur Feststellung des Fernrohrs und des Höhenkreises, mittelst der Vorrichtung R T und der Mikrometerschraube D kann beiden noch eine kleine Bewegung auf- oder abwärts erteilt werden, um Höhenobjekte ganz genau einstellen zu können. Die Schraube I am Fernrohr (der Trieb) dient zum Ein- und Ausziehen der Okularröhre O, dagegen kann mittelst der Schraube N dem Alhidadenkreise v, nachdem er durch N' festgebremst ist, noch eine kleine Bewegung in horizontaler Richtung erteilt werden.

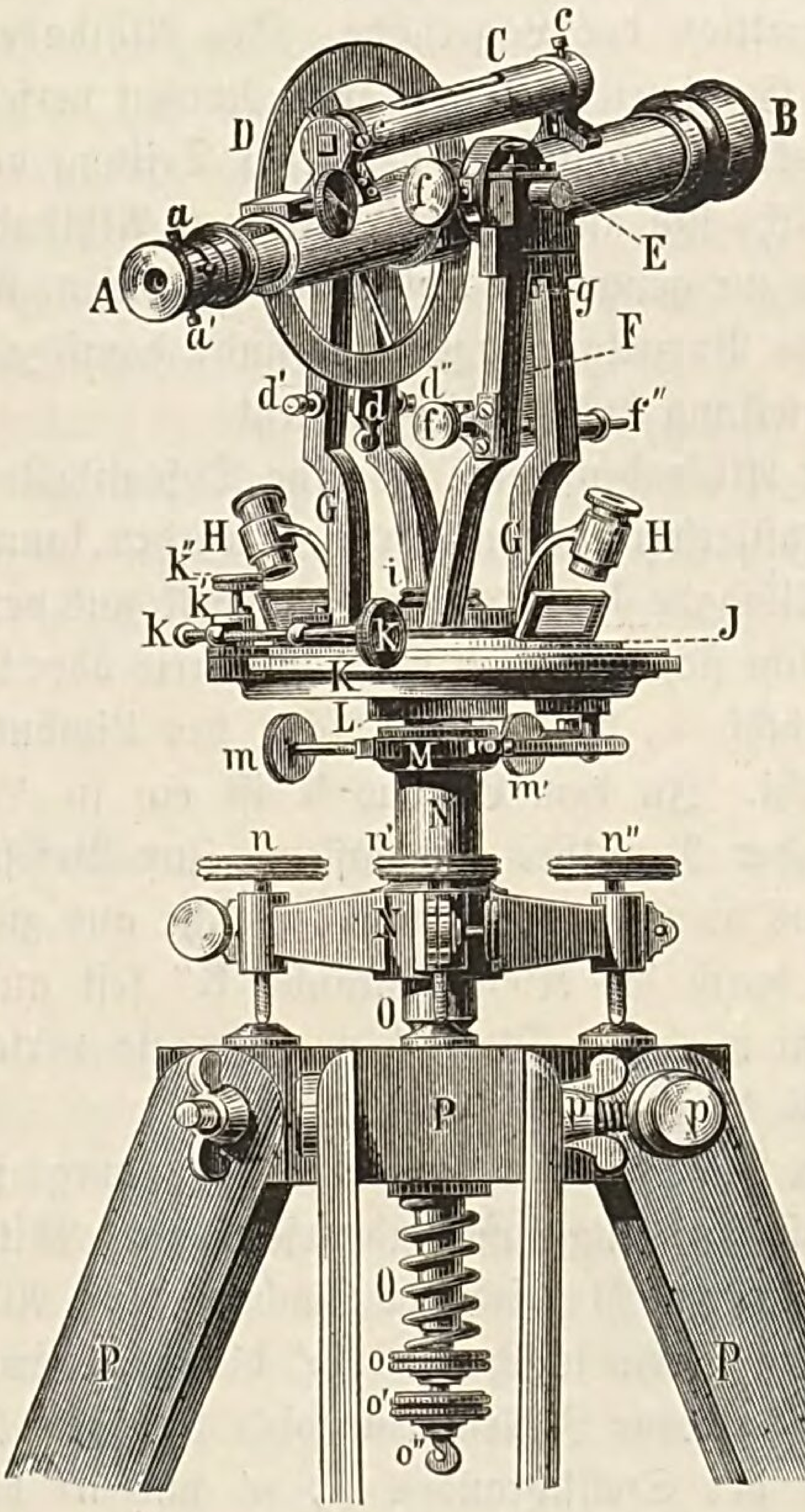
Sind bei früheren Kataster- oder sonstigen Aufnahmen die erforderlichen Höhenmessungen schon gemacht worden, oder erachtet man dieselben für entbehrlich, so kann der Höhenkreis M M', nebst den Lupen Z, Z' und der Libelle M M'' ganz wegbleiben und man erhält die einfachste Form des Repetitionstheodoliten, welche sich namentlich zu größeren Waldvermessungen und zu Triangulationsarbeiten, wie sie in der niederen Geodäsie vorkommen, eignet.

Da die Sienersche Werkstätte nicht mehr besteht, so wollen wir noch einen etwas anders konstruierten Repetitionstheodoliten, Figur 155, kurz beschreiben, wie solcher von den Gebrüdern Zimmer (jetzt Ludwig Tesdorpf in Stuttgart) geliefert wird*).

Das Fernrohr A B, dessen Konstruktion § 37 A. a. nachgelesen werden kann, ist wie bei den anderen Theodoliten zum Aus- und Einschieben der

*) Der Zimmersche Theodolit kostet samt Stativ und Kasten 360 Mark. Dazu kommen noch, wenn die nachfolgenden Teile extra gewünscht werden: für eine Nivellierlibelle auf das Fernrohr 15 Mark, für eine Aufsatzlibelle auf das Fernrohr 20 Mark, für einen zweiten Nonius an den Höhenkreis mit Lupe 15 Mark. Ludwig Tesdorpf in Stuttgart fertigt jetzt (laut Preisverzeichnis von 1865) eine ganze Reihe von Theodoliten, welche sich in Preisen zwischen 160—720 Mark bewegen, so daß man je nach dem Vermessungszweck in der Wahl der passendsten Form nicht beengt ist.

Okularröhre mit einem Triebe versehen, zum Durchschlagen eingerichtet und liefert etwa eine 25fache Vergrößerung. Der Okularkopf A enthält das feste Fadenkreuz mit den Justierschräubchen a, a'. Durch den Trieb läßt sich die ganze Okularröhre samt Fadenkreuz verschieben, ebenso kann aber auch das Okular A ohne Fadenkreuz für sich verschoben werden. Da der Theo-



Figur 155.

dolit auch zum Nivellieren verwendet werden kann, so ist auf dem Fernrohr A B eine Nivellierlibelle C, mit den Justierschräubchen c c' angebracht, dieselbe kann jedoch auch als Aufsatzlibelle eingerichtet werden. Der Höhenkreis D hat einen Durchmesser von 12 Centimetern, ist nach alter oder neuer Teilung in halbe Grade geteilt, so daß mittelst des Nonius d eine alte (Teilung 29/30) oder neue Minute (Teilung 49/50) abgelesen werden

kann. Auf Verlangen werden an dem Höhenkreis auch zwei Nonien angebracht.

An der Achse E kann das Fernrohr auf- und ab bewegt, mittelst der Klemmschraube f festgestellt und der Mikrometerschraube f' am Klemmer F fein eingestellt werden; f'' ist das sogenannte Federhaus. Auf der Alhidade J sind die Träger G G des Fernrohrs aufgeschraubt. g ist ein Justierschräubchen zur Korrektion der Lagerhöhe. Der Alhidadenkreis hat einen Durchmesser von 15 Centimeter, ist mit zwei Nonien versehen, welche eine Ablesung von 20 Sekunden gestatten, bei neuer Teilung von 50 Sekunden. Die Lupen H H, welche sich an der Peripherie des Alhidadenkreises herumführen lassen, dienen zur genaueren Ablesung der Nonien, über welchen zwei Blenden von weißem Porzellan angebracht sind, damit ein weißes mattes Licht auf der Silberteilung des Kreises entsteht.

Mitten auf der Alhidadenscheibe ist eine Dosenlibelle i aufgeschraubt, welche mittest der Justierschräubchen korrigiert werden kann.

Weiter ist die Alhidade J auf eine mit Doppelkonus versehene, stählerne Achse geschraubt, welche sich in der am Horizontalkreis oder Limbus K befindlichen rotgußenen Büchse L, die zugleich Achse des Limbuskreises ist, leicht und sanft drehen läßt. In dem Limbus K ist ein in 1/3 Grade geteilter Kreis von Silber oder Neusilber eingelassen. Zur Befestigung der Alhidade mit dem Limbus dient die Klemme K', welche aus zwei sich nähernden Teilen besteht, die durch die Klemmschraube K'' fest auf den Rand des Limbuskreises gepreßt werden. Die mit zwei Kugeln versehene Horizontalmikrometerschraube K dient zur Feineinstellung.

Die Büchse und Achse L, mit Doppelkonus, bewegt sich in dem Fuße N N und ist daselbst fein eingepaßt und geschlossen. Mittelst der Klemmschraube m am Klemmarm M wird der Limbus- samt Alhidadenkreis festgestellt, mittelst der Mikrometerschraube m' die feine Einstellung bewirkt. Das bis hierher beschriebene Instrument wird von dem Dreifuß N N getragen und mittelst der Stellschrauben n, n' und n'' horizontal gestellt. Der Stangenhaken O geht durch das Stativ p hindurch und dient zur Befestigung des Theodoliten auf dem Stativ. Mit der Schraube o kann die Feder angezogen, an den Haken o'' ein Senkel aufgehängt werden. Die Füße des Statives werden durch die Muttern p an den Stativkopf gepreßt, sind durchbrochen und unten mit Tritt versehen.

Soll nun das Instrument auf das Stativ gesetzt werden, so wird der an demselben befindliche Stangenhaken an der Schraubenmutter o' gefaßt und das im oberen Teile des Stangenhakens eingeschnittene Gewinde auf

ein im unteren Teile des Dreifußes N sich befindliches Gewinde aufgeschraubt und sodann die Feder mittelst der Schraubenmutter o angezogen.

Der Stativkopf ist wie bei dem Sienerschen Theodoliten an der Stelle, wo der Stangenhaken O durchgeht, so weit ausgedreht, daß der Theodolit nach jeder Richtung um zirka 3 Centimeter verschoben werden kann. Der Stangenhaken selbst kann aber wegen eines unter dem Stativkopf eingelassenen Ringes nicht herausfallen.

Endlich befindet sich über der Alhidade ein mit zwei durchsichtigen Parallelgläsern versehener Schutzring (Verdeck), welcher die Teilungen an Limbus und Alhidade überdeckt und sie vor Staub, Verunreinigungen, Stößen u. s. w. schützt. Der Schutzring ist in der Zeichnung, Figur 155, der besseren Übersicht halber weggelassen worden.

Die Kreiseinteilung ist auf feinstes weißes Argentar ausgeführt. Silbereinteilung würde den Preis um 30 Mark erhöhen. Das Argentar hat aber den Vorzug, daß es härter und billiger als Silber ist; auch besteht der Argentarkreis aus einem Stück, während der Silberkreis zusammengelötet werden muß.

2. Von den Fehlern des Theodoliten und deren Korrektion.

§ 66.

Obgleich die soeben beschriebenen Theodolite in der Regel mit großer Sorgfalt gearbeitet sind, so daß erhebliche Fehler an ihnen selten vorkommen, so erleiden einzelne Teile derselben doch bei langem Gebrauche manchmal Änderungen und der Geometer muß schon deshalb im stande sein, die einzelnen Fehler zu beurteilen und nötigen Falls zu berichtigen. Schon aus den verschiedenartigen Konstruktionen, unter welchen die Theodolite erscheinen, ergiebt sich, daß jeder seine eigentümlichen Gebrechen und Korrektionsmethoden haben wird, weshalb wir auch hier nur auf die gewöhnlichsten Fehler aufmerksam machen wollen.

Die Fehler, welche im allgemeinen an einem Theodoliten vorkommen können, sind:

A. Die Libelle steht nicht parallel zur Ebene der Alhidadenscheibe.

B. Die Ebene des Bildes, welches das Objektiv des Fernrohrs entwirft, fällt nicht genau mit der Fadenkreuzebene zusammen (Parallaxe).

C. Der Vertikalfaden des Fadenkreuzes steht nicht senkrecht.

D. Die Teilung des Limbuskreises ist teilweise ungleich.

E. Die Alhidadenscheibe ist exzentrisch, d. h. ihr Drehungsmittelpunkt von dem Teilungsmittelpunkt des Limbus verschieden.

F. Das Fernrohr ist exzentrisch, d. h. die vertikale Ebene, welche die optische Achse desselben beschreibt, geht nicht durch den Teilungsmittelpunkt des Limbus.

G. Die Drehungsachse P R steht nicht auf der optischen Achse des Fernrohrs senkrecht.

H. Die Drehungsaxe P R ist nicht zur Ebene des Horizontalkreises parallel.

ad A. Die Libelle steht nicht parallel zur Ebene der Alhidadenscheibe. Um diesen Fehler zu entdecken, befestige man das Instrument auf das Stativ, dessen Füße vorher hinreichend fest in die Erde einzudrücken sind, bringe mittelst der Stellschrauben B, Figur 153 und 154, die Libelle K vollkommen zum Einspielen, löse hierauf die Bremsschraube N′ und führe die Alhidadenscheibe im Kreise herum. Verändert die Libelle hierbei ihre Stellung, so ist sie gegen die Alhidade geneigt, und man korrigiert den Fehler dann zur einen Hälfte an den Stellschrauben B, zur andern Hälfte an den am unteren Rande der Libelle K angebrachten Korrektionsschräubchen. Dreht man die Alhidade hierauf noch weiter herum und die Libelle bleibt noch nicht ganz in der Mitte, so wiederholt man das Verfahren so lange, bis sie ihren Stand endlich genau in der Mitte behauptet. In ähnlicher Weise kann auch die Röhrenlibelle geprüft und korrigiert werden, wenn an dem Theodoliten eine solche angebracht ist.

ad B. Die Ebene des Bildes, welches das Objektiv des Fernrohrs entwirft, fällt nicht genau mit der Fadenkreuzebene zusammen. Dieser Fehler wird wie bei dem Perspektivlineal des Meßtisches § 37 B. beseitigt.

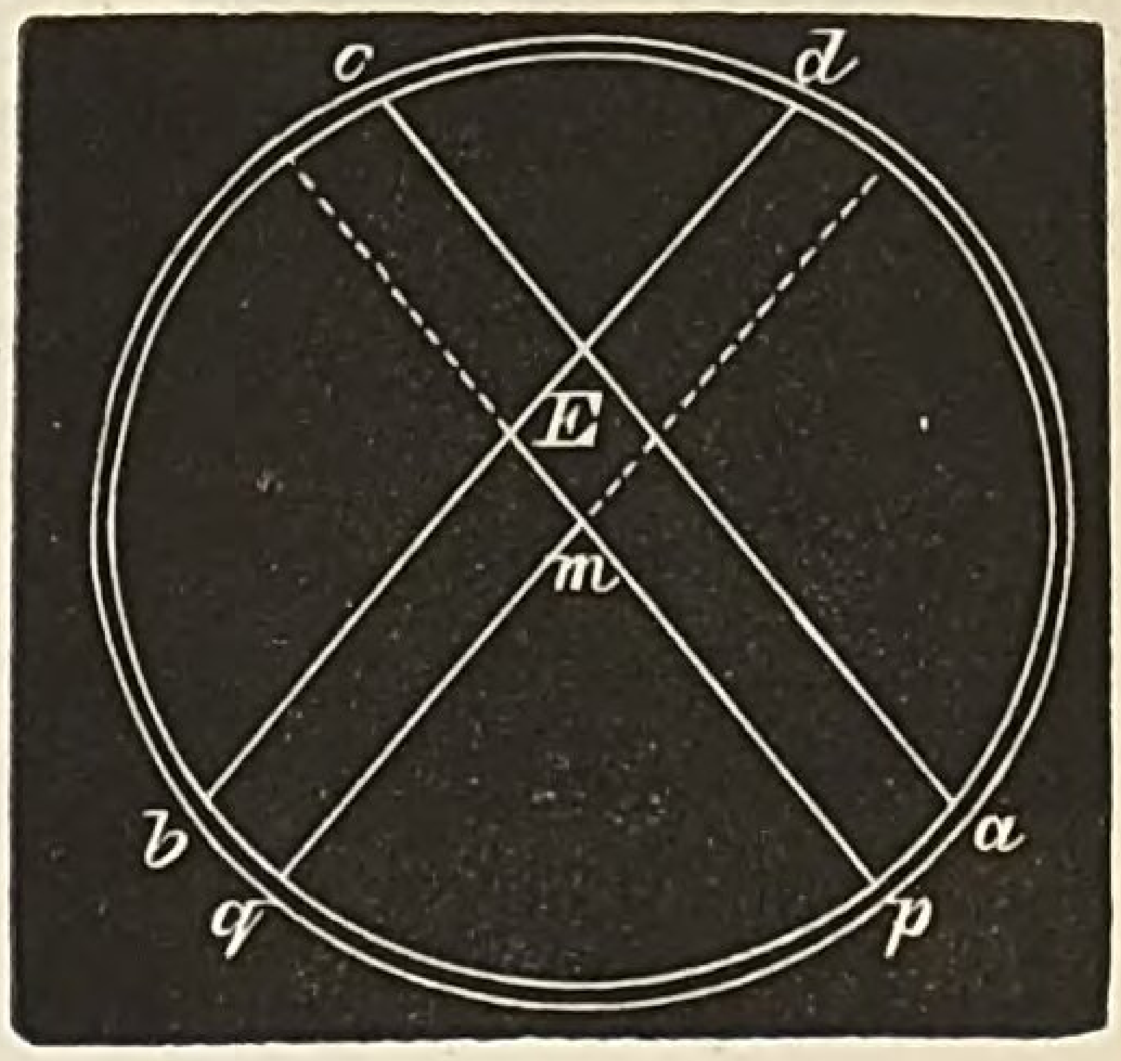
ad C. Der Vertikalfaden des Fadenkreuzes steht nicht senkrecht, d. h. nicht parallel zur Bewegungsebene des Fernrohrs. Man stelle den Theodoliten horizontal, visiere mit dem Fernrohr einen entfernten scharf begrenzten Gegenstand in dessen Mitte an, bewege hierauf das Fernrohr auf und ab und untersuche, ob in allen Lagen des Fernrohrs die Mitte des anvisierten Punktes von dem Vertikalfaden stets gedeckt wird; ist dies nicht der Fall, so ist der Faden geneigt und der Fehler wird durch Drehung der Korrektionsschräubchen s und s′ des Fadenkreuzes beseitigt.

ad D. Die Teilung des Limbuskreises ist teilweise ungleich. Um zu untersuchen, ob der Limbus richtig eingeteilt ist, messe man unter jedesmaliger Veränderung des Standes des Theodoliten auf dem Stative

genau über einem und demselben Punkte mehrfach den Winkel zwischen zwei nicht zu nahe liegenden Objekten. Stimmen diese Winkel nahezu überein, so ist gegen die Teilung nichts einzuwenden. Kommen indessen beträchtliche Abweichungen vor, so ist die Teilung, die sonstige tadellose Konstruktion des Instrumentes vorausgesetzt, unrichtig, und das Instrument kann zu genauen Beobachtungen nicht verwendet werden.

Obgleich durch gute Teilungsmaschinen die Teilung des Limbuskreises sehr erleichtert wird, so unterlaufen doch hin und wieder kleinere Teilungsfehler. Hierdurch entsteht eine Verschiedenheit in der Messung eines und desselben Winkels, sobald man diesen an verschiedenen Stellen des Limbus abliest. Um diesen Einfluß möglichst zu beseitigen, bedarf es bei dem Kompensationstheodoliten (auch bei dem einfachen Theodoliten) nur einer kleineren Drehung um die Achse seines Dreifußes. Es kommen hierdurch andere Stellen des Limbus zur Ablesung und man erhält für einen und denselben Winkel verschiedene Nonienangaben und in dem arithmetischen Mittel derselben ein Resultat, welches der Wahrheit ziemlich nahe kommt. Bei den Repetitionstheodoliten, bei welchen dieser Fehler vorzüglich nur in Betracht gezogen wird, ist der Limbus, um die soeben angegebene etwas umständliche Drehung des ganzen Instrumentes zu vermeiden, mit Hilfe der Schraube C, Figur 154, besonders beweglich, wodurch derselbe Zweck möglichster Kompensation der Teilungsfehler bequem und sicher erzielbar ist. Immerhin ergiebt sich aber hieraus, daß auch der Kompensationstheodolit in besonderen Fällen, nur auf etwas umständlichere Art, wie ein Repetitionstheodolit verwendet werden kann.

ad **E.** Die Alhidadenscheibe ist exzentrisch, d. h. ihr Drehungsmittelpunkt von dem Teilungsmittelpunkt verschieden. Ist die Alhidade excentrisch, ihr Drehungsmittelpunkt E, Figur 156, also außerhalb des Teilungsmittelpunktes m des Limbus gelegen, so geben die auf der Alhidadenscheibe befindlichen, um zwei rechte Winkel von einander abweichenden Nonien (I und II) verschiedene Bögen a b und c d für einen und denselben Winkel a E b = c E d an. Zieht man nun aus dem Mittelpunkt m des Limbus die Halbmesser m q und m p zu den Schenkeln des exzentrischen Winkels E parallel, so ist p q das wahre Maß des Winkels

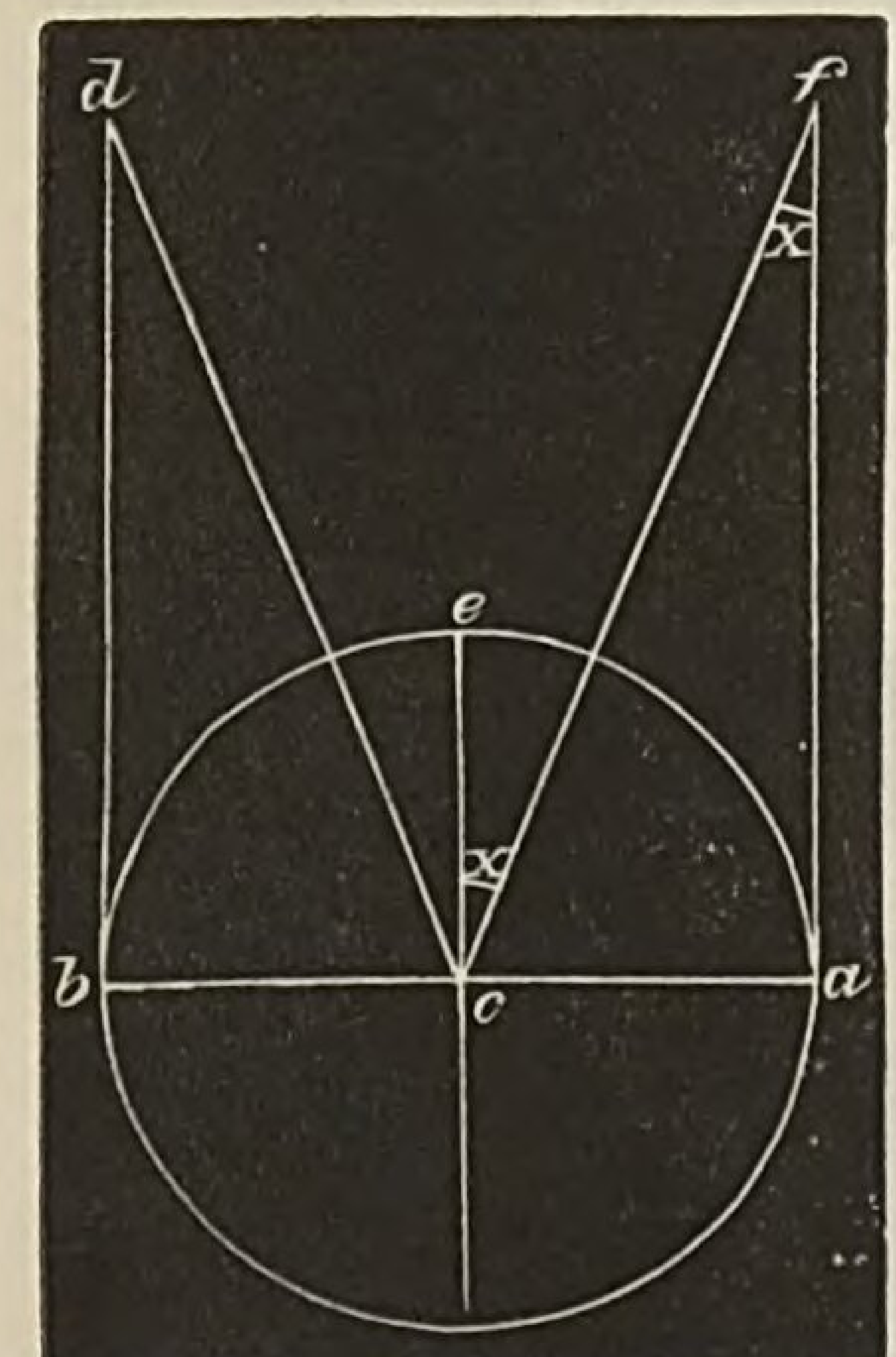


Figur 156.

E; da nun aber $pq = \frac{ab + cd}{2}$ und dieser Ausdruck das arithmetische Mittel aus den Bögen dieser korrespondierenden Nonien ist, so läßt sich selbst mit einer exzentrischen Alhidade das richtige Maß des Winkels bestimmen, sobald an der Alhidade (wie bei den beschriebenen Theodoliten) 2 sich diametral gegenüberstehende Nonien angebracht sind, welche bei jedesmaliger Messung irgend eines Winkels beide abgelesen werden, um aus den Angaben dann das arithmetische Mittel nehmen zu können.

ad F. Das Fernrohr ist exzentrisch, d. h. die vertikale Ebene, welche die optische Achse desselben beschreibt, geht nicht durch den Teilungsmittelpunkt des Limbus.

Ist das Fernrohr exzentrisch, beschreibt also dessen optische Achse eine Vertikalebene, welche den Horizontalkreis des Limbus nicht in einem Diameter durchschneidet, so können die Winkel, die aus den Angaben der Nonien berechnet werden, nicht die richtigen sein. Diese Exzentrizität verschwindet zwar bei sehr großen Entfernungen der anzuvisierenden Punkte, darf aber bei kleineren nicht unberücksichtigt bleiben.



Figur 157.

Stellt nun a f, Figur 157, die Richtung des exzentrischen Fernrohrs nach dem anzuvisierenden Gegenstande f dar, so hat ein zweites Fernrohr, dessen optische Achse durch den Mittelpunkt des Limbus geht und parallel zu dem ersten läuft, sich noch um die Winkel $ecf = cfa = x$ zu drehen, bevor es den Gegenstand f gewahrt. Die Winkel, welche in diesen verschiedenen Fernrohrlagen die Nonien ergeben, können also nicht einander gleich sein. Nun läßt sich aber der Winkel x wie folgt ausdrücken:

$$ca : cf = \sin x : \sin caf,$$

und wenn wir annehmen, daß das Fernrohr senkrecht auf seiner Drehungsachse a b steht, so ist c a f ein rechter Winkel, mithin auch

$$ca : cf = \sin x : \sin \text{tot}, \text{ oder}$$

$$ca : cf = \sin x : 1 \text{ und}$$

$$\sin x = \frac{ca}{cf} = \frac{e}{d},$$

wenn man nämlich die Exzentrizität c a mit e und die Entfernung des In-

strumentes vom Gegenstande f mit d bezeichnet. Da nun x ein sehr kleiner kleiner Winkel ist, so kann man $x = \frac{e}{d \cdot \sin 1''}$ setzen, woraus folgt, daß je kleiner die Exzentrizität e und je größer die Entfernung d ist, desto kleiner der durch den Winkel x ausgedrückte Exzentrizitätsfehler wird; denn mit dem Wachsen des Nenners d und dem Abnehmen des Zählers e wird der Bruch $\frac{e}{d \cdot \sin 1''} = x$ endlich eine verschwindend kleine Größe.

Bringt man nun c a, d. h. die Exzentrizität e durch das Durchschlagen des Fernrohrs und Drehung desselben um zwei rechte Winkel, resp. Beobachtung des Winkels in der zweiten Lage in die entgegengesetzte Richtung c b, so wird dadurch e und somit die ganze Korrektion negativ, d. h. der Fehler hebt sich vollständig auf, wenn man die Resultate der Winkelbeobachtung in beiden Lagen addiert und das gezogene arithmetische Mittel als richtigen Winkel betrachtet.

Theodolite, bei welchen das Fernrohr zwischen den Trägern durchgeschlagen werden kann (Kompensatoren), verdienen daher, bei exzentrischer Lage des Fernrohrs, vor andern den Vorzug.

ad G. Die Drehungsachse P R soll auf der optischen Achse des Fernrohrs senkrecht stehen. Dies untersucht man dadurch, daß man das Fernrohr des horizontal gestellten Theodoliten genau in einen entfernten senkrecht aufgestellten Absteckstab einstellt, und alsdann mittelst der Bremsschraube die Alhidade fest mit dem Limbus verbindet. Jetzt löst man die Schrauben, welche die Achse des Fernrohrs an die Träger festhält, auf, nimmt das Fernrohr heraus und legt es dergestalt wieder in die Träger hinein, daß das Objektiv zwar wieder nach dem Objektiv steht, das rechte Ende der Drehungsachse aber jetzt auf den linken, das linke Ende aber auf den rechten Träger zu liegen kommt. Sieht man nun, ohne die festgeschraubte Alhidade zu verrücken, wieder nach dem Objekte, so steht die optische Achse des Fernrohrs senkrecht auf der Drehungsachse desselben, wenn der Faden des Fadenkreuzes noch ganz genau in dem vorigen Punkte einsteht.

Der Fehler kann zwar zur einen Hälfte an der Korrektionsschraube des Fadenkreuzes, zur andern Hälfte an der Mikrometerschraube der Alhidade verbessert werden, wird aber ebenfalls auch durch Messung der Winkel in beiden Lagen des Fernrohrs und durch Ziehung des arithmetischen Mittels beseitigt.

ad H. Die Drehungsachse PR soll horizontal liegen, d. h. mit dem Horizontalkreise des Limbus parallel laufen. Um sich hiervon zu überzeugen, stelle man den Theodoliten horizontal, richte das Fernrohr alsdann in ein entfernt ausgespanntes Lot ein und bewege das Fernrohr auf- und abwärts. Durchschneidet bei dieser Bewegung der Kreuzungspunkt des Fadenkreuzes beständig die Mitte des Lots, so liegt die Drehungsachse des Fernrohrs horizontal; im andern Falle kann man den Fehler zur Hälfte durch Drehung der Alhidade, zur Hälfte durch geringes Heben des einen Trägers berichtigen.

Der Fehler wird jedoch auch hier dadurch kompensiert, daß man einen jeden Winkel wieder in der ersten und zweiten Lage des Fernrohrs abliest und aus den Ablesungen das arithmetische Mittel nimmt.

Auf den sogenannten Kollimationsfehler des Theodoliten werden wir bei der Beobachtung der Höhenwinkel zurückkommen.

3. Von der Winkelbeobachtung.

§ 67.

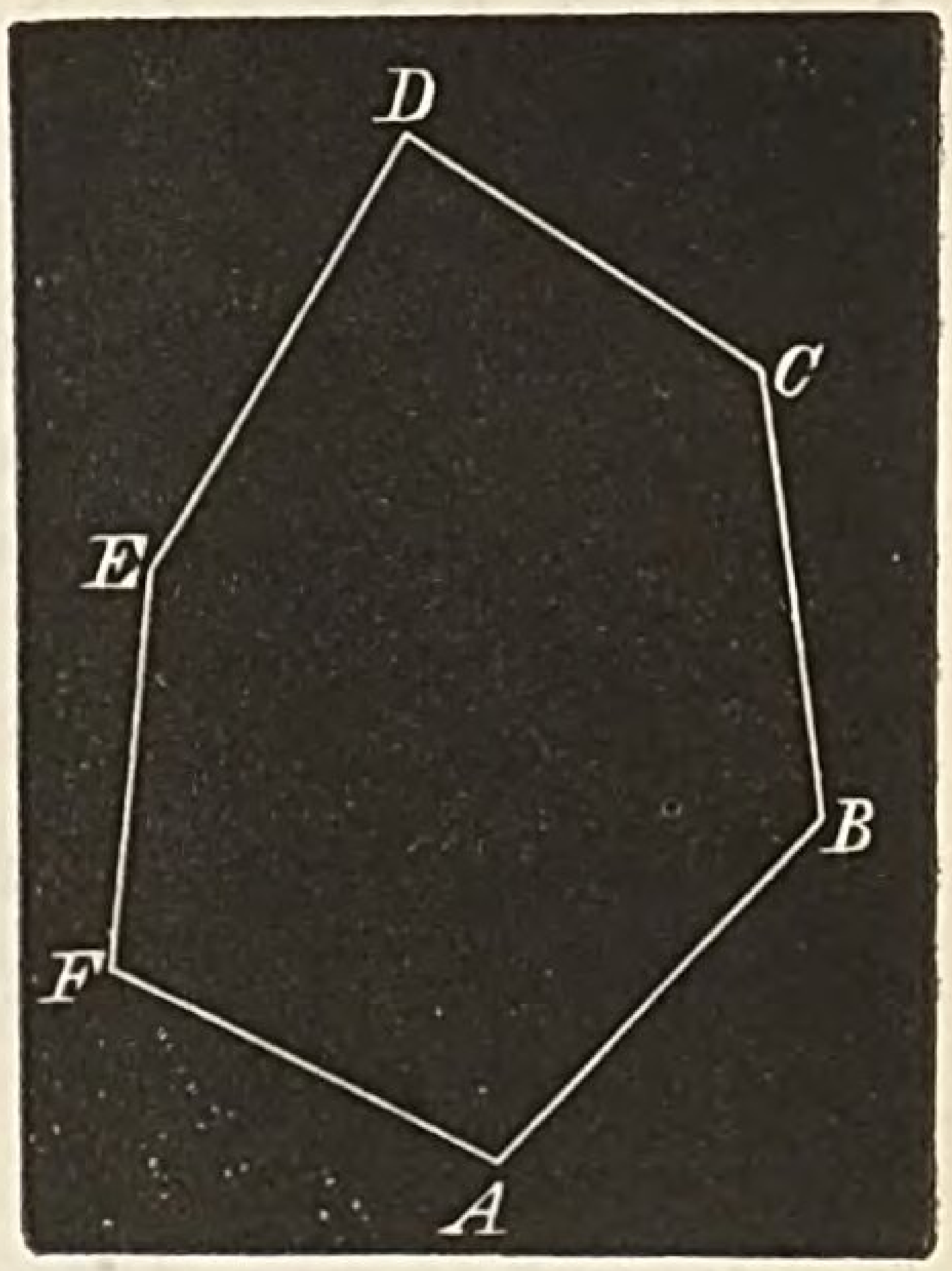
Die Operation des Messens der einzelnen Winkel mittelst des Theodoliten wird mit dem Namen Winkelbeobachtung bezeichnet. Die zu messenden Winkel dienen entweder zur Koordinatenberechnung oder Inhaltsbestimmung und heißen Horizontalwinkel, oder zu Höhenermittelungen und werden dann Vertikalwinkel (Höhenwinkel) genannt.

A. Das Messen der Horizontalwinkel.

Da wir später (§ 76) die ganze Berechnung des Polygons A B C D E F, Figur 158, durchführen wollen, so zeigen wir hier einstweilen das Verfahren, wie die sämtlichen Polygonswinkel in der Natur gemessen werden.

Man stelle den in § 65 beschriebenen und vorher auf das Stativ festzuschraubenden Theodoliten möglichst im Lot über dem Punkte A auf, drücke die Füße des Stativs in der Weise fest in den Boden ein, daß das Instrument eine schon nahezu horizontale Lage erhält (grobe Horizontalstellung), setze alsdann die Stellschrauben B, Figur 153 und 154, wobei immer zwei sich gegenüberstehende in entgegengesetzter Richtung wirken können, so lange in Bewegung, bis die Blase der Libelle vollständig in der Mitte einspielt. Dabei muß das Instrument eine solche Stellung erhalten, daß das an demselben angehängte Senkel sich genau lot-

recht über dem aufzunehmenden Punkte befindet, was durch Verschiebung innerhalb der Öffnung A des Stativs leicht bewirkt werden kann. Nun ziehe man die Flügelschraube F fest an, löse dagegen die Bremsschraube N′ des Horizontalkreises und führe das Fernrohr bis auf den in F senkrecht aufgestellten Stab (Signal links), schraube jetzt die Alhidade mittelst N′ fest und stelle das Fadenkreuz mittelst der Mikrometerschraube N ganz scharf in das Signal ein. Jetzt lese man die beiden Nonien am Horizontalkreise ab und trage die Winkel in die betreffende Spalte (Signal links) des nachfolgenden Formulars ein. Hierauf mache man die Alhidade mittelst der Schraube N′ wieder frei, ohne jedoch das Instrument im geringsten zu erschüttern, führe das Fernrohr wie vorhin nach dem Punkte B (Signal rechts), schraube die Alhidade fest und stelle das Fadenkreuz wieder mittelst Mikrometerschraube N genau in das Signal B ein; lese die beiden Nonien ebenfalls ab und schreibe die Winkel in die betreffende Spalte (Signal rechts). Zieht man nun im Formular die korrespondierenden Einträge vom Signal links von denen des Signals rechts ab, schreibt die einzelnen Differenzen unmittelbar dahinter in die Spalte „Resultate“ und nimmt schließlich das arithmetische Mittel zwischen denselben, so ergiebt sich in der letzten Spalte der von der Exzentrizität der Alhidadenscheibe (§ 66 E.) befreite mittlere Winkel. Dieses Verfahren wird das Messen der Winkel in der I. Lage des Fernrohrs genannt.



Figur 158.

Um jedoch die unter 2., F., G. und H., § 66, berührten Fehler unschädlich zu machen, schlägt man jetzt das Fernrohr durch, so daß das Objektiv dahin zu stehen kommt, wo vorher das Okular sich befand, lüftet die Alhidade und führt in dieser II. Lage das Fernrohr gerade wie vorhin auf das Signal links (F) und dann, nach Ablesung der Nonien, auf Signal rechts (B) und schreibt die Ergebnisse wieder in die betreffenden Rubriken des Formulars; zieht wieder Signal links von Signal rechts ab, schreibt die Reste in die Spalte „Resultate“, addiert schließlich alle vier Ergebnisse und dividiert dieselben durch 4, so erhält man in der letzten Spalte „Mittel“ den von den übrigen Fehlern befreiten Winkel.

Hat man genau gearbeitete Theodolite, so genügt es für gewöhnliche Vermessungszwecke, z. B. bei Waldvermessungen, die Winkel nur in der

I. Lage zu beobachten und die Resultate aus den beiden Ergebnissen der Nonien durch 2 zu dividieren.

Anfängern können wir empfehlen, bei der Winkelmessung die Nonien immer erst auf Null oder in die Nähe von Null zu stellen und in dieser Stellung das Fernrohr in Signal links einzurichten. Es ergiebt sich alsdann der Winkel bei Ablesung von Signal rechts direkt und man ist im stande alsbald und ohne Rechnung zu beurteilen, ob ein Fehler beim Ablesen unterlaufen ist oder nicht.

Ist man mit der Beobachtung des Winkels A zu Ende, so nehme man den Theodoliten, ohne ihn vom Stativ zu schrauben auf den Rücken und begebe sich, immer in der Richtung von links nach rechts vorschreitend, auf den Punkt B, bringe das Instrument wieder genau über denselben, stelle es horizontal und verfahre ganz auf dieselbe Weise wie vorhin, bis alle Winkel B, C, D, E und F aufgenommen sind.

Folgendes Formular enthält die sämtlichen gemessenen Winkel nebst deren Berechnung*). Auf die in demselben noch weiter eingetragenen Entfernungen kommen wir bei der Liniemessung § 68 zurück.

Signal **links** F, Entfernung: 12, 10 m. — Station A — Signal **rechts** B, Entfernung: 13, 38 m.

Lage	Nonius	Signal links	Signal rechts	Resultate	Mittel
I	A	239°, 47, 00	358°, 62, 50	119°, 15, 50	119°, 15, 25
	B	39°, 47, 00	158°, 62, 00	119°, 15, 00	
II	A	39°, 49, 50	158°, 64, 50	119°, 15, 00	
	B	239°, 49, 50	358°, 65, 00	119°, 15, 00	
			Summe:	21, 00	

Signal **links** A, Entfernung: — Station B — Signal **rechts** C, Entfernung: 12, 67 m.

Lage	Nonius	Signal links	Signal rechts	Resultate	Mittel
I	A	361°, 67, 00	104°, 81, 00	143°, 14, 00	143°, 14, 50
	B	161°, 67, 00	304°, 81, 00	143°, 14, 00	
II	A	161°, 68, 00	304°, 83, 00	143°, 15, 00	
	B	361°, 68, 00	104°, 83, 00	143°, 15, 00	
			Summe:	18, 00	

*) Die Winkel wurden, wie dies bei Feld- und Waldvermessungen immer geschehen sollte, in Decimalteilung: 1 Quadrant = 100°, 1° = 100′ und 1′ = 100″ gemessen.

Signal **links** B — Station C — Signal **rechts** D

Entfernung: — Entfernung: 12, 10 m.

Lage	Nonius	Signal links	Signal rechts	Resultate	Mittel
I	A	217°, 74, 50	365°, 43, 00	147°, 68, 50	147°, 68, 87
	B	17°, 75, 00	165°, 44, 00	147°, 69, 00	
II	A	17°, 77, 00	165°, 46, 00	147°, 69, 00	
	B	217°, 77, 00	365°, 46, 00	147°, 69, 00	
			Summe:	35, 50	

Signal **links** C — Station D — Signal **rechts** E

Entfernung: — Entfernung: 14, 81 m.

Lage	Nonius	Signal links	Signal rechts	Resultate	Mittel
I	A	72°, 75, 00	166°, 35, 00	93°, 60, 00	93°, 60, 00
	B	272°, 75, 00	366°, 35, 00	93°, 60, 00	
II	A	272°, 77, 00	366°, 37, 00	93°, 60, 00	
	B	72°, 77, 00	166°, 37, 00	93°, 60, 00	
			Summe:	—	

Signal **links** D — Station E — Signal **rechts** F

Entfernung: — Entfernung: 11, 09 m.

Lage	Nonius	Signal links	Signal rechts	Resultate	Mittel
I	A	203°, 86, 50	378°, 01, 00	174°, 14, 50	174°, 14, 50
	B	3°, 86, 50	178°, 01, 00	174°, 14, 50	
II	A	3°, 88, 00	178°, 02, 50	174°, 14, 50	
	B	203°, 88, 50	378°, 03, 00	174°, 14, 50	
			Summe:	—	

Signal **links** E — Station F — Signal **rechts** A

Entfernung: — Entfernung: 12, 10 m.

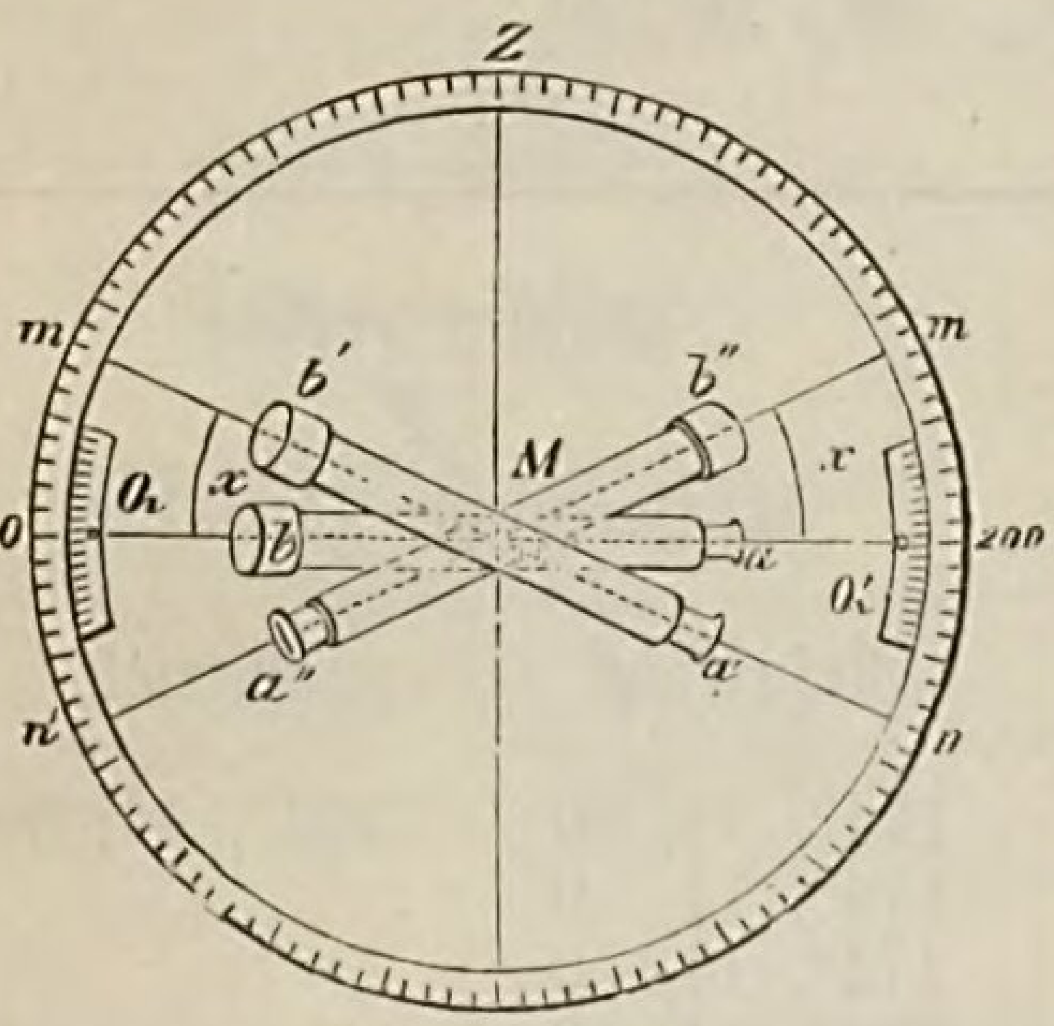
Lage	Nonius	Signal links	Signal rechts	Resultate	Mittel
I	A	174°, 14, 00	296°, 42, 00	122°, 28, 00	122°, 27, 87
	B	374°, 14, 00	96°, 42, 00	122°, 28, 00	
II	A	374°, 16, 00	96°, 44, 00	122°, 28, 00	
	B	174°, 16, 50	296°, 44, 00	122°, 27, 50	
			Summe:	31, 50	

Zur Erklärung des Formulars diene, daß man unter Station immer denjenigen Scheitelpunkt irgend eines zu messenden Winkels versteht, in welchem gerade das Instrument aufgestellt ist. Die Entfernung von Station bis Signal links bezeichnet demnach immer den linken, die Entfernung von Station bis Signal rechts immer den rechten Schenkel des betreffenden Winkels. Alle drei den Winkel bestimmenden Punkte werden daher auf jeder Station in übereinstimmender Numeration mit der Natur an die betreffenden Stellen des Formulars eingeschrieben, so daß zu jeder Zeit klar beurteilt werden kann, welcher Winkel gemessen wurde.

Sollte die Noniusangabe von Signal links größer sein, als diejenige von Signal rechts, so daß also links nicht von rechts abgezogen werden könnte, so addiere man zu den Angaben von Signal rechts in Gedanken 4 R und ziehe dann erst diejenigen von Signal links ab.

B. Das Messen der Höhenwinkel.

Zur Bestimmung des Neigungswinkels x, Figur 159, welche irgend ein Objekt mit der Horizontalen a b bildet, dient der Höhenkreis M M' des Theodoliten, Figur 154, dessen Drehungsmittelpunkt mit der Drehungsachse des Fernrohrs zusammenfallen und dessen vertikale Ebene parallel laufen muß mit der optischen Achse des Fernrohrs. Stellt nun n n' m Z m' den Vertikalkreis, a b den Horizont und Z M die Senkrechte auf dem Horizont, also das Zenith vor; bezeichnen weiter Q und Q' die Nonien des Höhenkreises, so ist die Teilung an den letzteren so angebracht, daß der Nullpunkt des Nonius Q mit dem Nullpunkte der Teilung zusammenfällt, wenn die optische Achse des Fernrohrs die horizontale Lage a b hat.



Figur 159.

Um daher den Neigungswinkel x, welchen die Horizontale mit irgend einem entfernt liegenden Objekte m bildet, zu bestimmen, hat man nur notwendig, das Fernrohr genau in den betreffenden Punkt einzustellen, und den Winkel an dem Höhenkreise abzulesen.

Die Methode, die Höhenwinkel zu messen, ist jedoch nur in dem angeführten Falle richtig, als bei horizontaler Lage des Fernrohrs auch zugleich der Nullpunkt des Nonius Q mit dem Nullpunkte der Teilung genau übereinander fällt. In den meisten Fällen findet jedoch eine, wenn auch nur

sehr geringe, Abweichung der beiden Nullpunkte statt, und man nennt dann dieses Winkelchen, um welches die beiden Nullpunkte bei horizontaler Lage des Fernrohrs von einander abweichen, und um welches natürlich dann der Neigungswinkel x falsch gefunden werden muß, den Kollimationsfehler.

Um daher unter allen Umständen den richtigen Höhenwinkel ermitteln zu können, muß ein anderes Verfahren eingeschlagen werden, welches sich aus folgender Betrachtung ergiebt:

Man richte das Fernrohr a′ b′ genau auf einen scharf begrenzten Punkt eines Gegenstandes, dessen Höhe bestimmt werden soll, ein, und lese den Stand des Höhenkreises, den wir allgemein mit α bezeichnen wollen, an dem Nonius ab. Nun löse man die Alhidade, lasse aber das Fernrohr noch ganz unberührt, und drehe dieselbe um 200° herum, wodurch das Fernrohr aus der Lage a′ b′ heraustreten und die Richtung a″ b″ annehmen wird, während der feste Nonius unbeweglich bleibt. Nun visiere man den Gegenstand zum zweiten Male an. Da aber jetzt das Objektiv b″ dem Auge des Beobachters zugekehrt ist, so muß man das Fernrohr durchschlagen, d. h. um den Winkel a″ M a′ herumdrehen, bis a″ b″ wieder in die Lage von a′ b′ zu stehen kommt. Wird nun der Nonius zum zweiten Male abgelesen und ergiebt derselbe den Winkel β, so muß offenbar die Differenz der beiden Nonien, nämlich $\alpha - \beta$, den Winkel a″ M a′ = b′ M b″ ergeben, um welchen das Fernrohr vorher gedreht wurde, d. h. es muß $\alpha - \beta$ = b′ M b″ sein.

Dieser Winkel b′ M b″, welcher gleich ist $200° - (x + x) = 200° - 2x$ wird die doppelte Zenithdistanz genannt.

Nunmehr ist also $\alpha - \beta = 200 - 2x$ und

$$2x = 200 - (\alpha - \beta), \text{ daraus}$$

$$x = \frac{200}{2} - \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = 100° - \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right).$$

Hieraus folgt nun, daß man, selbst wenn das Instrument einen Kollimationsfehler zeigt, den richtigen Höhenwinkel (Elevationswinkel) oder Tiefenwinkel (Depressionswinkel) immer erhält, wenn man die einfache Zenithdistanz $\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$ von einem rechten Winkel abzieht.

Hat der Höhenkreis, wie in dem vorliegenden Falle, zwei Nonien, so erhält man die doppelte Zenithdistanz in zwei verschiedenen, natürlich nur

sehr wenig von einander abweichenden Winkeln. Werden nun diese beiden addiert, so ergiebt sich die vierfache Zenithdistanz, und daraus dann noch etwas genauer der Höhen- oder Tiefenwinkel, wenn man letztere durch 4 dividiert und den Quotient von einem rechten Winkel abzieht.

Nunmehr sind wir auch im stande, die Größe des Kollimationsfehlers selbst zu finden. Ist nämlich $x = \alpha$, so ist offenbar das Instrument ohne Kollimationsfehler, im anderen Falle ergiebt sich letzterer, wenn wir ihn mit γ bezeichnen, indem wir x von α abziehen. Es ist nämlich $\gamma = \alpha - x$ und für x seinen obigen Wert gesetzt:

$$\gamma = \alpha - \left[100 - \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \right].$$

Ist der Kollimationsfehler auf diese Weise gefunden, dann kann man sehr bequem der optischen Achse des Fernrohrs eine solche Stellung geben, daß dieselbe bei ihrer Umdrehung um den Alhidadenkreis eine vollständige Horizontalebene beschreibt.

In diesem Falle kann daher der Theodolit mit Höhenkreis auch als ein treffliches, sehr zuverlässiges Nivellierinstrument benutzt werden.

Auf die Höhenmessung selbst kommen wir im zweiten Teile zurück. Jedoch dürften nach diesen theoretischen Erörterungen noch einige Worte über die praktische Ausführung der Höhenwinkelmessungen manchem Anfänger willkommen sein.

Soll irgend ein Höhenwinkel in der Natur gemessen werden, so stelle man, wie bei dem Messen der Horizontalwinkel, den Theodoliten vor allem horizontal und sehe namentlich auf sehr genaue Einspielung der Röhrenlibelle. Nun löse man die Bremsschraube N′ des Horizontalkreises, Figur 154, richte den Vertikalfaden des Fernrohrs mit Hilfe der Mikrometerschraube N scharf in die Mitte des Signals ein, bremse mittelst der Schraube H das Fernrohr fest und stelle nun auch den Horizontalfaden mit Hilfe der Mikrometerschraube D genau in den anzuvisierenden Punkt; alsdann lese man die beiden Nonien Q und Q′ ab und trage die Ablesungen in die Spalte „I. Lage“ ein. Jetzt schlage man das Fernrohr durch und beobachte denselben Winkel auch in der zweiten Lage und trage die Ablesungen in die Spalte „II. Lage“ des Formulars ein. Daß man von einer Station aus mehrere Höhenpunkte beobachten kann, folgt ebenfalls aus den Einträgen und Berechnungen des folgenden Formulars.

Station 20.

Namen der Signale	Reduktion auf den Boden		Nonius	I. Lage			II Lage			Doppelte Zenith-Distanz			Elevation		
		Meter		G	m	s	G	m	s	G	m	s	G	m	s
	i	1,30	I.	203	52	25	399	87	50	196	35	25	+ 1	82	69
21.	n	5,68	II.	3	54	75	199	85	75	196	34	00			
Entfernung:	d	4,38													
96,44.								Summe:		392	69	25			
						Einfache Zenithdistanz:				98	17	31			
	i	1,40	I.	192	16	50	2	46	75	210	30	25	− 5	15	19
22.	n	5,90	II.	392	18	00	202	48	50	210	30	50			
Entfernung:	d	4,50													
98,77.								Summe:		420	60	75			
						Einfache Zenithdistanz:				105	15	19			

Zu den vorstehenden Einträgen ist noch zu bemerken, daß die Winkel in der Spalte „Doppelte Zenithdistanz" immer durch Subtraktion der Nonien in Lage 1 von denen in Lage II erhalten werden. Dadurch entstehen zwei Winkel für die doppelte Zenithdistanz, die durch Addition die vierfache und durch schließliche Division durch 4 die einfache Zenithdistanz ergeben. Ist diese < R, so ist die Elevation + (wie bei Signal 21), ist sie dagegen > R , so wird die Elevation − (wie bei Signal 22), im ersten Falle hat man also einen Höhen-, im zweiten Falle einen Tiefenwinkel.

Die Einträge in Spalte „Reduktion auf den Boden" dienen zur späteren trigonometrischen Höhenmessung; i bedeutet nämlich die jedesmalige Instrumentenhöhe, n die Erhöhung des anvisierten Punktes über dem Boden und d die Differenz zwischen beiden.

4. Von der Messung der Umfangsseiten.

§ 68.

Diese wird entweder gleichzeitig mit der Winkelmessung vorgenommen, oder sie geht derselben voran oder folgt ihr nach, je nachdem besondere Verhältnisse dieses oder jenes Verfahren am zweckmäßigsten erscheinen

lassen. Die Länge der gemessenen Polygonsseite wird hinter die im Winkelformular § 67 a vorgesehene Stelle: „Entfernung" in Metern und Hundertteilen desselben eingetragen. Erfolgt die Messung der Entfernungen und Winkel zu gleicher Zeit, und befindet sich z. B. bei Aufnahme des Polygons A B C D E F, Figur 158, der Geometer mit dem Instrumente auf Station A, so läßt er, während er selbst den Winkel F A B mißt, durch den Gehilfen oder Figuranten die Entfernung von A nach B (Signal rechts) messen und trägt dieselbe rechter Hand von der Station ein. Hier ist also A B = 13,38. Ebenso läßt er die Entfernung von A nach F messen und trägt sie linker Hand der Station ein. Auf jeder folgenden Station B, C, D u. s. w. ergiebt sich dann natürlich immer nur eine Umfangsseite, welche stets rechts von der Station, wie das Beispiel § 67 a) zeigt, einzutragen ist, bis endlich alle Seiten des Polygons gemessen sind.

Bei Messung der Linien selbst muß mit möglichster Sorgfalt vorgegangen werden. Wenn auch bei der Meßtischaufnahme die Kettenmessung genügt und die hierbei unterlaufenden Fehler meist unter die Zirkelspitze fallen, so verdient bei der genaueren Aufnahme mit dem Theodoliten die Messung mit der Latte oder dem Stahlband wegen ihrer durchschnittlich weit größeren Genauigkeit doch unbedingt den Vorzug. Wenn auch vielleicht die Kettenmessung im ebenen Terrain etwas rascher geht, so gewährt dieses im vorliegenden Falle dem Geometer keinen Vorteil, weil ein geübter Ruthenschläger in der Regel die betreffende Seite noch schneller mißt, als der Geometer das Instrument aufstellt und den Winkel aufnimmt. Hierzu gesellt sich noch der weitere erhebliche Vorteil, daß der Geometer bei allen Umfangsmessungen, namentlich im Walde, wo auf jeder Station meist nur eine Seite zu messen ist, mit einem einzigen Gehilfen vollständig ausreicht, während bei der Kettenmessung immer mindestens zwei Arbeiter erforderlich sind. Bei Aufnahmen im Felde mit freier Aussicht, in welchem von einer Station aus oft mehrere Winkel und Seiten gemessen werden können, werden zweckmäßig zwei Rutenschläger in Thätigkeit gesetzt, welche jedenfalls zusammen bei gründlicher Einübung eben so viel leisten werden, als mit einer Meßkette zwei Kettenzieher. Natürlich dürfen die Meßlatten, wie bereits § 15 erwähnt, nicht allzu kurz sein, was zugleich die Genauigkeit der Messung, wegen des öfteren Aneinanderlegens der Latten, beeinträchtigen würde.

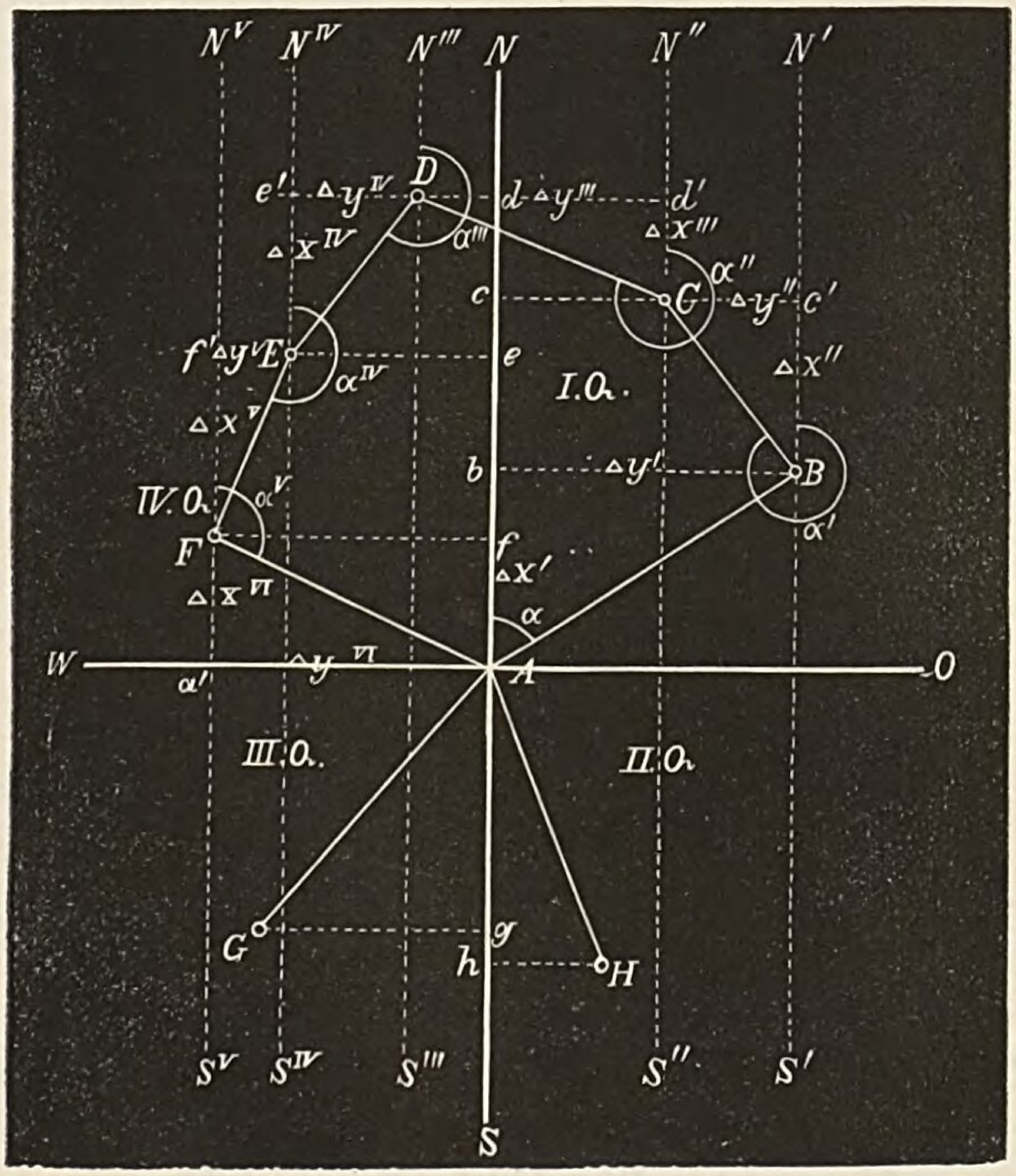
II. Von der trigonometrischen Berechnung der Polygone.

A. Von der trigonometrischen Berechnung der Polygone ohne Vortriangulation.

1. Allgemeine Bemerkungen über Koordinaten und Koordinatendifferenzen.

§ 69.

Fällt man auf die Linie N S, Figur 160, welche man sich in der Regel in der Richtung von Norden nach Süden gezogen denkt, aus den Punkten B, C, D, E, F, G und H die Senkrechten B b, C c, D d, E e,



Figur 160.

F f, G g und H h, so werden diese Senkrechten Ordinaten (y) genannt, dagegen heißen die Abstände A b, A c, A d, A e, A f, A g und A h die Abscissen (x) für die Punkte B, C, D, E, F, G, H u. s. w. Nimmt

man für einen beliebigen Punkt B die Ordinate B b und die Abscisse A b zusammen, so nennt man beide die **Koordinaten** des Punktes B. Die Senkrechten N S und O W heißen **Koordinatenachsen**. Der Punkt A, von welchem aus die Längen der Abscissen gemessen werden, wird der **Anfangs-** oder **Nullpunkt** der Koordinaten genannt, weil in diesem Punkte sowohl die Ordinate als auch die Abscisse gleich Null ist. Ähnlich wie in der Trigonometrie ersieht man auch hier, daß die Ordinaten B b, C c und H h alle in derselben, dagegen die Ordinaten D d, E e, F f und G g gerade in der entgegengesetzten Richtung gezogen sind. Bezeichnet man deshalb die Ordinaten B b, C c und H h als **positiv** (+), so müssen die Ordinaten D d, E e, F f und G g **negativ** (—) sein. Ebenso findet man die Abscissen A b, A c, A d, A e und A f sämtlich nach derselben, die Abscissen A g und A h aber gerade in der entgegengesetzten Richtung laufend. Bezeichnet man daher erstere wieder als **positiv** (+), so sind die letzteren **negativ** (—). Denkt man sich nun aus dem Anfangspunkte A um sämtliche Koordinaten einen Kreis gezogen, so wird derselbe durch die Koordinatenachsen N S und W O in vier gleiche Quadranten geteilt. Nennt man nun den Teil A N O den I., A O S den II., A S W den III. und A W N den IV. Quadranten, so kann man allgemein sagen, daß

im I. Quadranten	die Ordinate (y) positiv (+)	
	„ Abscisse (x) positiv (+)	
„ II. „	„ Ordinate (y) positiv (+)	
	„ Abscisse (x) negativ (—)	
„ III. „	„ Ordinate (y) negativ (—)	
	„ Abscisse (x) negativ (—)	
„ IV. „	„ Ordinate (y) negativ (—)	
	„ Abscisse (x) positiv (+)	ist.

Man ist also aus den Zeichen der Koordinaten irgend eines Punktes alsbald zu beurteilen imstande, in welchem Quadranten derselbe liegt.

Ebenso ergeben sich nach Figur 160 aus den bekannten Koordinaten leicht die Unterschiede zwischen den Ordinaten und Abscissen zweier aufeinander folgenden Punkte oder die **Koordinatendifferenzen**.

So z. B. findet man den Unterschied

der Ordinate	zwischen	A	und	B =	B b — 0	= + B b.
„ Abscisse	„	A	„	B =	A b — 0	= + A b.
„ Ordinate	„	B	„	C =	C c — B b	= — C c'.
„ Abscisse	„	B	„	C =	A c — A b	= + B c'.

der Ordinate zwischen C und D $= -Dd - (+Cc) =$
$-Dd - Cc = -Dd'$.
„ Abscisse „ C „ D $= -Ad - Ac = +Cd'$.
„ Ordinate „ D „ E $= -Ee - (-Dd) =$
$-e'd + Dd = -De'$.
„ Abscisse „ D „ E $= Ae - (+Ad) =$
$Ae - Ad = -Ee'$.
„ Ordinate „ E „ F $= -Ff - (-Ee) =$
$-f'e + Ee = -Ef'$.
„ Abscisse „ E „ F $= Af - (+Ae) =$
$Af - Ae = -Ff'$.
„ Ordinate „ F „ A $= 0 - (-Ff) =$
$0 + Ff = +Aa'$.
„ Abscisse „ F „ A $= 0 - (+Af) =$
$0 - Af = -Fa'$.

Hieraus ergiebt sich, daß man aus den gegebenen Koordinaten eines Polygons sämtliche Koordinatendifferenzen je zweier auf einander folgenden Punkte dadurch finden kann, daß man immer von den Koordinaten eines folgenden Punktes diejenigen des vorhergehenden Punktes algebraisch, d. h. mit gehöriger Berücksichtigung der Zeichen abzieht.

Umgekehrt wird man daher auch im stande sein, aus den Ordinatendifferenzen ($\triangle y$) und Abscissendifferenzen ($\triangle x$) die Ordinaten und Abscissen der entsprechenden Punkte selbst wieder zu bestimmen, indem man zu der nächst vorhergehenden Ordinate oder Abscisse immer die folgende Ordinaten- und Abscissendifferenz algebraisch, d. h. mit Berücksichtigung der Zeichen addiert.

Setzt man daher:

$$\left.\begin{array}{lcl} +Bb = +\triangle y' & \text{und} & +Ab = +\triangle x' \\ -C'c = -\triangle y'' & „ & +Bc' = +\triangle x'' \\ -Dd' = -\triangle y''' & „ & +Cd' = +\triangle x''' \\ -De' = -\triangle y^{IV} & „ & -Ee' = -\triangle x^{IV} \\ -Ef' = -\triangle y^{V} & „ & -Ff' = -\triangle x^{V} \\ +Aa' = +\triangle y^{VI} & „ & -Fa' = -\triangle x^{VI} \end{array}\right\}$$

so ersieht man nach obigem, daß
für den Punkt B die Ordinate Bb sich ergiebt aus

$$0 + \triangle y' = \triangle y',$$

für den Punkt B die Abscisse + A b sich ergiebt aus

$$0 + \Delta x' = \Delta x',$$

für den Punkt C die Ordinate C c sich ergiebt aus

$$B\,b + (-\,C\,c') = \Delta y' - \Delta y'',$$

für den Punkt C die Abscisse + A c sich ergiebt aus

$$A\,b + B\,c' = \Delta x' + \Delta x'',$$

für den Punkt D die Ordinate − D d sich ergiebt aus

$$C\,c + (-\,D\,d') = \Delta y' - \Delta y'' - \Delta y''',$$

für den Punkt D die Abscisse + A d sich ergiebt aus

$$A\,c + C\,d' = \Delta x' + \Delta x'' + \Delta x''',$$

für den Punkt E die Ordinate − E e sich ergiebt aus

$$-\,D\,d + (-\,D\,e') = \Delta y' - \Delta y'' - \Delta y''' - \Delta y^{IV},$$

für den Punkt E die Abscisse + A e sich ergiebt aus

$$A\,d + (-\,E\,e') = \Delta x' + \Delta x'' + \Delta x''' - \Delta x^{IV},$$

für den Punkt F die Ordinate − F f sich ergiebt aus

$$-\,E\,e + (-\,E\,f') = \Delta y' - \Delta y'' - \Delta y''' - \Delta y^{IV} - \Delta y^{V},$$

für den Punkt F die Abscisse A f sich ergiebt aus

$$+\,A\,e + (-\,F\,f') = \Delta x' + \Delta x'' + \Delta x''' - \Delta x^{IV} - \Delta x^{V},$$

für den Punkt A die Ordinate 0 sich ergiebt aus

$$-\,F\,f + (A\,a') = \Delta y' - \Delta y'' - \Delta y''' - \Delta y^{IV} - \Delta y^{V} + \Delta y^{VI},$$

für den Punkt A die Abscisse 0 sich ergiebt aus

$$A\,f + (-\,F\,a') = \Delta x' + \Delta x'' + \Delta x''' - \Delta x^{IV} - \Delta x^{V} - \Delta x^{VI}.$$

Da nun für den Punkt A die Ordinate =

$$0 = \Delta y' - \Delta y'' - \Delta y''' - \Delta y^{IV} - \Delta y^{V} + \Delta y^{VI},$$

und die Abscisse =

$$0 = \Delta x' + \Delta x'' + \Delta x''' - \Delta x^{IV} - \Delta x^{V} - \Delta x^{VI} \text{ ist,}$$

ferner die Ordinate des Punktes A aus sämtlichen Ordinatendifferenzen, die Abscisse des Punktes A aber aus sämtlichen Abscissendifferenzen des Polygons besteht, beide überdies gleich Null sind, so folgt daraus der wichtige Satz: daß in jedem Polygone die Summe der positiven Ordinatendifferenzen der Summe der negativen, und ebenso die Summe der positiven Abscissendifferenzen der Summe der negativen gleich sein muß.

Dieser Lehrsatz liefert uns, wie wir später § 78 bei Durchführung der Rechnung eines Beispiels sehen werden, ein sicheres Verfahren, die berechneten Koordinaten auf ihre Richtigkeit zu prüfen.

2. Von der Prüfung der gemessenen Umfangswinkel.

§ 70.

Aus § 69 haben wir die Überzeugung geschöpft, daß man die Koordinaten eines jeden Polygonspunktes berechnen könnte, wenn die sämtlichen Koordinatendifferenzen bekannt wären. Da die Berechnung der letzteren zunächst von der richtigen Messung der Umfangswinkel abhängt, so sind diese vorerst auf folgende Weise zu prüfen: Die Geometrie lehrt, daß die Summe sämtlicher Umfangswinkel in einem Polygon von z. B. n Seiten oder Winkel so vielmal 2 rechte weniger 4 rechte Winkel beträgt, als das Polygon Seiten zählt, d. h. $n 2 R - 4 R = 2 R (n - 2)$. Hat z. B. das Polygon 18 Seiten, so beträgt die Summe sämtlicher Umfangswinkel $18 \cdot 2 R - 4 R = 36 R - 4 R = 32 R = 3200°$ bei Decimalmaß und 2880° bei alter Teilung. Um daher die gemessenen Winkel eines Polygons auf ihre Richtigkeit zu prüfen, addiere man sie sämtlich und vergleiche die erhaltene Summe mit der Winkelsumme, die sich nach Formel $2 R (n - 2)$ ergiebt. Nach der Theorie müßten beide Summen genau mit einander übereinstimmen, da jedoch mit mathematischer Schärfe nicht gemessen werden kann, sich vielmehr bei jeder Aufnahme kleine unvermeidliche Fehler ergeben, so werden auch in der Regel die beiden Summen um geringe Beträge von einander abweichen. Beträgt aber die Differenz bei gewöhnlichen Wald- oder Flurvermessungen auf einen Polygonswinkel nicht mehr als zwei Decimalminuten, oder eine Minute alter Teilung, so darf man die Winkelaufnahme als richtig ansehen. Die innerhalb der erlaubten Fehlergrenze liegenden kleineren Fehler werden dann gleichmäßig auf jeden Winkel in der Art verteilt, daß die Summe der Polygonswinkel dann ganz genau auf $2 R (n - 2)$ schließt. War daher die gemessene Winkelsumme größer als $2 R (n - 2)$, so muß die Differenz, auf jeden Winkel gleichmäßig verteilt, in Abzug kommen; war dagegen die Winkelsumme kleiner als $2 R (n - 2)$, so ist die Differenz in derselben Weise hinzu zu addieren. Ist aber der begangene Fehler, was häufig vorkommt, so klein, daß auf einen Winkel nicht einmal eine ganze Decimalminute Korrektion kommt, so dehnt man letztere nur auf diejenigen Winkel aus, von welchen man vermutet, daß sich am ehesten ein kleiner Fehler könnte eingeschlichen haben.

Stimmt aber die gemessene Winkelsumme eines Polygons mit der Formel $2 R (n - 2)$ so schlecht, daß die Differenz auf einen Winkel mehr

als zwei Decimalminuten beträgt, so muß angenommen werden, daß ein oder der andere Winkel schlecht gemessen wurde. In diesem Falle erscheint es rätlich, die Winkelmessung auf dem Lokale zu wiederholen, und die Messung so lange fortzusetzen, bis man den fehlerhaften Winkel gefunden hat. Sollten sich jedoch größere Differenzen, z. B. 30 und mehr Graden ergeben, so ist jedenfalls ein grober Beobachtungs- oder Ablesungsfehler unterlaufen. Alsdann führt ein gut gezeichnetes Brouillon oft sehr rasch zur Auffindung des Fehlers, ohne daß man nötig hat, alle Winkel nachzumessen. Die erlaubte Fehlergrenze bei Winkelmessungen hängt übrigens auch von dem beabsichtigten Grade der Genauigkeit ab. Bei Theodoliten mit mehreren Nonien und bei Messung der Winkel in beiden Lagen werden jedoch bei einiger Übung und der nötigen Aufmerksamkeit die Winkel immer in der erwünschten Weise schließen. Weit eher kommen grobe Fehler bei der Seitenmessung vor.

3. Von der Berechnung der Azimuthe.

§ 71.

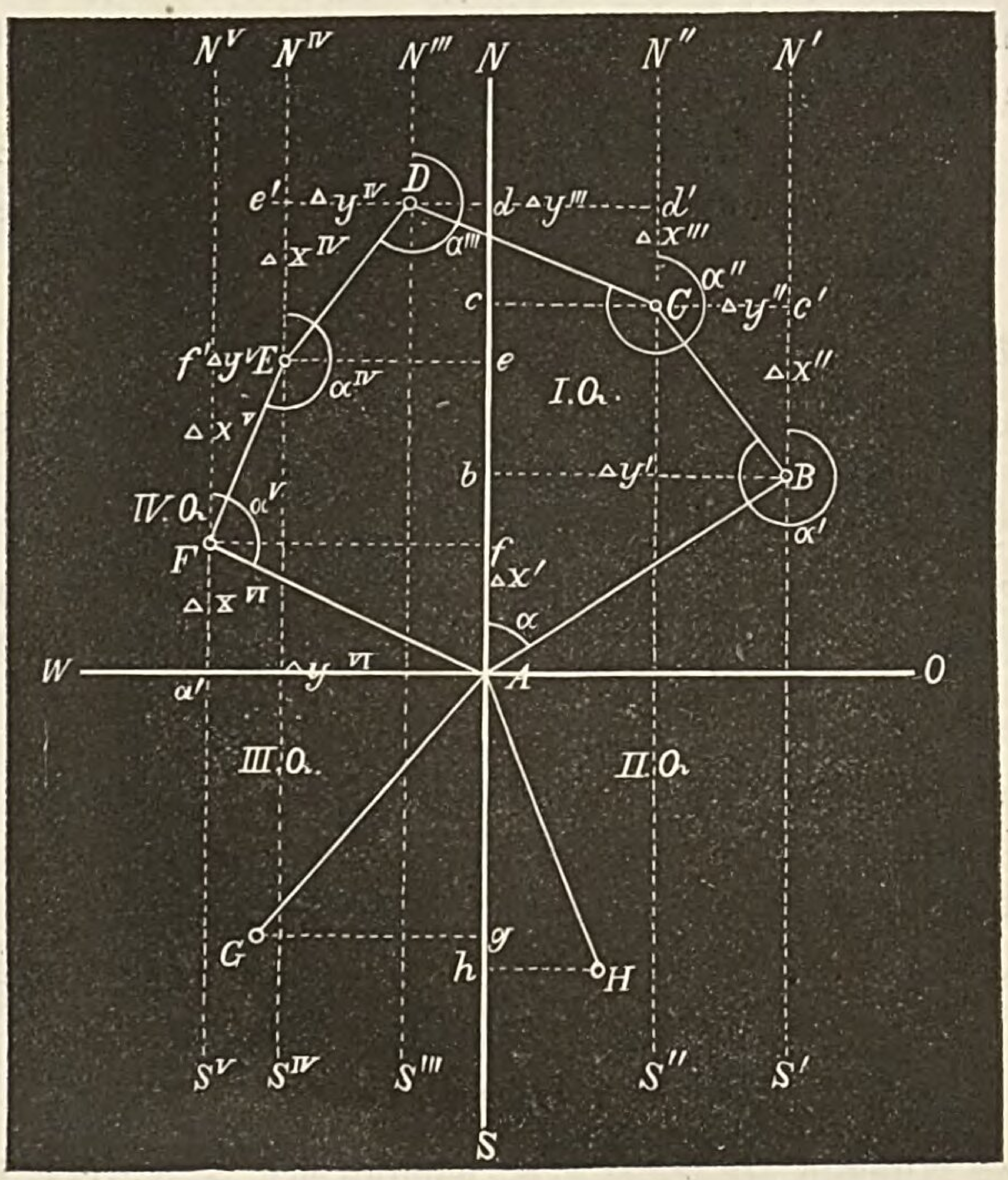
A. Von der Berechnung der Azimuthe im allgemeinen.

Nachdem die Umfangswinkel nach § 70 geprüft und nötigenfalls berichtigt sind, schreitet man zur Bestimmung der Azimuthe, d. h. der Neigungen einer jeden Polygonsseite gegen die Koordinatenachse N S, Figur 161. Die Azimuthe dienen nämlich zur Berechnung der Koordinatendifferenzen, § 72. Denkt man sich daher durch jeden einzelnen Punkt B, C, D, E und F des aufzunehmenden Polygons parallele Linie N′ S′, N″ S″, N‴ S‴, N^{iv} S^{iv} und N^{v} S^{v} zu der gemeinschaftlichen Abscissenachse N S gezogen, so ist:

$\measuredangle$ N A B = α die Neigung (das Azimuth) der Seite A B
$\measuredangle$ N′ B C = α' „ „ „ „ „ „ B C
$\measuredangle$ N″ C D = α'' „ „ „ „ „ „ C D
$\measuredangle$ N‴ D E = α''' „ „ „ „ „ „ D E
$\measuredangle$ N^{iv} E F = α^{iv} „ „ „ „ „ „ E F und
$\measuredangle$ N^{v} F A = α^{v} „ „ „ „ „ „ F A.

Hierbei ist jedoch zu bemerken, daß die Größe der Neigung gegen die Achse stets nach einer und derselben Richtung, nämlich von N immer in der Richtung über O, S und W bestimmt wird, so daß die Linien N′B, N″ C, N‴ D u. s. w. stets den linken Schenkel des Neigungswinkels bilden.

Auch ist es ein Unterschied, ob man sagt das Azimuth von A nach B oder von B nach A, denn ersteres wird durch den Winkel N A B = α, letzteres aber durch den Winkel N′ B A ausgedrückt, beide weichen also immer genau um 2 Rechte von einander ab.



Figur 161.

Man könnte natürlich auch die Neigungen der einzelnen Polygonsseiten gegen die Mittagslinie in der entgegengesetzten Richtung, nämlich von N über W, S und O bestimmen, doch muß man bei ein und derselben Rechnung natürlich ein und dasselbe Verfahren streng einhalten, und es ist deshalb gut, übereinstimmend ein für allemal die Azimuthe nach dem ersten Verfahren zu berechnen.

Sind in dem Polygon A B C D E F sämtliche Umfangswinkel A B C, B C D, C D E, D E F, E F A und F A B gemessen, und dürfen wir überdies die Neigung irgend einer Seite, z. B. A B, gegen die Achse, also den Winkel N A B = α als bekannt voraussetzen, so findet man die Neigungen

(Azimuthe) sämtlicher übrigen Seiten leicht nach folgender allgemeinen Regel: *Man addiere zu dem bekannten Azimuthe den folgenden Polygonswinkel, ziehe von der Summe zwei rechte Winkel* (2R) *ab, so erhält man das folgende Azimuth.* Addiert man zu diesem soeben erhaltenen Azimuthe den zunächst folgenden Polygonswinkel und zieht abermals 2 R ab, so erhält man wieder das folgende Azimuth ꝛc., wobei man sich nur noch zu merken hat, daß, wenn der folgende Polygonswinkel, zu dem vorhergehenden Azimuth addiert, eine kleinere Summe als 2 R giebt, man in Gedanken 4 R hinzuaddieren muß, um die Subtraktion vornehmen zu können.

Zum Beweise ist:

a) Das Azimuth der Seite B C gegen die Achse, nämlich der $\sphericalangle$ N′ B C $= \sphericalangle$ A B C $+ \sphericalangle$ A B S′ $+ 4\,R - 2\,R$, da aber $\sphericalangle$ A B S′ gleich dem bekannten Azimuth N A B als Wechselwinkel ist, so kann man auch setzen N′ B C $= \sphericalangle$ A B C $+ \sphericalangle$ N A B $+ 4\,R - 2\,R$. Hier ist nämlich ($\sphericalangle$ A B C $+ \sphericalangle$ N A B) $< 2\,R$, weshalb man nach der Regel in Gedanken 4 R hinzuaddieren muß: $\sphericalangle$ N′ B C $= \sphericalangle$ A B C $+ \sphericalangle$ N A B $+ 4\,R - 2\,R = \alpha'$.

b) Ebenso ist das Azimuth der Seite C D, nämlich der $\sphericalangle$ N″ C D $= \alpha'' = \sphericalangle$ B C D $+ \sphericalangle$ S″ C B $- 2\,R$ und da $\sphericalangle$ S″ C B $= \sphericalangle$ N′ B C $= \alpha'$, so ist auch $\sphericalangle$ N″ C D $= \sphericalangle$ B C D $+ \alpha' - 2\,R = \alpha''$.

c) Das Azimuth der Seite D E, nämlich der $\sphericalangle$ N‴ D E ist $= \sphericalangle$ C D E $+ \sphericalangle$ S‴ D C $- 2\,R$ und da $\sphericalangle$ S‴ D C $= \sphericalangle$ N″ C D $= \alpha''$, so ist auch $\sphericalangle$ N‴ D E $= \sphericalangle$ C D E + N″ C D $- 2\,R =$ C D E $+ \alpha'' - 2\,R = \alpha'''$.

d) Das Azimuth der Seite E F, nämlich der $\sphericalangle$ N^{IV} E F ist $= \alpha^{IV} = \sphericalangle$ D E F $+ \sphericalangle$ S^{IV} E D $- 2\,R$ und da $\sphericalangle$ S^{IV} E D $= \sphericalangle$ N‴ D E $= \alpha'''$, so ist auch $\sphericalangle$ N^{IV} E F $= \sphericalangle$ D E F $+ \sphericalangle$ N‴ D E $- 2\,R = \sphericalangle$ D E F $+ \alpha''' - 2\,R = \alpha^{IV}$.

e) Das Azimuth der Seite F A, nämlich der $\sphericalangle$ N^{V} F A $= \alpha^{V} = \sphericalangle$ E F A $+ \sphericalangle$ S^{V} F E $- 2\,R$, da aber $\sphericalangle$ S^{V} F E $=$ N^{IV} E F $= \alpha^{IV}$, so ist auch N^{V} F A $= \sphericalangle$ E F A $+ \sphericalangle$ N^{IV} E F $- 2\,R = \sphericalangle$ E F A $+ \alpha^{IV} - 2\,R = \alpha^{V}$.

f) Das Azimuth der Seite A B, nämlich der $\sphericalangle$ N A B $= \alpha$ ist $= \sphericalangle$ F A B $+ \sphericalangle$ S A F $- 2\,R$, da aber $\sphericalangle$ S A F $= \sphericalangle$ N^{V} F A $= \alpha^{V}$, so ist auch $\sphericalangle$ N A B $= \sphericalangle$ F A B $+ \sphericalangle$ N^{V} F A $- 2\,R = \sphericalangle$ F A B $+ \alpha^{V} - 2\,R = \alpha$.

Aus der letzten Gleichung ergiebt sich also, daß, wenn man sämtliche Azimuthe eines Polygons berechnet hat, man schließlich wieder auf das Azimuth N A B = α kommen muß, welches man als erstes zu Grunde gelegt hat. Sollte man jedoch am Schlusse einen andern Winkel erhalten, so ist dies ein Beweis, daß während der Rechnung ein Fehler unterlaufen ist, der aufgesucht werden muß.

Man ist also durch das angeführte Verfahren in die Lage gesetzt, die Berechnung der Azimuthe stets auf das strengste zu kontrollieren.

B. Von der annäherungsweisen Berechnung des ersten Azimuths.

Unter A dieses Paragraphen wurde bei Berechnung der Azimuthe eines Polygons vorausgesetzt, daß ein erstes Azimuth, z. B. ($\measuredangle$ N B A) bereits bekannt sei. Diese Voraussetzung darf jedoch nur dann gemacht werden, wenn zum behufe einer Landesvermessung bereits eine allgemeine Landes-triangulation stattgefunden hat, die Azimuthe der Dreiecksseiten mithin, unter Zugrundelegung eines auf astronomischen Wege mit der größtmöglichen Schärfe ermittelten ersten Azimuths, berechnet worden sind und an diese vorausgegangene Vermessung die Aufnahme des betreffenden Polygons angeschlossen worden ist; oder wenn man bei irgend einer neu aufzunehmenden Fläche keinen Wert darauf legt, daß die von letzterer zu verfertigende Karte auch wirklich nach der Mittagslinie (Meridian) orientiert wird, in welchem Falle natürlich als Azimuth jeder beliebige Winkel angenommen werden kann.

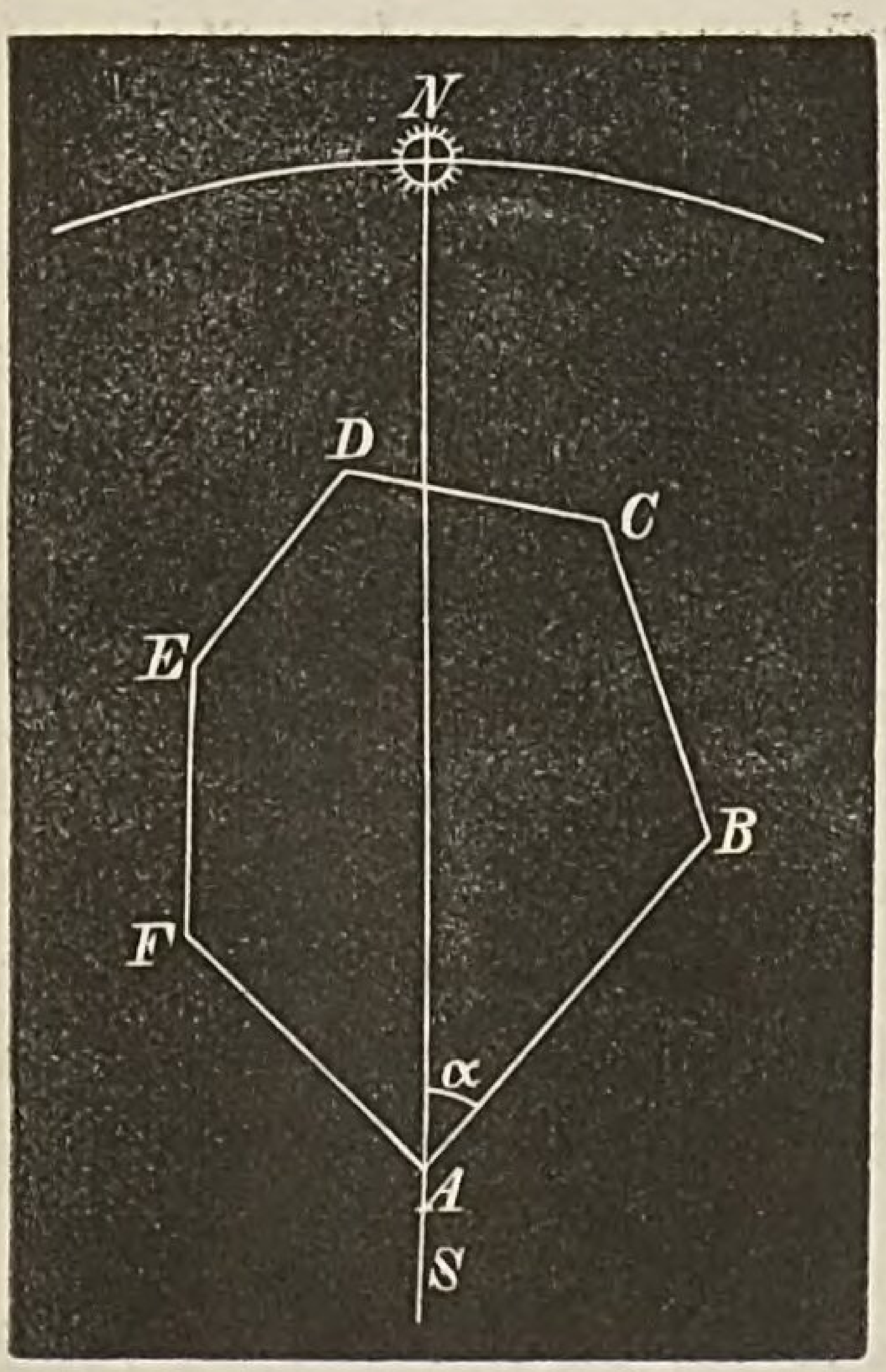
Anders ist es jedoch, wenn die aus der aufgenommenen Fläche zu fertigende Karte wenigstens annähernd nach der Mittagslinie (Nord-Süd-richtung) orientiert werden soll und man sich nicht an eine bereits statt-gefundene Landesvermessung anschließen kann.

In diesem Falle kann die Neigung einer beliebigen Seite A B gegen die Mittagslinie N S, Figur 162, d. h. das erste Azimuth auf folgende Weise mit genügender Genauigkeit gefunden werden.

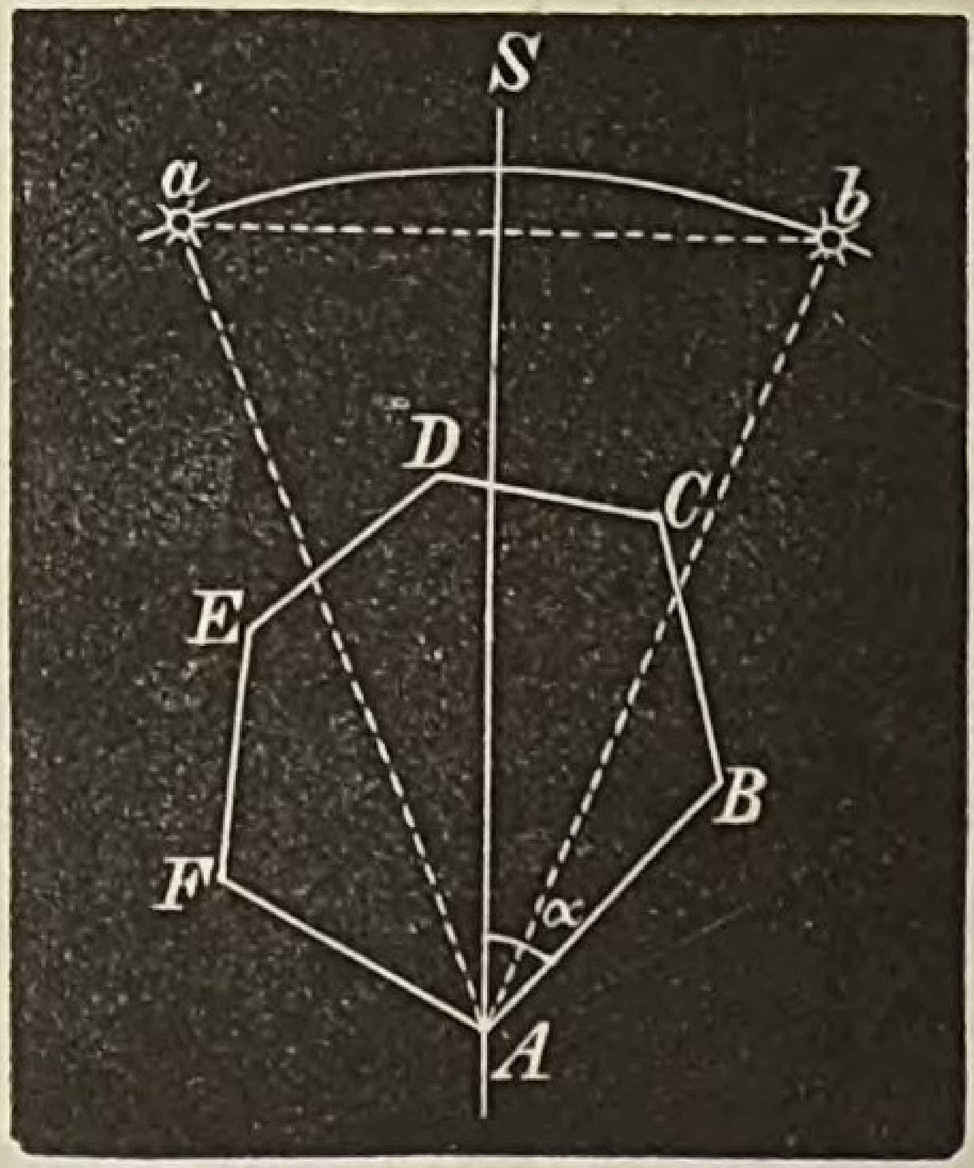
Bekanntlich steht die Sonne N des Mittags 12 Uhr, wo sie ihren größten Höhenpunkt erreicht, genau in der Mittagslinie; ist also A ein Punkt, von welchem aus die Neigung der Linie A B gegen die Mittags-linie bestimmt werden soll, so wird um 12 Uhr die Linie N A S die Mittagslinie selbst darstellen. Man stelle sich daher an einem Tage, an

welchem die Sonne sichtbar ist, mit dem Theodoliten und einer genau nach der Sonne gerichteten Uhr über dem Punkte A auf und richte um 12 Uhr das Fernrohr genau auf die Sonne, lese die Nonien ab, drehe alsdann das Fernrohr nach dem in B aufgestellten Signale und lese auch diese Nonien ab. Subtrahiert man nun erstere von letzteren, so wird die Differenz den ∢ α, d. h die Neigung der Seite A B gegen den Meridian ergeben. — Noch etwas genauer kann man das erste Azimuth auch wie folgt erhalten:

Es sei A S, Figur 163, die Mittagslinie (Meridian) des Beobachtungspunktes A, B ein entferntes terrestrisches Objekt, so ist das Azimuth der



Figur 162.



Figur 163.

Seite A B der Winkel α. Man beobachte nun mit dem Fernrohr des in A aufgestellten Theodoliten mit dem Horizontalfaden des Fadenkreuzes vormittags (etwa um 10 Uhr) den oberen oder unteren Rand a der Sonne, stelle das Fernrohr in dieser Richtung fest und lese auf dem Horizontalkreise die Nonien ab. Hierauf drehe man den Alhidadenkreis, ohne die Neigung des Fernrohrs im geringsten zu verrücken, so weit herum, bis das unverrückte Fernrohr ungefähr in die Richtung von b gelangt ist und warte so lange, bis man nachmittags (etwa gegen 2 Uhr) wieder die Sonne in derselben Höhe, d. h. mit demselben Rand im Horizontalfaden

des Fernrohrs erblickt, und lese in der Lage A b die Nonien gleichfalls ab, stelle nun auch das Fernrohr noch in der Richtung A B ein und bemerke sich die Nonien.

Durch Abzug der Nonien der Beobachtung nach a von denen nach b erhält man den Winkel a A b, in dessen Mitte die Mittagslinie A S liegt. Addiert man daher die Hälfte dieses Winkels (a A S) zu den Nonien der Beobachtung in a, so erhält man die Richtung der Mittagslinie, und betrachtet man nun diese Mittagslinie als Signal links und die Richtung nach B als Signal rechts, so erhält man durch Abzug der Nonien in Signal links von denen nach Signal rechts das gewünschte erste Azimuth α der Seite A B, aus dem sich dann nach der bereits gegebenen Regel (§ 71 A) alle übrigen Azimuthe einer ganzen Aufnahme berechnen lassen. Will man das erste Azimuth schon mit größerer Genauigkeit bestimmen, so muß man aus mehreren angestellten Beobachtungen das arithmetische Mittel nehmen und überdies noch eine Korrektion wegen der Bewegung der Sonne während der Beobachtungsdauer anbringen.

Außerdem kann das erste Azimuth auch noch durch Beobachtung irgend eines Zirkumpolarsternes*) zur Nachtzeit bestimmt werden, indem man vor und nach dem Kulminationspunkte desselben gleiche Höhen bestimmt und dann weiter wie bereits erwähnt, verfährt.

Die soeben beschriebenen Methoden, das erste Azimuth zu bestimmen, sind nur dann ganz richtig, wenn Sonne oder Sterne, welche man beobachtet hat, in der Zeit von der einen Beobachtung zur andern, ihre Deklination (Abweichung vom Äquator) nicht ändern. Bei den Sternen ist dies nun zwar der Fall, die Sonne ändert aber ihre Deklination täglich etwas. Da aber zur Zeit des längsten und kürzesten Tages diese Abweichung am geringsten ist, so wird man diese Jahreszeit am besten zur Bestimmung der ersten Azimuthe verwenden.

Um schließlich das erste Azimuth oder die Mittagslinie notdürftig mit der Boussole zu bestimmen, hat man nur nötig den Winkel, welchen der magnetische Meridian mit irgend einer Polygonseite macht, mit der Boussole aufzunehmen und dann den weiteren Winkel in Rechnung zu ziehen, um welchen der magnetische Meridian von der Nord-Süd-Richtung (Mittagslinie) abweicht.

---

*) Sterne, welche für einen bestimmten Ort der Erde nie untergehen, weil ihr Polabstand kleiner als die Polhöhe dieses Ortes ist, heißen Zirkumpolarsterne.

4. Von den Koordinatendifferenzen.

§ 72.

A. Von der Berechnung der Koordinatendifferenzen.

In § 71 A wurde gezeigt, wie die Neigungen sämtlicher Seiten eines Polygons gegen die Koordinatenachse gefunden werden können. Mit Hilfe dieser Neigungen und der anliegenden gemessenen Polygonsseiten ist man nun im stande, sämtliche Koordinatendifferenzen nach folgender einfachen Methode zu berechnen.

Aus Figur 164 folgt nämlich, daß die zu je zwei auf einander folgenden Polygonspunkten gehörenden Koordinatendifferenzen mit der diese Punkte verbindenden Umfangsseite ein rechtwinkeliges Dreieck bilden, daß also im ganzen so viele rechtwinkelige Dreiecke entstehen, als Polygonsseiten vorhanden sind. Ferner wird man bemerken, daß in jedem der rechtwinkeligen Dreiecke die gemessenen und darum als bekannt vorauszusetzenden Polygonsseiten die Hypotenusen bilden. Sind nun noch überdies die Neigungen der Polygonsseiten bekannt, so sind in sämtlichen rechtwinkeligen Dreiecken neben den Hypotenusen auch noch die Winkel gegeben, die Dreiecke können also mittelst des Satzes, daß sich in einem jeden Dreiecke die Seiten verhalten wie die Sinuse der diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel, auf bequeme Weise aufgelöst werden, d. h. es lassen sich in jedem Dreiecke die beiden Katheten $\triangle y$ und $\triangle x$ bestimmen. Um z. B. die Koordinatendifferenzen ($\triangle x'$ und $\triangle y'$) zwischen A und B zu bestimmen, hat man in dem rechtwinkeligen Dreiecke A B b die Hypotenuse A B und das Azimuth N A B $= \alpha$, ferner den rechten Winkel bei b gegeben, man kann darum setzen:

$\triangle x' : A B = \sin A B b : \sin b$, da nun $\sin A B b = \cos \alpha$ und ferner $\sin b = \sin 90° = 1$ ist, so hat man auch

$$\triangle x' : A B = \cos \alpha : 1, \text{ oder}$$

$$\triangle x' = A B \cdot \cos \alpha,$$

desgleichen $\triangle y' : A B = \sin \alpha : 1$, oder

$$\triangle y' = A B \cdot \sin \alpha.$$

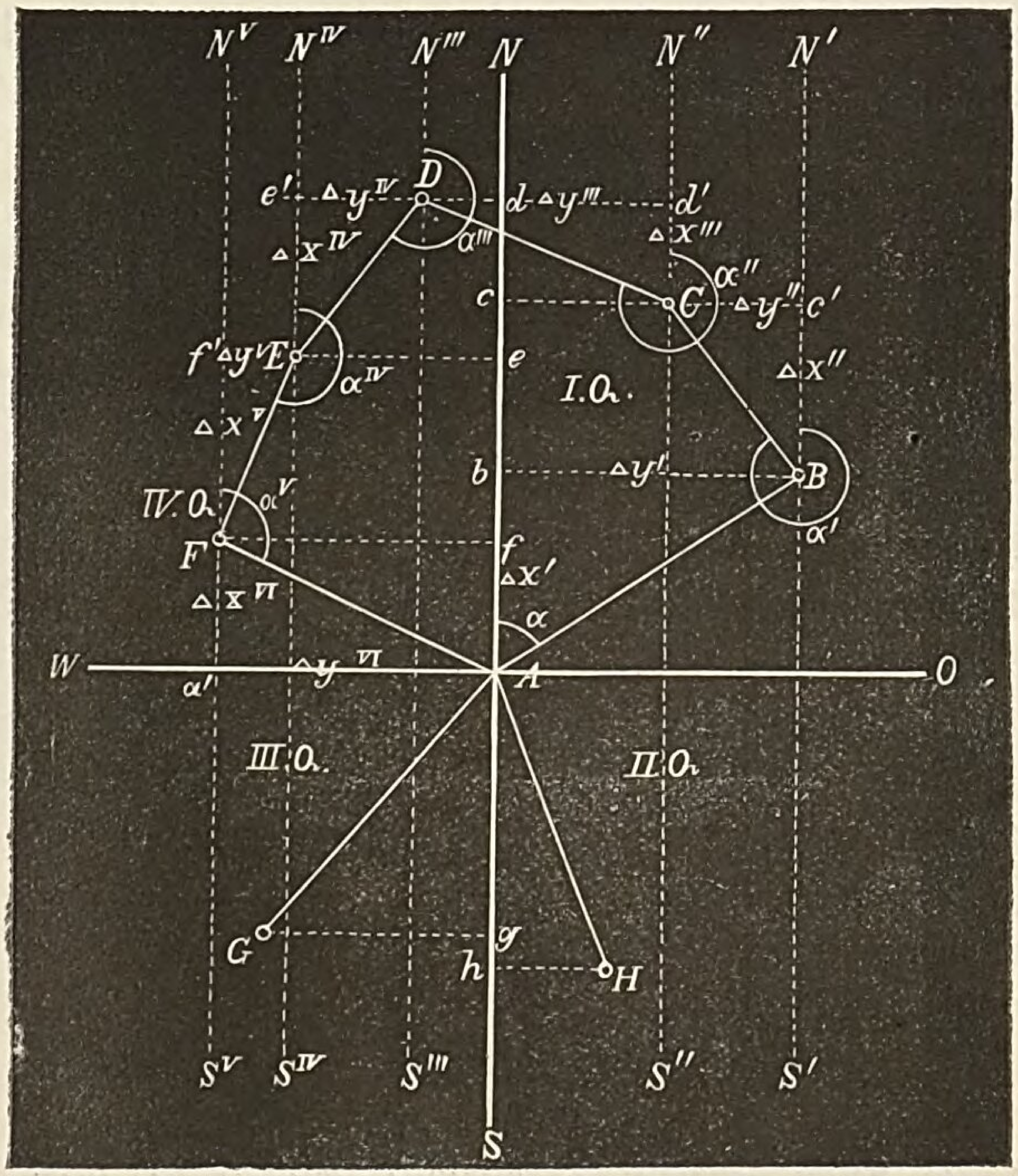
Ebenso findet man die Abscissendifferenz $\triangle x''$ und die Ordinatendifferenz $\triangle y''$. Es verhält sich nämlich wieder in dem rechtwinkeligen Dreiecke B C c':

$$B c' : B C = \sin B C c' : \sin C c' B:$$

da nun B c′ = △ x″ und B C die gemessene Polygonsseite, ferner C c′ B ein rechter Winkel ist, so hat man auch

$$\triangle x'' : B\,C = \sin B\,C\,c' : 1 \text{ und endlich}$$

$$\triangle x'' = B\,C \cdot \sin B\,C\,c'.$$



Figur 164.

Nun aber ist ∡ B C c′ = ∡ b B C als Wechselwinkel.

Setzen wir ferner das Azimuth von B nach C = α', so ist dieses $\alpha' = (3\,R + b\,B\,C) = (3\,R + B\,C\,c')$. Da aber die Trigonometrie lehrt, daß der $\cos(3\,R + \beta) = \sin \beta$ ist, wobei β einen spitzen Winkel darstellt, so muß auch

$$\cos \alpha' = \cos(3\,R + B\,C\,c') = \sin B\,C\,c' \text{ sein.}$$

Setzt man nun diesen Wert in die obige Gleichung △ x″ = B C · sin B C c′ ein, so ergiebt sich

$$\triangle x'' = B\,C \cdot \cos \alpha'.$$

Um die Ordinatendifferenz $\triangle y''$ zu bestimmen, hat man:

$$\triangle y'' : BC = \sin c'BC : \sin Bc'C \text{ und da}$$

$\sin c'BC = \cos BCc' = \cos bBC$ und $\sin Bc'C = R$ ist, so hat man

$$\triangle y'' : BC = \cos bBC : 1 \text{ oder}$$

$$\triangle y'' = BC \cdot \cos bBC.$$

Da nun die Trigonometrie lehrt, daß

$$\sin \alpha' = \sin (3R + BCc') = \cos BCc' = \cos bBC \text{ ist,}$$

so muß auch sein

$$\triangle y'' = BC \cdot \sin \alpha'.$$

Da sich die Koordinatendifferenzen $\triangle x'''$, $\triangle x^{IV}$, $\triangle x^{V}$, $\triangle y'''$, $\triangle y^{IV}$ u. s. w. der übrigen Punkte eines Polygons ganz auf dieselbe Weise berechnen lassen, so kann nun für die Berechnung der Koordinatendifferenzen sämtlicher Punkte eines Polygons folgende allgemeine Regel gegeben werden:

a) Man findet die „Ordinatendifferenz" zwischen einem vorhergehenden und nachfolgenden Punkte, indem man die Entfernung beider Punkte von einander (S) mit dem „Sinus" des Neigungswinkels (α), welchen die Seite mit der Koordinatenachse bildet, multipliziert.

b) Man findet die „Abscissendifferenz" zwischen eben denselben Punkten, indem man dieselbe Seite (S) mit dem „Cosinus" eben desselben Neigungswinkels (α) multipliziert.

Es bestehen also für die Berechnung der Koordinatendifferenzen im allgemeinen die beiden Formeln:

$$\triangle y = S \cdot \sin \alpha \text{ und}$$

$$\triangle x = S \cdot \cos \alpha.$$

Drückt man beide Formeln logarithmisch aus, so hat man

$$\log \triangle y = \log S + \log \sin \alpha \text{ und}$$

$$\log \triangle x = \log S + \log \cos \alpha,$$

woraus folgt, daß die Berechnung der Koordinaten äußerst bequem ist.

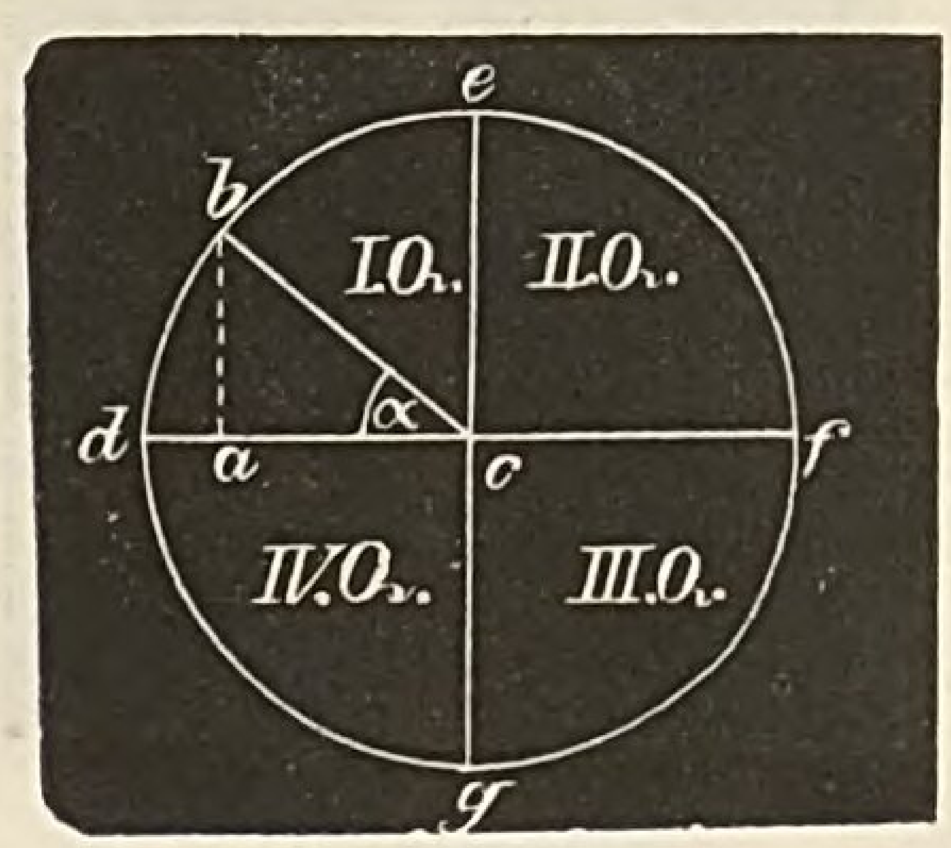
Wir haben bereits (§ 69) gezeigt, daß die Koordinatendifferenzen eines Polygons entweder positiv oder negativ sein können. Es bleibt deshalb jetzt nur noch zu untersuchen übrig, in welchen Fällen die berechneten Koordinatendifferenzen mit dem positiven oder negativen Zeichen versehen werden müssen. Betrachtet man die beiden allgemeinen Formeln: $\triangle y = S \cdot \sin \alpha$ und $\triangle x = S \cdot \cos \alpha$, und nimmt man die gemessenen Polygonseiten S immer als positiv an, so geht daraus hervor, daß $\triangle x$ und $\triangle y$ immer positiv sein müssen, wenn $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ positiv, daß sie aber

negativ werden, wenn sin α und cos α negativ sind; denn zwei positive Faktoren, z. B. + S und + sin α mit einandermultipliziert, geben stets ein positives, ein positiver und ein negativer Faktor, aber mit einander multipliziert, geben immer ein negatives Produkt. Die Neigungen α der verschiedenen Polygonsseiten gegen die Achse können aber zwischen 0 Grad und 400 Grad, d. h. zwischen 0 Grad und 4 R liegen. Hierauf gestützt, lehrt die Trigonometrie folgendes:

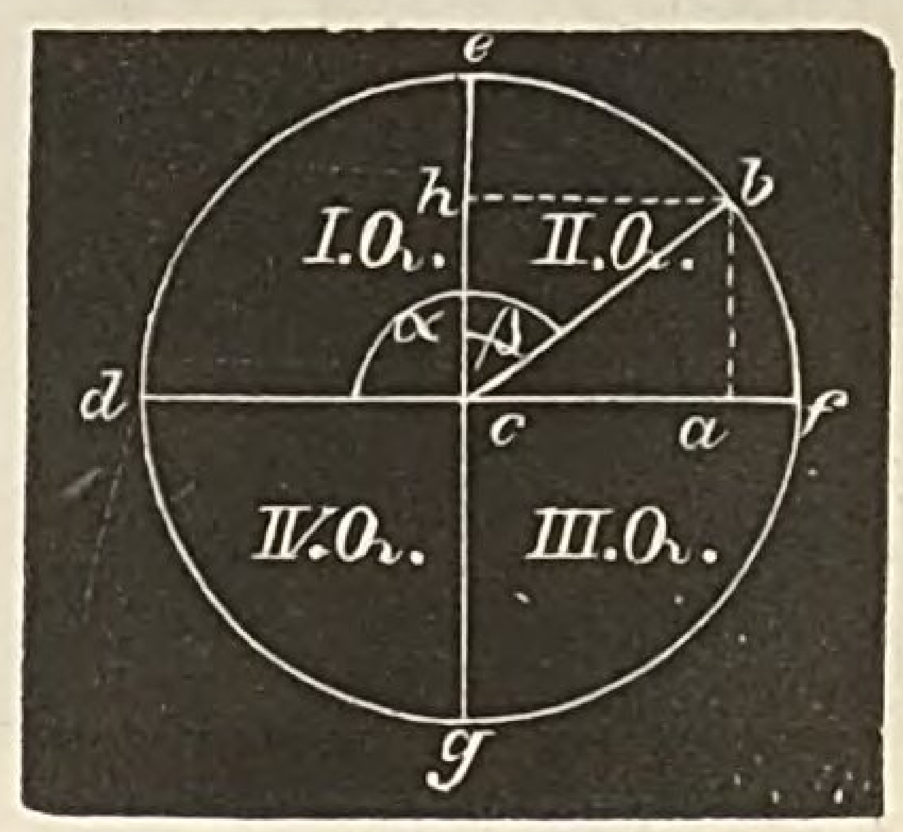
Bezeichnet man durch α, Figur 165, einen spitzen Winkel, durch d e c den I., e c f den II., f c g den III. und durch g c d den IV. Quadranten, dann ist:

1. Wenn die Neigung α im I. Quadranten liegt;

$$\sin \alpha = + a b \text{ und } \cos \alpha = + a c,$$



Figur 165.



Figur 166.

d. h. liegt die Neigung α im I. Quadranten, dann sind sowohl Sinus als Cosinus α positiv, und mithin $\triangle$ x und $\triangle$ y positiv.

2. Ist die Neigung α, Figur 166, im II. Quadranten gelegen, d. h. Winkel $\alpha = d c b = (R + \beta)$, dann ist:

$$\sin \alpha = + a b = + c h = + \cos \beta \text{ und}$$
$$\cos \alpha = - c a = - h b = - \sin \beta.$$

Hieraus folgt: Liegt die Neigung α im II. Quadranten, dann ist der Sinus positiv, der Cosinus aber negativ und mithin auch $\triangle$ y positiv und $\triangle$ x negativ.

Da aber weiter der sin $(R + \beta) = + \cos \beta$ und der cos $(R + \beta) = - \sin \beta$ ist, so muß bei der Berechnung der Koordinatendifferenzen der Cosinus mit dem Sinus und der Sinus mit dem Cosinus verwechselt werden. Wäre z. B. die Neigung $\alpha = 132°$ (neue Teilung) so hat man zu setzen

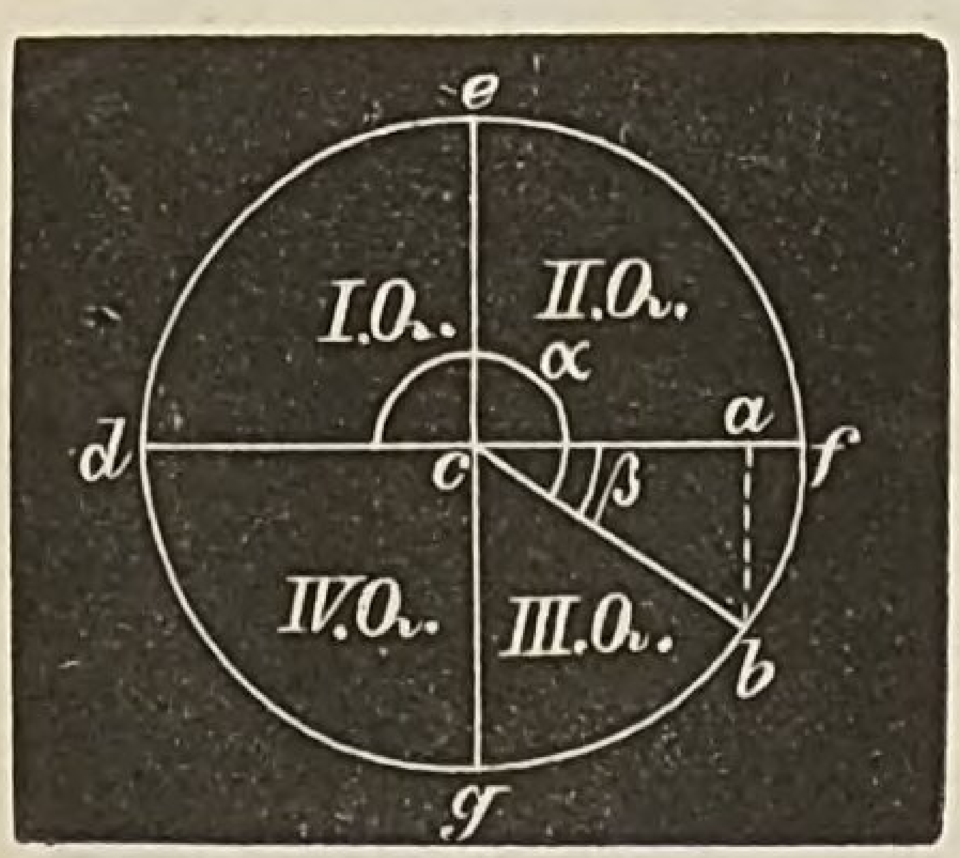
$$\triangle y = S \cdot \cos 32° \text{ und}$$
$$\triangle x = S \cdot \sin 32°;$$

man schlägt also immer nur den spitzen Winkel $\beta = 32°$, d. h. den Überschuß über 1 R in den Logarithmen= oder Koordinatentafeln auf.

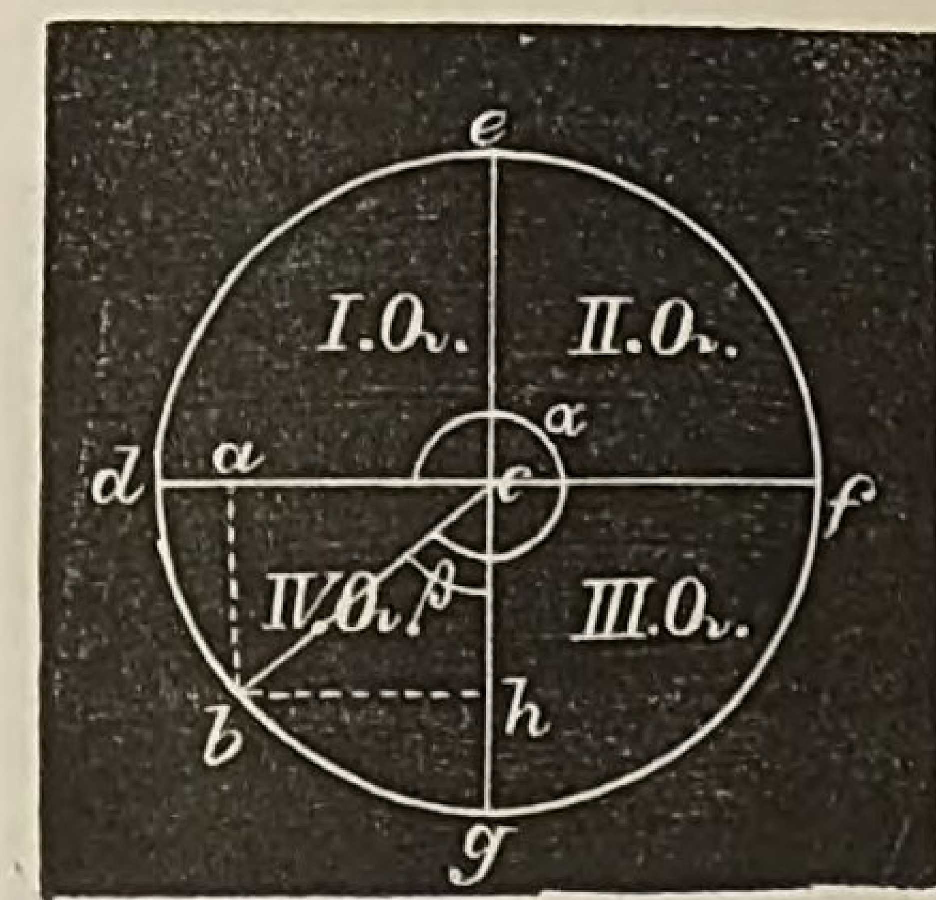
3. Ist die Neigung α, Figur 167, im III. Quadranten gelegen, d. h. $\alpha = d\,c\,b = (2\,R + \beta)$, dann ist:

$$\sin\alpha = -\sin\beta = -a\,b \text{ und}$$
$$\cos\alpha = -\cos\beta = -a\,c;$$

d. h. liegt die Neigung α im III. Quadranten, dann sind sowohl $\sin\alpha$ als $\cos\alpha$ negativ, mithin $\triangle x$ und $\triangle y$ negativ und ein Wechsel dieser Funktionen findet bei der Berechnung der Koordinatendifferenzen nicht statt.



Figur 167.



Figur 168.

4. Ist endlich die Neigung α, Figur 168, im IV. Quadranten gelegen, d. h. Winkel $\alpha = d\,c\,b = (3\,R + \beta)$ dann ist:

$$\sin\alpha = -a\,b = -c\,h = -\cos\beta \text{ und}$$
$$\cos\alpha = +a\,c = +b\,h = +\sin\beta;$$

d. h. liegt die Neigung im IV. Quadranten, dann ist der Sinus negativ, der Cosinus aber positiv, mithin auch $\triangle y$ negativ und $\triangle x$ positiv. Da aber weiter der

$$\sin\alpha = \sin(3\,R + \beta) = -\cos\beta \text{ und}$$
$$\cos\alpha = \cos(3\,R + \beta) = +\sin\beta \text{ ist,}$$

so muß bei Berechnung der Koordinatendifferenzen der Sinus mit dem Cosinus und der Cosinus mit dem Sinus verwechselt werden.

Aus den Betrachtungen unter **1.—4.** kann nun zur Unterstützung des Gedächtnisses folgende tabellarische Übersicht aufgestellt werden:

Wenn die Neigung α gegen die Achse			dann wird sin α mit cos α und cos α mit sin α	
nach der Decimaleinteilung	nach der alten Teilung	also enthalten ist im	verwechselt oder nicht verwechselt	und die aufgefundenen Δy und Δx sind positiv oder negativ und zwar
zwischen 0° u. 100°	zwischen 0° u. 90°	I. Quadrant	nicht verwechselt	Δy + u. Δx +
100° u. 200°	90° u. 180°	II. "	verwechselt	Δy + u. Δx −
200° u. 300°	180° u. 270°	III. "	nicht verwechselt	Δy − u. Δx −
300° u. 400°	270° u. 360°	IV. "	verwechselt	Δy − u. Δx +

Obgleich nach der soeben angeführten Methode die Koordinatendifferenzen auf sehr leichte Weise berechnet werden können, so ist die Rechnung, wenn man die Koordinaten sehr vieler Punkte zu bestimmen hat, doch aus dem Grunde zeitraubend und ermüdend, weil man für jeden einzelnen aufgenommenen Punkt in den trigonometrischen Tafeln log sin α und log cos α, ferner log S für die natürlichen Zahlen aufzuschlagen und alsdann für log Δy und log Δx eine Summe zu ziehen hat, aus welcher wieder die natürlichen Zahlen für Δx und für Δy aufgesucht werden müssen.

Man hat deshalb Tafeln berechnet, welche die logarithmische Berechnung der Koordinatendifferenzen vollständig ersparen, und aus welchen man für jedes beliebige Azimuth und die anliegende Polygonsseite die Koordinatendifferenzen direkt aufschlagen kann.

Auf diese Art fällt das Zeitraubende der Berechnung hinweg und die Koordinaten können selbst durch Leute berechnet werden, welche von Trigonometrie und Logarithmen keinen Begriff haben.

Ganz besonders sind in diesem Sinne zu empfehlen: „Die Tafeln zur Berechnung der Koordinaten ohne Logarithmen bei Gemarkungs-, Flur- und Gewannenvermessungen, sowie bei Forstvermessungen und Wasserwägungen mit dem Theodoliten. Berechnet und herausgegeben von Reißig, Tenner und Reutzel. Mit zwei lithographischen Tafeln. Erste Auflage 1830. Zweite Auflage, Heidelberg, akademische Buchhandlung von Ernst Mohr, 1854."

Dieselbe sind für alte und neue Teilung mit großer Genauigkeit berechnet und enthalten eine vollständige Gebrauchsanweisung.

Für jeden, der mit dem Theodoliten ausgedehntere Vermessungen zu machen hat, sind diese Tafeln unentbehrlich.

Weitere Koordinatentafeln sind inzwischen erschienen von dem K. Preuß. Obergeometer D. W. Ulffers, Koblenz, in Kommission bei Bädecker 1833 und von C. F. Defert, Forstmeister und Feldmesser, Vorstand des K. Preuß. Forsteinrichtungsbureau. Verlag von Julius Springer, Berlin 1868.

B. Von der Prüfung und Korrektion der Koordinatendifferenzen.

Wir haben bereits § 69 nachgewiesen, daß bei mathematisch genauer Vermessung und bei fehlerfreier Durchführung der Berechnungen die Summe der Ordinatendifferenzen und die Summe der Abscissendifferenzen in jedem Polygon = Null sein muß. Beträgt z. B. die Summe aller $- \Delta y = - 87{,}_{56}$ m, so muß auch die Summe aller $+ \Delta y = + 87{,}_{56}$ m sein, und wenn die Summe aller $- \Delta x = - 124{,}_{67}$ m ist, so muß auch die Summe aller $+ \Delta x = + 124{,}_{67}$ m sein u. s. w. Obgleich nun nach § 70 die Winkel des Polygons schon geprüft und verbessert wurden, so kann in der Polygonseitenmessung oder bei der Berechnung der Koordinatendifferenzen doch noch ein Fehler unterlaufen sein. Will man sich deshalb von der Richtigkeit der Messung und Rechnung überzeugen, so hat man nur notwendig, die nach § 72 berechneten $- \Delta y$ und $+ \Delta y$, sowie die $- \Delta x$ und $+ \Delta x$ unter einander zu setzen, die vier Summen zu ziehen und nachzusehen, ob die $- \Delta y$ so groß als die $+ \Delta y$, und die $- \Delta x$ so groß als die $+ \Delta x$ sind.

Ist dies der Fall, dann kann die Vermessung und Berechnung als richtig angesehen und die Arbeit als abgeschlossen betrachtet werden.

Da jedoch Winkel und Seiten nie mit mathematischer Schärfe gemessen werden können, so wird auch selten eine gänzliche Aufhebung der positiven und negativen Koordinatendifferenzen stattfinden. Sind diese Unterschiede jedoch unbedeutend, so ist es gestattet, einen verhältnismäßigen Teil des Fehlers auf die positiven Δy und Δx, den andern Teil aber auf die negativen Δy und Δx und zwar proportional der Länge der einzelnen Koordinatendifferenzen in der Art zu verteilen, daß, wenn die Summen dann von neuem gezogen werden, die + und — Beträge sich aufheben.

Zu bemerken ist nur noch, daß bei diesen Korrektionen Beträge, die kleiner als 0,5 Centimeter sind, nicht in Betracht gezogen werden, dagegen solche, die zwischen 0,5 und 1 Centimeter liegen, als 1 Centimeter angenommen werden. Was schließlich die Fehlergrenze anlangt, bis zu welcher die Korrektion vorgenommen werden darf, so hängt diese natürlich auch wieder von der beabsichtigten Genauigkeit ab. Im allgemeinen sollte man jedoch bei polygonometrischen Messungen, wie sie im gewöhnlichen Leben vorkommen, bei jedem einzelnen Δy oder Δx keine größeren Verbesserungen als $^1/_{500}$ der ganzen Länge der einzelnen Koordinatendifferenzen gestatten. Aber selbst wenn diese Grenze nicht überschritten ist, dennoch aber beträchtliche Abweichungen vorhanden sind, so muß man doch, ehe man zur Korrektion schreitet, sich überzeugen, ob nicht in der Aufnahme oder Berechnung vielleicht ein Fehler unterlaufen ist, oder ob die Abweichung wirklich nur durch eine Anhäufung kleinerer unvermeidlicher Fehler entstanden ist, in welch letzterem Falle natürlich die Korrektion sofort ohne Bedenken vorgenommen werden kann.

Hinsichtlich der Frage, wie grobe Vermessungsfehler in der Winkel- und Seitenbestimmung in der Praxis aufgefunden werden können, wie ferner die sogenannten unvermeidlichen und darum zuläßigen Fehler zu behandeln sind, und ob man die Koordinaten aus den wirklich gemessenen Winkeln oder aus den auf die theoretische Winkelsumme ausgeglichenen, berichtigten Winkel berechnen soll, gehen die Ansichten noch auseinander.

Manche, z B. G. Kraft: „Anfangsgründe der Theodolitenmessungen, Hannover 1865", vertreten die Ansicht, man solle grobe Seiten- und Winkelfehler durch Rechnung finden und dann berichtigen (was nach den theoretischen Sätzen der Polygonometrie allerdings unter gewissen Voraussetzungen zulässig ist) und die Koordinaten nicht auf die nach der Winkelsumme berichtigten Winkelgrößen gründen, sondern nach Beseitigung grober Messungsfehler, die Koordinaten zunächst nach den ursprünglichen Winkeln berechnen, dann aber, falls sich noch Fehler zeigten, die einzelnen Polygonswinkel nach der Winkelsumme modifizieren und mit den berichtigten Winkeln eine nochmalige Berechnung vornehmen und bei der schließlichen Fehlerverteilung sodann dasjenige Ergebnis zu Grunde legen, mit welchem die geringste Abweichung verbunden sei

Gegen diese Anschauungen glauben wir vom praktischen Standpunkt aus einige Bedenken geltend machen zu sollen. Handelt es sich nämlich schon um die Aufnahme eines größeren zusammenhängenden Waldkomplexes von 10 bis 30 000 und mehr Hektaren, alsdann wird es immer schon rätlich sein die Vermessung an trigonometrisch bestimmte Punkte der Landesvermessung anzuschließen oder ein selbständiges trigonometrisches Netz vorher zu legen. Da aber solche Punkte mit der größten Genauigkeit festgelegt werden, so können auch beträchtliche Verrückungen bei der Detailvermessung, die nötige Aufmerksamkeit in der Linien- und Winkel-

messung vorausgesetzt, nicht mehr wohl vorkommen, insbesondere wenn Linien, welche einen trigonometrischen Punkt mit einem anderen verbinden sollen, doppelt gemessen werden.

Sollen jedoch Waldkomplexe nur in der Größe von 1000—2000 Hektaren aufgenommen werden, ohne daß man sich an die Landesvermessung anschließen kann oder will, so werden zunächst am besten mehr im Innern des Waldes 1—3 Hauptpolygone mit möglichst langen und wenigen Seiten gelegt. Grobe Winkelfehler können bei einiger Aufmerksamkeit dem Praktiker hierbei kaum vorkommen, vielmehr werden die Polygone ganz oder so nahe zusammenschließen, daß die kleine Differenz als unvermeidlich kleiner Fehler ohne Anstand auf die angegebene Weise ausgeglichen werden kann. Sollte sich jedoch ausnahmsweise ein unstatthafter Winkelfehler ergeben, dessen Ort sich nicht durch einfache Vergleichung der gemessenen Winkel mit den Einzeichnungen der Winkel nach dem Augenmaße in das Manuale finden ließe, so ist es nach unseren und den Erfahrungen vieler Geometer immer am kürzesten, den Fehler an Ort und Stelle durch Nachmessung aufzusuchen. Wollte man aber erst sämtliche Koordinaten berechnen und aus diesen nach bekannten Formeln, deren Mitteilung hier zu weit führen würde, den Winkelfehler ableiten, so dürfte diese Maßregel mehr Zeit erfordern, als wenn an Ort und Stelle nochmals mehrere Winkel nachgemessen werden, indem ja ein geübter Geometer, je nach den Terrainverhältnissen, täglich ganz gut 30 bis 60 Stationen machen, beziehungsweise Winkel messen kann.

Größere und häufigere Fehler ergeben sich bei den Linienmessungen; jedoch können wir auch hier nicht raten, bei gewöhnlichen polygonometrischen Aufnahmen größere Seitenfehler durch Rechnung aufzufinden Diese Rechnungen erfordern viel Zeit und Übung und gewähren, wie bei der Meßtischaufnahme, doch keine unbedingte Sicherheit; denn immerhin wird es noch rätlich sein, nachdem der Ort des Fehlers bestimmt ist, sich auch auf dem Lokale noch von der wirklichen Länge der Linie durch Nachmessungen zu überzeugen. Wir halten es daher für zweckmäßiger, statt dieser umständlichen Rechnungen die Seiten der Hauptpolygone lieber doppelt zu messen und aus beiden Messungen das arithmetische Mittel zu nehmen. Bei diesem Verfahren, das im Verhältnis zur Wichtigkeit der Aufgabe wenig Zeit erfordert, jedenfalls aber nicht mühsamer ist, als wenn man die Koordinaten u. s. w. eines Polygons, statt einmal, zwei oder dreimal rechnen muß, ist es dann gar nicht mehr möglich, daß Messungsfehler von praktischer Bedeutung vorkommen.

Hält man dieses Verfahren ein, alsdann wird man zugeben müssen, daß die Berechnung der Koordinaten aus den auf die Winkelsumme berichtigten Winkeln, wie wir es vorstehend gelehrt haben, sehr vieles für sich hat und daß theoretische Einwände gegen dieses Verfahren praktisch betrachtet wenig stichhaltig sind, da der Erfolg mit dem größeren Zeit- und Kostenaufwand in keinem richtigen Verhältnis zu stehen scheint. Dieses Verfahren hat sich an vielen Orten vollständig erprobt und namentlich auch im Großherzogtum Hessen, wo der Theodolit von jeher auch zur Detailvermessung verwendet wurde, sich in den letzten 60 Jahren als das einfachste und zweckmäßigste herausgestellt. Auch in Baden wurden z. B. früher mit unkorrigierten Winkeln die Azimuthe berechnet, man ging jedoch, soviel uns bekannt, später von dieser Methode ab.

Endlich fragen wir, wie kann es z. B. bei Waldvermessungen von Bedeutung sein, wenn auch einmal in einem Polygon ein oder der andere Winkel um mehrere Minuten falsch gefunden werden sollte, wo die Grenzsteine oft so groß sind, oder so schief stehen, daß man nicht einmal bei der Messung ganz genau den richtigen Mittelpunkt des Grenzsteins finden und deshalb auch nicht die Signale ganz richtig aufstellen kann.

Auch wollen wir den Satz nicht bestreiten, daß die Winkelmessung wahrscheinlich um so unrichtiger wird, je kürzer die Polygonseiten sind, und daß man deshalb bei Winkeln mit kürzeren Schenkeln verhältnismäßig mehr korrigieren sollte. Aber bei Festlegung der Hauptpolygone, an welche sich später die Nebenpolygone anschließen, soll man deshalb auch die Linien nicht allzukurz machen. Lassen sich solche aber hin und wieder nicht ganz umgehen, so können die Winkel mit kurzen Schenkeln dennoch mit hinlänglicher Schärfe bestimmt werden, wenn man zum Bezeichnen derselben keine dicken Absteckstäbe, sondern schmale Papierstreifchen oder kurze Reischen verwendet welche man auf die kurzen Entfernungen noch recht gut sieht und die man mittelst etwas Erde oder kleiner Steinchen genau auf den Mittelpunkt des Grenzpunktes aufstellt und die wegen ihrer weit kleineren Durchmesser dann unter keinem größeren Gesichtswinkel als dickere entferntere Stäbe erscheinen.

Am besten nimmt man sich zu diesem Zwecke eine Tasche voll Fidibus mit. Man hat hierbei noch den weiteren Vorteil, daß man die Stäbe weder einzuloten braucht, noch die in solchen Fällen zu dicken Absteckstäbe (Meßfahnen) nachzuholen nötig hat.

5. Von der Berechnung der Koordinaten.

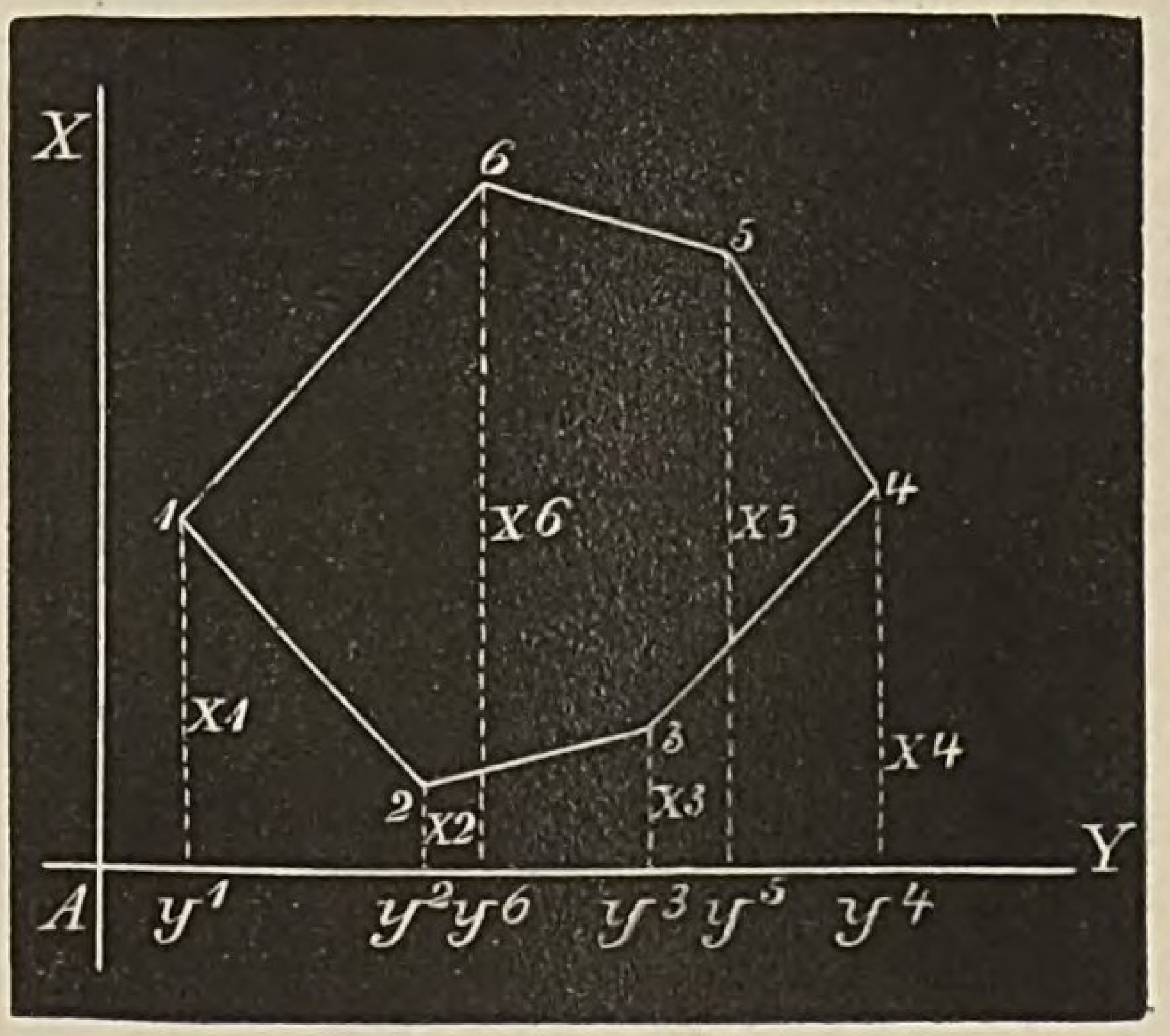
§ 73.

Nachdem man nach § 72 die Koordinatendifferenzen geprüft und richtig gestellt hat, schreitet man zur Berechnung der Koordinaten selbst, was nach § 69 dadurch geschieht, daß man immer zu der nächst vorhergehenden Ordinate oder Abscisse die folgende Ordinaten- oder Abscissendifferenz algebraisch, d. h. mit Berücksichtigung der Zeichen, addiert und mit der Berechnung so lange fortfährt, bis sämtliche Koordinaten des Polygons ermittelt sind. Ist man auf diese Weise schließlich wieder an denselben Punkt gelangt, mit welchem man die Rechnung begonnen hat, und stimmen dann die Koordinaten dieses doppelt gerechneten Punktes überein, d. h. sind sie z. B. in dem Punkte A beide = 0, so ist dies ein Zeichen, daß bei der Berechnung der Koordinaten kein Fehler unterlaufen ist, daß mithin sämtliche Koordinaten selbst als richtig angenommen werden können. Die Berechnung eines Zahlenbeispieles § 76 wird das Verfahren zur völligen Klarheit bringen.

6. Von der Berechnung des Flächeninhaltes aus den Koordinaten.

§ 74.

Um den Flächeninhalt eines beliebigen Polygons 1, 2, 3, 4, 5, 6, Figur 169, aus seinen Koordinaten zu berechnen, stelle man sich unter A X die Abscissenachse, unter A Y die Ordinatenachse des Polygons vor, alsdann bezeichnen x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 und x_6 die Abscissen und y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 und y_6 die Ordinaten der gleichbezeichneten Punkte des Polygons. Weiter ist ersichtlich, daß durch die aus jedem Polygonspunkte auf die Ordinatenachse gefällten senkrechten Abscissen so viele Paralleltrapeze entstehen, als das Polygon Seiten hat, und daß der Flächeninhalt des Polygons selbst aus der Summe der Trapeze 1, 6, y_6, y_1 + 6, 5, y_5, y_6 + 5, 4, y_4, y_5, weniger der Summe der Trapeze 4, 3, y_3, y_4 + 3, 2, y_2, y_3 + 2, 1, y_1, y_2 besteht.



Figur 169.

Drückt man nun den Wert jedes einzelnen Paralleltrapezes in bekannten Größen aus, so erhält man den Flächeninhalt des Polygons F wie folgt:

$$F = \frac{x_1 + x_6}{2}(y_6 - y_1) + \frac{x_6 + x_5}{2}(y_5 - y_6) +$$

$$\frac{x_5 + x_4}{2}(y_4 - y_5) - \frac{x_4 + x_3}{2}(y_4 - y_3) -$$

$$\frac{x_3 + x_2}{2}(y_3 - y_2) - \frac{x_2 + x_1}{2}(y_2 - y_1).$$

Bringt man den allen Gliedern gemeinschaftlichen Nenner 2 auf die andere Seite, dann ist

$$2\,F = (x_1 + x_6)(y_6 - y_1) + (x_6 + x_5)(y_5 - y_6) +$$

$$(x_5 + x_4)(y_4 - y_5) - (x_4 + x_3)(y_4 - y_3) -$$

$$(x_3 + x_2)(y_3 - y_2) - (x_2 + x_1)(y_2 - y_1).$$

Um die negativen Glieder zu umgehen, bemerkt man, daß:

$$-(x_4 + x_3)(y_4 - y_3) = -x_4 y_4 + x_4 y_3 - x_3 y_4 + x_3 y_3 =$$

$+ (x_4 + x_3)(y_3 - y_4)$ ist.

Ebenso ist auch

$$-(x_3 + x_2)(y_3 - y_2) = +(x_3 + x_2)(y_2 - y_3) \text{ und}$$
$$-(x_2 + x_1)(y_2 - y_1) = +(x_2 + x_1)(y_1 - y_2).$$

Man kann daher auch setzen:

$$2F = (x_1 + x_6)(y_6 - y_1) + (x_6 + x_5)(y_5 - y_6) + (x_5 + x_4)(y_4 - y_5) + (x_4 + x_3)(y_3 - y_4) + (x_3 + x_2)(y_2 - y_3) + (x_2 + x_1)(y_1 - y_2),$$

d. h. die einzelnen Glieder der Gleichung werden von selbst positiv, wenn man in der begonnenen Reihenfolge die Glieder niederzuschreiben fortfährt und durchaus in dem Gesetze, welches durch die Buchstaben in der Formel ausgesprochen ist, keinen Wechsel eintreten läßt.

Führt man nun die Multiplikation aus, so ist:

$$\begin{aligned} 2F = {} & x_1 y_6 - x_1 y_1 + x_6 y_6 - x_6 y_1 + \\ & x_6 y_5 - x_6 y_6 + x_5 y_5 - x_5 y_6 + \\ & x_5 y_4 - x_5 y_5 + x_4 y_4 - x_4 y_5 + \\ & x_4 y_3 - x_4 y_4 + x_3 y_3 - x_3 y_4 + \\ & x_3 y_2 - x_3 y_3 + x_2 y_2 - x_2 y_3 + \\ & x_2 y_1 - x_2 y_2 + x_1 y_1 - x_1 y_2. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck nach x geordnet, d. h. die verschiedenen Abscissen als gemeinschaftlichen Faktor herausgehoben, giebt:

$$\begin{aligned} 2F = {} & x_1 (y_6 - y_1 + y_1 - y_2) + x_6 (y_6 - y_1 + y_5 - y_6) + \\ & x_5 (y_5 - y_6 + y_4 - y_5) + x_4 (y_4 - y_5 + y_3 - y_4) + \\ & x_3 (y_3 - y_4 + y_2 - y_3) + x_2 (y_2 - y_3 + y_1 - y_2); \end{aligned}$$

und wenn man reduziert:

$$\begin{aligned} 2F = {} & (y_6 - y_2) x_1 + (y_5 - y_1) x_6 + (y_4 - y_6) x_5 + \\ & (y_3 - y_5) x_4 + (y_2 - y_4) x_3 + (y_1 - y_3) x_2; \end{aligned}$$

daher auch

$$\begin{aligned} 2F = {} & (y_1 - y_3) x_2 + (y_2 - y_4) x_3 + (y_3 - y_5) x_4 + \\ & (y_4 - y_6) x_5 + (y_5 - y_1) x_6 + (y_6 - y_2) x_1. \end{aligned}$$

Bezeichnet man daher die Koordinaten eines Polygons übereinstimmend mit den Umfangspunkten desselben, so läßt sich aus letzterer Formel für die Berechnung des Flächeninhalts eines jeden beliebigen Polygons folgende einfache Regel ableiten:

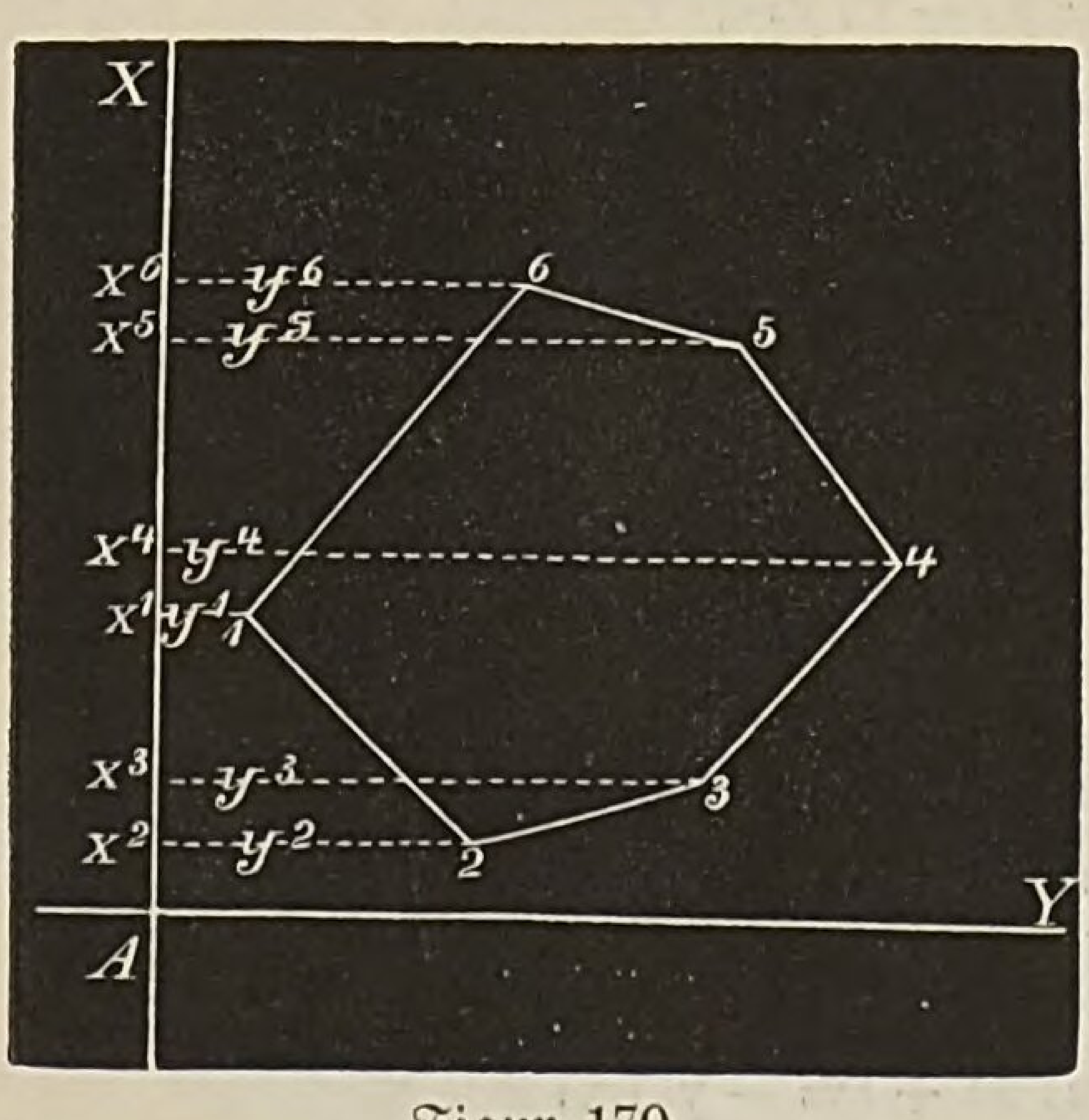
Man ziehe von der ersten Ordinate die dritte, von der zweiten die vierte u. s. w., von der vorletzten die erste und von der letzten die zweite ab, multipliziere jede einzelne der hierdurch entstehenden Differenzen mit der zwischenliegenden Abscisse, addiere hierauf algebraisch alle Produkte und dividiere die Summe durch 2, so erhält man den einfachen Flächeninhalt des Polygons.

Da namentlich bei der Flächen-Inhaltsermittelung eine genaue Prüfung der Rechnung wünschenswert ist, so bewirkt man die Kontrollrechnungen in der Art, daß man sich von den einzelnen Polygonspunken Senkrechte auf die Abscissenachse, statt auf die Ordinatenachse errichtet denkt, Fig. 170, und ganz auf dieselbe Weise die Flächeninhaltsformel nur nach y geordnet entwickelt.

Man erhält alsdann auch:

$$2\,F = (x_1 - x_3)\,y_2 + (x_2 - x_4)\,y_3 + (x_3 - x_5)\,y_4 + (x_4 - x_6)\,y_5 + (x_5 - x_1)\,y_6 + (x_6 - x_2)\,y_1;$$

d. h. man erhält auch den Flächeninhalt, wenn man von der ersten Abscisse die dritte, von der zweiten die vierte u. s. w., von der vorletzten die erste und von der letzten die zweite abzieht, die einzelnen Differenzen mit der zwischenliegenden Ordinate multipliziert, alle Produkte algebraisch addiert, und die Summe durch 2 dividiert.



Figur 170.

Vorstehende Inhaltsformeln behalten, wie leicht nachzuweisen ist, auch dann noch ihre Giltigkeit, wenn das Polygon neben ausspringenden Winkeln z. B. auch einspringende Winkel besitzt.

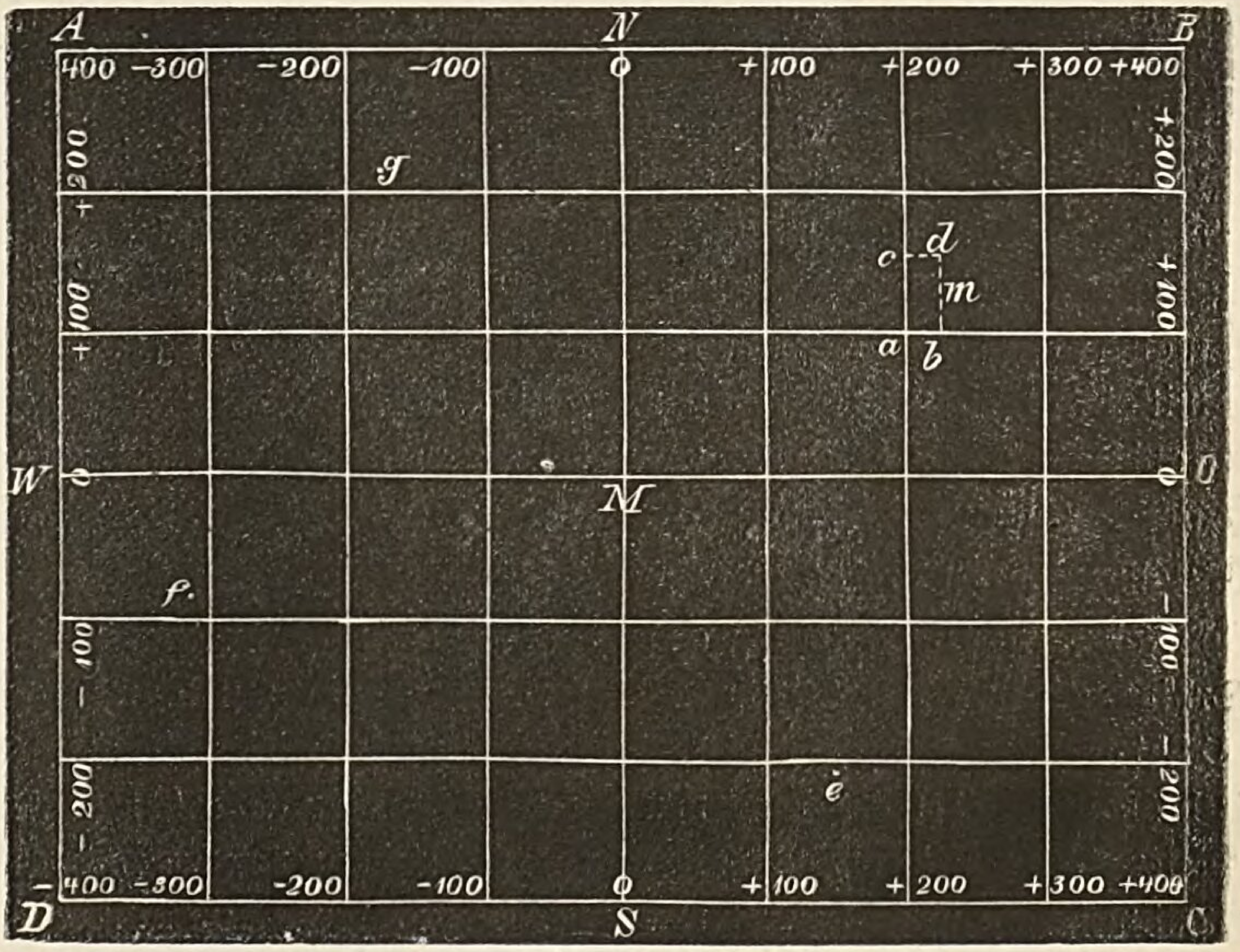
Beide Formeln müssen natürlich ganz dasselbe Resultat liefern; findet eine Abweichung statt, so ist in der Rechnung ein Fehler unterlaufen, der aufgesucht und verbessert werden muß. Da bei der Inhaltsberechnung sehr viele und ermüdende Multiplikationen vorkommen, so bedient man sich hierbei der bereits erwähnten Multiplikationstafeln mit großem Vorteile.

Auch wird durch die Anwendung eines gedruckten Formulars, auf welches wir § 76 zurückkommen, die Rechnung bedeutend erleichtert.

7. Das Auftragen der Koordinaten auf das Kartblatt.

§ 75.

Will man sich ein Bild (Karte) von einem aufgenommenen Polygon, einem Walde, einer Feld- oder Wiesenflur u. s. w. verschaffen, so bedient man sich der berechneten Koordinaten, welche man in irgend einem verjüngten Maßstabe in folgender Weise auf die senkrechten Koordinatenachsen aufträgt.



Figur 171.

Es sei A B C D, Figur 171, das Kartblatt, auf welches die Figur verzeichnet werden soll. Man teilt dasselbe in dem gewünschten Verjüngungsverhältnisse (etwa 1 : 5000) in lauter vollkommen gleich große Quadrate, am zweckmäßigsten von 100 Meter Seitenlänge, also 10000 Quadratmeter = 1 Hektar Flächeninhalt. Nun handelt es sich zunächst darum, zu untersuchen, ob die Figur in einen und in welchen Quadranten fällt, oder ob

sie sich über mehrere Quadranten erstreckt. Die Antwort auf diese Frage liegt nach § 69 in den Zeichen der einzelnen Koordinaten. Denkt man sich deshalb mitten über das Kartblatt die Koordinatenachse, N S (Nord-Süd) und W O (West-Ost) gelegt, so bezeichnet ihr gemeinschaftlicher Durchschnittspunkt M den Nullpunkt und man kann N B O M als den I., M O C S als den II., W M S D als den III. und A N M W als den IV. Quadranten ansehen.

a) Angenommen nun, sämtliche Punkte der Figur fielen in den I. Quadranten, so ist y und x positiv und man kann sich unter N B O M das Kartblatt vorstellen, dessen Nullpunkt M ist und welches man nun von N nach B und von O nach B von 100 zu 100 Metern mit dem positiven Zeichen beschreibt. Nach N fällt alsdann natürlich der Nullpunkt der Ordinaten, nach O der Nullpunkt der Abscissen. Hätte man nun z. B. einen Punkt aufzutragen, dessen Ordinate y = + 227 m und dessen Abscissen x = + 157 m ist, so kann der Punkt nur in dem Quadrate m liegen. Bei dem Punkte a wäre die Ordinate 200 m und die Abscisse 100 m, es fehlen also an der Ordinate noch 27 m, welche man von a nach b, und an der Abscisse noch 57 m, welche man von a nach c mit dem Zirkel aufträgt. Setzt man nun einen Zirkel mit der Öffnung a c in b, einen zweiten Zirkel aber mit der Öffnung a b in c ein, so ist der Punkt d, in welchem die beiden andern Zirkelspitzen zusammenstoßen, der gewünschte Punkt, dessen Ordinate + 227 m und dessen Abscissen + 157 m ist. Ganz auf dieselbe Weise können alle übrigen Punkte aufgetragen werden.

b) Fallen sämtliche Punkte einer Figur in den II. Quadranten, so ist die Ordinate y positiv, die Abscisse aber negativ, und man kann sich unter M O C S das Kartblatt vorstellen, dessen Nullpunkt wieder M ist. Man trägt deshalb in der Richtung von S nach C wieder von 100 Meter zu 100 Meter die positiven Ordinaten, in der Richtung von O nach C aber die negativen Abscissen in der Art auf, wie aus der Figur 171 ersichtlich ist. Das Auftragen der einzelnen Punkte erfolgt nun wie bei a). Wäre z. B. die Ordinate eines Punktes = + 147 m und die Abscisse = − 210 m, alsdann fiele derselbe auf der Karte etwa an die Stelle e.

c) Fallen sämtliche Punkte einer Figur in den III. Quadranten, so ist sowohl die Ordinate y als auch Abscisse x negativ, und es kann W M S D das Kartblatt vorstellen, dessen Nullpunkt M ist. Man beschreibt deshalb den Rand des Kartblattes von 100 Meter zu 100 Meter mit lauter negativen Zahlen, wie aus der Figur ersichtlich ist. — Ist nun z. B. die

Ordinate eines Punktes = — 313 m und die Abscisse = — 87 m, so fällt der Punkt nach f.

d) Fallen sämtliche Punkte in den IV. Quadranten, so ist die Ordinate negativ, die Abscisse aber positiv, und A N M W kann als das Kartblatt mit dem Nullpunkte M angesehen werden. Die Beschreibung des Blattes erfolgt am Rande von N nach A mit — 100, — 200, — 300 u. s. w., und sodann in der Richtung von W nach A mit + 100, + 200, + 300 u. s. w. so daß ein Punkt, dessen Ordinate — 167 m und dessen Abscisse + 211 m ist, nach g zu liegen kommt.

e) Liegen endlich die Punkte eines Polygons in den vier Quadranten, alsdann kann A B C D das Kartblatt mit dem Nullpunkte M vorstellen und die Beschreibung der Ränder des Kartblattes und das Auftragen der Punkte auf dasselbe setzt sich aus der Verfahrungsweise in den einzelnen Quadranten zusammen. Ähnlich schreitet man auch vor, wenn die Punkte nur in zwei oder drei verschiedenen Quadranten liegen.

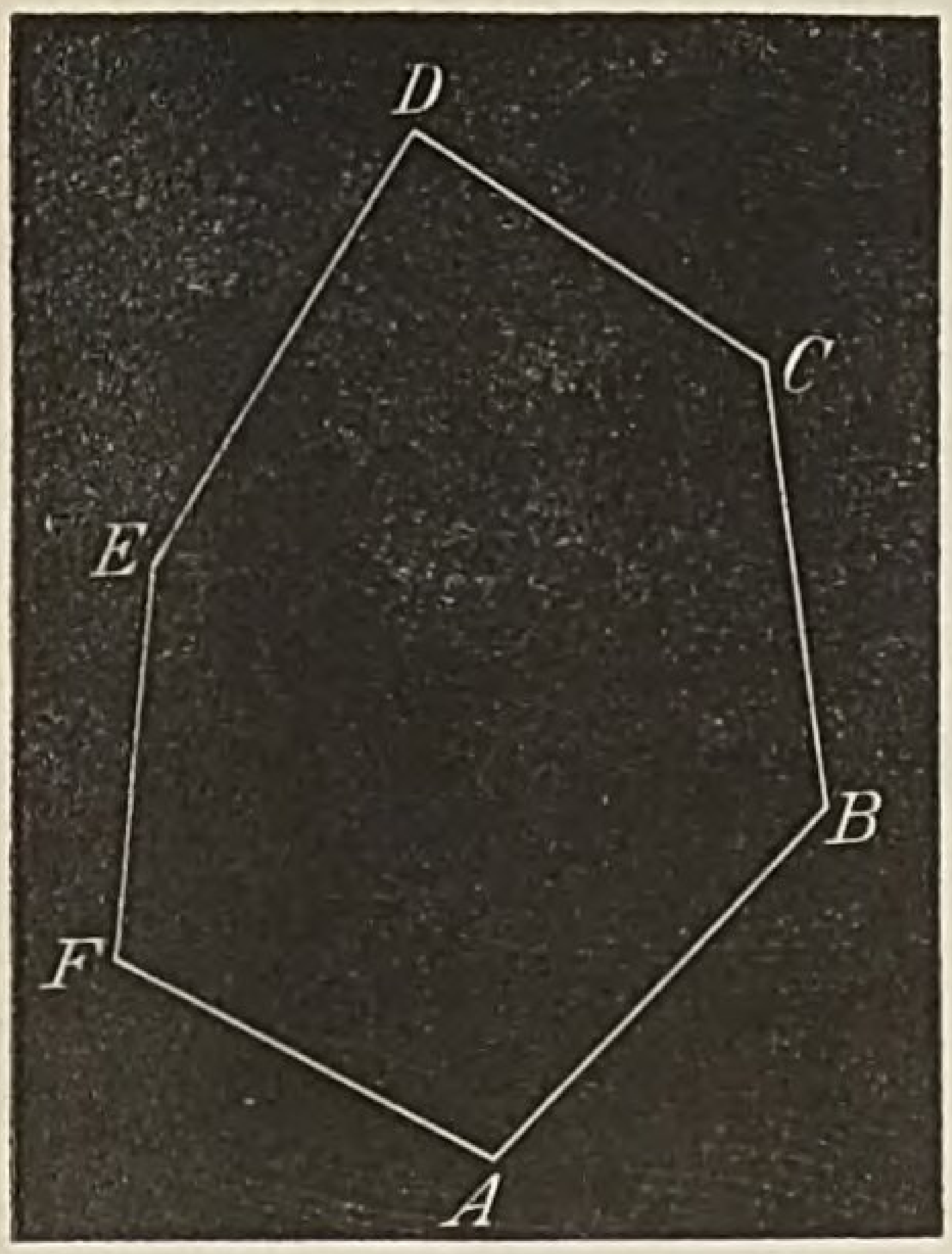
Schließlich muß noch bemerkt werden, daß man sich zum Auftragen der Koordinaten auf die Karte, wenn es nicht gerade auf größte Genauigkeit ankommt, mit großem Vorteile eines einfachen Auftragapparates bedient, der aus einem Lineale und einem rechtwinkligen Dreiecke, beide von Holz oder Messing, besteht.

Das Lineal ist an dem einen Rande in demselben Verjüngungsmaßstabe wie die Quadrate auf der Karte in einzelne Meter geteilt; ebenso die längere Kathete des Dreieckes. Legt man nun den geteilten Rand des Lineals scharf an eine horizontale Linie auf dem Kartblatte und schiebt die kürzere Seite des Dreieckes an demselben Rande hin und her, so können auf sehr bequeme Weise die Punkte mit einer Pikiernadel abgestochen werden. Da das Verfahren ein sehr einfaches ist, so erscheint es nicht notwendig, es figürlich darzustellen.

8. Berechnung eines Zahlenbeispieles.

§ 76.

Da bei der praktischen Ausführung der in den vorigen Paragraphen entwickelten allernotwendigsten theoretischen Sätze, welche bei der Theodolitenmessung vorkommen, die Anfänger meist auf Schwierigkeiten stoßen, so sollen diese sämtlichen Rechnungen an einem aus der Natur entnommenen Beispiel jetzt vollständig ausgeführt werden.



Figur 172.

Stellt A B C D E F, Figur 172, ein aufzunehmendes Polygon vor, so müssen zunächst auf dem Lokale sämtliche Umfangswinkel und Umfangsseiten nach § 67 A) und § 68 gemessen und in das hierfür vorgedruckte Formular eingeschrieben werden. Die in das Formular § 67 A) bereits eingeschriebenen Seiten und Winkel seien die zu dem Polygon gehörigen. Nachdem nun die mittleren Winkel aus den vier verschiedenen Einzelmessungen auf die daselbst angeführte Weise berechnet sind, trägt man dieselben zur Berechnung der Azimuthe in das nachstehende Formular wie folgt, über:

Berechnung des Azimuths der Polygonsseiten.

a	b	c			d		e
Polygone	Namen der Stationen	Gemessene Winkel			Azimuth α		Anliegende Seite = S
		Grad	Min.	Sek.	Grad	Min.	Meter
I.	Nr. A				50	40	13,38
	„ B	143	14	50	393	54	12,67
	„ C	147	9 vb. 68	87	341	23	12,10
	„ D	93	60	00	234	83	14,81
	„ E	174	14	50	208	97	11,09
	„ F	122	8 vb. 27	87	131	25	12,10
	„ A	119	15	25	50	40	
	„ B						
	Hat:	800	00	99			
	Soll: 2 R (n − 2) =	800	00	00			
	Differenz:			+ 99			
	Korrektion:			− 99			

Erklärung des Formulars. Da bei einer Vermessung meist viele Polygone aufgenommen werden, so dient die erste Spalte zur Bezeichnung der einzelnen Polygone. In die Spalte **b** schreibt man die Namen der einzelnen Stationspunkte wie sie in der Natur auf einander folgen in der Art, daß, wenn z. B. das Azimuth von A nach B das erste, also bekannte ist, A immer in die erste Zeile, B, C u. s. w. in die zweite, dritte Zeile u. s. w. zu stehen kommen. In die Spalte **c** werden die sämtlichen gemessenen Winkel aus Formular § 67 A unter einander eingeschrieben, so zwar, daß die erste Zeile immer leer bleibt, und die den einzelnen Stationen B, C, D u. s. w. entsprechenden Winkel denselben gerade gegenüber zu stehen kommen. Nachdem alle Winkel addiert sind, wird die Summe neben das Wort „Hat" geschrieben und darunter das „Soll", d. h. diejenige Winkelsumme gesetzt, welche nach der Formel 2 R (n — 2) wirklich herauskommen soll. Durch Abzug des „Soll" von dem „Hat" erhält man die Differenz und gleichzeitige Korrektion. Liegt die Differenz innerhalb der üblichen Fehlergrenze (höchstens 2 Decimalminuten auf einen Winkel), so wird dieselbe zu gleichen Teilen auf jeden Winkel verteilt, d. h. das Polygon zum Schluß gebracht.

Hierbei ist jedoch zu bemerken, daß, weil es genügt, bei Wald- und Flurvermessungen u. s. w. die Azimuthe bis auf Minuten genau zu haben, die gemessenen Polygonswinkel auch hier auf Minuten abgerundet werden, d. h. daß man unter 50 Sekunden wegläßt und über 50 Sekunden als eine ganze Minute annimmt. Die Verbesserung der einzelnen Winkel ist aus vorstehendem Formular ersichtlich und soll mit roter Tinte vorgenommen werden. Nachdem sämtliche Winkel verbessert sind, werden sie zur Probe des wirklichen Schlusses des Polygons nochmals addiert. In die erste Zeile der Spalte **d** wird nun das erste als bekannt vorauszusetzende Azimuth, hier von A nach B = 50° 40′, eingeschrieben, und die übrigen, von B nach C, von C nach D u. s. w. unmittelbar darunter gesetzt, indem man sie auf bekannte Weise wie folgt berechnet. Um z. B. die Azimuthe von B nach C zu finden, wird zu dem vorhergehenden Azimuthe, hier 50° 40′ der folgende Polygonswinkel, hier B = 143° 14′ addiert und 2 R abgezogen; man hat also 50° 40′ + 143° 14′ — 2 R = 193° 54′ — 2 R = 393° 54′, weil hier, wie bereits früher erwähnt, in Gedanken 4 R hinzu addiert werden müssen. Ebenso findet man das Azimuth von C nach D, indem man wieder zu dem vorhergehenden Azimuth, jetzt 393° 54′, den folgenden Polygonswinkel, jetzt 147° 69′, addiert und 2 R abzieht; dies giebt 341° 23′. Auf diese Weise fährt man, wie aus dem Formular ersichtlich, bis zu Ende fort, und

es ist klar, daß man schließlich wieder als letztes Azimuth denselben Winkel wie bei dem ersten erhalten muß, nämlich = 50° 40′. Erhält man einen anderen Winkel, so ist dies ein Beweis, daß bei Berechnung der Azimuthe ein Fehler begangen wurde, der aufgesucht werden muß.

Schließlich wird noch in die Spalte e die dem berechneten Azimuthe anliegende Seite aus dem Formular des § 67 A eingeschrieben. Dem Formular für die Berechnung der Azimuthe giebt man am besten Schreibpapierformat, so daß auf einer Seite bequem 25 bis 30 Zeilen gezogen werden können. Die berechneten Azimuthe und anliegenden Seiten werden nun in nachfolgendes Formular übertragen und die Koordinaten wie folgt berechnet:

Berechnung der Koordinaten.

Azimuth von A nach B = α = 50° 40′. Seite = S = 13,38 m

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,852197	log cos α	9,846739
log S	1,126456	log S	1,126456
log Δ y	10,978653	log Δ x	10,973195 1 vb.
Δ y	+ 9,52	Δ x	+ 9,40
Vorherg. y	0,00	Vorherg. x	0,000
y′	+ 9,52	x′	+ 9,41

Azimuth von B nach C = α = 393° 54′. Seite = S = 12,67 m

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,005607	log cos α	9,997760
log S	1,102777	log S	1,102777
log Δ y	10,108384	log Δ x	11,100537
Δ y	− 1,28	Δ x	+ 12,61
Vorherg. y	+ 9,52	Vorherg. x	+ 9,41
y′	+ 8,24	x′	+ 22,02

Azimuth von C nach D = α = 341° 23′. Seite = S = 12,10 m

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,901736	log cos α	9 780537
log S	1,082785	log S	1,082785
log △ y	10,984521	log △ x	10,863322
△ y	− 9,65	△ x	+ 7,30
Vorherg. y	+ 8,24	Vorherg. x	+ 22,02
y′	− 1,41	x′	+ 29,32

Azimuth von D nach E = α = 234° 83′. Seite = S = 14,81 m

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,716187	log cos α	9,931474
log S	1,170555	log S	1,170555
log △ y	10,886742	log △ x	11,102029
△ y	− 7,70	△ x	− 12,64
Vorherg. y	− 1,41	Vorherg. x	+ 29,32
y′	− 9,11	x′	+ 16,68

Azimuth von E nach F = α = 208° 97′. Seite = S = 11,09 m

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,147474	log cos α	9,995675
log S	1,044932	log S	1,044932
log △ y	10,192406	log △ x	11,040607
△ y	− 1,56	△ x	− 10,98
Vorherg. y	− 9,11	Vorherg. x	+ 16,68
y′	− 10,67	x′	+ 5,70

Azimuth von F nach A = α = 131° 25′. Seite = S = 12,10 m			
Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,945430	log cos α	9,673387
log S	1,082785	log S	1,082785
log $\triangle$ y	11,028215	log $\triangle$ x	10,756172
$\triangle$ y	+ 10,67	$\triangle$ x	− 5,70
Vorherg. y	− 10,67	Vorherg. x	+ 5,70
y′	0,00	x′	0,00

Erklärung des Formulars. In der Wirklichkeit hat das Formular Schreibpapierformat und ist so eingerichtet, daß auf einer Seite die Koordinatendifferenzen von 10 Punkten berechnet werden können, auf einem Bogen also ein Polygon von 40 Punkten Platz finden kann. Nachdem nun alle Azimuthe nebst den ihnen anliegenden Seiten aus dem Formular für Berechnung der Azimuthe in das vorstehende Formular in der aus demselben deutlich zu ersehenden Weise übertragen sind, schreitet man zur Berechnung der Koordinatendifferenzen. Da man nach § 72 die Ordinatendifferenzen erhält, indem man zu dem log sin α (des Azimuths) den log S (der anliegenden Seite) addiert und zu dieser Summe die Zahl aufsucht, und ebenso die Abscissendifferenzen findet, wenn man zu dem log cos α (des Azimuths) den log S (der anliegenden Seite) addiert und hierzu die Zahl aufsucht, so geht hieraus mit voller Klarheit die Bestimmung der einzelnen Spalten des Formulars hervor. Es drückt nämlich log $\triangle$ y die Summe von log sin α + log S und log $\triangle$ x die Summe von log cos α + log S aus; sucht man nun zu log $\triangle$ y und log $\triangle$ x die Zahlen in den Logarithmentafeln auf, so erhält man die Koordinatendifferenzen $\triangle$ y und Abscissendifferenzen $\triangle$ x. Die Logarithmen für sin α und cos α müssen natürlich aus Tafeln entnommen werden, welche sich auf die Einteilung des Quadranten in 100° u. s. w. beziehen, im Falle, wie hier, die Winkel nach der Decimaleinteilung aufgenommen wurden, was immer geschehen sollte.

Die Berechnung ist, bei der Beobachtung der dem § 71 beigefügten tabellarischen Übersicht, in allen Punkten dieselbe und darum ohne jede Schwierigkeit.

Nachdem nun alle Koordinatendifferenzen berechnet sind, hat man, ehe zur Berechnung der Koordinaten selbst geschritten wird, sich zuerst von der Richtigkeit der Koordinatendifferenzen zu überzeugen, was nach § 72 dadurch geschieht, daß man untersucht, ob die Summen der + Δy und — Δy und die Summen der + Δx und — Δx gleich Null sind.

Man setzt deshalb sämtliche berechnete Koordinatendifferenzen in folgender Weise unter einander:

Korrektion der Koordinatendifferenzen.

Polygonpunkte	Positiv Δy Meter	Positiv Δx Meter	Negativ Δy Meter	Negativ Δx Meter
I				
A – B	9,52	1 vb. 9,40		
B – C		12,61	1,28	
C – D		7,30	9,65	
D – E			7,70	12,64
E – F			1,56	10,98
F – A	10,67			5,70
	20,19	2 vb. 29,31	20,19	29,32
			20,19	2 vb. 29,31
		Hat:	0,00	0 vb. 0,01
		Soll:	0,00	0,01
			Differenz:	0 vb. – 0,01
			Korrektion:	0 vb. + 0,01

Die Einrichtung dieses Formulars und das Verfahren ist für sich klar. Man sieht hieraus, daß die Ordinatendifferenzen vollständig stimmen, daß aber die + Δx um 0,01 Meter = 1 Centimeter kleiner als die — Δx ist; ein Fehler, der jedenfalls innerhalb der Fehlergrenze liegt und dadurch verbessert wird, daß man dem + Δx 1 Centimeter zuaddiert, d. h. statt der Δx von A — B = 9,40 nun 9,41 setzt. Man streicht deshalb sowohl in diesem

als auch in dem Formular für die Berechnung der Koordinaten die Null bei $9{,}_{40}$ weg und setzt mit roter Tinte eine 1 darüber.

Nachdem dies geschehen, kehrt man wieder zum Formular für Berechnung der Koordinaten zurück und bewirkt die Bestimmung der letzteren nach § 73 dadurch, daß man immer zur folgenden Koordinatendifferenz die vorhergehende Koordinate algebraisch addiert.

Um z. B. die Koordinaten des Punktes B zu finden, addiert man zu der gefundenen Ordinatendifferenz $+ 9{,}_{52}$ die vorhergehende Ordinate von A, welche hier $= 0$ ist, so erhält man die Ordinate $B = + 9{,}_{52} + 0 = + 9{,}_{52}$. Ebenso findet man die Abscisse $B = + 9{,}_{41} + 0 = + 9{,}_{41}$. Zur Berechnung der Ordinate des Punktes C hat man wieder die vorhergehende Ordinate von $B = + 9{,}_{52} +$ folgende Ordinatendifferenz (hier $1{,}_{28}$), daher Ordinate $C = + 9{,}_{52} + (- 1{,}_{28}), = + 9{,}_{52} - 1{,}_{28} = + 8{,}_{24}$. Ebenso findet man die Abscisse von $C = + 9{,}_{41} + 12{,}_{61} = + 22{,}_{02}$. Die neugefundenen Ordinaten werden also immer rechts von y′, die neugefundenen Abscissen immer rechts von x′ geschrieben und bilden zugleich immer die Einträge im folgenden Punkte für die Spalte: Vorherg. y und vorherg. x. Fährt man auf diese Weise fort, sämtliche Koordinaten des Polygons zu berechnen, so kommt man schließlich wieder auf die Koordinaten des Anfangspunktes $A = 0$. Würden die Koordinaten dieses Punktes nicht $= 0$ gefunden, so wäre bei der Koordinatenberechnung ein Rechnungsfehler unterlaufen, der aufgesucht und verbessert werden muß.

Zieht man es vor, die Koordinaten nach den bereits erwähnten Koordinatentafeln zu berechnen, **was bei umfangreichen Messungen in der Praxis immer geschehen sollte,** so verwendet man die am Eingange jener Tafeln erwähnten und erklärten Formularien. Die Rechnung gestaltet sich dann, wegen gänzlicher Ersparung der Logarithmen noch viel einfacher.

Die berechneten Koordinaten werden nun in folgendes Verzeichnis eingetragen.

Verzeichnis der Koordinaten.

Namen der Punkte	Ordinate		Abscisse	
	±	Meter	±	Meter
Nr. A		0,00		0,00
„ B	+	9,52	+	9,41
„ C	+	8,24	+	22,02
„ D	–	1,41	+	29,32
„ E	–	9,11	+	16,68
„ F	–	10,67	+	5,70

u. s. w.

Um sich ein Bild von der aufgenommenen Figur zu verschaffen, trägt man nun nach der § 75 angegebenen Methode die Koordinaten auf das Kartblatt und schreitet alsdann zur Flächenberechnung, zu welchem Behufe man die Koordinaten mit ihren Zeichen zunächst in das folgende Formular einträgt, welches ebenfalls Schreibpapierformat besitzen kann.

Berechnung des Inhaltes aus den Koordinaten.

Namen der Punkte	Abscisse (x)		n n – 2 x–x		Ordinate (y)		Doppelter Flächeninhalt	
	±	Meter	±	Meter	±	Meter	+ qm	– qm
Nr. A		0,00						
„ B	+	9,41	–	22,02	+	9,52		209,63
„ C	+	22,02	–	19,91	+	8,24		164,06
„ D	+	29,32	+	5,34	–	1,41		7,53
„ E	+	16,68	+	23,62	–	9,11		215,18
„ F	+	5,70	+	16,68	–	10,67		177,97
„ A	+	0,00	–	3,71		0,00		
„ B	+	9,41						
					Doppelter Inhalt:			774,37
					Einfacher Inhalt:			387,18

Erklärung des Formulars. In die erste Spalte des Formulars werden alle Punkte des Polygons in der Reihenfolge, wie sie in der

Wirklichkeit auf einander folgen, in die zweite Spalte die zugehörigen Abscissen und in die vierte Spalte die Ordinaten in der Weise geschrieben, wie dies aus dem Formular selbst ersichtlich ist. In der zweiten Spalte (Abscissen) bilden die beiden Anfangspunkte zugleich auch die Schlußpunkte, welche Einrichtung mit der Flächeninhaltsformel zusammenhängt. Die Einträge in der dritten Spalte ergeben sich unmittelbar dadurch, daß man immer die Abscisse des dritten Punktes algebraisch von der ersten, die vierte von der zweiten u. s. w. abzieht. Die positive oder negative Differenz wird dann immer mit der zwischenliegenden Ordinate multipliziert, weshalb auch die Differenz in Spalte drei immer an die Stelle des zwischenliegenden Punktes geschrieben wird. Werden nun die Einträge in Spalte drei mit den in Spalte vier multipliziert, so ergiebt sich der Eintrag für Spalte fünf (+ qm), wenn die Produkte positiv und für die Spalte sechs (— qm), wenn die Produkte negativ sind. Nachdem sämtliche Multiplikationen verrichtet sind, werden die einzelnen Produkte addiert, und man erhält den doppelten Flächeninhalt, welcher, durch 2 dividiert, den einfachen Flächeninhalt ergiebt.

Zur Kontrollberechnung wendet man nun auch noch die andere nach x geordnete Flächeninhaltsformel an und benutzt dazu folgendes Formular, welches von dem vorhergehenden nur darin verschieden ist, daß in demselben die Abscissen mit den Ordinaten verwechselt sind.

Berechnung des Inhaltes aus den Koordinaten.

Namen der Punkte	Ordinate (y)		$y_n - y_{n-2}$		Abscisse (x)		Doppelter Flächeninhalt	
	±	Meter	±	Meter	±	Meter	+ qm	− qm
Nr. A	+	0,00						
„ B	+	9,52	−	8,24	+	9,41		77,54
„ C	+	8,24	+	10,93	+	22,02	240,68	
„ D	−	1,41	+	17,35	+	29,32	508,70	
„ E	−	9,11	+	9,26	+	16,68	154,46	
„ F	−	10,67	−	9,11	+	5,70		51,93
„ A		0,00	−	20,19		0,00		
„ B	+	9,52						
							903,84	129,47
							129,47	
			Doppelter Flächeninhalt:				774,37	
			Einfacher Flächeninhalt:				387,18	

Wie aus diesem Formular hervorgeht, ist die Berechnung gerade wie bei dem vorigen, nur daß der Abzug an den Ordinaten geschieht und die Differenzen mit den zwischenliegenden Abscissen multipliziert werden. Beide Formulare müssen, da ganz gleiche Koordinaten verwendet werden, ein vollständig gleiches Resultat liefern; findet eine Differenz statt, dann ist bei der Berechnung ein Fehler unterlaufen, der aufgesucht und verbessert werden muß. Es bedarf kaum noch der Erwähnung, daß bei ausgedehnten Inhaltsberechnungen die vielfachen Multiplikationen mit Hilfe von Multiplikationstafeln verrichtet werden müssen, und daß es für die vorliegenden Zwecke vollkommen genügt, die Faktoren bei der Multiplikation nur bis auf Decimeter zu berücksichtigen. Man läßt deshalb weniger als 5 Centimeter ganz hinweg, mehr als 5 Centimeter betrachtet man dagegen als einen ganzen Decimeter. Schließlich sei noch erwähnt, daß, wenn die Koordinaten aus großen Zahlen bestehen, es die Berechnung sehr vereinfacht, wenn man bei der Eintragung der Koordinaten in das Formular zur Berechnung des Flächeninhalts an sämtlichen Ordinaten eine konstante Zahl in Abzug bringt und dadurch sämtliche Ordinaten um die konstante Größe vermindert. Dasselbe gilt von den Abscissen. Wäre z. B. die kleinste Ordinate = 10 345, so könnte an sämtlichen Ordinaten die Größe 10 000 in Abzug gebracht werden, und wäre die kleinste Abscisse = 31 520, so könnte von sämtlichen Abscissen die Zahl 31 000 weggelassen werden, was, wie leicht einzusehen ist, auf das Endresultat der Flächenberechnung ohne Einfluß ist.

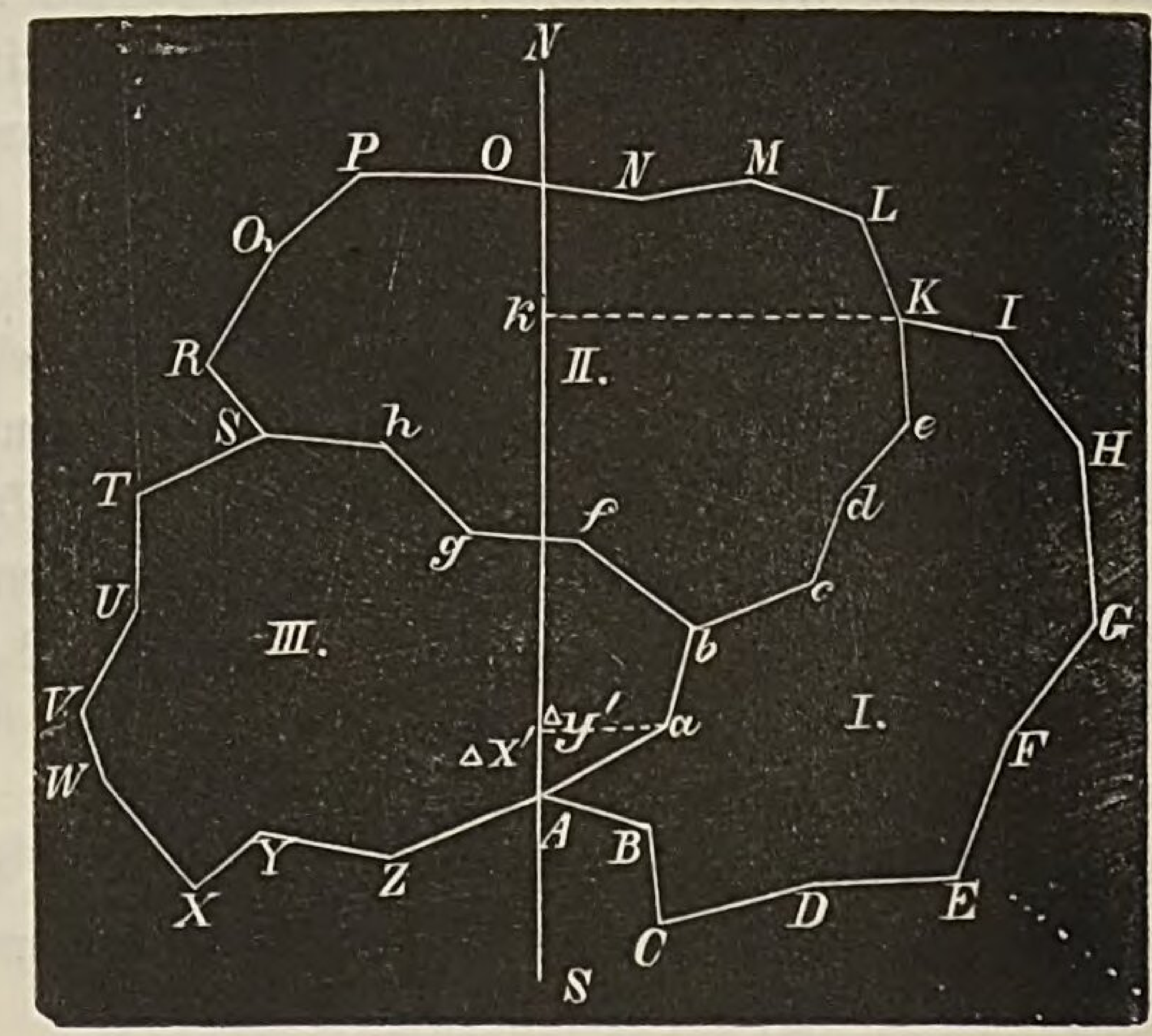
9. Von der Berechnung der einzelnen Abteilungen eines Polygons.

§ 77.

Im vorigen Paragraph wurde gezeigt, wie die Koordinaten der Umfangspunkte und der Flächeninhalt eines Polygons gefunden werden können. Bildet nun das Polygon einen größeren Waldkomplex oder eine große Feldfläche, welche wieder aus einzelnen Abteilungen oder Parzellen besteht, so können die letzteren auf folgende Weise weiter berechnet werden. Angenommen, es sei A B C D . . . X Y Z, Figur 173, ein Polygon, dessen Koordinaten und Inhalt man nach § 76 berechnet hat, N S die Abscissenachse, und es wäre nun der Flächeninhalt der Abteilungen I, II und III zu finden, so kann es sich nur darum handeln, noch die Koordinaten der Punkt a, b, c, d, e, f, g und h zu bestimmen. Sind diese berechnet, so

sind für sämtliche Abteilungen die Umfangskoordinaten bekannt und es lassen sich dann die einzelnen Flächeninhalte leicht nach den in § 74 entwickelten Formeln ableiten.

Man bestimmt nun vorerst die Koordinaten der Punkte a, b, c, d und e dadurch, daß man den Theodoliten in A aufstellt, zuerst den Anschlußwinkel Z A a und dann die Winkel A a b, a b c, b c d, c d e, d e K und schließlich den Winkel e K L mißt, gleichzeitig aber auch zur Messung der Längen der einzelnen Seiten A a, a b . . . . . e K schreitet. Ist dies



Figur 173.

geschehen, so berechnet man die Azimuthe der einzelnen Seiten A a, a b u. s. w. Da das Azimuth von Z nach A schon bei der Berechnung der Koordinaten der Umfangspunkte A, B, C . . . . . etwa gleich α gefunden wurde, so wird man nun das Azimuth von A nach a finden, wenn man nach der bekannten Regel zu α den folgenden Polygonswinkel Z A a addiert und zwei Rechte abzieht. Mit dem so gefundenen neuen Azimuthe und dem folgenden Winkel A a b bestimmt man dann das Azimuth von a nach b und fährt so fort, bis alle Azimuthe berechnet sind. Schließlich wird man dann aus dem Azimuthe von e nach K und dem Winkel e K L das Azimuth von K nach L finden. Da jedoch dieses Azimuth ebenfalls schon bei der Berechnung des äußeren Umfanges der Figur A, B, C . . gefunden wurde, so hat man für die Berechnung der jetzigen Azimuthe wieder eine genaue Kontrolle, weil natürlich das jetzt gefundene Azimuth

von K nach L mit dem früher ermittelten übereinstimmen muß; denn die Seite K L kann offenbar keine zwei Neigungen gegen N S haben. Findet eine Abweichung statt, welche die gestattete Fehlergrenze überschreitet, so ist entweder in der Winkelmessung oder in der Azimuthberechnung ein Fehler unterlaufen, der aufgesucht und verbessert werden muß. Im anderen Falle nimmt man die Korrektion der einzelnen Azimuthe in bekannter Weise vor, und man sagt dann, die Polygone werden nach dem Azimuthe zusammengestellt, weil man, von dem Punkte A ausgehend, nicht wieder nach A zurückkehrt, darum auch die Winkel nicht nach der Formel 2 R (n — 2) prüfen kann. Sind nun die Azimuthe berechnet, so ermittelt man aus diesen und den anliegenden Polygonsseiten nach § 72 sämtliche Koordinatendifferenzen von a bis e.

Stellt man nun die negativen und positiven △ y und △ x zusammen und zieht die kleinere Summe von der größeren ab, so kann diese Größe im vorliegenden Falle natürlich nicht = O, sondern die Summe vom △ y muß = K k und die Summe von △ x = A k sein, denn K k drückt die Ordinatendifferenz und A k die Abscissendifferenz zwischen den Punkten A und K aus, welche aus den berechneten Koordinaten von A und K dadurch bestimmt werden können, daß man die kleinere von der größeren abzieht. Stimmen daher die berechneten Abscissendifferenzen von A bis K nicht mit A k und die Ordinatendifferenzen nicht mit K k überein, so ist dies ein Zeichen, daß entweder in der Seitenmessung oder in der Berechnung der Koordinatendifferenzen ein Fehler unterlaufen ist, der vorher berichtiget werden muß. Kleine Differenzen werden nach § 72B korrigiert. Nachdem dies geschehen, schreitet man zur Berechnung der Koordinaten von a, b, c, d und e. Um z. B. die Koordinaten von a zu erhalten, addiert man nur zu der vorhergehenden Ordinate von A (welche ja früher schon gefunden wurde) die folgende Ordinatendifferenz △ y′ und zu der Abscisse von A die Abscissendifferenz △ x′. Berechnet man in derselben Weise alle Koordinaten, so wird man schließlich wieder zu den Koordinaten des Punktes K kommen, welche natürlich mit den bereits früher berechneten übereinstimmen müssen.

Hat man endlich die Koordinaten a, b, c, d und e gefunden, so bleiben noch die Koordinaten von f, g und h zu berechnen, was dadurch geschieht, daß man die Punkte f, g und h an die bereits festliegenden Seiten R S und b c anschließt und ganz wie vorhin verfährt.

Berechnet man dann aus den Umfangskoordinaten den Flächeninhalt der Abteilung I II und III und addiert dieselben zusammen, so muß sich

selbstverständlich wieder genau der Inhalt des ganzen Polygons A B C . . . . X Y Z ergeben, eine Anhäufung von Fehlern ist also unmöglich.

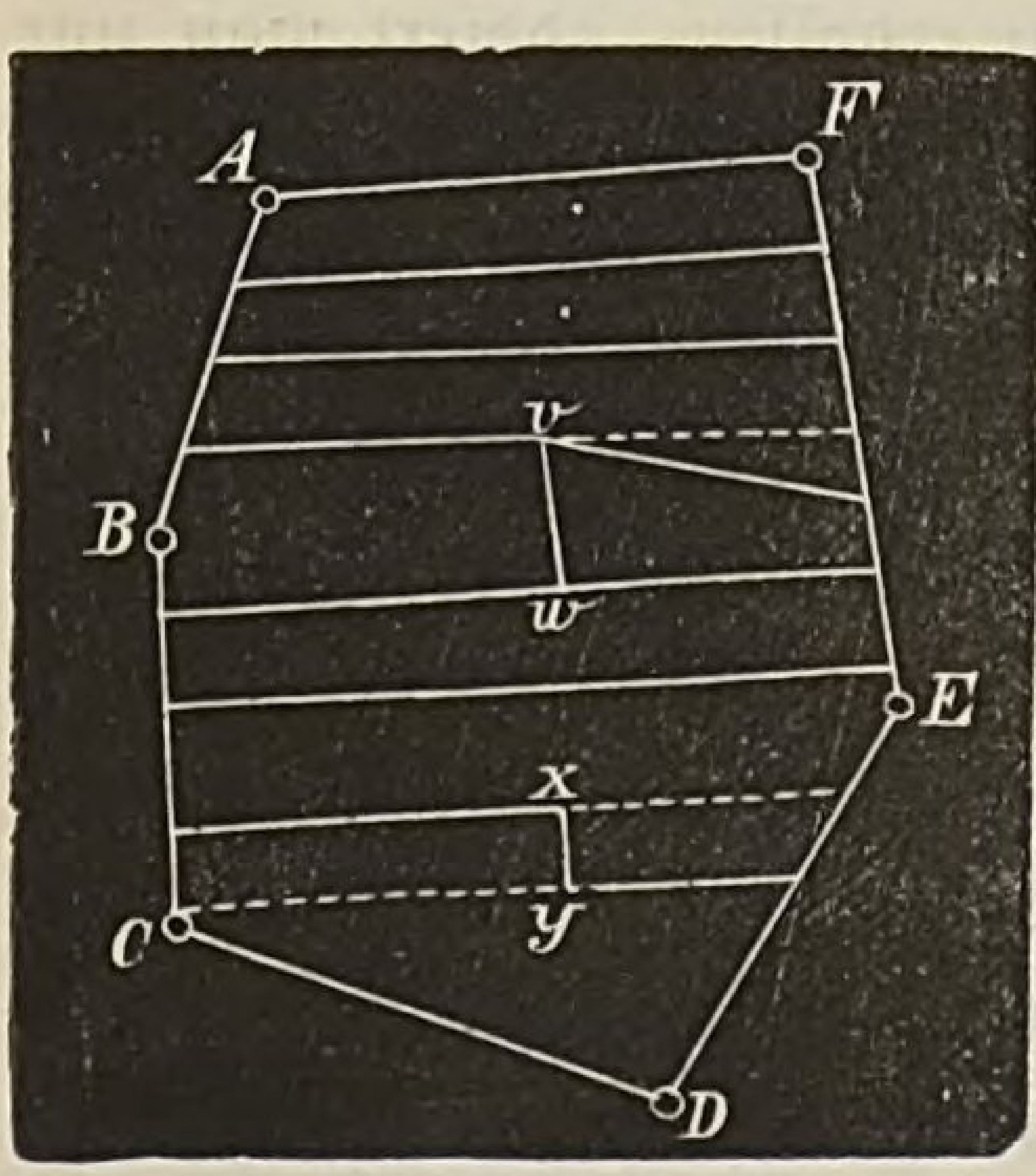
Will man bei der Parzellen-Vermessung größerer Polygone das trigonometrische Verfahren umgehen, so kann man den graphischen Weg einschlagen, wodurch man in den meisten Fällen der Praxis noch ein hinreichend genaues Resultat erhält, wenn man nur die ermittelten Einzelnflächen wieder auf den Gesamtinhalt des Hauptpolygons abschließt.

Das Verfahren wäre dann kurz folgendes: Man trägt die Umfangspunkte des Polygons A B C . . . X Y Z nach § 75 auf das Kartblatt und zeichnet in demselben Maßstabe mittelst Transporteur und Zirkel die gemessenen Winkel und Seiten in die Figur ein und sucht dieselben möglichst genau an die Anschlußpunkte A und K, S und b anzubinden.

Hierauf bewirkt man die Flächenberechnung der einzelnen Parzellen mittelst der Glastafel, oder eines Berechnungsapparates, z. B. des Polarplanimeters oder mittelst Zerlegung der Parzellen in Dreiecke, Vierecke u. s. w., ganz in derselben Weise, wie dies bereits bei der Lehre vom Meßtisch, §§ 61 und 62, gelehrt wurde.

Dieses Verfahren empfiehlt sich namentlich bei Waldvermessungen, bei denen es nicht darauf ankommt, ob die einzelnen Abteilungen und Unterabteilungen bis auf einige Quadratmeter genau ermittelt werden, wenn nur der Gesamtflächeninhalt richtig steht.

Es bedarf kaum der Erwähnung, daß auch hier, nachdem der äußere Umfang etwa mit dem Theodoliten aufgenommen ist, die Detailaufnahme mittelst des Meßtisches, unter Anschluß an die trigonometrisch festgelegten Punkte, namentlich bei Waldvermessungen, geschehen kann.



Figur 174.

Sind endlich die Umfangspunkte A, B, C, D, E und F, Figur 174, einer aus einer Anzahl Parzellen bestehenden Feld- oder Wiesengewann mittelst des Theodoliten bestimmt und die Koordinaten derselben berechnet, so werden die einzelnen Parzellen im Innern dieser Gewann am zweckmäßigsten mit den Meßlatten unter Anschluß an den Umfang aufgenommen. Man mißt nämlich die einzelnen Breiten der Parzellen auf den Umfangslinien und bringt außerdem die etwa vorkommenden Krümmungen und Ecken v, w, x, y durch passende geo-

metrische Konstruktion mit den festliegenden Umfangslinien in Verbindung, so daß aus den gemessenen Dimensionen mit Hilfe des Zirkels die einzelnen Parzellen mit Leichtigkeit in das durch die Umfangsseiten der Gewann gebildete Gerippe eingezeichnet werden können.

Bei der Flächenberechnung der einzelnen Parzellen dienen sodann die gemessenen Breiten derselben als Grundlinien der Dreiecke, in welche man sich die einzelnen Parzellen zerlegt denkt, die korrespondierenden Höhen dagegen werden auf graphische Weise auf der gezeichneten Fläche ermittelt. Die Summe sämtlicher auf diese Weise ermittelten Flächeninhalte der ganzen Gewann muß mit dem aus den Koordinaten berechneten Inhalt der ganzen Fläche übereinstimmen, resp. durch Anbringung einer Korrektion in Übereinstimmung gebracht werden, im Falle, wie dies in der Regel vorkommt, eine kleine Abweichung vorhanden ist. Große Abweichungen können nur durch fehlerhafte Aufnahme oder Berechnung entstehen und müssen durch Nachrechnung oder Nachmessung aufgeklärt und beseitigt werden.

B. Von der trigonometrischen Berechnung der Polygone mittelst Vortriangulation.

Vorbemerkungen.

§ 78.

In den §§ 69 — 77 wurde gezeigt, wie aus den gemessenen Seiten und Winkeln beliebiger Polygone die Koordinaten der Umfangspunkte und aus diesen die Inhalte derselben berechnet werden können.

Obgleich man auf diese Weise Flächen von mehreren tausend Hektaren noch mit vollkommen hinreichender Genauigkeit zum Schlusse bringen kann (wo sich unter gleichen Verhältnissen bei der Meßtischaufnahme schon bedeutende Differenzen ergeben), so läßt sich doch selbst dieses Verfahren bei größeren Messungen von vielleicht mehreren Quadratmeilen nicht mehr gut anwenden, weil sich alsdann, namentlich auf ungünstigem Terrain häufig schon erhebliche und nur schwer zu verbessernde Verschiebungen zeigen.

So wie man nun bei allgemeinen Landesvermessungen, um etwa unterlaufende Fehler möglichst zu vermeiden, von dem Hauptgrundsatze ausgeht, von dem Großem in's Kleine zu arbeiten und die nachfolgenden Messungen an die vorangegangenen anzuschließen und durch diese zu kontrollieren, ebenso muß dieser Grundsatz auch bei allen und

namentlich solchen Vermessungen festgehalten werden, welche sich schon über einzelne Quadratmeilen erstrecken und sich nicht an eine allgemeine Landesvermessung anschließen lassen, nur mit dem Unterschiede, daß hierbei nicht mit der großen Schärfe vorgegangen zu werden braucht, wie dies bei der Vermessung ganzer Länder notwendig ist Wollte man z. B., um zur Kenntnis des Flächeninhaltes einer aus vielen einzelnen Parzellen bestehenden Fläche zu gelangen, ohne vorausgegangene Festlegung von Anhalts- und Kontrollpunkten, blos jede einzelne Parzelle für sich aufnehmen und die Karte durch allmähliches Aneinanderreihen der einzeln aufgenommenen Parzellen anfertigen, so wie ferner den Flächeninhalt der ganzen Fläche durch Summierung der Flächeninhalte aller einzelnen Parzellen berechnen; so würde man zwar ein für manche Zwecke noch brauchbares, aber kein vollkommen richtiges Resultat erzielen. Es würden sich vielmehr bei der Aufnahme der Einzelnflächen unvermeidliche Fehler einschleichen, die bei der Anfertigung einer auf Grund dieser Einzelnmessungen gestützten Karte der Gesamtfläche in den meisten Fällen bedeutende Verschiebungen zur Folge haben würden.

Um die soeben berührten Nachteile der unvermeidlichen Fehler möglichst zu beseitigen, ist es daher notwendig, die ganze aufzunehmende Fläche vorher mit einem Dreiecksnetze zu überziehen, die Koordinaten der einzelnen Dreieckspunkte zu berechnen und die Detailvermessung an diese festen Punkte anzuschließen. Die hierbei vorkommenden Arbeiten werden am zweckmäßigsten in folgender Ordnung vorgenommen.

1. Von dem Dreiecksnetz und der Berechnung der Dreiecksseiten.

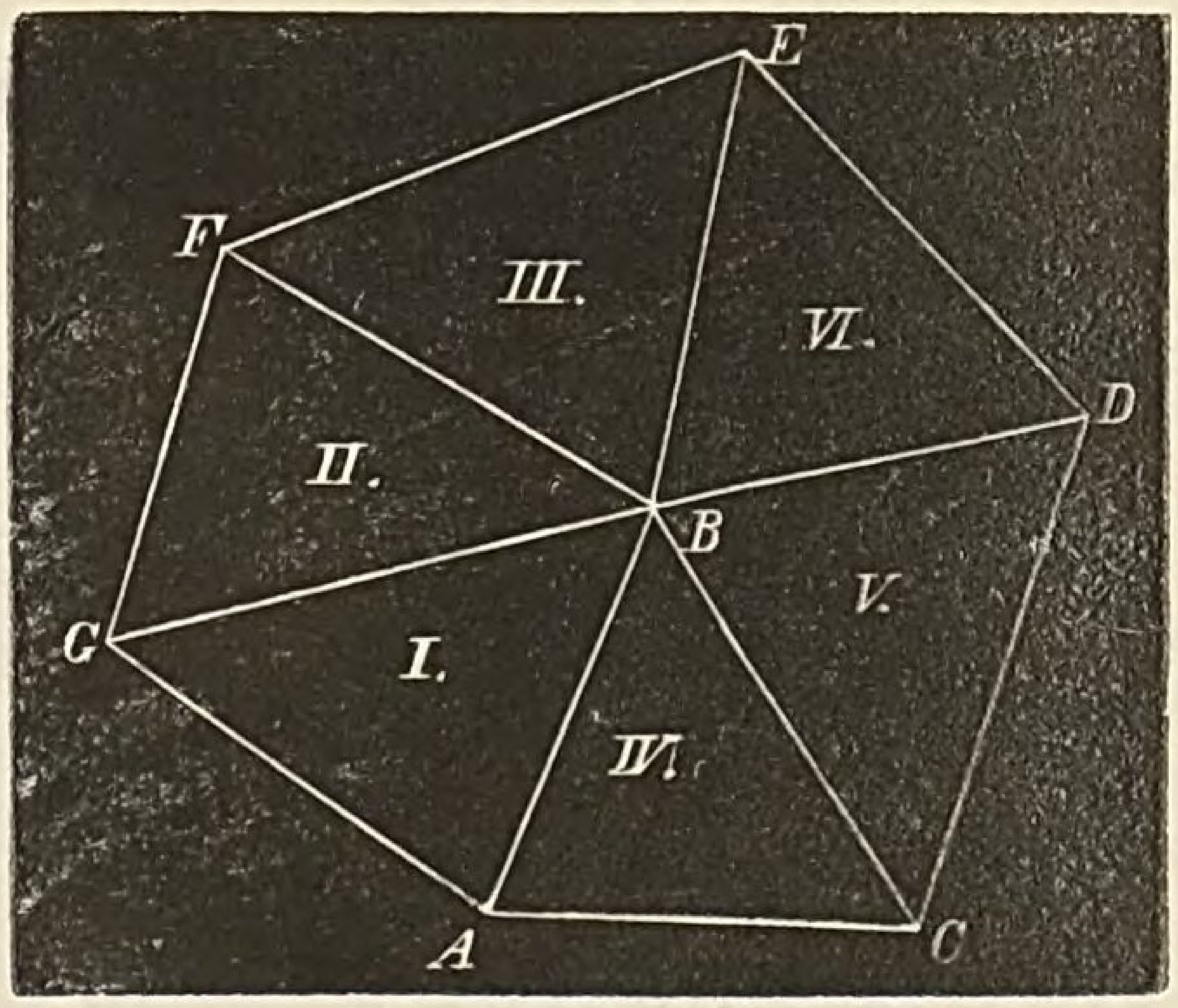
§ 79.

Bei der Wahl der Dreieckspunkte hat man vorzüglich darauf zu sehen, daß die einzelnen Dreiecke möglichst gleichseitig werden, wenigstens sollten Winkel unter 30° vermieden werden, obgleich lokale Schwierigkeiten auch Ausnahmen zulassen. Die Dreiecksseiten können je nach der Größe der Vermessung zwischen 500 und 2000 Meter betragen und die einzelnen Scheitelpunkte der Dreiecke sind so zu wählen, daß von denselben wo möglich nach allen umliegenden Punkten, welche durch Dreiecksseiten mit diesen in direkter Verbindung stehen, bequem gesehen werden kann. Wenn irgend thunlich, muß man aber die Auswahl der Dreieckspunkte so treffen, daß in jedem einzelnen Dreiecke mindestens zwei Winkel gemessen werden können, der dritte mithin durch Abzug gefunden werden kann. Deshalb sind zu

Dreieckspunkten hervorragende Objekte, als Hügel, Bergkuppen, einzeln stehende Bäume, Kirchtürme u. s. w. zu wählen, welche nach Umständen mit mehr oder weniger großen Signalen, z. B. Stangen, Stäben, Gerüsten u. s. w. bezeichnet werden.

Nachdem alle Dreiecke gelegt und entsprechend bezeichnet sind, schreitet man zur Messung einer möglichst bequem und eben liegenden Dreiecksseite. Dieselbe soll jedoch nicht mit der Meßkette, sondern mit Meßlatten zwei bis dreimal gemessen und aus den verschiedenen Messungen das arithmetische Mittel genommen werden. Obgleich die Messung der Basis mit großer Sorgfalt vorgenommen werden muß, so sind — wie leicht einzusehen — doch nicht die vielen Vorsichten und Hilfsapparate erforderlich, welche eine zum Zweck einer allgemeinen Landesvermessung nötige Basismessung mit sich bringt. Nach der Basismessung nimmt man nach dem § 67 mitgeteilten Formulare die Messung und Berechnung sämtlicher Dreieckswinkel vor.

Bezeichnet z. B. A, B, C, D, E, F, G, Figur 175, einen Teil eines Dreiecksnetzes, so mißt man etwa die Seite AB und ebenso sämtliche um den Punkt B und am Umfange bei A, C, D, E, F und G liegenden Winkel, so daß also in jedem Dreieck die drei Winkel als bekannt angenommen werden können. Die Summe der in einem Dreiecke gemessenen drei Winkel muß nahezu 2 R betragen und darf hier höchstens um 2 Decimalminuten abweichen.



Figur 175.

Bei Abweichungen innerhalb dieser Grenze wird an jedem der drei Winkel eine gleich große Korrektion angebracht, damit die Summe der Winkel nach erfolgter Berichtigung genau 2 R beträgt.

Da die Trigonometrie aus den gegebenen Winkeln und einer Seite die beiden übrigen Seiten mittelst Rechnung finden lehrt, so ist einleuchtend, daß in dem Dreiecke A B G, dessen Seite A B etwa = 500 Meter mittelst Messung gefunden wurde, die Seiten A G und B G berechnet werden können. Ist dies geschehen, so ist in dem Dreiecke B F G wieder die Seite B G gegeben und man kann auf dieselbe Weise dann wieder die Seiten G F und B F bestimmen; nun ist in dem Dreiecke B F E wieder B F bekannt und es lassen sich dann wieder die Seiten F E und B E berechnen u. s. w. Man sieht hieraus, daß man mittelst einer Seite A B die sämtlichen Seiten des Dreiecksnetzes mit größter Schärfe auf trigonometrischem Wege finden kann. Um sich zugleich eine Kontrolle für die Richtigkeit der Berechnung zu verschaffen, thut man wohl daran, von der bekannten Seite A B ausgehend, die Berechnung der einzelnen Dreiecksseiten nach der linken und rechten Hand hin vorzunehmen. Im vorliegenden Falle würde man also zuerst die Dreiecke I, II und III berechnen und man erhielte als letzte Seite B E. Beginnt man hierauf die Berechnung mit Dreieck IV und rechnet über V nach VI, so erhält man auf diese Weise nochmals die Seite B E auf anderem Wege. Waren daher die Winkel richtig gemessen und die Seiten richtig berechnet, so müssen beide Ergebnisse nahezu mit einander übereinstimmen. Ist dies nicht der Fall, findet vielmehr eine größere Abweichung statt, so wurde entweder ein Rechen- oder Winkelmessungsfehler begangen, welcher aufgesucht und beseitigt werden muß.

Um den ganzen Gang der Berechnung klar zu machen, sollen hier die Dreiecke IV, V und VI beispielsweise berechnet werden. Die Auflösung gründet sich auf den bekannten Satz in der Trigonometrie, daß in jedem Dreiecke sich die Seiten wie die Sinuse der diesen Seiten gegenüber liegenden Winkel verhalten.

Um daher in dem Dreieck IV, Figur 175, die unbekannten Seiten A C und B C zu finden, kann man setzen:

$$AC : AB = \sin ABC : \sin ACB \text{ oder}$$

$$AC \cdot \sin ACB = AB \cdot \sin ABC \text{ und}$$

$$AC = \frac{AB \cdot \sin ABC}{\sin ACB}.$$

Ferner $BC : AB = \sin BAC : \sin ACB$ oder

$$BC \cdot \sin ACB = AB \cdot \sin BAC \text{ und}$$

$$BC = \frac{AB \cdot \sin BAC}{\sin ACB}.$$

Sowohl A C als B C sind hier in lauter bekannten Größen ausgedrückt, macht man daher beide Ausdrücke logarithmisch, so kann man einfach setzen:

log A C = log A B + log sin A B C — log sin A C B und
log B C = log A B + log sin B A C — log sin A C B.

In diesen beiden Gleichungen ist die subtraktive Größe, nämlich log sin A C B dieselbe. Da es jedoch bei der Berechnung so vieler Seiten umständlich wäre, die beiden ersten Glieder der Gleichung immer zu addieren und das dritte abzuziehen, so erinnere man sich, daß es ganz einerlei ist, ob man den log sin irgend eines Winkels negativ nimmt, oder seine dekadische Ergänzung (Komplement) positiv setzt*). Aus diesem Grunde nimmt man zur Auflösung der Dreiecksseiten die bequemeren Formeln:

log A C = log A B + log sin A B C + compl. log sin A C B und
log B C = log A B + log sin B A C + compl. log sin A C B.

Sind nun die einzelnen Winkel

in dem Dreieck IV:	C = 61° 63′ 00″
	A = 76° 22′ 00″
	B = 62° 15′ 01″
im Dreieck V:	D = 65° 70′ 14″
	C = 56° 14′ 70″
	B = 78° 15′ 14″
und im Dreieck VI:	E = 59° 40′ 00″
	D = 66° 90′ 20″
	B = 73° 69′ 80″

gefunden worden, so nimmt man die Berechnung der unbekannten Dreiecksseiten am bequemsten nach folgendem Formular vor:

---

*) Ist z. B. der log sin A C B = 9,916254 negativ zu nehmen, also — 9,916254, so wird an diesem Werte nichts geändert, wenn man in Gedanken 10 zuaddiert und zugleich wieder abzieht, es ist also:

— 9,916254 = + 10 — 9,916254 — 10 = + 0,083746 — 10,

d. h. man kann das Komplement des abzuziehenden log sin zuaddieren, wenn man bei der Auflösung der Dreiecke 10 abzieht.

Namen der Stationen	Gemessene Winkel			Mittlere Winkel			Log sin der mittleren Winkel	Berechnung der Seiten			
Nr. IV	G	m	s	G	m	s		(a c)		(a b)	
C (a)	61	63	00	61	63	00	9,915822	Cp. log sin a	0,084178	Cp. log sin a	0,084178
A (b)	76	22	00	76	22	00	9,968970	log b c	2,698970	log b c	2,698970
B (c)	62	15	0 vb. 01	62	15	00	9,918242	log sin b	9,968970	log sin c	9,918242
Summe	200	00	01	200	00	00		log a c	2,752118	log a b	2,701390
2 R	200	00	00								
Fehler		+	01					a c =	C B = 565,09	a b =	A C = 502,79
Nr. V	G	m	s	G	m	s		(a c)		(a b)	
D (a)	65	70	5 vb. 14	65	70	15	9,933662	Cp. log sin a	0,066338	Cp. log sin a	0,066338
C (b)	56	14	70	56	14	70	9,887608	log b c	2,752118	log b c	2,752118
B (c)	78	15	5 vb. 14	78	15	15	9,973906	log sin b	9,887608	log sin c	9,973906
Summe	199	99	98	200	00	00		log a c	2,706064	log a b	2,792362
2 R	200	00	00								
Fehler		–	02					a c =	B D = 508,24	a b =	C D = 619,96
Nr. VI	G	m	s	G	m	s		(a c)		(a b)	
E (a)	59	40	00	59	40	00	9,904954	Cp. log sin a	0,095046	Cp. log sin a	0,095046
D (b)	66	90	20	66	90	20	9,938454	log b c	2,706064	log b c	2,706064
B (c)	63	69	80	73	69	80	9,961829	log sin b	9,938454	log sin c	9,961829
Summe	200	00	00	200	00	00		log a c	2,739564	log a b	2,762939
2 R	200	00	00								
Fehler	00	00	00					a c =	E B = 548,99	a b =	D E = 579,35

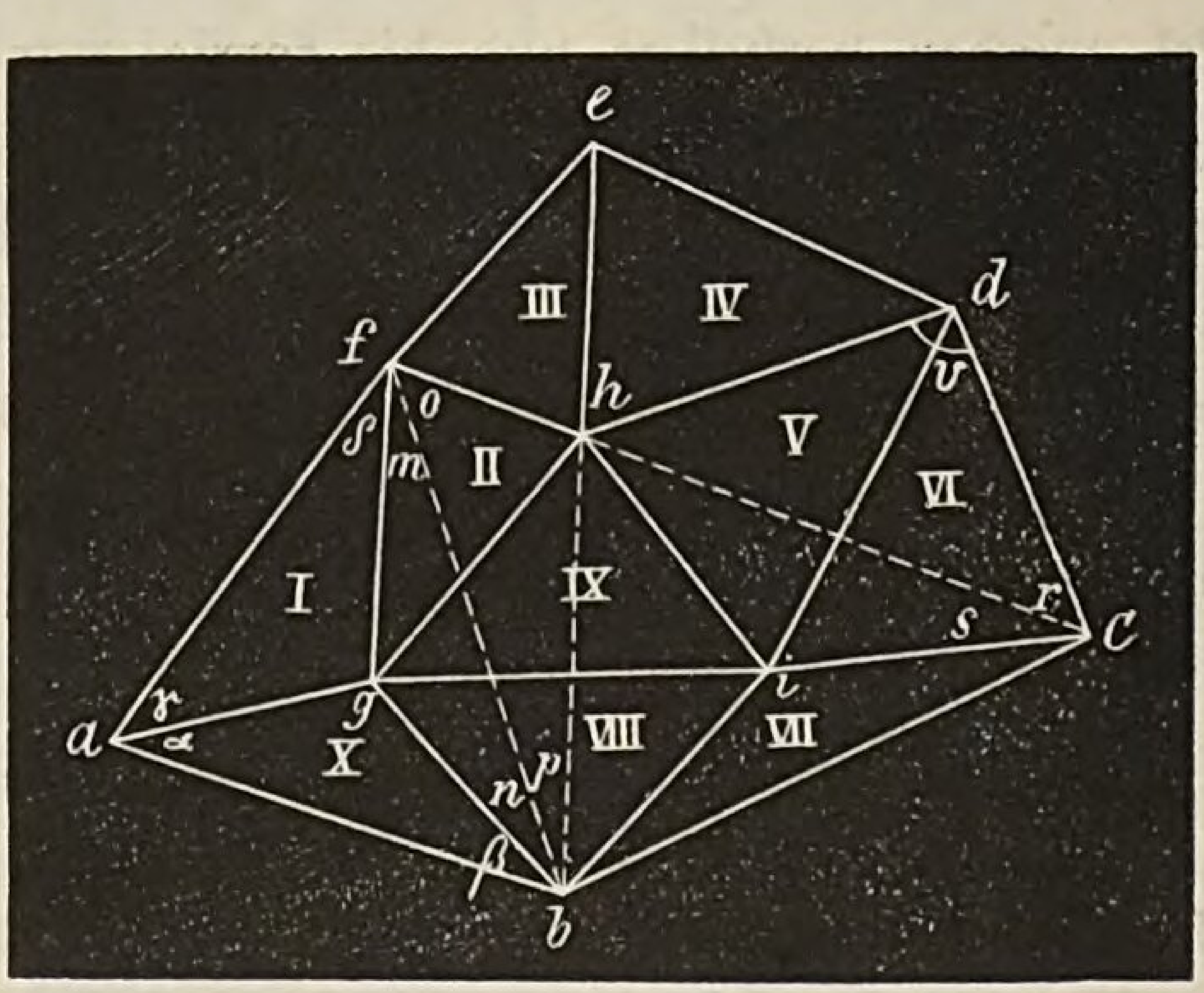
Erklärung des Formulars. In Spalte „Namen der Stationen" setzt man zunächst hinter Nr. die Nummer des betreffenden Dreieckes IV, V, VI u. s. w., alsdann schreibt man in die drei Zeilen darunter die drei Dreieckspunkte derart, daß derjenige Winkel, welcher der bekannten Seite gegenüber liegt, immer bei (a) gesetzt wird. Hierauf schreibt man in Rubrik „Gemessene Winkel" die wirklich gemessenen Winkel ein, summiert sie und sieht, ob sie auf 2 R stimmen; kleine Fehler bis zu einer Minute auf einen Winkel werden verbessert und die korrigierten Winkel in Spalte „Mittlere Winkel" eingetragen. Die Einträge in Spalte „log sin der mittleren Winkel" sind die log sin der korrigierten Winkel, am besten nach neuer Teilung. Rechts von Cp. log sin a in Spalte (a c) und (a b) werden bei allen Dreiecken immer die Komplemente zu log sin (a) gesetzt, log b c bezeichnet immer den Logarithmus der bekannten Seite und wird sowohl in Spalte (a c) als (a b) geschrieben. Schließlich setzt man noch hinter log sin b denjenigen log sin, welcher sich auf der zweiten Zeile (b), und hinter log sin c denjenigen log sin, welcher sich auf der dritten Zeile (c) befindet. Werden nun die drei Einträge in Spalte (a c) und (a b) summiert, so ergeben sich hinter log a c und log a b die Einträge für die Logarithmen derjenigen Seiten, welche durch a c und a b in der Rubrik „Namen der Stationen" bezeichnet sind. Schlägt man nun zu diesen Logarithmen die Zahlen auf, so erhält man die Länge der betreffenden Seite a c und a b. Im Dreieck VI ergiebt sich z. B. die Seite a c = E B = 548,99 Meter und Seite a b = D E = 579,35 Meter Man sieht also, daß man bei Anwendung dieses Formulars in der Berechnung ganz mechanisch verfahren kann, weil man aus den Buchstaben a, b und c immer ersieht, welche Seite man unter a c, a b und b c zu verstehen habe.

Nicht immer ist man jedoch in der günstigen Lage, über allen Dreieckspunkten den Theodoliten aufstellen und die entsprechenden Winkel messen zu können, alsdann muß man sich in folgender Weise zu helfen suchen.

Es stelle Figur 176 einen Teil eines entworfenen Dreiecksnetzes vor und g, h und i seien Punkte, über welche man den Theodoliten nicht aufstellen kann. Es lassen sich daher die Winkel des Dreieckes g, h, i direkt nicht messen; trotzdem können die Seiten des unzugänglichen Dreieckes mittelst trigonometrischer Berechnung gefunden werden.

Aus der als bekannt vorauszusetzenden Seite a b und den meßbaren Winkeln α und β ergeben sich nämlich die Seiten a g und b g; ferner

läßt sich aus der jetzt bekannten Seite a g und den Winkeln γ und δ im Dreiecke a f g die Seite f g ableiten. In f läßt sich der Winkel m, in b der Winkel n messen, aus beiden ergiebt sich mittelst Subtraktion dieser von 2 R der Winkel g des Dreieckes b f g und aus den jetzt gegebenen Winkeln des Dreieckes b f g und der bekannten Seite bg oder f g die Seite b f.

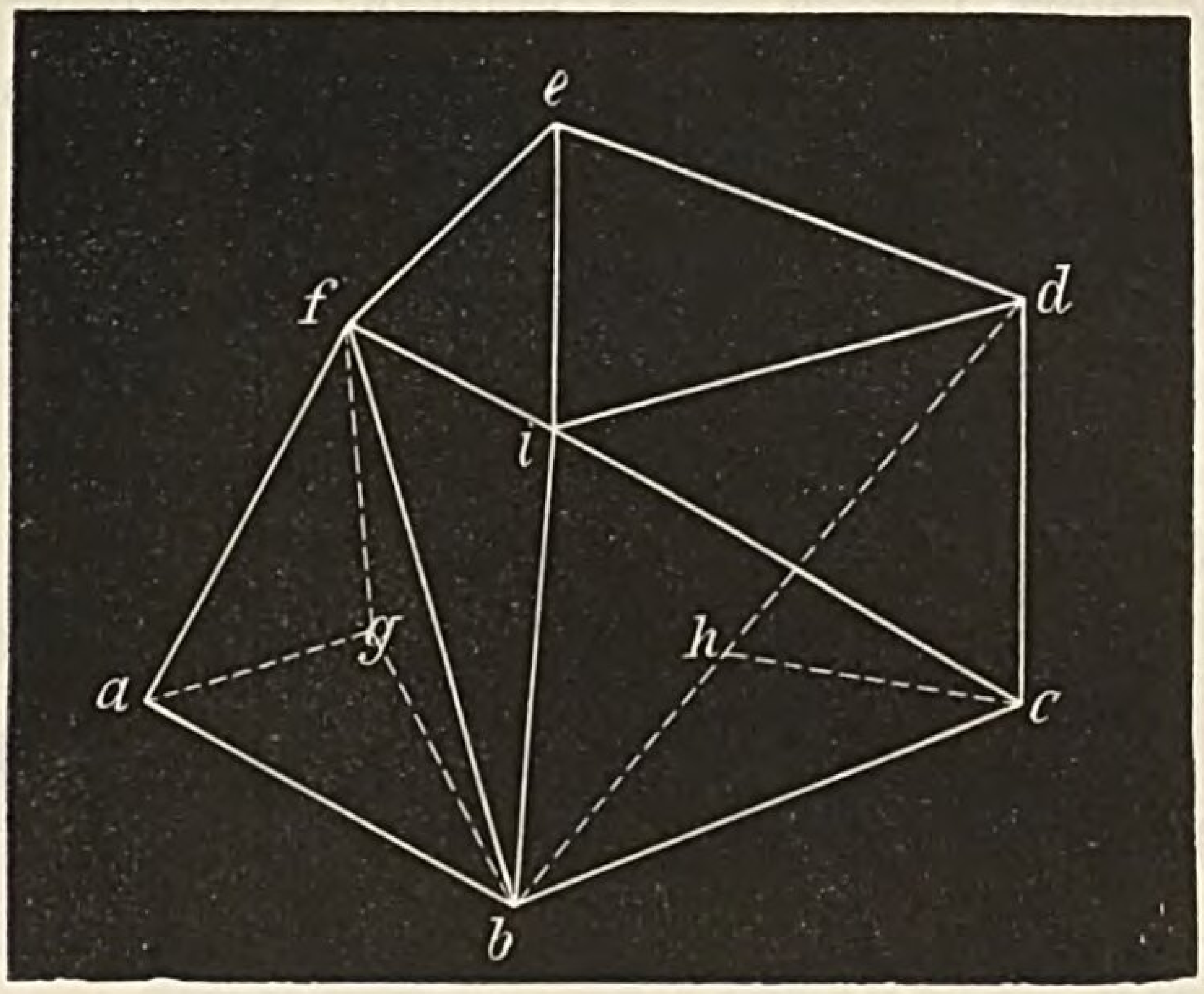


Figur 176.

Im Dreieck b f h sind die Winkel o und p meßbar, daher ist auch der Winkel bei h gegeben und überdies die Seite b f bekannt, es läßt sich daher leicht die Seite f h finden. Aus den Seiten f h und f g und dem eingeschlossenen Winkel (o + m) ergiebt sich dann die unbekannte Seite g h im Dreieck f g h. Die Dreiecke III und IV lassen sich ohne Anstand nach dem Sinussatze auflösen. Ebenso lassen sich im Dreieck c d h mittelst der Seite d h und den Winkeln v und r die Seite c d und c h bestimmen. Im Dreieck VI ergiebt sich dann aus der Seite c d, dem Winkel (s + r) und dem Winkel c d i die Seite c i und sodann im Dreieck c h i aus den dann bekannten Seiten c h und c i und dem eingeschlossenen Winkel s die zweite unbekannte Seite h i. Mittelst der Seite c i und den Winkeln bei b und c läßt sich die Seite b i des Dreieckes VII finden; aus den jetzt bekannten Seiten b i, b g und dem eingeschlossenen Winkel die dritte unbekannte Seite g i ableiten.

Noch einfacher läßt sich der Zweck erreichen, wenn man das Dreiecksnetz nicht wie in Figur 176, sondern wie in Figur 177 legt, um die für die Detailaufnahme nötigen Punkte g und i, über welche man den Theo=

volit nicht aufstellen kann, durch Auflösung der Dreiecke a b g und a f g, b c i und c d i zu bestimmen. Es könnte dann die Auflösung der Dreiecke



Figur 177.

aus direkt gemessenen Winkeln erfolgen und man bekäme die Seiten a g und c i doppelt, hätte also noch überdies für die Richtigkeit der Rechnung eine Kontrolle.

2. Von dem Zusammenstellen der Dreiecke zu Polygonen und dem Berechnen der Koordinaten der Dreieckspunkte.

§ 80.

Nachdem die Winkel der einzelnen Dreiecke zusammengestellt und berichtigt, sowie die sämtlichen Dreiecksseiten des ganzen Netzes berechnet sind, handelt es sich zunächst darum, die auf eine gemeinschaftliche Achse, gewöhnlich die Mittagslinie oder den Meridian N S, Figur 178, bezogenen Koordinaten der einzelnen Dreieckspunkte zu berechnen, um an diese dann die Detailmessung anknüpfen zu können. Zu diesem Behufe stellt man die einzelnen Dreiecke zu Polygonen in der Art zusammen, daß sämtliche Dreieckspunkte irgend einem Polygone angehören und dadurch mit in Rechnung gezogen werden.

Stellt nun Figur 178 einen Teil eines solchen Dreiecksnetzes vor, so würde man z. B. die Dreiecke I, II und III zu dem Polygon A G F E B und die Dreiecke IV, V und VI zu dem Polygon A C D E B zusammenstellen.

Um den Verlauf der Rechnung auch hier zu zeigen, soll die Berechnung des Polygons A C D E B, dessen Seiten nach § 79 berechnet wurden, hier vollständig durchgeführt werden. Da sämtliche Dreieckswinkel in diesem Polygon aufgenommen wurden, so können auch die Polygonswinkel als bekannt vorausgesetzt werden; es ist nämlich:

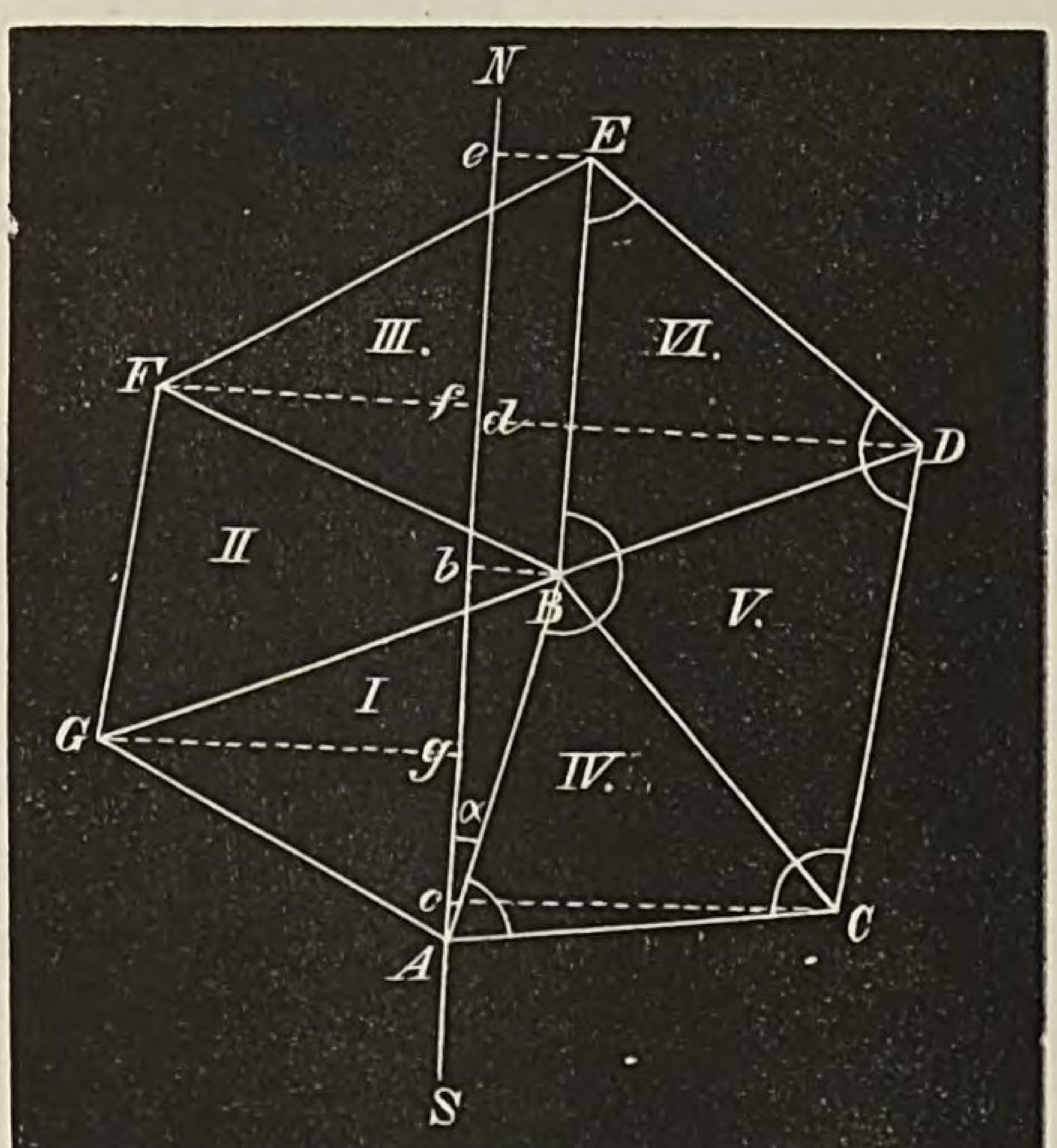
$\sphericalangle C = \sphericalangle ACD = \sphericalangle ACB + \sphericalangle BCD =$
$61^\circ\ 63' + 56^\circ\ 14'\ 70'' = 117^\circ\ 77'\ 70''$,

$\sphericalangle D = \sphericalangle CDE = \sphericalangle CDB + \sphericalangle BDE =$
$65^\circ\ 70'\ 14'' + 66^\circ\ 90'\ 20'' = 132^\circ\ 60'\ 34''$

$\sphericalangle E = \sphericalangle DEB =$ . . . . $59^\circ\ 40'\ 00''$,

$\sphericalangle B = \sphericalangle EBA = \sphericalangle EBD + \sphericalangle DBC + \sphericalangle CBA =$
$73^\circ,\ 69'\ 80'' + 78^\circ\ 15'\ 14'' + 62^\circ\ 15'\ 1'' = 213^\circ\ 99'\ 95''$ und

$\sphericalangle A = \sphericalangle BAC =$ . . . . $76^\circ\ 22'\ 00''$.



Figur 178.

Da neben den Polygonswinkeln auch die Polygonsseiten A C = 502,79 Meter, C D = 619,96 Meter, D E = 579,35 Meter, E B = 548,99 Meter und A B = 500 Meter nach § 79 gefunden wurden, so könnte man die Koordinaten des Polygons nun leicht finden, wenn noch das Azimuth irgend einer Dreiecksseite gegen die Achse N S bekannt wäre. Man ermittelt des-

halb z. B. den Neigungswinkel α der Seite AB gegen die Achse nach § 71 **B**. Angenommen dieser sei $\alpha = 23° 75'$ gefunden worden, so erhält man auch das Azimuth der Seite AC, nämlich:

$$\sphericalangle NAC = \alpha + \sphericalangle BAC = 23° \; 75' + 76° \; 22' = 99° \; 97'.$$

Nun sind wir im stande nach § 71 **A**, die sämtlichen Azimuthe des Polygons zu ermitteln; nur mit dem Unterschiede, daß man hier wegen der größeren Genauigkeit, welche man erzielen will, die Azimuthe bis auf Sekunden genau berechnet.

Polygone	Namen der Stationen	Gemessene Winkel			Azimuth α			Anliegende Seite = S
		Grad	Min.	Sek.	Grad	Min.	Sek.	Meter
I.	Dreieckspunkt							
	„ A				99	97	00	502,79
	„ C	117	77	70	17	74	70	619,96
	„ D	132	60	5 vb 34	350	35	05	579,35
	„ E	59	40	00	209	75	05	548,99
	„ B	213	99	95	223	75	00	500,00
	„ A	76	22	00	99	97	00	
	„ C							
	Hat:	599	99	99				
	Soll: 2 R (n 2) =	600	00	00				
	Differenz:			— 1				
	Korrektion:			+ 1				

Nachdem die Azimuthe sämtlicher Polygonsseiten wie vorstehend berechnet sind, schreitet man zur Berechnung der Koordinatendifferenzen und Koordinaten, wozu man dasselbe Formular wie in § 72 benutzt und die Rechnungen ganz in derselben Art wie dort in folgender Weise ausführt:

Azimuth von A nach C = α = 99° 97'. Seite = S = 502,79

Ordinate		Abscisse	
log sin α	10,000000	log cos α	6,673241
log S	2,701390	log S	2,701390
log △ y	2,701390	log △ x	0,374631
△ y	+ 502,79	△ x	+ 0,24
Vorherg. y	0,00	Vorherg. y	0,00
y'	+ 502,79	x'	+ 0,24

Azimuth von C nach D = α = 17° 74' 70". Seite = S = 619,96'

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,439605	log cos α	9,982930
log S	2,792362	log S	2,792362
log △ y	2,231967	log △ x	2,775292
△ y	+ 170,60	△ x	+ 596,06
Vorherg. y	+ 502,79	Vorherg. x	+ 0,24
y'	+ 673,39	x'	+ 596,29

Azimuth von D nach E = α = 350° 35' 5". Seite = S = 579,35'.

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,847087	log cos α	9,851863
log S	2,762939	log S	2,762939
log △ y	2,610026	log △ x	2,614802
△ y	− 407,40	△ x	0 vb. + 411,91
Vorherg. y	+ 673,39	Vorherg. x	+ 596,29
y'	265,99	x'	1008,19

Azimuth von E nach B = α = 209° 75′ 5″. Seite = S = 548,99.

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,183425	log cos α	9,994887
log S	2,739564	log S	2,739564
log $\triangle$ y	1,922989	log $\triangle$ x	2,734451 7 vb.
$\triangle$ y	− 83,75	$\triangle$ x	− 542,56
Vorherg. y	+ 265,99	Vorherg. x	+ 1008,19
y′	+ 182,24	x′	+ 465,62

Azimuth von B nach A = α = 233° 75′. Seite = S = 500.

Ordinate		Abscisse	
log sin α	9,561662	log cos α	9,969050
log S	2,698970	log S	2,698970
log $\triangle$ y	2,260632	log $\triangle$ x	2,668020 2 vb
$\triangle$ y	− 182,24	$\triangle$ x	− 465,61
Vorherg. y	+ 182,24	Vorherg. x	+ 465,62
y′	0,00	x′	0,00

Es versteht sich wohl von selbst, daß die Logarithmen der Seiten nicht neu in den Logarithmentafeln aufgeschlagen zu werden brauchen, da dieselben sämtlich im vorigen Paragraph bereits gefunden wurden und daher aus dem dortigen Formular in dieses übergeschrieben werden können.

Sind auf diese Art alle Koordinatendifferenzen berechnet, dann stellt man sie zur Beurteilung, ob die positiven und negativen Differenzen sich gegenseitig aufheben, nach ihren Zeichen wie folgt zusammen:

Polygonpunkte	Positiv		Negativ	
	Δy	Δx	Δy	Δx
	Meter	Meter	Meter	Meter
I				
A – C	502,79	0,24		
C – D	170,60	5 vb 596,06		
D – E		0 vb. 411,91	407,40	
E – B			83,75	7 vb. 542,56
B – A			182,24	2 vb. 465,61
	673,39	19 vb. 1008,21	673,39	9 vb. 1008,17
	673,39	9 vb. 1008,17		
Differenz:	0,00	0 vb. 0,04		

Aus dieser Übersicht ergiebt sich, daß die Ordinatendifferenzen sich vollständig aufheben, bei den Abscissendifferenzen aber die geringe Differenz von 4 Centimetern besteht, die dadurch gehoben wird, daß man zwei + △ x je um 1 Centimeter vermindert, zwei — △ x aber je um 1 Centimeter vergrößert. Die Verbesserung bezeichnet man mit roter Tinte und nimmt dieselbe auch im Koordinatenberechnungsformular vor. Ist dies geschehen, so schreitet man zur Berechnung der Koordinaten aus den Koordinatendifferenzen, in der Weise, wie dies vorstehend unter der Annahme geschehen ist, daß A als Nullpunkt angenommen wird.

Die so gefundenen Koordinaten sind nun:

Namen der Punkte	Ordinate		Abscisse	
	±	Meter	±	Meter
Dreieckspunkte A		0,00		0,00
„ C	+	502,79	+	0,24
„ D	+	673,39	+	596,29
„ E	+	265,99	+	1008,19
„ B	+	182,24	+	465,62

Ganz auf dieselbe Weise, wie man die Koordinaten des Polygons ACDEB gefunden hat, berechnet man sie für sämtliche Dreieckspunkte und trägt dieselben in vorstehendes Verzeichnis ein.

Da die Koordinaten der Punkte A, B und E in dem Polygone ACDEB soeben berechnet wurden, so ist deren Berechnung in dem Polygon ABEFG nicht mehr nötig, es können vielmehr die Koordinaten der Punkte F und G unter Zugrundelegung der Punte A und E berechnet werden. Will man indessen doch das ganze Polygon ABEFG nochmals berechnen, so ergeben sich die Koordinaten der Punkte B und E doppelt und man kann aus beiden Berechnungen, da die Abweichungen doch nur sehr gering sein werden, das arithmetische Mittel nehmen.

Die Inhaltsberechnung aus den Koordinaten der Dreieckspunkte wird jedoch aus dem Grunde nicht vorgenommen, weil dieselben sehr selten auch die Grenzpunkte einer aufzunehmenden Fläche bilden, und weil die Berechnung der Grenzkoordinaten, wie aus dem folgenden Paragraphen hervorgehen wird, sich immer auf die Koordinaten der Dreieckspunkte gründen muß. Trägt man schließlich die berechneten Koordinaten in irgend einem Verjüngungsmaßstabe, z. B. $^1/_{50000}$ auf, so ergiebt sich auf der Karte deutlich die Lage der einzelnen Dreieckspunkte zu einander.

3. Vom Anschließen der Detailaufnahme an das Dreiecksnetz.

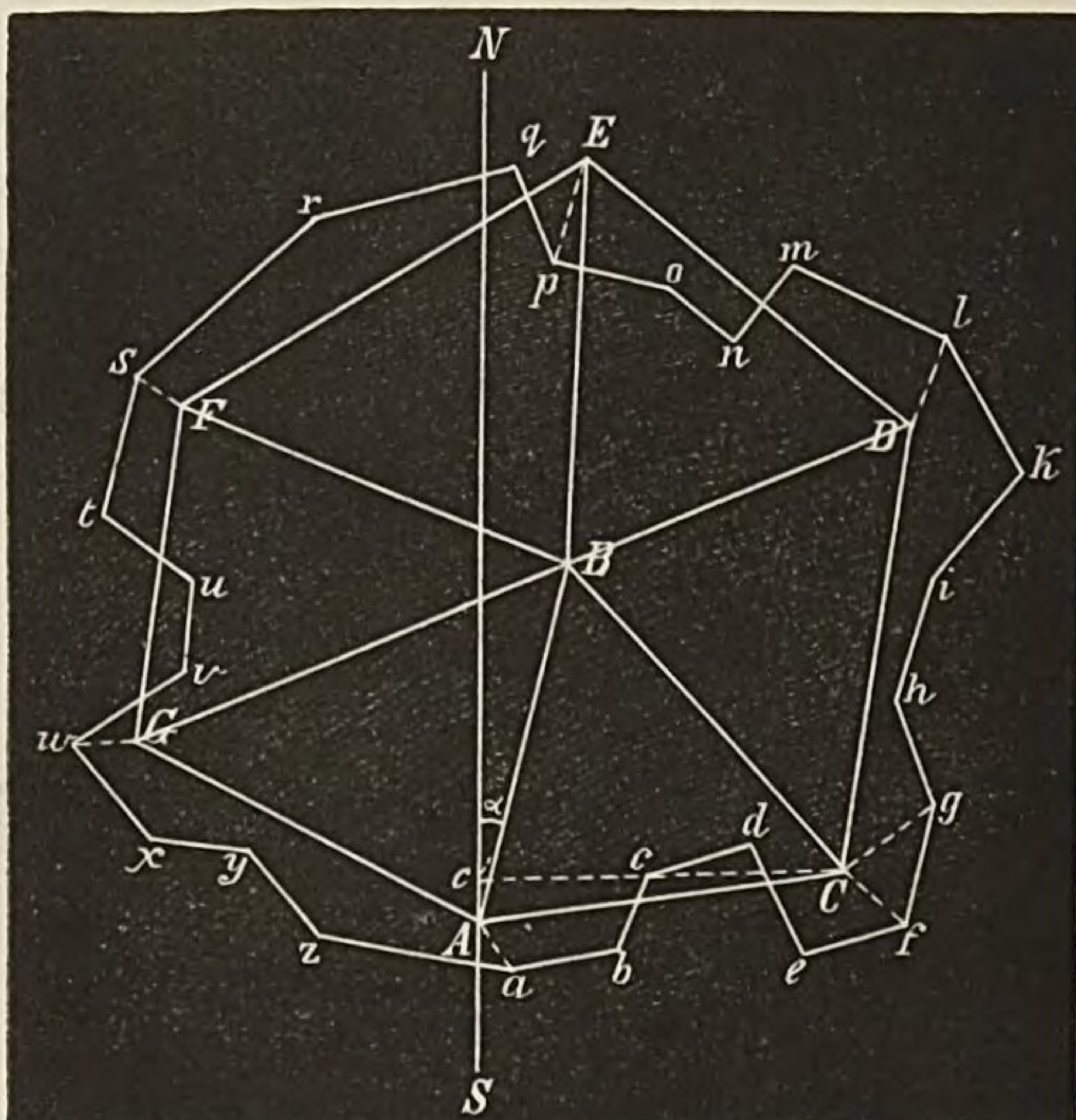
§ 81.

A. Im allgemeinen.

Sind über die aufzunehmende Fläche die mit der größten Schärfe bestimmten fixen Kontroll- und Anhaltspunkte gelegt, so daß eine Verrückung nicht mehr wohl möglich ist, so handelt es sich noch um die Lösung der Frage: in welcher Weise die Detailmessung an das Dreiecksnetz angeschlossen werden kann.

Um den Anschluß möglichst sicher zu stellen, ist es notwendig, daß man bei dem Beginne der Detailmessung von einem für dieselbe bequem gelegenen Dreieckspunkte ausgeht und im Verlaufe der Messung so oft als möglich wieder an weitere Dreieckspunkte in der Art anknüpft, daß eine Verrückung sorgfältigst vermieden und die Aufnahme immer wieder in den Rahmen des Dreiecksnetzes eingepaßt wird.

Bezeichnet z. B. a, b, c, d, e . . . . . . x, y, z, Figur 179, den Umfang eines so großen Waldes oder einer Feldgemarkung u. s. w., daß eine Vortriangulation für notwendig erkannt wird, so beginnt man die Aufnahme der Umfangspunkte etwa damit, daß man zuerst den Theodoliten in dem Dreieckspunkte A aufstellt und den Anschluß der Polygonspunkte a, b, c u. s. w. dadurch bewirkt, daß man den Winkel B A a mißt Alsdann nimmt man auch noch die Winkel A a b, a b c, b c d, d e f auf, und da man bei f wieder in der Nähe eines Dreieckspunktes C ist, so schließt man an diesen wieder in der Art an, daß man den Winkel e f C und schließlich auch noch den Winkel f C D mißt. Ebenso müssen alle Seiten A a, a b, b c, c d, d e, e f und f C gemessen werden.



Figur 179.

Die Berechnung der Koordinaten der Punkte a, b, c, d, e und f gestaltet sich nun wie folgt: da das Azimuth von B nach A schon bei der polygonometrischen Berechnung der Dreiecke gefunden wurde, so ergiebt sich das Azimuth von A nach a nun nach der allgemeinen Regel dadurch, daß man zu dem Azimuth von B nach A den folgenden Polygonswinkel B A a addiert und 2 R abzieht. Ganz auf dieselbe Weise findet man nun auch die Azimuthe von a nach b, von b nach c, von c nach d und von f nach C. Addiert man nun schließlich noch zu dem Azimuth von f nach C den folgenden

Winkel f C D und zieht 2 R ab, so erhält man das Azimuth von C nach D. Da dieses Azimuth aber auch bereits bei der Berechnung der Koordinaten der Dreiecksnetzpunkte aufs genaueste ermittelt wurde, so hat man auch hier wieder die schärfste Kontrolle einesteils für die Richtigkeit der Winkelaufnahme, anderenteils für die Richtigkeit der Azimuthberechnung, indem beide Azimuthe, für eine und dieselbe Seite berechnet, genau mit einander übereinstimmen müssen. Findet eine Abweichung statt, welche größer ist als zwei Decimalminuten auf den Winkel, so muß eine Nachmessung statt finden. In der Regel wird aber die Differenz eine weit geringere sein.

Aus den berechneten Azimuthen und den anliegenden Seiten rechnet man nun sämtliche Koordinatendifferenzen zwischen den Dreieckspunkten A und C. Da in dem vorliegenden Falle die Polygonsseiten A a, a b u. s. w. nicht ein wieder auf A zurückkommendes Polygon bilden, sondern an C anschließen, so kann natürlich die Summe der Koordinatendifferenzen nicht gleich Null werden, sondern die Summe der Ordinatendifferenzen muß der Ordinatendifferenz zwischen A und C, also c′ C gleich sein, die Summe der Abscissendifferenzen aber das Stück A c′ betragen.

Man hat also auch hier wieder eine Kontrolle für die Richtigkeit der Koordinaten Ergiebt sich daher eine Abweichung, welche die vorgeschriebene Fehlergrenze übersteigt, so muß der Fehler aufgesucht und verbessert werden, liegt die Abweichung jedoch innerhalb der Fehlergrenze, so wird eine geringe, der Größe der einzelnen Differenzen proportionierte Korrektion in der Art vorgenommen, daß die Summe der Koordinatendifferenzen der Punkte a, b, c u. s w. genau mit der Koordinatendifferenz zwischen A und C zusammenfällt.

Nachdem die Koordinatendifferenzen der Polygonspunkte geprüft und verbessert sind, schreitet man zur Berechnung der Koordinaten dieser Punkte in der bekannten Weise. Um z. B. die Koordinaten des Punktes a zu erhalten, addiert man zu den gefundenen Koordinatendifferenzen zwischen A und a die Koordinaten von A, welche aus der Dreiecksberechnung bekannt sind, und schreitet so fort, bis man zu den Koordinaten des Punktes C kommt, die gleichfalls wieder mit den bei der Triangulation gefundenen übereinstimmen müssen

Ganz auf dieselbe Weise, wie die Koordinaten der zwischen A und B gelegenen Polygonspunkte gefunden wurden, bestimmt man nun auch die Koordinaten der zwischen C und D gelegenen Punkte g, h, i, k und l, indem man auf Station C wieder die Anschlußwinkel B C g, sodann die

Winkel g, h, i, k und l und schließlich wieder die Winkel l D E oder l D B nebst allen Polygons- und Anschlußseiten C g, g h .... l D mißt und wie bereits gezeigt, weiter verfährt

Auf diese Weise rechnet man ringsherum, überall an die Dreiecksseiten E, F, G und A anschließend, bis man wieder auf den Punkt a zurückkommt

Es ist einleuchtend, daß auf diese Weise die Berechnung der Koordinaten sämtlicher Umfangspunkte vollkommen gesichert erscheint, und daß eine Verrückung der letzteren und eine Fortpflanzung von Fehlern unmöglich ist.

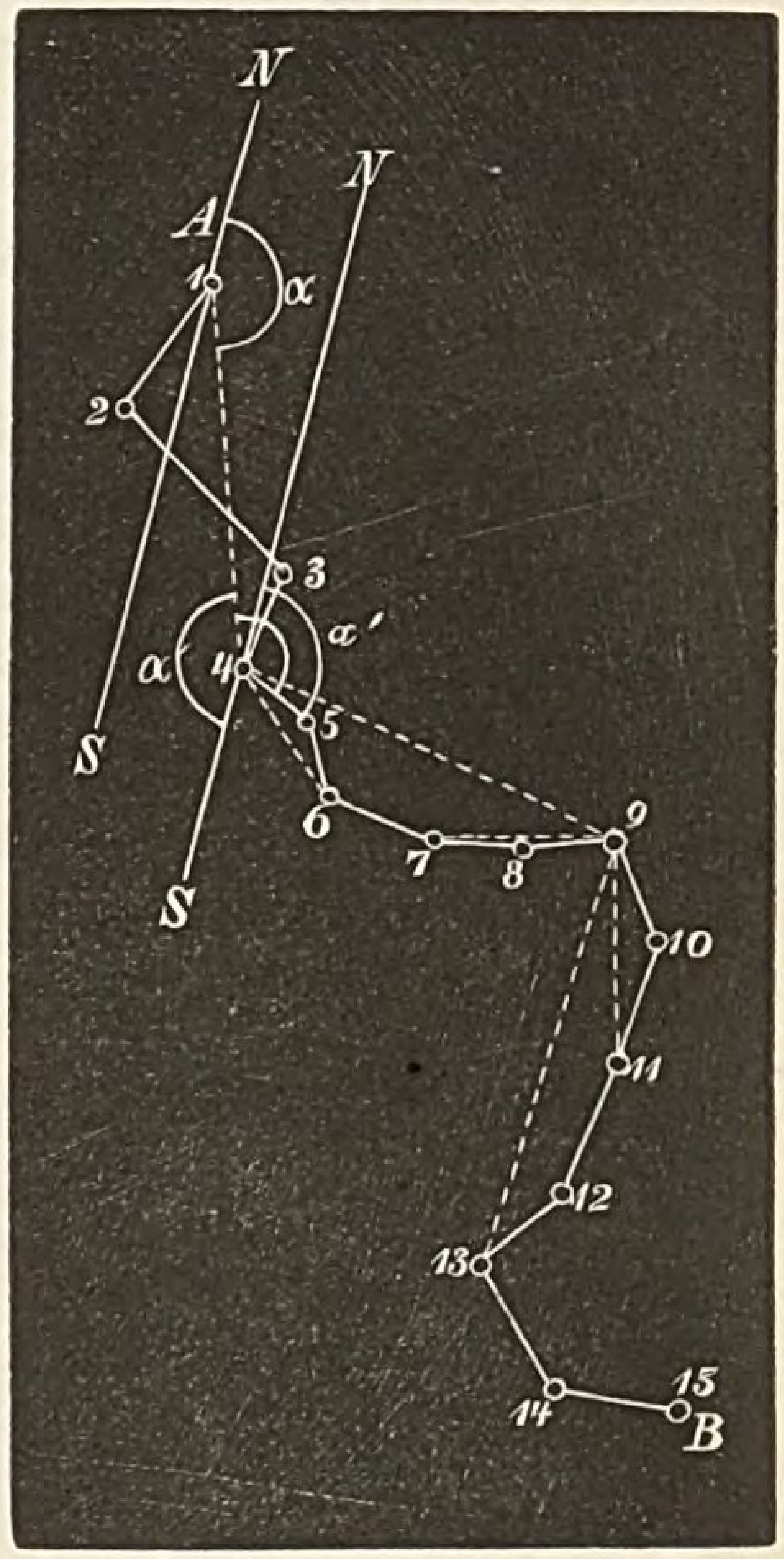
Ist die aufzunehmende Fläche a, b, c, d ..... x, y, z so groß, daß es rätlich erscheint, dieselbe noch in mehrere Abteilungen zu zerspalten, d. h. beabsichtigt man etwa bei Agrikulturgelände eine Parzellenmessung, bei Waldland aber eine forstwirtschaftliche Vermessung, so fällt die Aufgabe mit der § 77 bereits behandelten zusammen, nur mit dem Unterschiede, daß man eine oder die andere Unterabteilung Flur, Gewann, Ried u. s. w.) hin und wieder noch an einen innerhalb des Hauptumfangs gelegenen Dreieckspunkt, z. B. B anschließen kann.

B. Von der Berechnung der Schnittpunkte.

Noch darf nicht unerwähnt bleiben, daß man bei der Aufnahme einer Fläche mit dem Theodoliten die Stationsseiten, d. h. die Entfernungen von einer Station zur nächst folgenden, nicht zu kurz wählen darf, weil sonst die Winkel nicht mehr mit der erforderlichen Schärfe gemessen werden können, wodurch dann leicht kleinere und größere Fehler entstehen. Aus diesem Grunde muß so viel wie möglich darauf gesehen werden, daß man keine Stationsseiten unter 60—80 Meter wählt. Gebieten aber besondere lokale Verhältnisse eine Abweichung von dieser Regel, so muß bei dem Beobachten (Messen) der Winkel dann mit um so größerer Sorgfalt verfahren werden.

Da nun aber nicht selten die Grenzpunkte einer Fläche nur wenige Meter von einander entfernt sind, so kann, soll die vorstehende Regel eingehalten werden, natürlich nicht jeder Grenzpunkt zugleich Stationspunkt sein, sondern es müssen um passende Polygonsseiten zu erhalten, einer oder mehrere übersprungen werden. Wäre z. B. A B, Figur 180, ein Teil einer Waldgrenze und Grenzpunkt Nr. 1 Station, so würde man etwa die Grenzpunkte 4, 9, 13 u. s. w. wieder zu Stationen wählen, also die Punkte 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12 u. s. w. überspringen, d. h. es würden nur die Winkel 1, 4, 9; 4, 9, 13 u. s. w. eigentliche Polygonswinkel bilden.

Um aber dennoch die Koordinaten dieser übersprungenen Punkte berechnen zu können, muß man die letzteren mit den Stationspunkten in der Weise in Verbindung bringen, daß man von jeder Station aus nicht allein die wirklichen Polygonswinkel nebst den zugehörigen Entfernungen, sondern auch nach den nächstgelegenen übersprungenen Punkten sowohl die Entfernungen als auch die Winkel mißt. In Figur 180 würde man z. B. von Station 1 aus nach Punkt 2, von Station 4 aus nach den Punkten 3, 5 und 6, von Station 9 aus nach den Punkten 7, 8, 10 und 11 die Entfernungen und Winkel messen; wobei nur noch zu bemerken ist, daß bei dieser Winkelmessung eine Stationsseite immer den linken Schenkel, die betreffende nicht zum Polygon gehörige Seite aber den rechten Schenkel bildet. Da nun von den Stationen aus die Entfernungen nach diesen übersprungenen Punkten, welche man Schnittpunkte nennen kann, als bekannt vorausgesetzt werden dürfen, und die Azimuthe für die betreffenden Seiten leicht abgeleitet werden können, so lassen sich auch die Koordinaten für die Schnittpunkte leicht berechnen.



Figur 180.

Um z. B. das Azimuth von 4 nach 5 zu berechnen, hat man nur zu dem vorhergehenden Azimuth von 1 nach 4 (α) den betreffenden Winkel 1, 4, 5 hinzu zu addieren und 2 R abzuziehen, so ergiebt sich das Azimuth von 4 nach 5 $= \alpha' = \sphericalangle$ N, 4, 5.

Berechnet man nun aus dem gefundenen Azimuth und der anliegenden Seite 4, 5 wie bekannt die Koordinatendifferenzen und addiert dieselben algebraisch zu den Koordinaten des Stationspunktes 4, so erhält man die Koordinaten des Punktes 5.

Ganz auf dieselbe Weise verfährt man auch bei der Berechnung der Azimuthe und Koordinaten der übrigen Schnittpunkte.

Liegt eine Landesvermessung vor und sind die Vermessungsakten dem Geometer zugänglich, so kann die vorhin beschriebene Triangulation erspart werden, und man kann dann die Detailvermessung, wenn es gewünscht wird,

an das trigonometrische Netz der Landesvermessung in ähnlicher Weise wie soeben beschrieben anschließen.

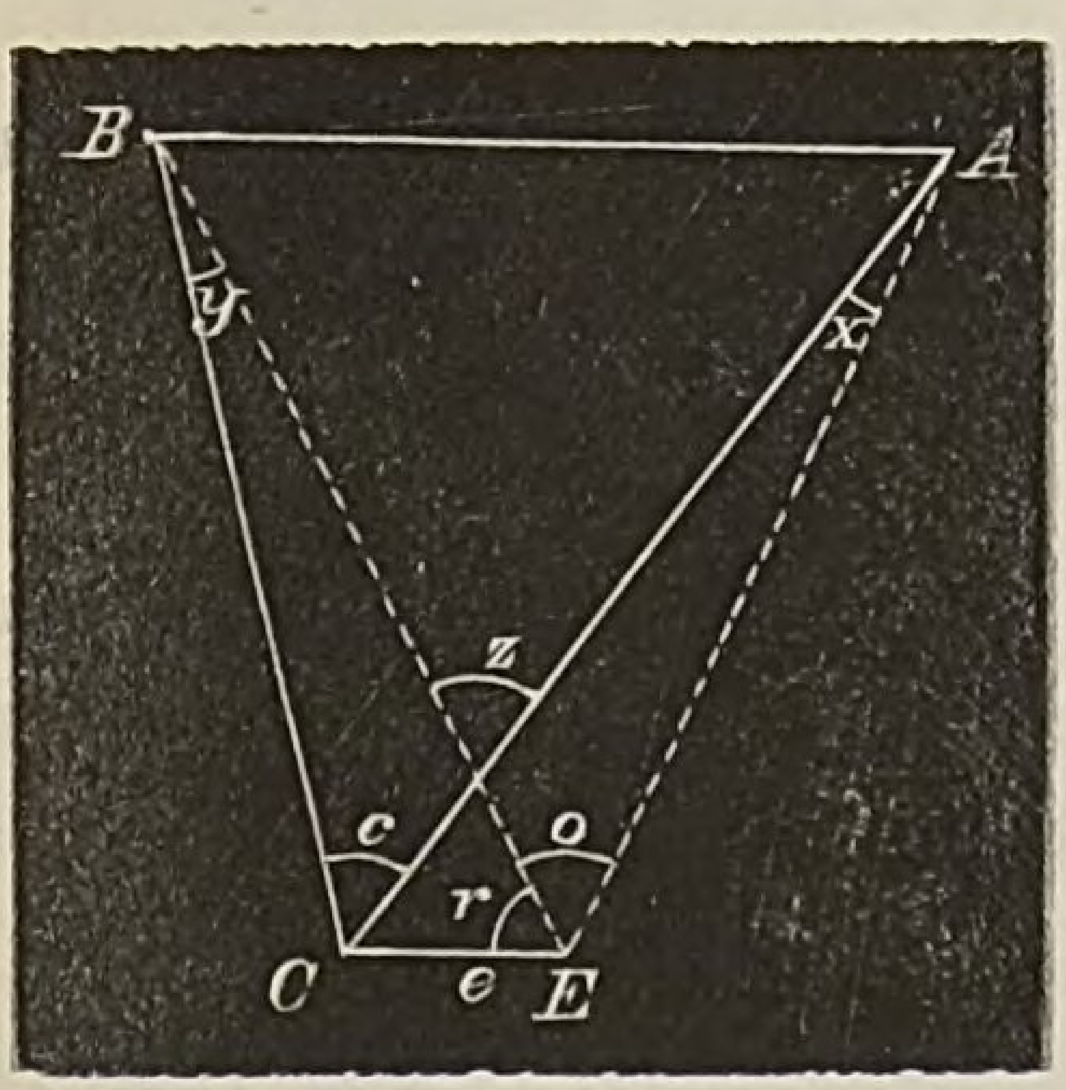
4. Vom Zentrieren der Winkel oder von der Reduktion der Winkel auf den Mittelpunkt der Station.

§ 82.

Es wurde bereits erwähnt, daß man bei der Festlegung der Dreieckspunkte auf dem Lokale namentlich hervorragende Objekte, wie Bäume, auf welche man eine Signalstange errichtet, Kirchturmspitzen u. dgl. wählt; da nun von diesen Punkten aus die verschiedenen Dreieckswinkel gemessen werden sollen, es aber, wie leicht einzusehen, nicht immer möglich ist, sich z. B. mit dem Theodoliten in eine Kirchturmspitze, d. h. im Mittelpunkte der Station aufzustellen, so ist ein Verfahren einzuschlagen, nach welchem man, selbst bei einer excentrischen Aufstellung, doch die richtigen Winkel erhält. Dieses Verfahren wird das Zentrieren der Winkel oder die Reduktion der Winkel auf den Mittelpunkt der Station genannt. Im allgemeinen können vier verschiedene Fälle vorkommen, welche nachstehend abgehandelt werden sollen.

Fall 1. Der Beobachtungspunkt E liegt rechts von dem wahren Stationspunkte C.

Ist A B C, Figur 181, ein Dreieck des Netzes, und man ist gehindert, in C den wahren Winkel c zu messen, so wählt man ganz in der Nähe des eigentlichen Stationspunktes C einen Punkt E, von welchem aus man die Winkel B E A = o und C E B = r aufnehmen, sowie die Messung der Entfernung des Punktes E von C = e ungehindert vornehmen kann. Da noch überdies die Seiten B C und A C als bekannt vorausgesetzt werden dürfen, so läßt sich der wirkliche Winkel B C A = c nun leicht wie folgt bestimmen. Es ist nämlich:



Figur 181.

$$z = o + x^{*)} \text{ und}$$
$$z = c + y, \text{ daher auch}$$
$$o + x = c + y, \text{ mithin}$$
$$c = o + x - y.$$

*) Verlängert man nämlich eine beliebige Seite eines Dreieckes, so ist der dadurch entstehende Außenwinkel immer gleich der Summe der inneren im Dreieck gegenüberliegenden Winkel.

Da ferner in jedem Dreiecke sich die Seiten wie die Sinuse der diesen gegenüberstehenden Winkel verhalten, so findet auch in dem Dreiecke A C E die Proportion statt:

$$A\,C : e = \sin(r + o) : \sin x \text{ oder}$$

$$\sin x = \frac{e \cdot \sin(r + o)}{A\,C}.$$

Ebenso ist im Dreiecke B C E:

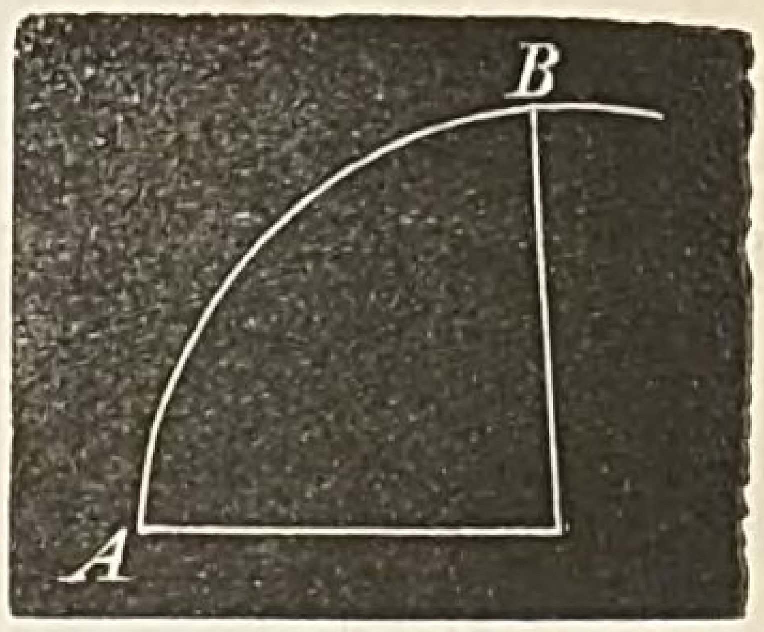
$$B\,C : e = \sin r : \sin y \text{ oder}$$

$$\sin y = \frac{e \cdot \sin r}{B\,C}.$$

Da nun die Winkel x und y sehr klein sind, denn e ist im Verhältnis zu den Dreiecksseiten A C und B C eine fast verschwindend kleine Größe, so kann man den sin x und sin y dem Bogen von x und y gleichsetzen, d. h. man hat auch

$$x = \frac{e \cdot \sin(r + o)}{A\,C} \text{ und } y = \frac{e \cdot \sin r}{B\,C}.$$

In diesen Gleichungen sind x und y in Teilen des Halbmessers ausgedrückt; wünscht man daher x und y in Sekunden, so verfährt man wie folgt:



Figur 182.

Es sei, Figur 182, Bogen A B = m in Teilen des Halbmessers und ebenso Bogen A B = n Sekunden, so ist

$$\text{Länge Bog. } 1'' : (\text{zum ganzen Bogen}) = 1'' : n'' \text{ und}$$

$$\text{Bog. } 1'' : m = 1'' : n'' = 1 : n, \text{ da aber}$$

$$\text{Bog. } 1'' = \sin 1''$$

gesetzt werden kann, so ist auch

$$\sin 1'' : m = 1 : n \text{ und } n = \frac{m}{\sin 1''}.$$

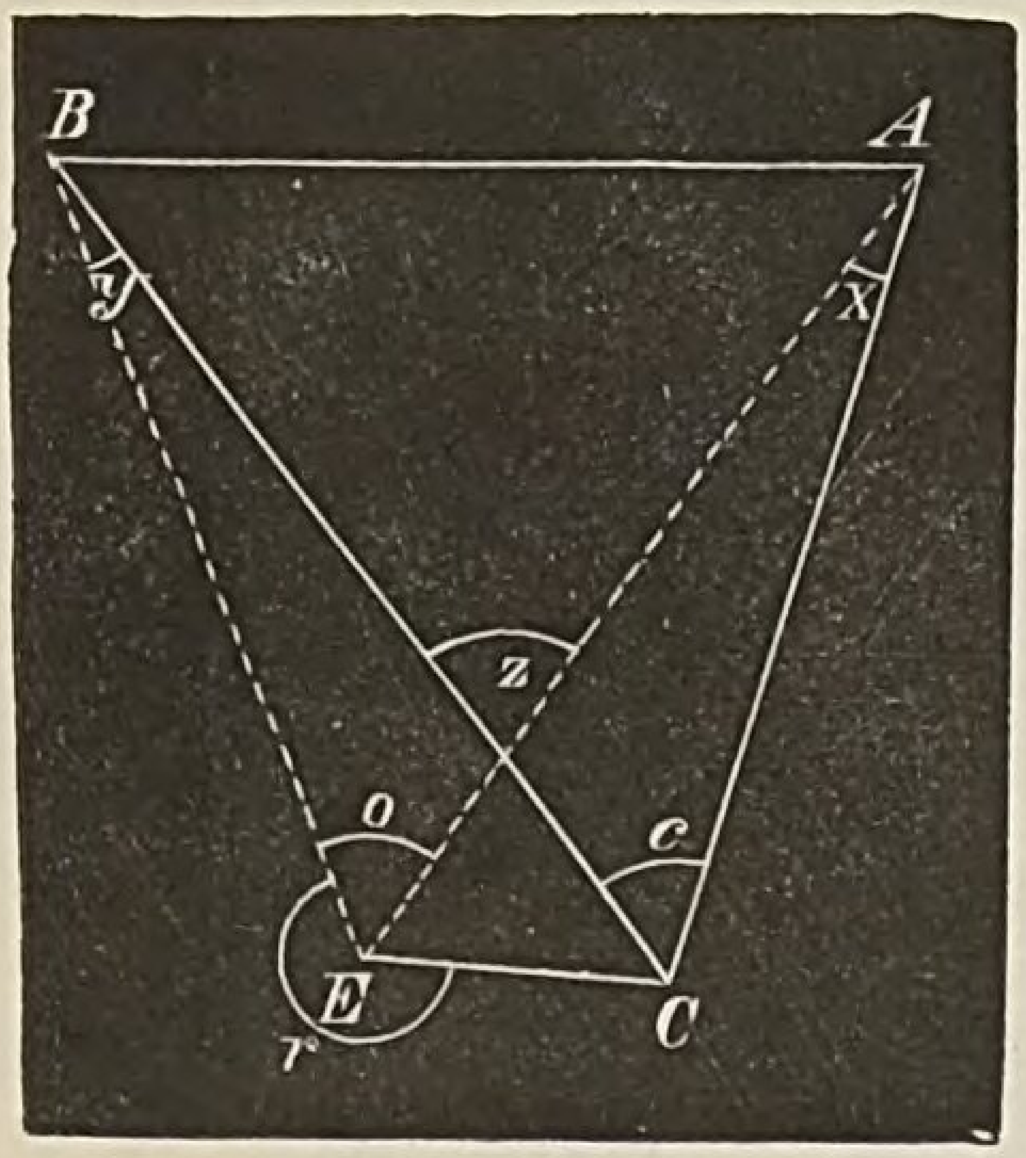
Soll daher ein im Längenmaß ausgedrückter Bogen in Sekunden angegeben werden, so muß das diesem Bogen entsprechende Längenmaß durch sin 1″ dividiert werden. Hiernach ergiebt sich dann:

$$x = \frac{e \cdot \sin(o + r)}{A\,C \cdot \sin 1''} \text{ und } y = \frac{e \cdot \sin r}{B\,C \cdot \sin 1''}.$$

Setzt man schließlich die so eben gefundenen Ausdrücke von x und y in die Gleichung $c = o + x - y$ ein, so ist endlich der wahre Winkel

$$c = o + \frac{e \cdot \sin(o + r)}{A\,C \cdot \sin 1''} - \frac{e \cdot \sin r}{B\,C \cdot \sin 1''}.$$

Fall 2. Der Beobachtungspunkt E liegt links von dem wahren Stationspunkte C, Figur 183.



Figur 183.

Versteht man unter Richtwinkel immer diejenigen Winkel, welche durch die Schenkel BE und AE mit der Linie EC = e gebildet werden, also die Winkel CEA und CEB, und nimmt man dabei ein für allemal die Linie CE als linken Schenkel oder als Signal links an, so ist in diesem Falle der Richtwinkel CEB = r > 2 R, mithin der sin r negativ; ebenso ist aber auch der andere Richtwinkel CEA = (r + o) > 2 R, mithin auch sin (r + o) negativ.

Der im ersten Falle gefundene Wert für c geht darum jetzt über in:

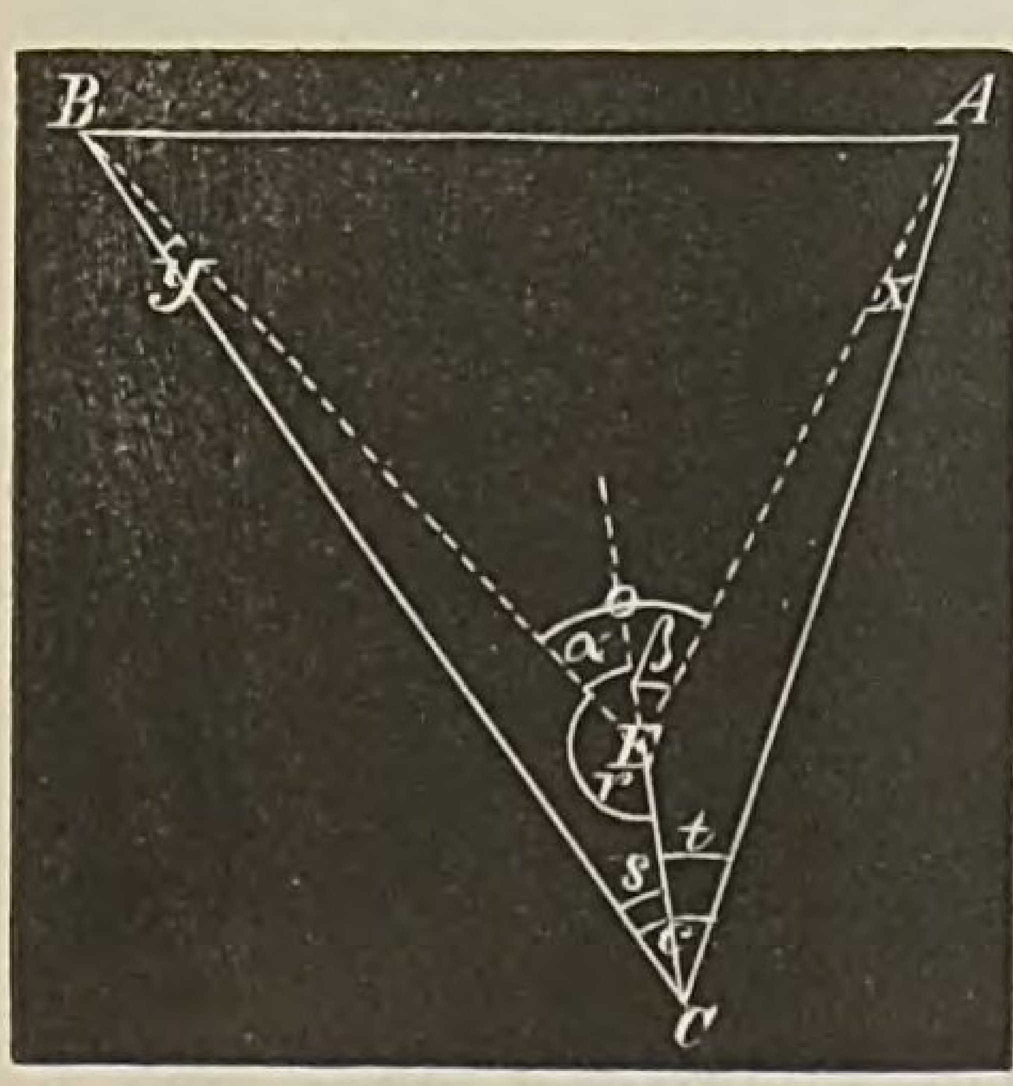
$$c = o + \frac{e \cdot \sin r}{BC \cdot \sin 1''} - \frac{e \cdot \sin (o + r)}{AC \cdot \sin 1''}.$$

Zu diesem Resultate gelangt man jedoch auch durch bloße Anschauung der Figur 183, denn es ist

$$z = c + x \text{ und}$$
$$z = o + y, \text{ daher auch}$$

$$c + x = o + y \text{ und } c = o + y - x; \text{ mithin}$$

$$c = o + \frac{e \cdot \sin r}{BC \cdot \sin 1''} - \frac{e \cdot \sin (o + r)}{AC \cdot \sin 1''},$$



Figur 184.

wenn man nämlich die bereits im ersten Falle gefundenen Werte für x und y hier substituiert.

Fall 3. Der Beobachtungspunkt E liegt innerhalb des Dreieckes ABC, Figur 184.

In diesem Falle ist der Richtwinkel CEB = r < 2 R, also auch der sin r positiv, und der zweite Richtwinkel CEA = (o + r) > 2 R, mithin negativ, d. h. es geht der für c gefundene Wert über in:

$$c = o - \frac{e \cdot \sin (o + r)}{AC \cdot \sin 1''} - \frac{e \cdot \sin r}{BC \cdot \sin 1''}.$$

Zu demselben Ausdruck gelangt man auch hier wieder durch Anschauung der Figur 184, denn es ist:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = y + s \\ \beta = x + t\end{array}\right\} \text{daher}$$

$$\alpha + \beta = y + x + s + t;$$

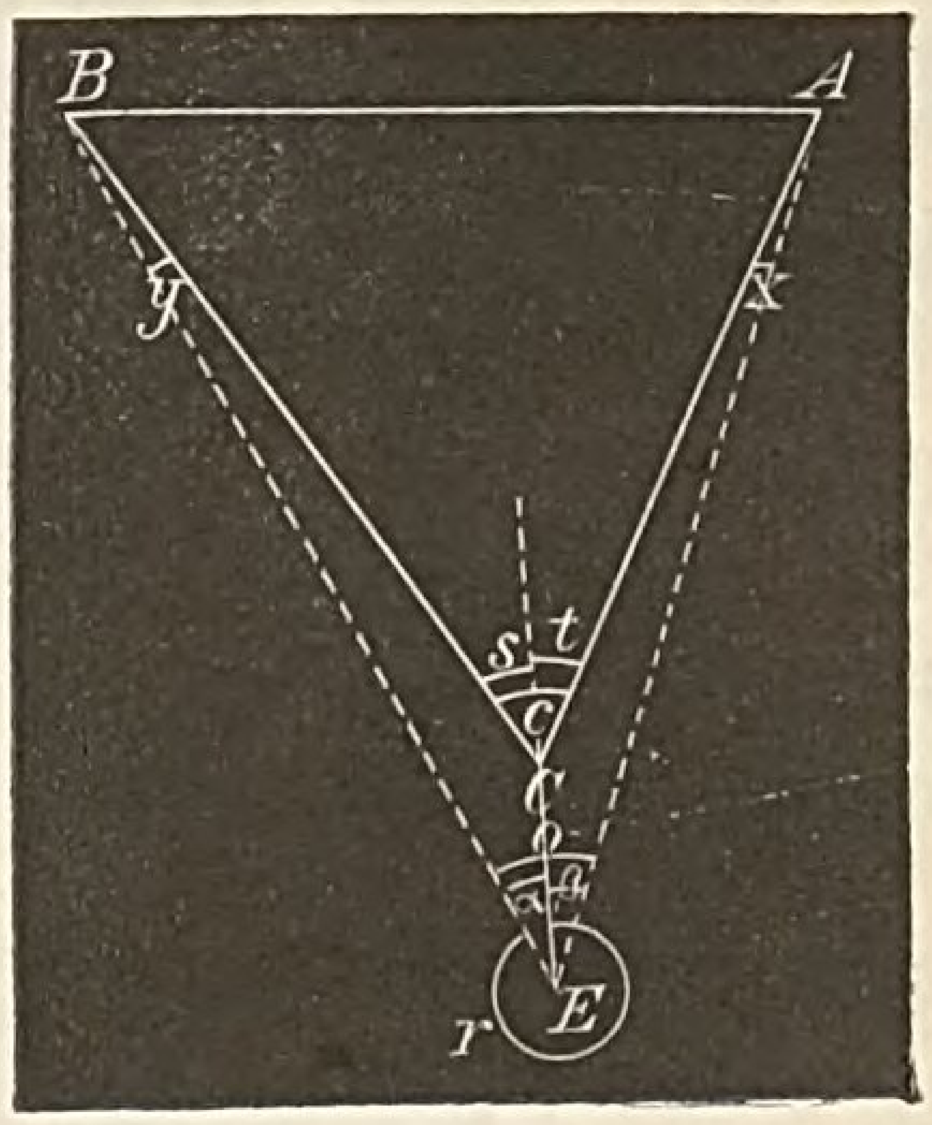
da nun $\alpha + \beta = o$ und $s + t = c$ ist, so erhält man, wenn diese Werte substituiert werden:

$$o = c + y + x, \text{ daraus}$$

$$c = o - y - x \text{ und endlich}$$

$$c = o - \frac{e \cdot \sin(o + r)}{A\,C \cdot \sin 1''} - \frac{e \cdot \sin r}{B\,C \cdot \sin 1''}.$$

Fall 4. Der Beobachtungspunkt E liegt hinter dem wahren Stationspunkte C, Figur 185.



Figur 185.

In diesem Falle ist der Richtwinkel C E B = r > 2 R, mithin sin r negativ; dagegen ist der Richtwinkel C E A = (r + o) = (4 R + β) = β; mithin β < 2 R und sin (r + o) positiv.

Wir haben daher

$$c = o + \frac{e \cdot \sin(r + o)}{A\,C \cdot \sin 1''} + \frac{e \cdot \sin r}{B\,C \cdot \sin 1''}.$$

Auch hier läßt sich dasselbe Resultat aus der Figur 185 ableiten; es ist nämlich:

$$\left.\begin{array}{l}s = \alpha + y \\ t = \beta + x\end{array}\right\} \text{daher}$$

$$s + t = \alpha + \beta + y + x;$$

da nun $s + t = c$ und $\alpha + \beta = o$ ist, so hat man

$$c = o + x + y \text{ und endlich}$$

$$c = o + \frac{e \cdot \sin(r + o)}{A\,C \cdot \sin 1''} + \frac{e \cdot \sin r}{B\,C \cdot \sin 1''}.$$

Um die soeben für die vier verschiedenen Fälle entwickelten Ausdrücke für den logarithmischen Gebrauch möglichst bequem zu machen, und um namentlich die mit der ständig wiederkehrenden Division durch A C · sin 1″ und B C · sin 1″ verbundene Subtraktion bei der logarithmischen Berechnung zu vermeiden, kann man wie folgt verfahren. Es ist nämlich:

$$\log \frac{e \cdot \sin(o + r)}{A\,C \cdot \sin 1''} = \log e + \log \sin(o + r) - \log A\,C - \log \sin 1'' =$$
$$\log e + \log \sin(o + r) + (10 - \log A\,C - 10) + (10 - \log \sin 1'' - 10) =$$
$$\log e + \log \sin(o + r) + \text{compl.} \log A\,C - 10 + \text{compl.} \log \sin 1'' - 10 =$$
$$\text{compl.} \log \sin 1'' + \log e + \text{compl.} \log A\,C + \log \sin(o + r) - 20.$$

Ebenso findet man:

$$\log \frac{e \cdot \sin r}{B\,C \cdot \sin 1''} = \log e + \log \sin r - \log B\,C - \log \sin 1'' =$$
$$\log e + \log \sin r + (10 - \log B\,C - 10) + (10 - \log \sin 1'' - 10) =$$
$$\log e + \log \sin r + \text{compl.} \log B\,C - 10 + \text{compl.} \log \sin 1'' - 10 =$$
$$\text{compl.} \log \sin 1'' + \log e + \text{compl.} \log B\,C + \log \sin r - 20.$$

Nach diesen beiden umgestalteten Ausdrücken wird nun die Reduktion der Winkel auf den Mittelpunkt der Station am zweckmäßigsten nach folgendem Formular ausgeführt. Es sei z. B. für den ersten Fall der Excentricität der Richtwinkel $r = 40°, 32', 00''$, der Winkel $o = 75°, 28', 25''$ gefunden worden, so ist der Richtwinkel $r + o = 40°, 32', 00'' + 75°, 28', 25'' = 115°, 60', 25''$, und da ferner nach dem vorigen der wahre Centrirwinkel $c = o - y + x$ ist, so ergeben sich die unbekannten Winkel y und x, ausgedrückt in Sekunden, wie folgt:

Station E		Signal links B	Signal rechts A	
Dist. e: 0,40 m	Dist. B C: 546,33 m	Richtw. r: 40° 32′ 00″	Dist. A C: 573,10 m	Richtw. o + r: 115° 60′ 25″

	− y	+ x
Compl. log sin 1″	5,80388 − 10	5,80388 − 10
log Entf. vom Centr.	0,60206 − 1	0,60206 − 1
Compl log Entf. vom Signal .	7,26255 − 10	7,24177 − 10
log sin Richtwinkel	9,77221	9,98683
log Exzentr. (in Sek.)	23,44070 − 21	23,63454 − 21
Exzentr. (in Sek.)	− 276	+ 431

Hiernach ist also $y = 276''$ und $x = 431''$. Werden nun diese Werte in die obige Formel substituiert, so ergiebt sich:

$$c = o + x - y = 75°\ 28'\ 25'' + 4'\ 31'' - 2'\ 76'' = 75°\ 29'\ 80''.$$

Ganz in derselben Weise wird auch die Rechnung für die drei anderen Fälle ausgeführt, wobei natürlich die Zeichen zu berücksichtigen sind, welche die Winkel x und y in jedem Einzelfalle haben.

III. Auflösung der Aufgabe, durch einen Wald eine Schneiße zu hauen.

§ 83.

Ehe wir unsere Abhandlung über den Theodoliten abschließen, müssen wir noch einer Aufgabe gedenken, welche für den Straßenbauer, noch mehr aber für den Forstwirt von der größten Wichtigkeit ist.

Es kommt häufig vor, daß man durch einen Wald eine gerade Straße oder einen Holzabfuhrweg, der auf einen ganz genau bestimmten Punkt ausmünden soll, zu führen hat, oder daß man zu Taxationszwecken über den ganzen Wald hin ein System gerader, paralleler Wirtschaftsstreifen (Schneißen) zu legen beabsichtigt.

Da man aber, wegen des Dickichts des Waldes, von dem Anfangspunkte der abzusteckenden Schneiße aus, den Endpunkt derselben nicht sehen kann, so fragt es sich, wie man verfahren muß, um doch auf dem vorbezeichneten Punkt richtig auszumünden.

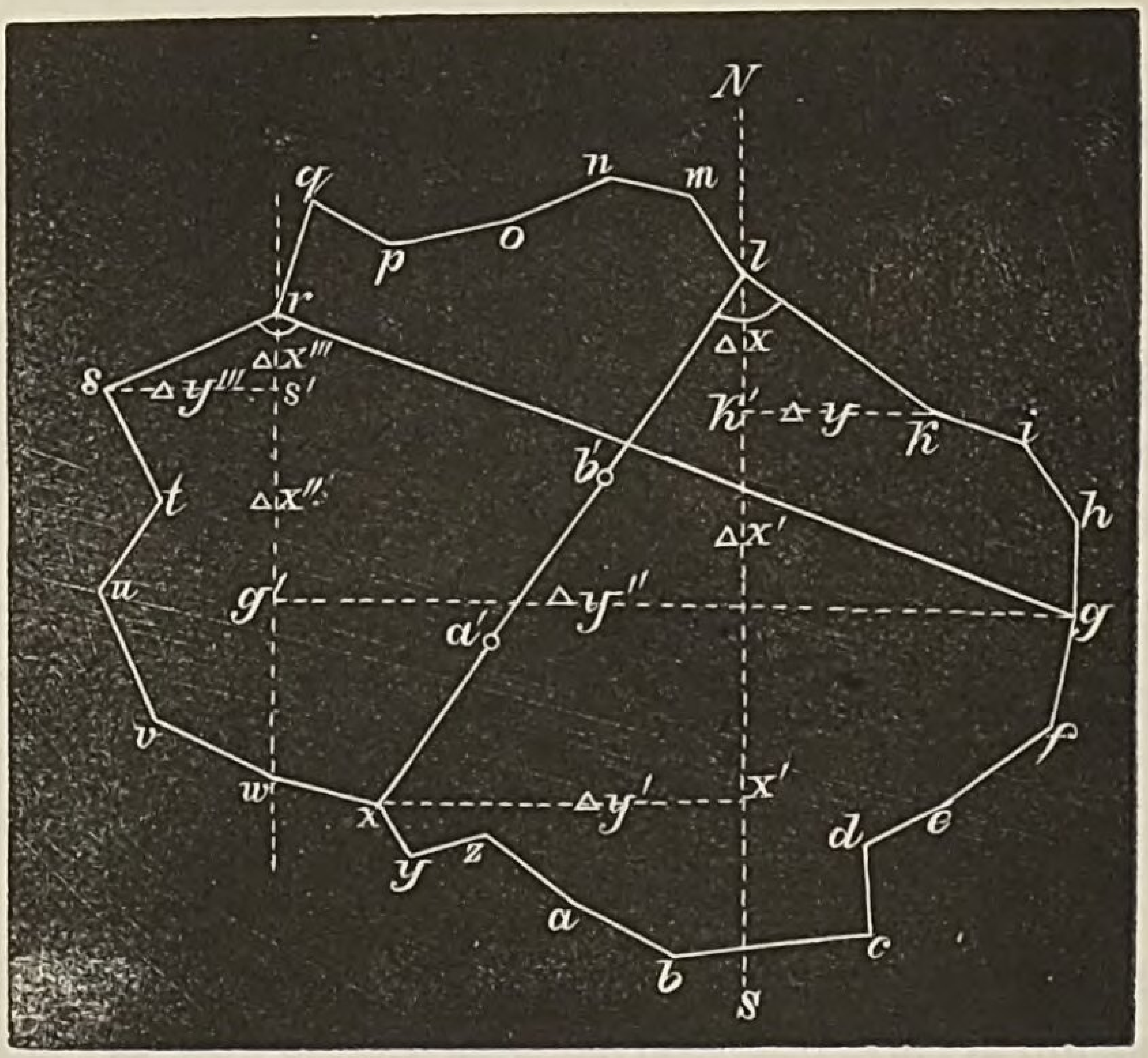
Bezeichnet z. B. a, b, c, d, e ..... x, y, z, Figur 186, die Grenze eines Waldes und man beabsichtigt von l aus eine gerade Schneiße zu führen, die genau auf den Grenzstein x ausmünden soll, so ist zur Lösung der Aufgabe nur die Größe des Winkels k l x notwendig.

Ist nämlich dieser Winkel bekannt, so begebe man sich mit dem Theodoliten genau über l, stecke in k einen Absteckstab senkrecht ein, stelle die Nonien auf Null, visiere das Fernrohr bei unverrückten Nonien genau in k ein und drehe dasselbe alsdann so weit nach der Richtung von x hin, bis die Nonien genau den Winkel k l x angeben.

Alsdann visiert man bei festgeschraubter Alhidade in der Richtung nach x und beseitigt alle Hindernisse in der jetzt gegebenen Schneißenlinie.

Ist die Linie l x sehr lang, oder ist das Terrain hügelig oder bergig, so visiere man in so weiter Entfernung als nur möglich, etwa in a′ einen Stab ein, stelle sodann auch in b′ einen solchen auf, begebe sich alsdann mit dem Instrumente genau über a′, stelle es horizontal und die Nonien wieder auf Null und richte hierauf das Fernrohr genau in b′ ein. Dreht

man endlich das Fernrohr genau um 2 R herum, so muß natürlich jetzt das Fernrohr wieder in derselben Richtung wie vorhin stehen. Auf diese Weise fährt man fort, bis man endlich in x ausmündet.



Figur 186.

Der noch unbekannte Winkel k l x läßt sich leicht berechnen, wenn die Koordinaten der Punkte l, k und x bekannt sind. Stellt man nämlich durch N S die durch den Punkt l gehende Mittagslinie vor, und errichtet man von k auf dieselbe die Senkrechte k k' und von x die Senkrechte x x', so bezeichnet k k' = $\triangle$y die Ordinatendifferenz und k' l = $\triangle$x die Abscissendifferenz zwischen den Punkten k und l; ferner ist aber auch x x' = $\triangle$y' die Ordinatendifferenz und x' l = $\triangle$x' die Abscissendifferenz der Punkte x und l. Man hat also in dem rechtwinkeligen Dreieck k l k' die beiden Katheten $\triangle$y und $\triangle$x und in dem rechtwinkeligen Dreieck x l x' die beiden Katheten $\triangle$y' und $\triangle$x' gegeben, es läßt sich mithin im ersten Dreieck der Winkel k l k' und im zweiten der Winkel x l x' trigonometrisch berechnen. Ist aber $\measuredangle$ k l k' und $\measuredangle$ x l x' bekannt, dann ist $\measuredangle$ k l k' + x l x' = k l x, d. h. gleich dem Winkel, unter welchem die Schneiße durchhauen werden muß. Die Winkel k l k' und x l x' findet man nun nach dem Satze: In jedem rechtwinkeligen Dreieck verhält sich eine Kathete zur anderen gleich wie der sin · totus zur Tangente des an der ersten Kathete anliegenden spitzen Winkels.

Hiernach besteht in dem Dreiecke k l k' die Proportion:

$$\triangle x : \triangle y = \sin \text{tot} : \text{tang } k\,l\,k'$$

und wenn man den sin tot = sin R = 1 setzt:

$$\triangle x \cdot \text{tang } k'\,l\,k = \triangle y \text{ und}$$

$$\text{tang } k'\,l\,k = \frac{\triangle y}{\triangle x} \text{ oder}$$

$$\log \text{tang } k'\,l\,k = \log \triangle y - \log \triangle x.$$

Ebenso hat man in dem Dreiecke x l x':

$$\triangle x' : \triangle y' = \sin \text{tot} : \text{tang } x\,l\,x' \text{ oder}$$

$$\triangle x' \cdot \text{tang } x\,l\,x' = \triangle y'; \text{ daraus}$$

$$\text{tang } x\,l\,x' = \frac{\triangle y'}{\triangle x'}, \text{ endlich}$$

$$\log \text{tang } x\,l\,x' = \log \triangle y' - \log \triangle x'.$$

Beispiel 1. Von l nach x soll eine gerade Schneiße geführt werden; wie findet man den Winkel k l x, wenn die Koordinaten der Punkte k, l und x wie folgt gegeben sind:

Ordinate k = 5604,50 m,		Abscisse k = 30551,78 m,
" l = 5564,41 m,		" l = 30564,27 m,
" x = 5536,80 m;		" x = 30468,93 m.

Die Ordinatendifferenz zwischen k und l ist nun: 5604,50 — 5564,41 = 40,09 = △ y; die Abscissendifferenz zwischen k und l ist aber = 30564,27 — 30551,78 = 12,49 = △ x.

Ebenso die Ordinatendifferenz zwischen l und x: 5564,41 — 5536,80 = 27,61 = △ y'; die Abscissendifferenz zwischen l und x: 30564,27 — 30468,93 = 95,34 = △ x'.

Hiernach ist nun:

$$\triangle x : \triangle y = \sin \text{tot} : \text{tang } k\,l\,k' \text{ und}$$

$$12{,}49 : 40{,}09 = 1 : \text{tang } k\,l\,k' \text{ oder}$$

$$\text{tang } k\,l\,k' = \frac{40{,}09}{12{,}49};$$

$$\log \text{tang } k\,l\,k' = \log 40{,}09 - \log 12{,}49 =$$

$$1{,}603036 - 1{,}096562 = 0{,}506474 + 10 = 10{,}506474;$$

$$\text{daher } \measuredangle\, k\,l\,k' = 80^\circ\ 77'\ 29'' \text{ neue Teilung}$$

$$= 72^\circ\ 41'\ 44'' \text{ alte Teilung.}$$

Ferner ist:

$$\triangle x' : \triangle y' = \sin tot : tang\ x\,l\,x',$$ oder

$$95{,}_{34} : 27{,}_{61} = 1 : tang\ x\,l\,x',$$ daraus

$$tang\ x\,l\,x' = \frac{27{,}_{61}}{95{,}_{34}}$$ und

$$\log tang\ x\,l\,x' = \log 27{,}_{61} - \log 95{,}_{34} =$$

$$1{,}441066 - 1{,}979275 = 9{,}461791;$$

daher $\sphericalangle x\,l\,x' = 17^\circ\ 94'\ 53''$ neue Teilung

$= 16^\circ\ 9'\ 3''$ alte Teilung.

Mithin der Schneißenwinkel:

$k\,l\,x = 80^\circ\ 77'\ 29'' + 17^\circ\ 94'\ 53'' = 98^\circ\ 71'\ 82''$ neue Teilung

$= 72^\circ\ 41'\ 44'' + 16^\circ\ 9'\ 3'' = 88^\circ\ 50'\ 47''$ alte Teilung.

Beispiel 2. Es ist von r nach g eine gerade Straße durch einen Wald zu führen; wie kann dies geschehen, wenn die Koordinaten der Punkte r, g und s wie folgt gegeben sind:

Ordinate	g = 5536,80 m,	Abscisse	g = 30468,93 m,
"	r = 5112,96 m,	"	r = 30609,59 m,
"	s = 5068,46 m,	"	s = 30605,03 m.

Da es sich auch hier wieder um die Bestimmung des Winkels g r s handelt, so bestimme man zunächst zwischen r und g die Ordinatendifferenz $g\,g' = \triangle y''$ und die Abscissendifferenz $r\,g' = \triangle x''$; ebenso zwischen r und s die Ordinatendifferenz $s\,s' = \triangle y'''$ und die Abscissendifferenz $r\,s' = \triangle x'''$; nämlich

$$\triangle y'' = 5536{,}_{80} - 5112{,}_{96} = 423{,}_{84}$$ und

$$\triangle x'' = 30609{,}_{59} - 30468{,}_{93} = 140{,}_{66}$$ ferner

$$\triangle y''' = 5112{,}_{96} - 5068{,}_{46} = 44{,}_{50}$$ und

$$\triangle x''' = 30609{,}_{59} - 30605{,}_{03} = 4{,}_{56}.$$

Nun hat man zur Bestimmung des Winkels $g'\,r\,g$ in dem rechtwinkeligen Dreiecke $g'\,r\,g$ die Proportion:

$$\triangle x'' : \triangle y'' = \sin tot : tang\ g'\,r\,g$$ oder

$$140{,}_{66} : 423{,}_{84} = 1 : tang\ g'\,r\,g;$$ daher

$$tang\ g'\,r\,g = \frac{423{,}_{84}}{140{,}_{66}}$$ und

$$\log tang\ g'\,r\,g = \log 423{,}_{84} - \log 140{,}_{66} =$$

$$2{,}627202 - 2{,}140170 = 10{,}479032;$$

mithin $\sphericalangle g'\,r\,g = 79^\circ\ 60'\ 6''$ neue Teilung

$= 71^\circ\ 38'\ 26''$ alte Teilung.

Ebenso hat man zur Bestimmung des Winkels s r s′ in dem rechtwinkeligen Dreiecke s r s′:

$$\triangle x''' : \triangle y''' = \sin \text{tot} : \text{tang } s\,r\,s' \text{ oder}$$

$$4{,}_{56} : 44{,}_{50} = 1 : \text{tang } s\,r\,s'; \text{ daher}$$

$$\text{tang } s\,r\,s' = \frac{44{,}_{50}}{4{,}_{56}} \text{ und}$$

$$\log \text{tang } s\,r\,s' = \log 44{,}_{50} - \log 4{,}_{56} =$$

$$1{,}648360 - 0{,}658965 = 10{,}989395;$$

$$\text{mithin } \measuredangle\ s\,r\,s' = 93^\circ\ 49'\ 91'' \text{ neue Teilung}$$

$$= 84^\circ\ 8'\ 57'' \text{ alte Teilung.}$$

Hiernach ist also der Winkel g r s, welchen die zu bestimmende Straßenrichtung mit der Seite s r bildet:

$$\measuredangle\ g\,r\,s = 79^\circ\ 60'\ 6'' + 93^\circ\ 49'\ 91'' = 173^\circ\ 9'\ 97'' \text{ neue Teilung}$$

$$= 71^\circ\ 38'\ 26'' + 84^\circ\ 8'\ 57'' = 155^\circ\ 47'\ 23'' \text{ alte Teilung.}$$

Sollten die Koordinaten der erwähnten Punkte nicht bekannt sein, also noch keine polygonometrische Vermessung des Waldes stattgefunden haben, so müssen die Koordinaten der Punkte, welche man benötigt, natürlich erst vorher in bekannter Weise berechnet werden. Noch ist zu bemerken, daß bei langen Schneißen die Seiten k l, r s u. s. w., welche den einen Schenkel des Schneißenwinkels bilden, möglichst lang gewählt werden müssen, weil sich sonst leicht im Anvisieren der Stäbe kleine Irrtümer ergeben. Sind darum die Entfernungen von l oder r nach dem nächstliegenden Grenzpunkte kleiner als 80 — 100 Meter, so wähle man wo möglich einen entfernter liegenden Punkt i, h oder t, u und berechne auf diese Punkte die Winkel. Kennt man endlich die Koordinaten von nahe liegenden, sichtbaren Triangulationspunkten (Kirchtürmen u. s. w.), so können die Winkel auch auf diese sehr gut berechnet werden.

Wäre jedoch der Waldkomplex, Figur 186, mit dem Meßtisch aufgenommen worden, die Koordinaten der Umfangspunkte daher nicht bekannt, so läßt sich dennoch der Schneißenwinkel k l x annähernd, und bei nicht allzulangen Schneißen auch für gewöhnlichere Zwecke hinreichend genau auf dem konstruktiven Wege und dem Rechnungsverfahren wie folgt bestimmen.

Man projektiert nämlich die Richtung der Schneiße auf der Meßtischaufnahme (Karte) und bestimmt den Winkel k l x so genau wie möglich mit einem gut gearbeiteten Transporteur. Oder man zieht durch l mit einer harten Bleifeder die Mittagslinie N S, errichtet auf diese die Senk-

rechten k k′ und x x′ und greift △ y und △ x, sowie △ y′ und △ x′ mit Zirkel und Maßstab so genau wie thunlich ab, und erhält dann in der Länge dieser in Metern und Bruchteilen von Metern ausgedrückten Linien die Elemente zur trigonometrischen Berechnung des Schneißenwinkels nach dem soeben gelehrten Verfahren.

Daß jedoch die direkte Berechnung der Koordinatendifferenzen zuverlässigere Resultate liefert als die Ermittelung derselben nach der Karte oder dem Grundrisse, bedarf wohl keines weiteren Beweises.

Sechster Abschnitt.

Von den Arbeiten mit den Waldboussolen*).

Vorbemerkungen.

§ 84.

Die Boussolen im allgemeinen haben einesteils als Mittel zur Orientierung des Meßtisches (Orientierungsboussolen, § 39) und anderenteils als selbständige Instrumente zur Aufnahme von Winkeln und Flächen (Wald- oder Feldboussolen) in manchen Gegenden eine große Verbreitung. Sie gewinnen überdies durch ihre von den übrigen Meßinstrumenten wesentlich verschiedene Grundlage noch an besonderem Interesse.

Bestreicht man nämlich Nadeln, dünne schmale Platten oder Stäbchen von Stahl mit einem natürlichen oder künstlichen Magneten, so erhalten dieselben die Eigenschaft, wenn sie sich auf einer Spitze frei bewegen können, für eine gewisse Zeit und an einem gewissen Orte nach ein und derselben Richtung — beiläufig nach Norden — hinzuzeigen. Auch wird eine solche Nadel (Stäbchen) insofern selbst zum Magnet, als sie die Eigenschaft erhält, kleine Eisentheilchen (Feilspäne) namentlich nach ihren beiden Enden (Polen) hin anzuziehen oder von Eisen angezogen zu werden. Das nach Norden zugekehrte Ende der Nadel heißt Nordpol, das nach Süden gekehrte Südpol.

Die beide Pole einer Magnetnadel verbindende gerade Linie heißt magnetische Achse. Die vertikale Ebene, welche man sich durch eine freie bewegliche, ruhig stehende Magnetnadel gelegt denkt, wird magnetischer Meridian genannt, während man unter geographischem oder astronomischem Meridian diejenige Linie versteht, welche man sich durch die beiden Erdpole gezogen denkt. Nur in den wenigsten Punkten der Erde fallen die Richtungen des magnetischen und geographischen Meridians

*) Vom Mittelalt buxola, buxala, das Büchschen. Im Italienischen bussola.

zusammen, und man nennt denjenigen Winkel, welchen der magnetische mit dem geographischen Meridian macht, d. h. die Abweichung der Magnetnadel von der wahren Nord-Südrichtung, die Deklination oder magnetische Abweichung. Die Deklination kann nun gleich Null oder eine östliche oder eine westliche Abweichung sein. Es giebt nämlich zwei unregelmäßig gekrümmte Linien auf der Erde, in welchen die Nadel genau nach Norden und Süden zeigt (Linien ohne Abweichung). Diese Linien gehen durch die magnetischen Erdpole und teilen die Erde in zwei Teile, von welchen der eine Teil östliche, der andere Teil westliche Abweichung zeigt. So hat gegenwärtig der östliche Teil von Nordamerika, das atlantische Meer, ganz Europa mit Ausnahme von Nord-Ostrußland westliche Abweichung.

Im Laufe der Jahrhunderte ändert sich jedoch die magnetische Abweichung aller Punkte der Erde, und diese kann selbst von einer östlichen in die westliche und umgekehrt überschlagen. So waren z. B. im 16. Jahrhundert die Abweichungen in Europa östlich, sie wurden dann = 0 und gingen in westliche über. Die westliche Ablenkung stieg dann bis zu einem Maximum und ist seit etwa 60 Jahren wieder im Rückgang begriffen. So hatte z. B. Paris im Jahre 1580 eine östliche Abweichung von 11½°, und 1663 von 0°, von da an wurde die Ablenkung westlich und zwar 1700 = 8° 10′, 1780 = 19° 55′; 1805 = 22° 5′; 1814 = 22° 34′; 1816 = 22° 25′; 1828 = 22° 5′; 1832 = 22° 3′; u. s. w. Diese Abänderungen heißen sekulare Abweichungen.

Die westliche Abweichung des magnetischen von dem astronomischen Meridian läßt sich aus nachstehender Zusammenstellung für das Jahr 1876 ersehen:

Westliche Abweichung des magnetischen vom astronomischen Meridian für Mitte 1876.

Nördliche Breite	Östliche Länge von Ferro										
	25°	26°	27°	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°
45°	14°, 1	13°, 7	13°, 3	12°, 9	12°, 3	11°, 8	11°, 3	10°, 8	10°, 3	9°, 8	9°, 3
47° 30′	14°, 6	14°, 1	13°, 6	13°, 3	12°, 7	12°, 2	11°, 7	11°, 2	10°, 6	10°, 1	9°, 5
50°	15°, 1	14°, 5	14°, 0	13°, 4	13°, 0	12°, 5	12°, 0	11°, 5	10°, 9	10°, 4	9°, 8
52° 30′	15°, 6	15°, 0	14°, 2	13°, 6	13°, 2	12°, 7	12°, 1	11°, 5	10°, 9	10°, 3	9°, 8
55°	15°, 9	15°, 3	14°, 7	14°, 3	13°, 7	13°, 0	12°, 2	11°, 5	10°, 9	10°, 3	9°, 5

Neben den säkularen Abweichungen, welche nur innerhalb größerer Zeiträume sich bemerklicher machen, unterliegt die Magnetnadel auch noch täglichen Variationen. Morgens 8 Uhr geht die Nadel am weitesten östlich, nachmittags 2 Uhr am weitesten westlich, abends 10 Uhr wieder am weitesten östlich und nachts 2 Uhr wieder am weitesten westlich, so daß täglich zwei Maxima und zwei Minima eintreten. Diese täglichen Abweichungen wachsen mit der geographischen Breite, sind aber wieder im Sommer größer als im Winter; auch scheinen sie eine etwa zehnjährige Periode des Zu- und Abnehmens zu haben. Die größte tägliche Ablenkung giebt z. B. Bauernfeind für München zu 11,5 Minuten, die kleinste 6,3 Minuten an.

Will man daher mit der Magnetnadel den Meridian eines Ortes bestimmen, so sollte man stets die Zeit nach Jahr, Tag und Stunde angeben.

Aus vorstehenden Betrachtungen geht aber hervor, daß man, wenn es sich um keine sehr große Genauigkeit handelt, die Richtungen der Magnetnadeln für kurz auf einander folgende Beobachtungen und für Orte, deren geographische Breite nicht mehr als cirka 8000 Meter von einander entfernt sind, als parallel annehmen kann.

Auf dieser Eigenschaft beruht die Anwendung der Magnetnadel als Boussoleninstrument in der Vermessungskunde.

Die in ihrem Schwerpunkte unterstützte, sonst aber frei schwebende Magnetnadel zeigt, neben ihrer Abweichung von der Nordlinie, noch eine zweite von der Horizontallinie, welche Inklination genannt wird. Auch diese unterliegt ständigen geringen Schwankungen in der Art, daß sich in der nördlichen Halbkugel die Nordspitze, in der südlichen Halbkugel aber die Südspitze der Nadel um so mehr senkt, je mehr man sich den magnetischen Polen nähert. Es giebt nämlich in der Nähe des Äquators eine mehr oder weniger gekrümmte Linie, wo die Inklination gleich Null ist, die Nadel also ganz horizontal liegt (magnetischer Äquator der Erde). Entfernt man sich von dem magnetischen Äquator immer mehr, so nimmt die Inklination immer mehr zu, bis gegen die Erdpole hin die Inklination = 90° wird, die Nadel daher vertikal steht. Diese beiden Punkte heißen magnetische Nord- und Südpole.

Da die Anwendung der Magnetnadel in der Meßkunde eine vollständig horizontale Lage der Nadel als wünschenswert erscheinen läßt, so kann

die letztere dadurch auf bequeme Weise hergestellt werden, daß man auf der nördlichen Halbkugel das Südende, auf der südlichen Halbkugel das Nordende mittelst einer verschiebbaren Messinghülse um so mehr beschwert, je mehr man sich den Polen nähert.

Die Darstellung der verschiedenen Methoden, gute Magnetnadeln zu fertigen und die verlorene magnetische Kraft derselben wieder herzustellen, ist Gegenstand der Physik und wird in dieser Beziehung auf die physikalischen Werke von Baumgartner, Pouillet, Müller, Wüllner, Eisenlohr, Külp u. s. w. verwiesen.

Zu bemerken bliebe nur noch, daß die Magnetnadel auch noch anderen störenden Einflüssen unterliegt, mit deren Wachsen die Zuverlässigkeit der Boussoleninstrumente abnimmt. So wirken die Schwankungen im magnetischen Meridian, die sich in der Luft anhäufende Elektrizität, die Wärme und Kälte, das Nordlicht, der Wind, sowie im Boden liegende Eisenerze oder eisenhaltige Gesteine, wie Serpentin, Basalt, Granit, Porphyr u. s. w fortwährend und zuweilen so stark auf die Richtung der Magnetnadel ein, daß die Vermessungsarbeiten mit der Boussole entweder auf kurze Zeit unterbrochen oder selbst ganz eingestellt werden müssen.

Was die Brauchbarkeit und Zuverlässigkeit der Boussolen als selbstständige Vermessungsinstrumente anlangt, so sind die Ansichten noch sehr abweichend. In manchen Gegenden werden sie vollständig verworfen, in andern Landstrichen bedient man sich derselben fast noch zu allen Aufnahmen. Übrigens mag die übertriebene Anhänglichkeit an die Boussolen aus einer Zeit stammen, in welcher noch Mangel an besseren und namentlich billigen, leicht transportablen und einfachen Theodoliten war. Gegenwärtig erscheinen jedoch die Boussoleninstrumente nicht mehr in der vorteilhaftesten Beleuchtung, und dürfte in denjenigen Gegenden, wo sie noch den Ruf eines vorzüglichen Meßinstrumentes besitzen, jedenfalls alter Schlendrian und Vorurteil vorherschen.

Obgleich die Waldboussole vorzugsweise bei Waldaufnahmen verwendet wird, so eignet sie sich doch nicht zu Umfangsmessungen größerer Waldungen. Diese sollten, wenn nicht durch trigonometrische Koordinatenberechnung, unter Zuhilfenahme des Theodoliten, doch jedenfalls mit einem gut gearbeiteten größeren Meßtische erfolgen.

Der Umfang der Anwendbarkeit der Waldboussole ließe sich hiernach dahin formulieren:

Sie kann mit Vorteil gebraucht werden, wenn es sich darum handelt, das innere Detail der Waldungen, wie Waldabteilungen, Bonitätsgrenzen, Blößen, Schluchten, Wege, Gewässer, Gerölle u. s. w. mit geringem Aufwande an Zeit, Kosten und geodätischen Kenntnissen zu vermessen und zu verzeichnen, ohne große Ansprüche in Bezug auf Genauigkeit zu machen.

Die Boussole steht zwar dem Meßtisch und namentlich dem Theodoliten an Wert weit nach, da jedoch die Detailvermessungen meist nur zu wirtschaftlichen Zwecken ausgeführt werden, hierbei aber die Fehler bei der Bonitierung des Waldbodens, der Erhebung der gegenwärtigen Holzmassen und des künftigen Zuwachses, die kleinen Versehen bei der Flächeninhaltsermittelung jedenfalls übersteigen dürften, so genügt eine Ausscheidung der Waldparzellen mit der Waldboussole unter der Voraussetzung der Festlegung des äußeren Umfanges nach einer besseren Vermessungsmethode.

Als eigentliches Winkelmeßinstrument empfiehlt sich die Boussole in gegenwärtiger Zeit nicht mehr, weil die im Wesen der Magnetnadel liegenden Mängel durch die sorgsamste Konstruktion nicht zu heben sind und der einfachste Theodolit in derselben Zeit weit brauchbarere Resultate liefert. Die Anwendung der Boussole zu Vermessungen, welche öffentlichen Glauben haben sollen, ist jetzt in den meisten Staaten gesetzlich verboten. Ihr Hauptvorteil besteht noch darin, daß mit ihr, ähnlich wie bei dem Meßtische, mit Springständen gearbeitet werden kann.

Aber selbst dieser Vorteil verschwindet, wenn man die Boussole mit dem Meßtisch vereinigt, d. h. die Bestandesausscheidungen u. s. w. mit einer kleineren Form von Meßtischen, den sogenannten Detaillierbrettchen (§ 32 D.), nach der Springständemethode § 49 B. aufnimmt. Solche billige Meßtischchen, deren Tischblätter etwa 40—50 Centimeter im Quadrate haben und z. B. im Königreiche Sachsen vielfach im Gebrauche sind, besitzen zwar nicht immer ein Verschiebungskreuz und eine Vorrichtung zur feinen Horizontalstellung, lassen sich aber wegen ihrer Einfachheit leicht handhaben und gewähren noch überdies den großen Vorteil, daß das Bild der Figur alsbald auf dem Tischblatt entworfen wird, während bei der Boussolenaufnahme dieses zu Hause erst umständlich aufgetragen werden muß.

Man rühmte an den Boussoleninstrumenten seither besonders ihren bequemen Gebrauch, leichten Bau und ihre Billigkeit. Manche Instrumente der Art besitzen aber diese empfehlenden Eigenschaften dann nur in geringerem Grade, wenn sie gleichzeitig auch noch zu Nivellements und

Höhenmessungen benutzt werden sollen. Durch die Notwendigkeit besonderer Horizontalschrauben, sowie das Anbringen eines Höhenkreises mit Nonien, das Aufsetzen verschiedener Röhrenlibellen u. s. w., wird nämlich der ganze Mechnismus komplizierter, und die Handhabung selbst umständlicher. Die Nivellierinstrumente verlieren bei solchen Konstrutionen oft an Genauigkeit, während die Boussolen dabei an Güte nichts gewinnen.

Man kauft deshalb auch ein vorzügliches Nivellier- und Boussoleninstrument zusammen häufig billiger, als ein gleichzeitig zum Nivellieren eingerichtetes Boussoleninstrument.

I. Beschreibung, Prüfung und Berichtigung der Waldboussolen.

1. Beschreibung der Waldboussolen.

§ 85.

A. Die Boussole mit Diopteru.

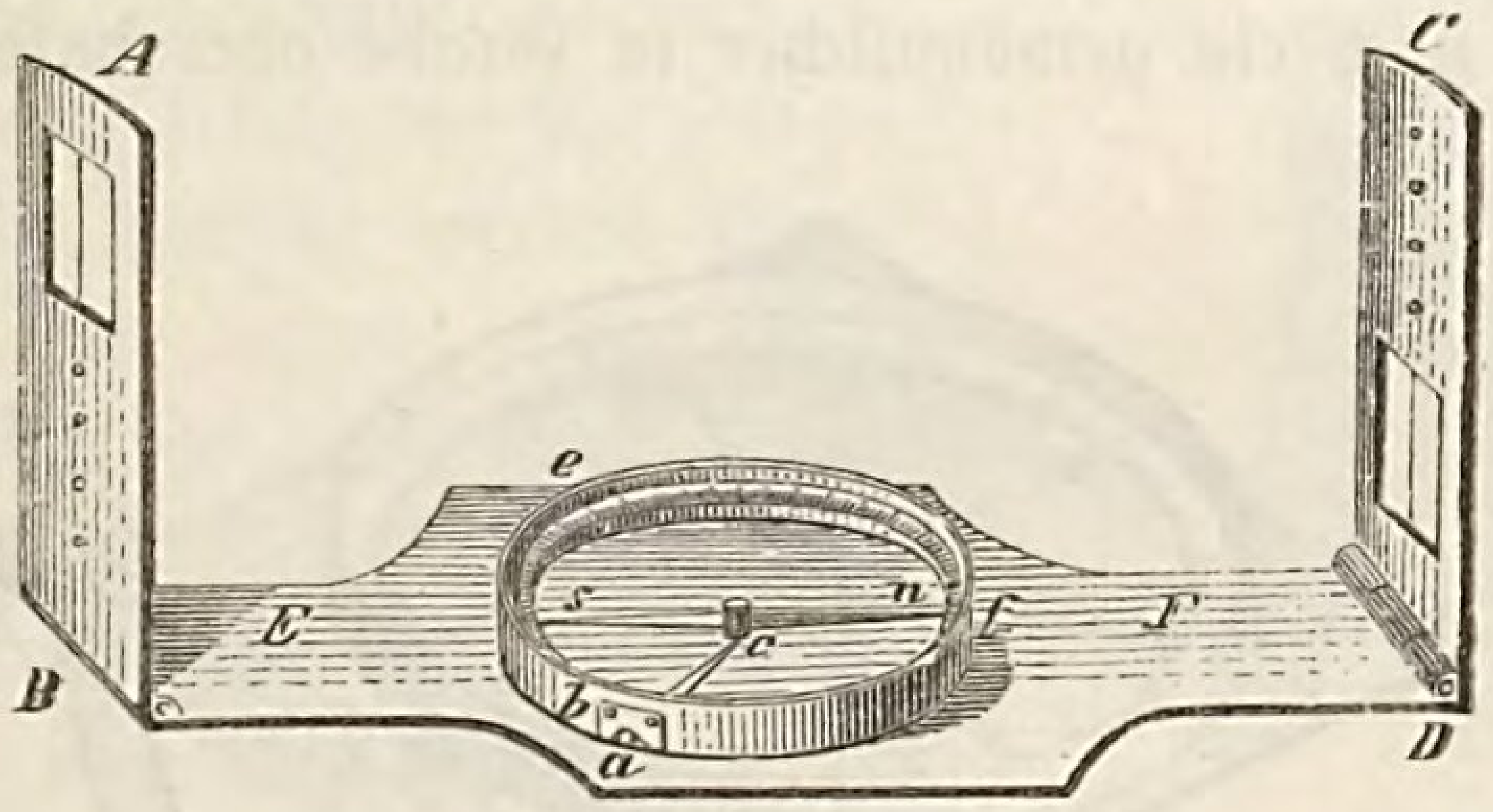
Abgesehen von der verschiedenartigen Form der Stative ist die Konstruktion dieser einfachen Instrumente im Wesen folgende:

Auf einer ebenen Messingplatte E F, Figur 187, welche vielfach auch die Form eines Quadrates besitzt, ist das 3 Centimeter hohe, oben mit einem Glasdeckel e f verschlossene Gehäuse von Messing angebracht. In der Mitte desselben steht ein stählerner Stift c, auf welchem eine, in ihrem Schwerpunkte unterstützte, etwa 12 Centimeter lange Magnetnadel, gerade wie bei der Orientierungsboussole § 39, ruht In derselben Höhe und Ebene mit der Nadel ist in dem Umfange des Gehäuses ein Metallring angebracht, welcher seinen Mittelpunkt in c hat und in halbe oder unter Umständen in viertel Grade geteilt ist, so daß an demselben Winkel bis zu diesem Betrage abgelesen werden können. Die Nadelenden streichen bis unmittelbar vor die Teilung und haben, wenn dieselben nicht spitz auslaufen, bei n und s feine Striche, welche, mit einander verbunden, mit dem Stifte c eine gerade Linie bilden, welch letztere daher den geteilten Kreis in zwei gleiche Hälften teilt.

An den beiden Enden E und F der Messingplatte befinden sich ferner zwei zum Umlegen und Vor- und Rückwärtsvisieren eingerichtete Diopter-vorrichtungen A B und C D, welche auf E F oder dem Glasdeckel senkrecht stehen und deren vertikale Visierebene bei den meisten Boussolen durch die Spitze c des Stiftes und somit auch durch den Mittelpunkt des eingeteilten

Kreises geht. Ferner soll der Nullpunkt der Teilung, welcher sich an der Seite n des Ringes befindet, mit der Visierrichtung zusammenfallen.

Mit dem Schieberchen b steht die hebelförmige Vorrichtung a c in Verbindung, mittelst welcher durch Verrückung des Schieberchens b nach E hin die Nadel n s während des Transportes fest an den Glasdeckel angedrückt (arretiert) und somit jede schädliche Reibung und Erschütterung vermieden werden kann.



Figur 187.

Wird dieses Instrument noch mit einem einfachen Stative in Verbindung gesetzt, welches eine Horizontalstellung und kreisförmige Drehung der Boussole gestattet, so können mit derselben leicht die Winkel aufgenommen werden, welche die aufzunehmenden Linien in der Natur mit dem magnetischen Meridian bilden.

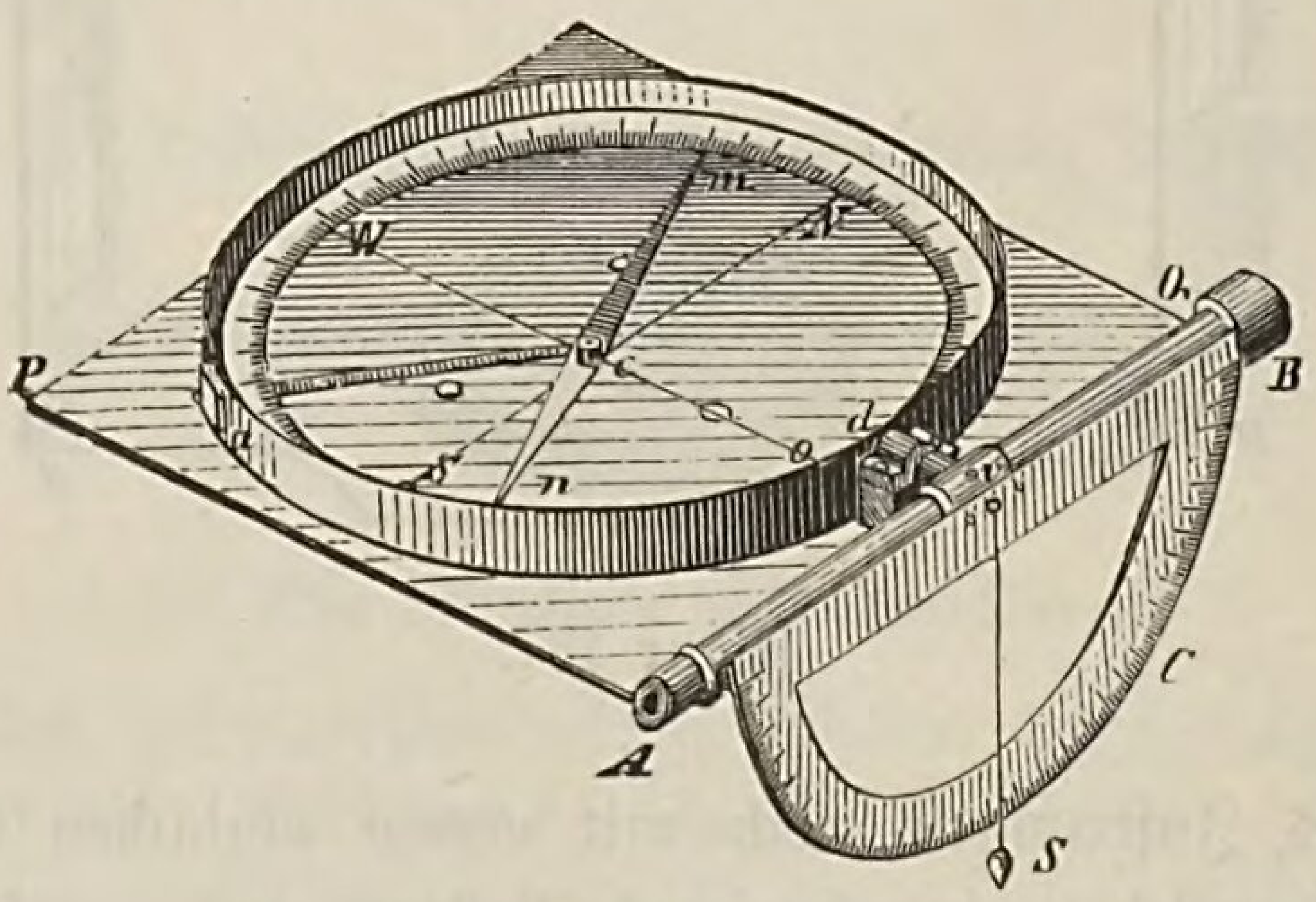
Neben dieser Konstruktion finden sich öfter noch andere Boussolen, welche ganz die aus der folgenden Figur ersichtliche Form besitzen, nur statt des Fernrohrs A B an der Seite mit einer Dioptervorrichtung versehen sind.

B. Die Boussole mit Fernrohr.

Die Konstruktion hat viel Ähnlichkeit mit der vorhergehenden. Auf der Mitte der quadratförmigen Messingplatte P Q, Figur 188, befindet sich dasselbe Gehäuse mit dem in Grade oder halbe Grade geteilten Kreise und derselben Magnetnadel. Durch das Schieberchen a kann die Nadel m n mittelst des hebelförmigen Armes a c an den Glasdeckel während des Transportes fest angedrückt (arretiert) werden. Die Diopter werden jedoch durch ein achromatisches Fernrohr A B mit Fadenkreuz ersetzt, welches bei der Form, welche wir eben beschreiben, an der einen Seite der Messing-

platte P Q angebracht und mittelst seiner kurzen Achse d v so befestigt ist, daß es bei horizontaler Stellung des Instrumentes sich in vertikaler Richtung bewegen und auch herumschlagen läßt. Überdies soll die durch A B gehende Visierrichtung zu dem mit 0° (N) und 180° (S) bezeichneten Durchmesser NS der Teilung parallel laufen.

Die Richtungen der vier Weltgegenden sind auf der Platte P Q innerhalb des Gehäuses durch zwei senkrecht auf einander stehende Linien, welche entsprechend mit N, S, W und O bezeichnet sind, angezeigt. An das Fernrohr A B kann noch ein gewöhnlicher in Grade oder halbe Grade geteilter

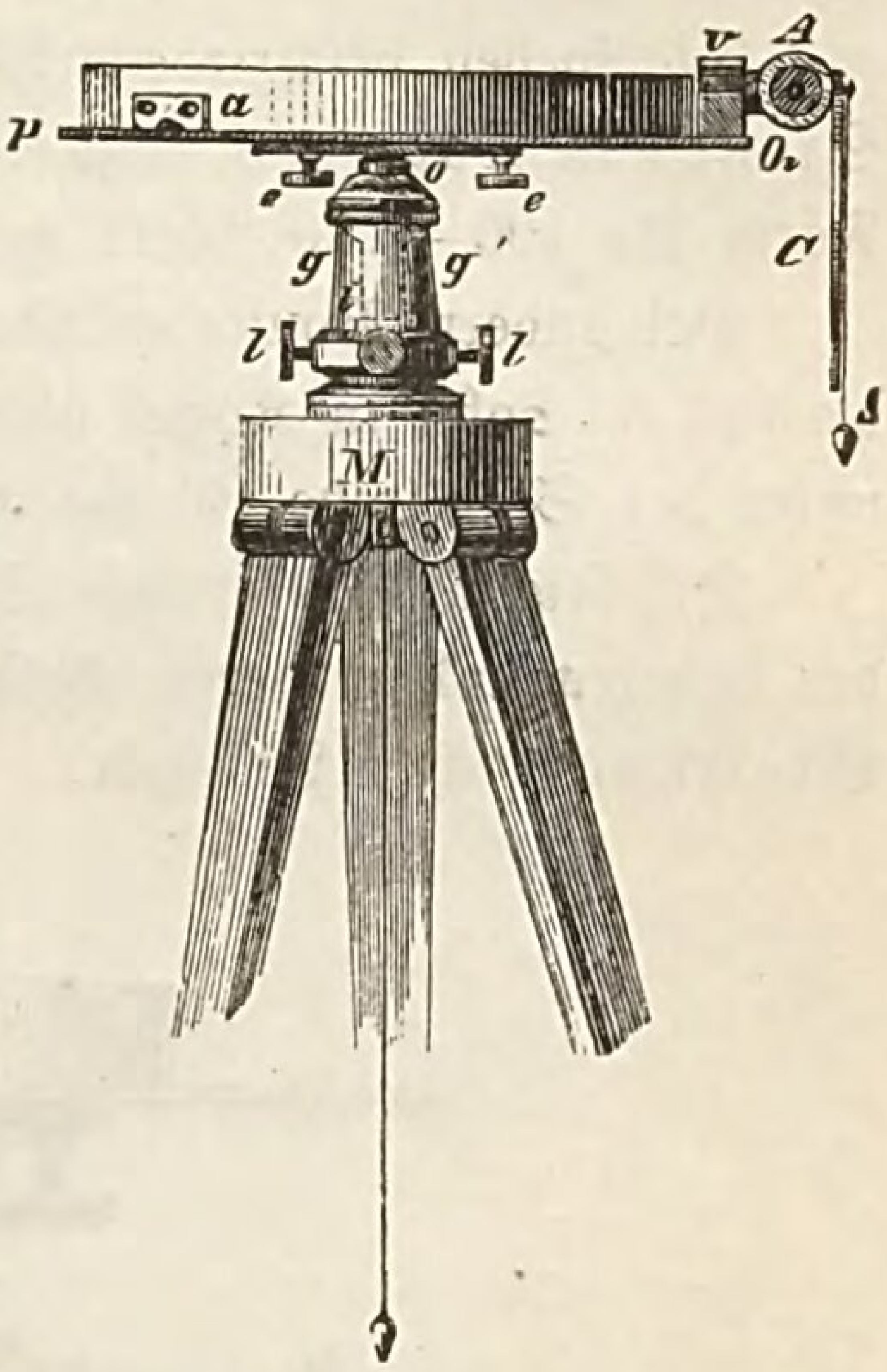


Figur 188.

Transporteur C in der Art angeschraubt werden, daß bei horizontaler Lage des Fernrohrs das von v an einem dünnen Seidenfaden herabhängende Lot S gerade in den Nullpunkt der Teilung einspielt. Der Transporteur ist nach links und rechts noch in 90 Teile geteilt, und man ist daher im stande, dieses Instrument auch zu Höhen- und Böschungsmessungen zu benutzen, natürlich nur für eine mindere Genauigkeit. Ist nämlich das Okular A nach der Erde gesenkt, also A B nicht horizontal, dann zeigt das Lot S den betreffenden Höhenwinkel, im umgekehrten Falle aber den Tiefenwinkel an. Letztere Vorrichtung ist jedoch für Horizontalaufnahmen unnötig, und darf nur dann als eine Zugabe zu demselben betrachtet werden, wenn mit dem Instrumente auch Höhenbestimmungen ausgeführt werden sollen.*)

*) Verschiedene Mechaniker bringen an neueren Boussoleninstrumenten einen Höhenkreis mit Noniusablesung an, so daß dieselben auch zur genaueren Bestimmung von Vertikalwinkeln verwendet werden können.

Die weitere Einrichtung des soeben beschriebenen Instrumentes, sowie dessen Verbindung mit dem Stative, geht aus der Seitenansicht der Figur 189 deutlich hervor. Durch die drei Schrauben e, von welchen jedoch in der Figur nur zwei sichtbar sind, wird nämlich die etwa 10 Centimeter lange hohle Messinghülse g g', welche bis zum Stativkopfe M reicht, senkrecht mit dem Mittelpunkte der Platte P Q und so verbunden, daß die letztere samt Fernrohr in horizontaler Richtung noch beliebig um den oberen Punkt o der Hülse gedreht werden kann. Dagegen endigt der untere innere Teil des hohlen Messinggehäuses mit einer Schraubenmutter, in welche die in der Mitte des Stativkopfes M befestigte Schraubenspindel eingeschraubt wird, um das ganze Instrument fest mit dem Stative zu verbinden.



Figur 189.

Die Konstruktion des Statives stimmt im wesentlichen mit derjenigen des Theodoliten überein und ist überdies aus der Figur ersichtlich.

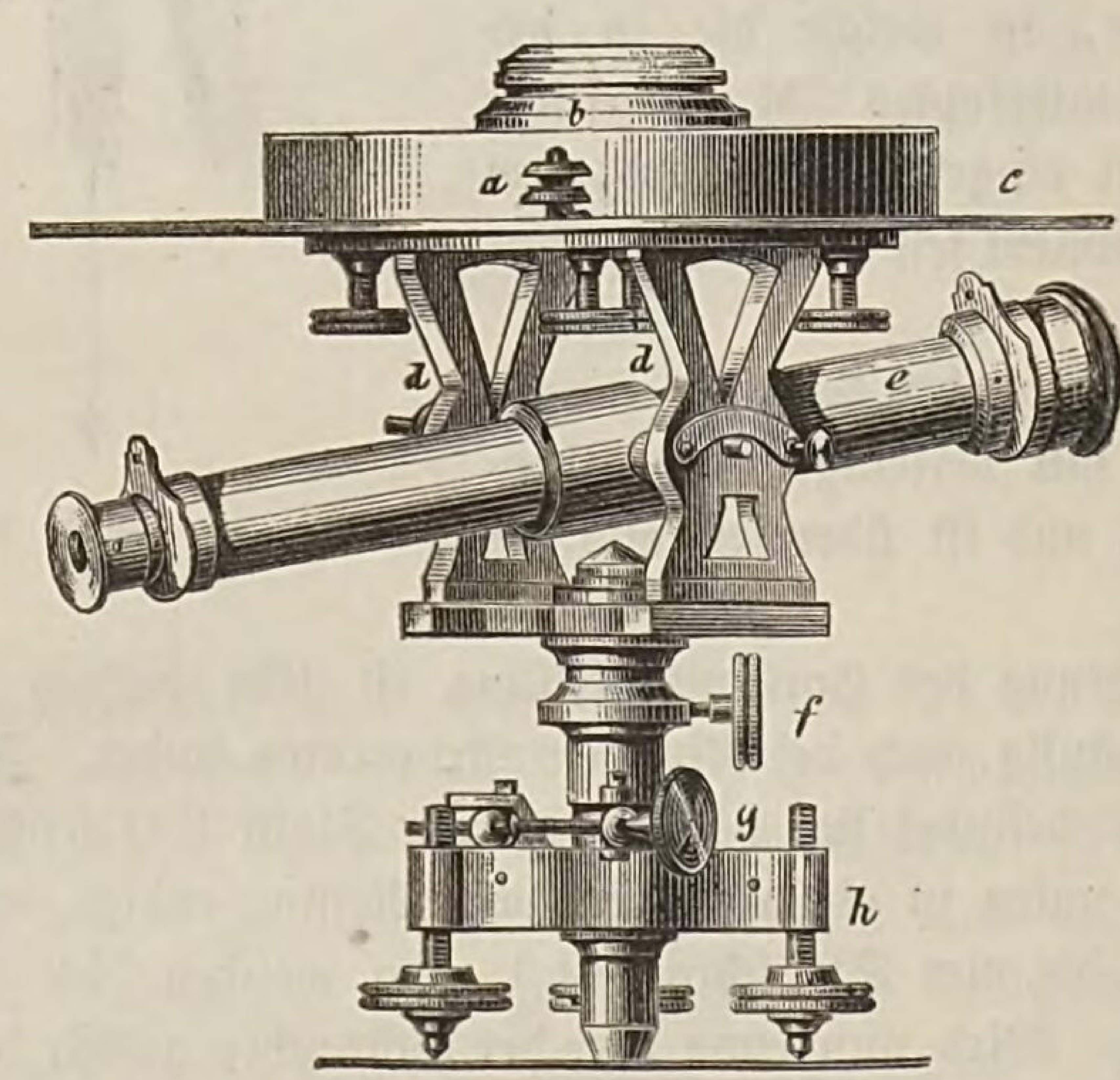
Die Vorrichtung der Horizontalstellung ist sehr einfach und dieselbe, wie man sie häufig auch bei Nivellierinstrumenten findet. Innerhalb der Messinghülse g g' befindet sich nämlich ein zur Platte P Q senkrecht stehender Zapfen, welcher unten in einen Würfel von Messing endigt, auf dessen vier vertikale Seiten die vier Stellschrauben l, von welchen hier nur drei sichtbar sind, wirken. Wird nun etwa eine der Schrauben gelöst, die ihr gegenüberstehende aber angezogen, so muß sich offenbar die Platte P Q nach der Richtung hinneigen, in welcher die Schraube an den Würfel drückt. Man ist daher im stande, dem Instrument jede beliebige, mithin auch horizontale Lage zu erteilen. Da an diesem Instrumente keine Wasserwage (Libelle) angebracht ist, so wird der horizontale Stand desselben daran erkannt, daß die Enden der Magnetnadel an beiden Seiten genau an dem obern Rande des eingeteilten Gradringes hingleiten, was für die ohnehin mangelhafte Boussolenaufnahme hinreichend ist. Zum Überfluß könnte jedoch auf den Glasdeckel eine kleine Dosenlibelle aufgesetzt und beim Transport in der Tasche nachgetragen werden. Mittelst Lösung der Schrauben e kann der

ganze unterhalb der Platte P Q liegende Teil des Instrumentes und durch Lösung der Schraube v das Fernrohr nebst Höhenkreis abgeschraubt werden, was beim Abtragen der gemessenen Winkel auf das Papier immer geschehen muß.

Die soeben beschriebene Waldboussole wurde früher vom Hofmechanikus Siener in Darmstadt angefertigt, kann aber in gleicher oder ähnlicher Form für 100—120 Mark auch von andern Mechanikern bezogen werden.

Bei andern Boussoleninstrumenten (z. B. bei der Boussole von Breithaupt & Sohn in Kassel und Starke in Wien) ist das Fernrohr vertikal unter der Stahlspitze (Gnomenspitze) der Magnetnadel angebracht.

Die Figur 190, welche Schneitler „die Instrumente und Werkzeuge der höheren und niederen Meßkunst" entnommen ist, giebt eine Ansicht der Breithauptschen Boussole.



Figur 190.

Schneitler beschreibt dieses Instrument wie folgt: „Das Fernrohr e, welches sich zum Vor- und Rückwärts-Visieren umlegen läßt, befindet sich unter der Platte c der Boussole a zwischen zwei Trägern d d. Durch diese Anordnung wird zugleich das Ablesen der Grade nicht behindert. Das Umlegen des Fernrohrs ist eine sehr wünschenswerte Einrichtung, deren Zweck man früher auf viel umständlicherem Wege zu erreichen suchte; durch eine in der Figur ersichtliche Vorrichtung d wird die Querachse des Fernrohrs zu beiden Seiten unverrückt im Lager erhalten. An der Achse des

Fernrohrs läßt sich ein Gradbogen mit Nonius zum Messen von Vertikalwinkeln anbringen. Der untere Teil hat drei Stellschrauben h zur Horizontalstellung nach Angabe der Libelle b; die Horizontaldrehung hat zur genauen Einstellung eine Mikrometerschraube g. Die Schraube f, welche gegen den Zentralzapfen drückt, dient zur Feststellung des Apparats, a zur Feststellung der Nadel."

2. Prüfung und Berichtigung der Waldboussolen.

§ 86.

Die Eigenschaften einer guten Waldboussole sind folgende:

A. Außer der Nadel selbst und dem senkrechten Mittelstifte darf kein Bestandteil des Instrumentes eisenhaltig sein.

Das in dem Messing enthaltene Eisen wirkt auf die Magnetnadel störend und bringt durch unregelmäßige Ablenkungen derselben Unrichtigkeiten bei der Winkelmessung hervor. Um nun das zu dem Instrumente verwendete Messing auf etwaigen Eisengehalt zu prüfen, bringt man in die Nähe der verschiedenen Teile des Instrumentes eine andere Magnetnadel. Erleidet diese eine Ablenkung, so ist dies der sicherste Beweis für das Vorhandensein von Eisen, ist die Ablenkung stärker, so kann das Instrument nicht wohl zu genaueren Aufnahmen benützt werden.

B. Die Magnetnadel muß balanziert sein und mit der Gradeinteilung in einerlei Ebene liegen.

Durch die Horizontalstellung des Instrumentes überzeugt man sich von dieser Eigenschaft. Sollte die Nadel nicht im Gleichgewicht stehen, so kann dieser Anforderung leicht mittelst Anbringung eines kleinen Messingscharniers an der leichteren Hälfte der Nadel genügt werden, wodurch gleichzeitig auch die veränderliche Inklination der Nadel beseitigt werden kann.

C. Nach jeder Drehung des Instrumentes muß die Nadel eine leichte regelmäßige Bewegung zeigen und sich, wenn man sie aus ihrer Ruhe gebracht hat, immer wieder genau an dieselbe Stelle begeben.

Die Ursachen der Unempfindlichkeit können, wie dieses bereits in § 39 erwähnt wurde, in der verlorenen magnetischen Kraft der Nadel, in äußeren atmosphärischen Einflüssen, sowie darin liegen, daß sich die Stahlspitze c umgebogen, oder zu tief in das Achathütchen eingebohrt hat, oder daß sich Unreinigkeiten in letzteres gesetzt haben.

Im ersten Falle muß man der Nadel ihre magnetische Kraft wieder verleihen. Ein Gebrechen am Hütchen oder an der Spitze wird jedoch am besten durch den Mechanikus beseitigt. Liegt endlich die Empfindlichkeit der Nadel in Witterungseinflüssen, so muß die Arbeit so lange ganz ausgesetzt werden.

D. Die die vier Weltgegenden bezeichnenden Linien sollen genau auf einander senkrecht stehen und die Gradeintheilung muß überhaupt richtig sein.

Obgleich solche grobe Fehler von keinem tüchtigen Mechanikus zu erwarten sind, so kann man dieselben nötigenfalls mit einem guten Mikrometerzirkel untersuchen. Man schraubt zu diesem Behufe den Ring von der Platte ab und prüft, ob jeder Winkel, der zwischen den sich senkrecht in der Mitte der Spitze durchschneidenden Linien N S und W O liegt, genau einen Quadranten beträgt. Ist dies der Fall, so kann man auch noch untersuchen, ob der 360. und 180. Grad genau mit der Nord- und Südlinie, der 90. und 270. Grad aber genau mit der Ost- und Westlinie zusammenfällt. Um sich überhaupt von der Richtigkeit der Gradeinteilung zu überzeugen, hat man nur nachzusehen, ob die beiden entgegengesetzten Nadelspitzen immer genau um 2 R von einander abstehen.

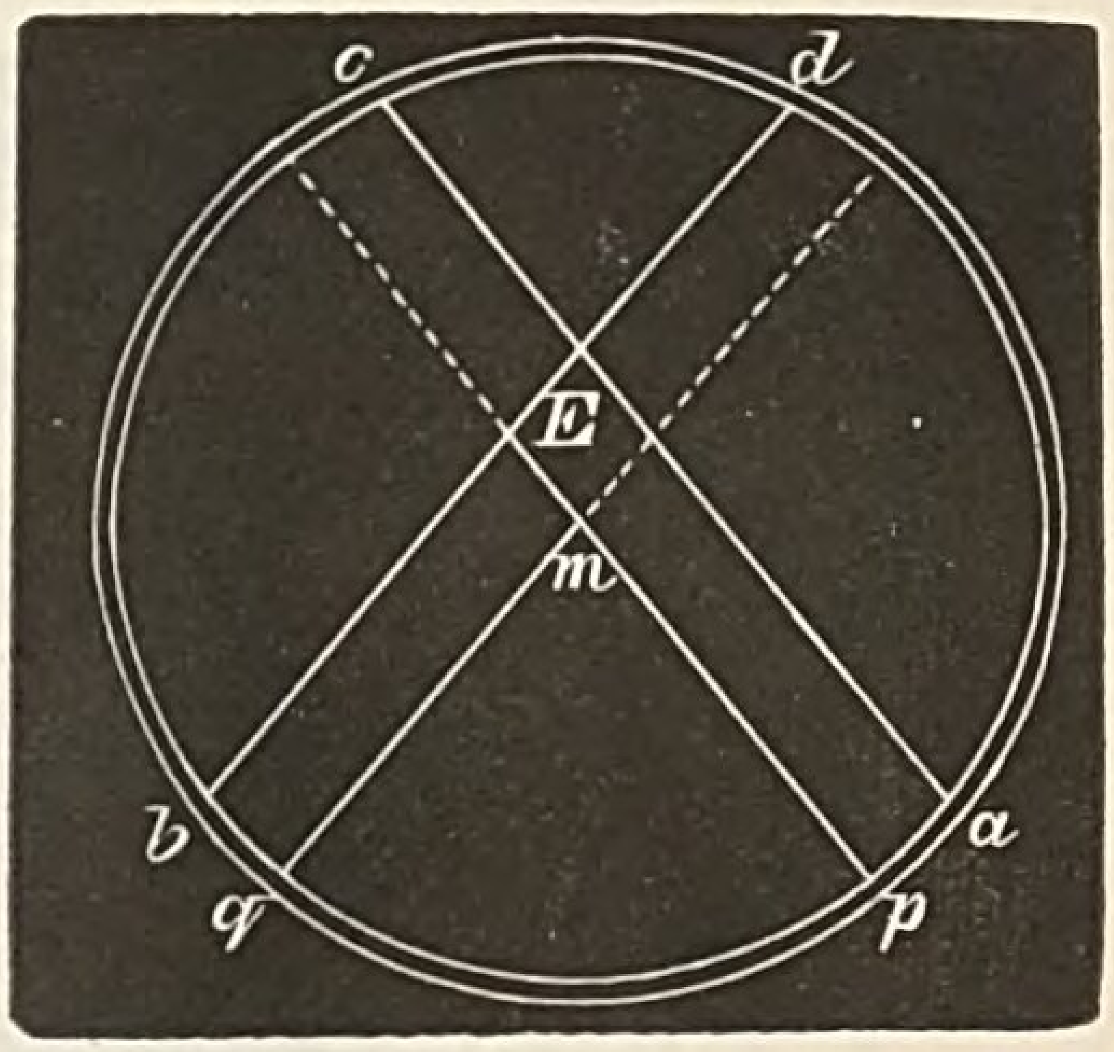
E. Die in dem Gehäuse bezeichnete Nord- und Südrichtung soll mit den zwei gegenüberliegenden Seiten der quadratförmigen Platte PQ, Figur 188, parallel laufen.

Zu diesem Behufe untersucht man, wie vorher, mit einem guten Mikrometerzirkel, ob die fraglichen Weltrichtungen mit den gleichlaufenden Seiten der Platte an verschiedenen Punkten gleiche Abstände haben. Ist dies nicht der Fall, so muß durch Abschleifen an der betreffenden Seite nachgeholfen werden.

F. Die durch die beiden Endpunkte der Nadel laufende Achse soll genau durch die Mitte des Stahlstiftes c gehen und letztere muß zugleich den Mittelpunkt der Teilung abgeben.

Um sich davon zu überzeugen, dreht man die Boussole, bis das eine Ende der Nadel genau über einem Teilstriche steht; alsdann muß das andere Ende der Nadel genau um 180° abweichen. Jedoch kann auch mit exzentrischen Nadeln die richtige Abweichung von magnetischen Meridianen bestimmt werden, wenn man den Winkel aus den Angaben beider Nadelenden schöpft und aus beiden Messungen das arithmetische Mittel nimmt Um sich von der Richtigkeit dieses Verfahrens zu überzeugen, sei a d q Figur 191, die geteilte Scheibe der Boussole, m der wirkliche Mittelpunkt

der Teilung, E der exzentrische. Stellen nun c a und d b die Richtungen der Magnetnadel dar, und soll z. B. der Winkel c E d gemessen werden, so ist einleuchtend, daß die beiden Endspitzen der Nadel für das Maß eines und desselben Winkels verschieden große und somit unrichtige Bogen c d und a b angeben. Zieht man nun durch m die Linien m q und m p parallel zu b d und c a, so ist das richtige Maß des Winkels ausgedrückt durch den Bogen q p. Nun aber ist $p\,q = \frac{a\,b + c\,d}{2}$ und es folgt daraus, daß man den richtigen Winkel erhält, wenn man aus beiden Ablesungen das arithmetische Mittel nimmt.



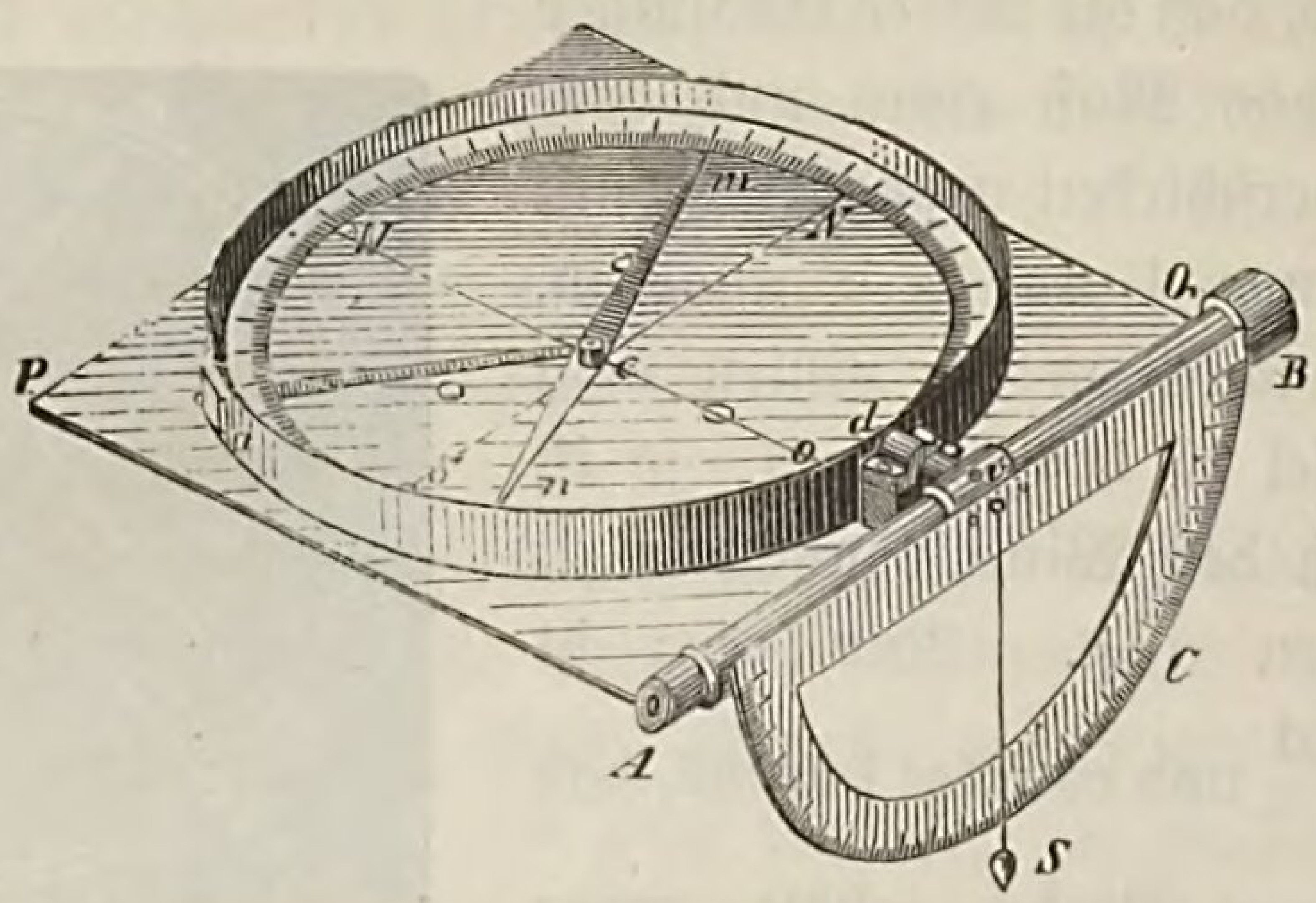
Figur 191.

Befindet sich das Fernrohr nicht vertikal über der im Nord-Süd-zeichen einspielenden Nadel, sondern wie in Figur 188 an der Seite, so muß überdies noch, im Falle der magnetische Meridian richtig bestimmt werden soll,

G. die Visierlinie des Fernrohrs mit der Nord-Südrichtung, mithin auch mit der gleichlaufenden Seite der Platte parallel sein.

Um sich davon zu überzeugen, lege man die Boussole samt Platte P Q, Figur 192, auf einen horizontal gestellten Meßtisch, drehe dieselbe so lange, bis die Nadel genau in das Nord-Südzeichen einspielt, lasse hierauf in der Visierrichtung einen Stab senkrecht einstecken und schiebe, ohne die Boussole im mindesten zu verrücken, ein gut rektifiziertes Diopter- oder Perspektivlineal an die mit der Nord-Südrichtung parallel gehende Seite der Platte P Q mit der Visierkante an. Trifft die Visierlinie des Diopterlineal den eingesteckten Stab, oder geht sie an ihm an der entsprechenden Seite so weit vorbei, als die Entfernung der beiden Visiervorrichtungen beträgt, so ist das Instrument richtig; weicht jedoch die Visur des Lineals von dem Stabe ab, so läuft die Nord-Südrichtung mit der Visur an der Boussole nicht parallel, letztere ist daher in bezug auf Punkt G fehlerhaft und muß durch entsprechende Veränderung der Visierrichtung korrigiert werden. — Übrigens lassen sich auch mit Boussolen, welche mit diesem Fehler behaftet sind, ganz richtige Figuren aufnehmen und zeichnen, nur sind dieselben dann nicht ganz nach dem magnetischen

Meridian, sondern um den Winkel falsch orientiert, welchen die Nord-Südrichtung und die fehlerhafte Visierrichtung mit einander bilden.



Figur 192.

Endlich soll auch noch der eine Faden des Fadenkreuzes vertikal stehen und die Bildebene mit der Fadenkreuzebene des Fernrohrs zusammenfallen. Die Untersuchung und Korrektion dieser Fehler wurde bereits § 37 gelehrt.

II. Gebrauch der Waldboussolen.

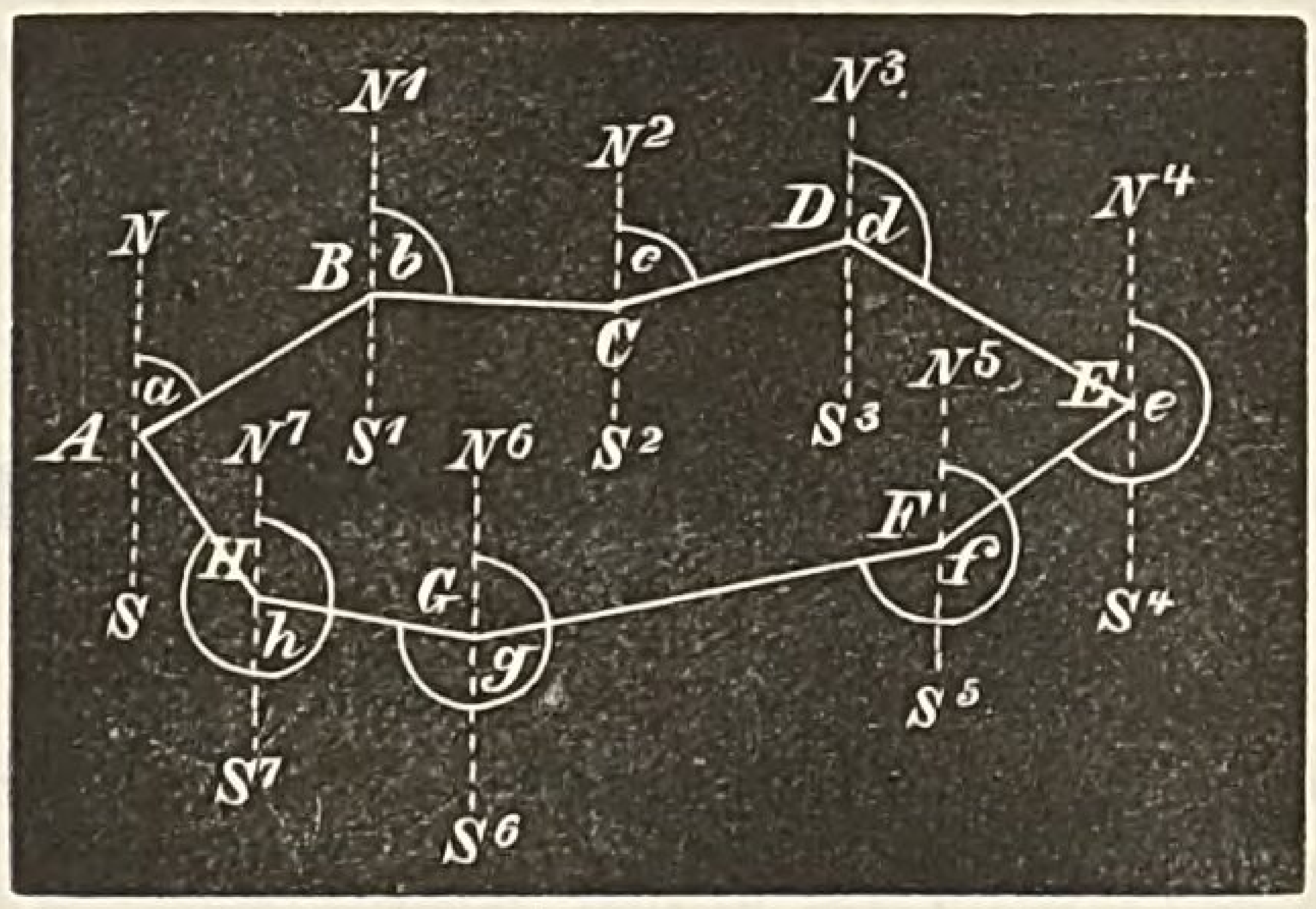
1. Aufnahme eines Polygons ohne Springstände.

§ 87.

Wie bereits erwähnt, beruht die Anwendung der Waldboussole als Meßinstrument auf dem Satze, daß die magnetischen Meridiane, d. h. die Richtungen der ruhig stehenden Magnetnadeln für Orte, deren geographische Breiten nicht mehr als etwa 8000 Meter von einander verschieden sind, als zu einander parallel betrachtet werden können. Hat man also irgend ein Polygon oder einen Polygonsteil aufzunehmen, so genügt es, die Neigung des magnetischen Meridians gegen jede der aufzunehmenden Seiten, und die Länge der einzelnen Seiten selbst zu wissen. Sind diese Stücke gegeben, so kann mittelst derselben die in Frage stehende Figur konstruiert werden.

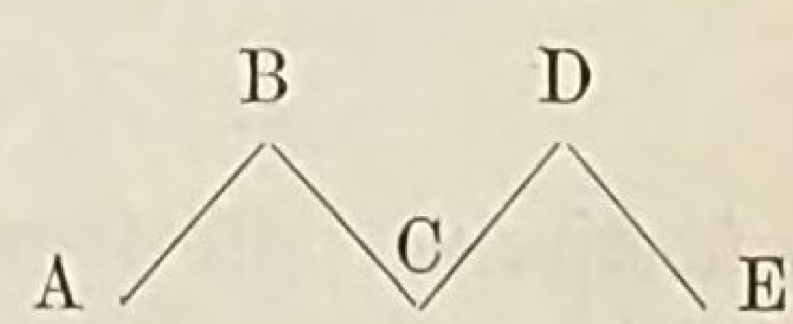
Gesetzt es sei das Poligon A B C D E F G H, Figur 193, aufzunehmen, so wird das Instrument über den Anfangspunkt A horizontal und so aufgestellt, daß dasselbe vertikal über den Scheitelpunkt des fraglichen Winkels zu stehen kommt. Wird nun dem Instrumente eine solche Stellung

gegeben, daß die Nadel gerade in die Nord-Südrichtung, d. h. in 0° und 180° einspielt, und drückt ferner N S diese Richtung aus, so ist offenbar die Lage von A B gegen N S bekannt, nachdem man den Winkel a in Graden gemessen hat. Man visiert daher von A aus den in B aufgesteckten Stab an, so wird zwar die Nadel in der Richtung N S beharren, derjenige Punkt der Teilung jedoch, welcher jetzt gerade mit der Nordspitze der Nadel zusammenfällt, wird die Anzahl Grade angeben, welche der Winkel a mißt. Ganz auf dieselbe Weise bestimmt man auf den Stationen B, C, D u. s. w. auch die Winkel b, c, d, e, f, g und h. Werden nun auch noch die Längen der einzelnen Linien mittelst Kette, Stahlband, Meßlatten u. s. w. gemessen, so sind alle Erfordernisse zur Zeichnung des Polygons gegeben.



Figur 193.

Die Ergebnisse der Aufnahme werden entweder deutlich in eine vorher angefertigte Skizze eingetragen, oder man bedient sich dabei noch zweckmäßiger des folgenden Manuales:

Namen der Distrikte	vom Punkte	nach	Zeigt die Magnetnadel Grade	Länge der Linien (Meter)	Beiläufige Lage der Linien in der Natur
Langeberg	A	B	$73^{1}/_{2}$	23,46	
"	B	C	102	25,22	
"	C	D	$75^{1}/_{4}$	24,92	
"	D	E	$107^{3}/_{4}$	27,00	

u. s. w.

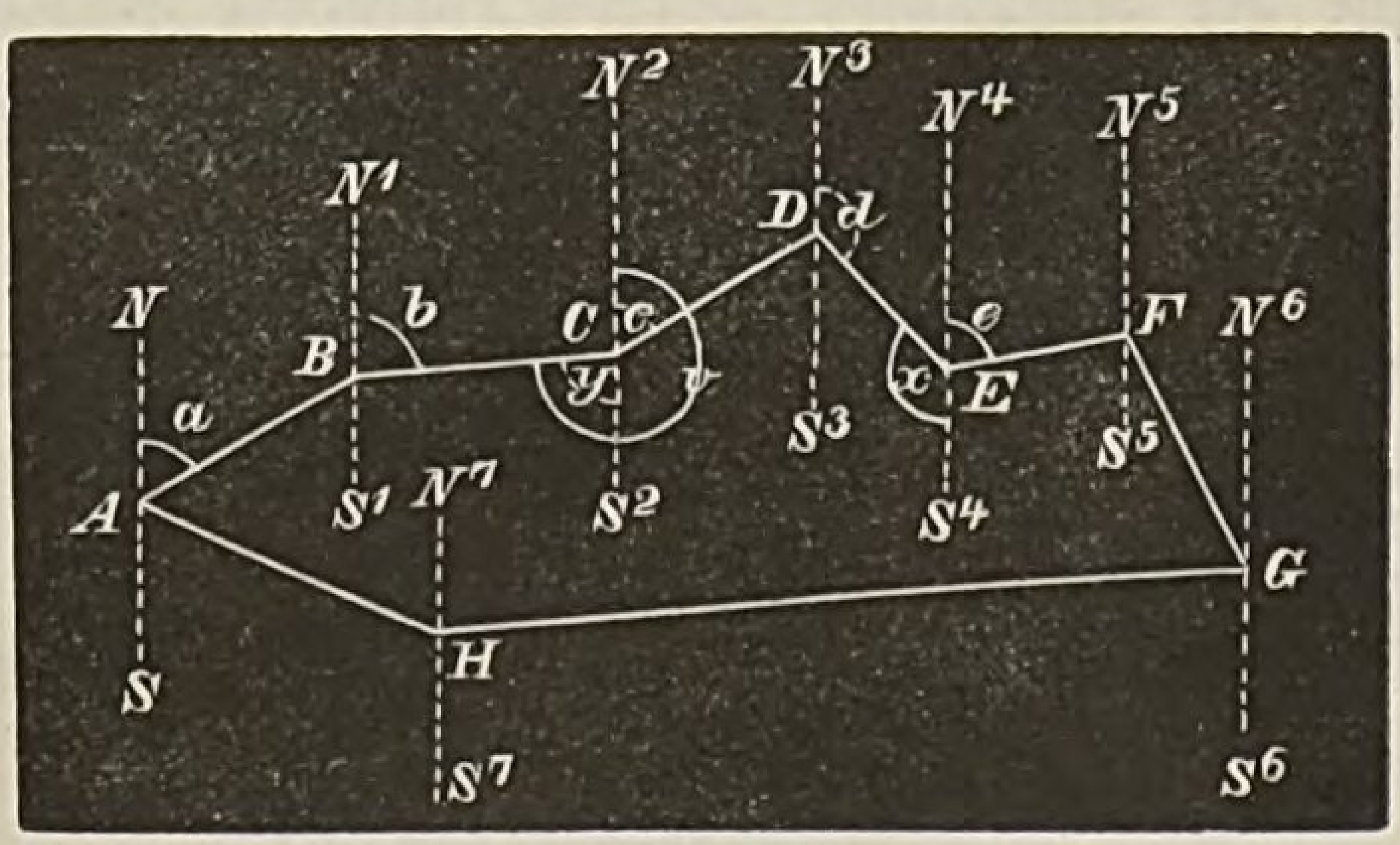
Soll nun die auf dem Lokale aufgenommene Figur auch verzeichnet werden, so nimmt man auf dem Kartblatt eine beliebige Linie N S an, trägt an einem beliebigen Punkte derselben den zuerst gemessenen Winkel a mit einem guten Transporteur auf und greift auf dem so gefundenen Schenkel A B die gemessene Linie in verjüngtem Maßstabe ab, so sind die Punkte A und B bestimmt. Hierauf zieht man durch B wieder genau zu N S die Parallele N′ S′, trägt daran den Winkel b und auf den Schenkel B C die gemessene Linie B C, so ist auch der Punkt C bestimmt. Fährt man auf diese Weise fort, durch alle aufzunehmenden Punkte die Parallelen $N^2 S^2$, $N^3 S^3$ u. s. w. zu ziehen und überall die gemessenen Winkel und Linien an- und aufzutragen, so erhält man auf diese Weise die ganze Figur. Ein bequemeres Verfahren der Figurenzeichnung siehe § 90.

Die Berechnung des Inhaltes geschieht entweder durch Zerlegung der ganzen Figur in Dreiecke und Vierecke, oder mit Hilfe eines der bereits beschriebenen Planimeter.

2. Aufnahme eines Polygons mittelst Springständen.

§ 88.

Soll das Polygon A B C D E F G H, Figur 194, mittelst Springständen aufgenommen werden, so mögen N S, $N^1 S^1$, $N^2 S^2$ u. s. w. wieder die unter einander parallelen magnetischen Meridianrichtungen vorstellen. Man mißt nun, gerade wie bei dem ersten Verfahren, wieder den Winkel a, geht jedoch, ohne das Instrument in B aufzustellen, von A alsbald nach



Figur 194.

C, überspringt also immer einen Punkt. In C angekommen, mißt man die Winkel c und y. Letzteren erhält man durch Abzug von 2 R vom Winkel v. Nun ist offenbar der Winkel y = b als Wechselwinkel, und man kann somit von C aus zugleich die Neigung der Seite B C gegen den magnetischen

Meridian N′S′, d. h. den Winkel b bestimmen Geht man nun von C nach E und mißt wie vorhin die Winkel e und x, so ist x = d u. s. w.

Es läßt sich nun für dieses Verfahren folgende einfache Regel erteilen: Man benütze sowohl bei der Vorwärts= als auch bei der Rückwärtsvisur das gleiche Okular bei S, lese aber bei der Vorwärtsvisur, z. B. von C nach D, die Winkel an der Nordspitze (blauen), bei der Rückwärtsvisur, z. B. von C nach B, aber an der Südspitze (weißen) ab. Man erhält auf diese Art auch in den übersprungenen Punkten B, D u. s. w. ganz dieselben Winkel b und d, als wenn man sich in den Punkten selbst aufgestellt und ohne Springstände gearbeitet hätte.

Hat man ein Instrument mit doppelten Visuren (Diopterboussolen), so erhält man ganz die gleichen Winkel, wenn man nach folgender Regel verfährt: Man benütze bei der Vorwärtsvisur das Okular bei S, bei der Rückwärtsvisur das bei N, mache aber alle Ablesungen an der Nordspitze der Nadel.

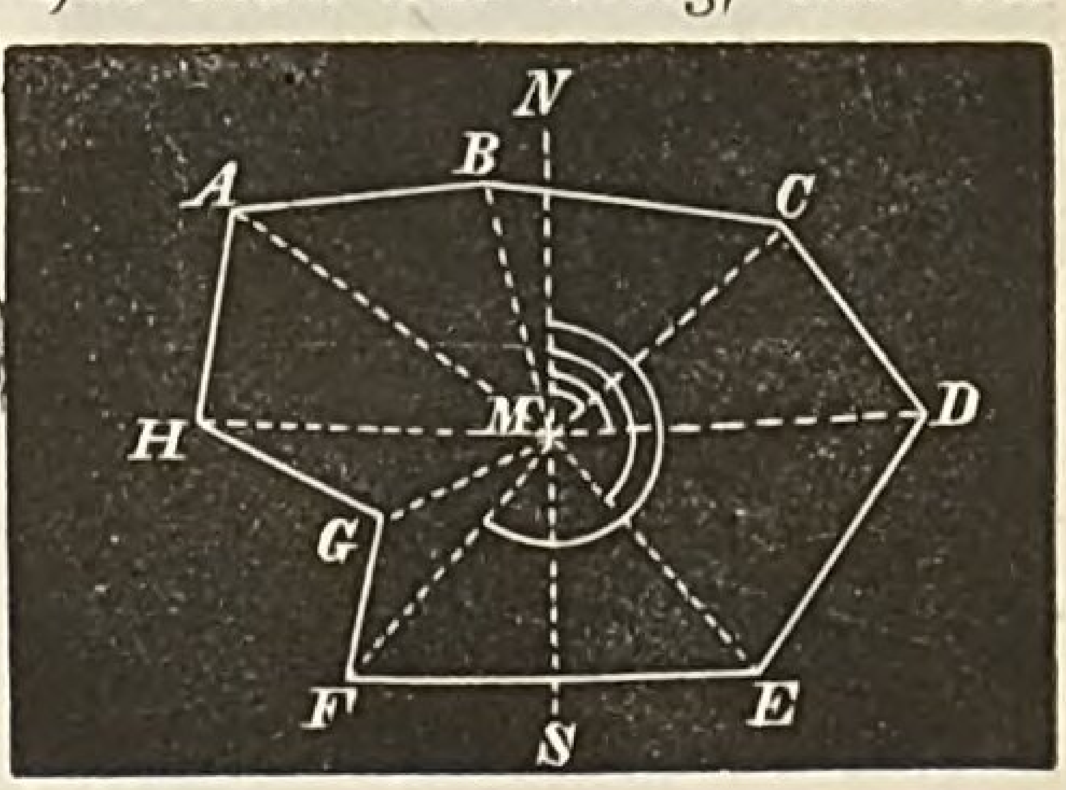
Die Springstände=Methode bietet, dem im § 87 beschriebenen Verfahren gegenüber, den großen Vorteil, daß man nur die Hälfte der Aufstellungen bedarf und darum fast die Hälfte Zeit erspart. Man wird daher auch in der Praxis immer mit Springständen arbeiten.

Das hierbei in Anwendung kommende Manuale hat dieselbe Einrichtung wie im vorigen Paragraph. Auch die Verzeichnung und Berechnung der Figur weicht natürlich von dem im vorigen Paragraphen beschriebenen Verfahren nicht ab.

3. Aufnahme eines Polygons von einem Standpunkte aus.

§ 89.

Soll eine Fläche A B C D E F G H, Figur 195, von einem einzigen Standpunkte M aus aufgenommen werden, so hat man nur nötig, alle die einzelnen Abweichungswinkel N M C, N M D, N M E, N M F u. s. w. zu bestimmen, die Linien M B, M C, M D, M E, M F u. s. w. zu messen, Winkel und Linien nach der bereits gegebenen Methode auf das Kartblatt aufzutragen, und alsdann die Endpunkte A, B, C, D, E u. s. w. mit einander zu verbinden.



Figur 195.

Man wird bemerken, daß diese Aufnahmsweise mit dem bei der Meßtischaufnahme beschriebenen Verfahren des Rayonierens und Messens § 44 fast ganz zusammenfällt, und daß diese Methode darum nur dann angewendet werden kann, wenn alle Eckpunkte des Polygons von dem Standpunkte M aus sichtbar sind.

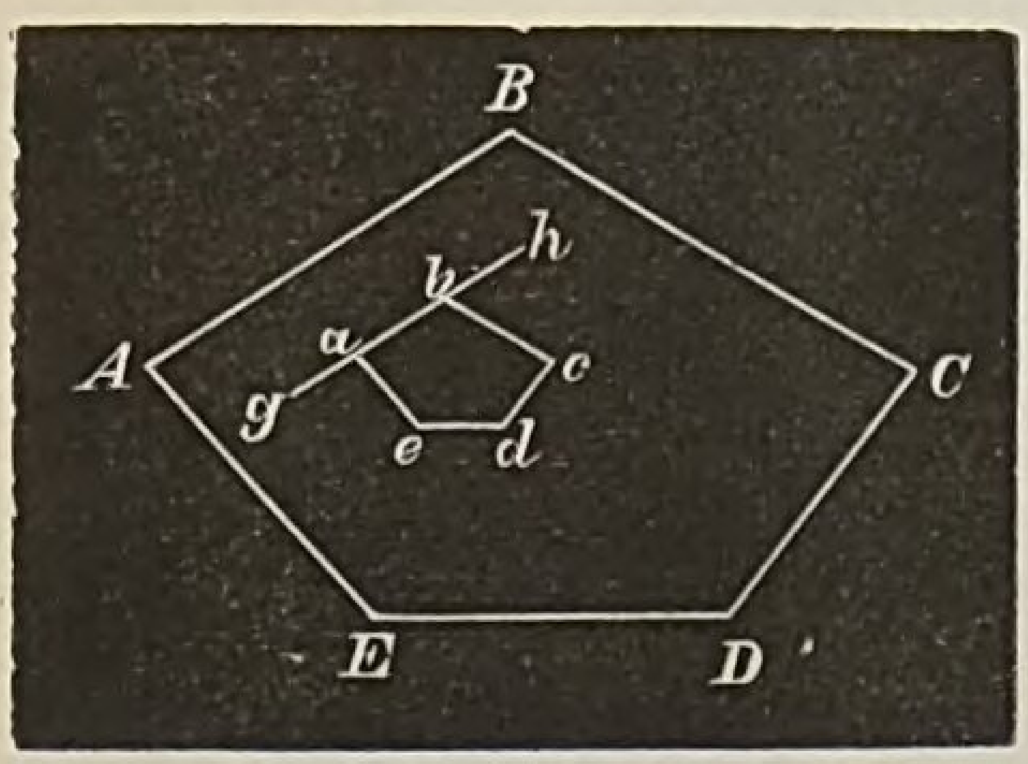
Für alle Fälle der Aufnahme kann noch erwähnt werden, daß, wenn die Teilung der Boussole der Richtung von der Rechten gegen die Linke folgt, die Winkelaufnahme zweckmäßig in der entgegengesetzten Richtung, d. h. in der Art vorschreitet, daß immer die Meridianrichtung N S den linken Schenkel des Winkels bildet, weil alsdann die zu messenden Neigungen direkt abgelesen werden können.

4. Zeichnung eines aufgenommenen Polygons mittelst Abschiebens der Winkel durch die Boussole.

§ 90.

Es ist nicht nötig zum Behufe der Figurenzeichnung die gemessenen Winkel immer mit dem Transporteur aufzutragen, man thut vielmehr in vielen Fällen besser daran, dieselben mittelst der Magnetnadel und des Gradringes von dem Instrumente selbst auf das Papier abzuschieben, wodurch die bereits erwähnten Mängel der Boussole teilweise beseitigt werden.

Nachdem man daher, Figur 196, die Neigungen sämtlicher Polygonsseiten gegen den magnetischen Meridian bestimmt und auch die zugehörigen Umfangsseiten A B, B C, C D u. s. w. gemessen hat, schraubt man zu Hause das Fernrohr und die unter der Platte des Instrumentes befindliche Messinghülse ab und nimmt dann die Zeichnung der Figur wie folgt vor: Man legt das Kartblatt auf einen feststehenden Tisch, zieht an einem schicklich gelegenen Punkte desselben eine gerade Linie g h, schiebt an diese die mit der Visierrichtung zusammenfallende Westseite der Platte genau an und dreht in dieser Lage das Papier samt darauf liegendem Instrumente so lange herum, bis die blaue Spitze der Nadel genau in demjenigen Grade der Teilung steht, welchen sie bei der Aufnahme in der ersten Visur von A nach B zeigte. Hierauf befestigt man das Papier mit Oblaten, Heftnägeln oder Beschwerungsmitteln, so daß sich das



Figur 196.

Papier während der ganzen Konstruktion nicht mehr verrücken kann, und trägt von einem in g h angenommenen Punkte a aus die gemessene Entfernung A B in verjüngtem Maßstabe nach b auf, so wird die Linie a b zu A B in der Natur parallel laufen und zu ihr gleichzeitig in dem gewünschten Verjüngungsverhältnis stehen. Steckt man nun in a eine feine Kopiernadel ein, schiebt dann an diese dieselbe westliche Kante der Platte und dreht letztere so lange herum, bis die Nadel in den Grad einsteht, den sie bei der Visur von A nach E hatte, so zeigt die scharf an die Kante hingezogene Linie die Richtung des Schenkels A E an. Wird schließlich auch die gemessene Linie A E von a nach e in verjüngtem Maße aufgetragen, so hat man auf der Karte die Punkte a, b und e bestimmt.

Steckt man nun im Punkte e die Kopiernadel ein, legt dieselbe Kante der Boussole an und dreht sie so lange, bis die Nadel denselben Grad zeigt, wie bei der Visur von E nach D, so ergiebt sich durch die scharf an der Kante zu ziehende Linie e d, auf welche man die Entfernung von E nach D aufträgt, ein neuer Punkt d der Figur. In dieser Weise setzt man die Zeichnung bis zu Ende fort.

Etwa während der Konstruktion entstehende Zweifel, ob ein abzuschiebender Winkel ein- oder ausspringend sei, lassen sich nötigenfalls mittelst Vergleichung mit der vorher zu fertigenden Handskizze leicht beseitigen, doch kann ein solcher Zweifel bei Einhaltung der in §§ 87, 88 und 89 gelehrten Winkelmessung kaum vorkommen.

5. Von dem Abstecken von Schneißen oder Bestandslinien mittelst der Boussole.

§ 91.

Die Aufgabe, durch einen Wald eine Schneiße zu hauen, deren Lösung wir bereits mit Hilfe des Meßtisches und des Theodoliten kennen gelernt haben, kann auch durch die Boussole befriedigend gelöst werden.

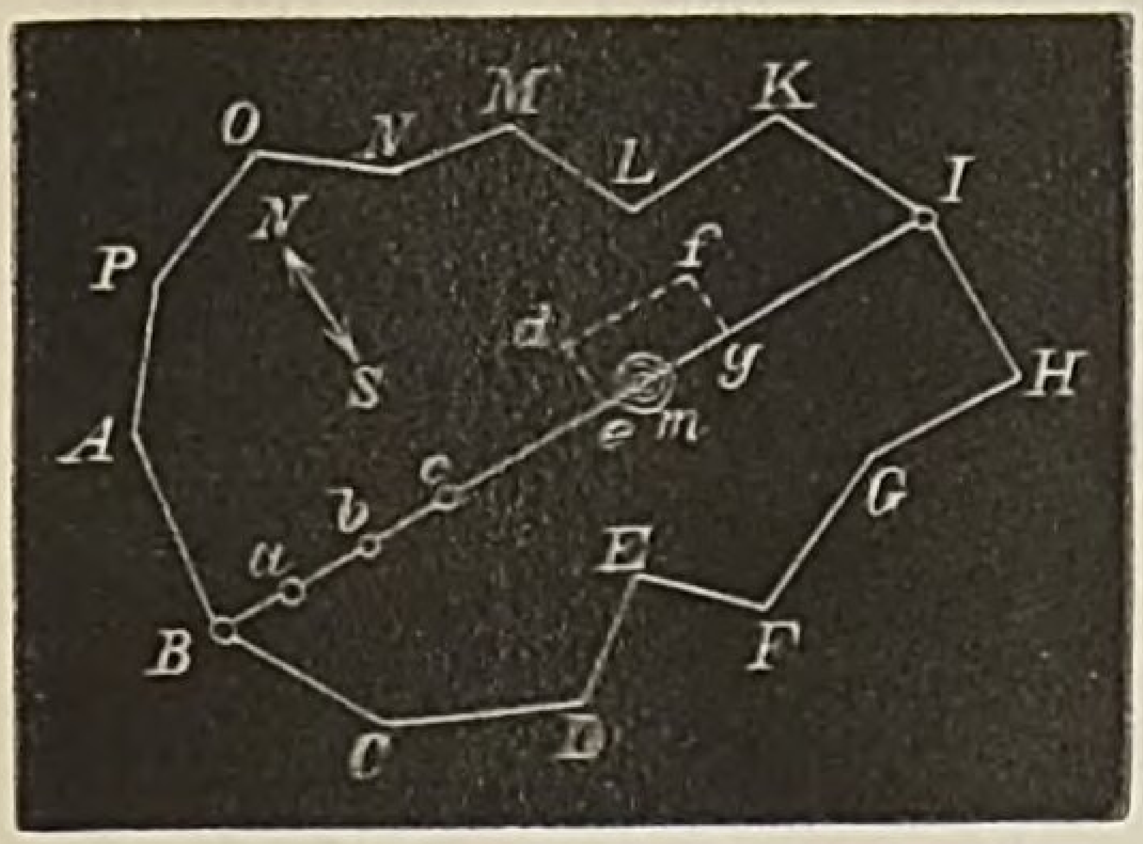
Stellt nämlich A B C D . . ., Figur 197, den Umfang eines bereits mit der Boussole oder dem Meßtisch aufgenommenen Waldes vor, bezeichnet ferner B I die Richtung der zu hauenden Schneiße, deren Endpunkt I von B aus nicht sichtbar ist, und N S die Lage des auf die Karte gezeichneten magnetischen Meridians, so lege man die mit der Nord- und Südrichtung parallele westliche Kante der Boussolenplatte scharf an die Linie N S an und drehe in dieser Lage der Boussole das Kartblatt so lange, bis die

Magnetnadel genau in dem Nord- und Südzeichen einspielt. Hierauf wird das Kartblatt durch Heftnägel oder sonstige Mittel befestigt, und, ohne es zu verrücken, dieselbe Kante der Boussolenplatte genau an die projektierte Schneißenrichtung angeschoben und der Grad, den die blaue Nordspitze der Magnetnadel jetzt zeigt, abgelesen und aufnotiert.

Der auf diese Weise gefundene Winkel ist nun offenbar derselbe, welchen der magnetische Meridian mit der zu hauenden Schneiße in der Natur bildet.

Man hat deshalb jetzt nur noch nötig, das Boussoleninstrument über dem betreffenden Punkte B im Walde horizontal aufzustellen und das Fernrohr oder die Diopter so lange zu drehen, bis die Nadel wieder in den vorher abgelesenen Grad einspielt, in welchem Falle dann die Visierlinie so genau die Richtung B I bezeichnen wird, als dies überhaupt mit diesem Instrumente möglich ist.

Alles in der Richtung der Schneiße stehende Gestrüppe oder Gehölz muß nun nach Bedürfnis herausgehauen und die Richtung der Schneiße von c nach B hin mit Absteckstäben c, b und a bezeichnet werden.



Figur 197.

Sollte die Schneiße sehr lang sein, so daß man von B nach I nicht sehen kann, so stellt man das Instrument später etwa in c horizontal auf und die Magnetnadel in den gegebenen Grad ein und fährt in dieser Weise bis zum Ende hin fort. Im Falle in die Richtung ein starker Stamm fallen sollte, der nicht augenblicklich entfernt werden kann oder darf, so stellt man das Instrument außerhalb der Richtung in einem solchen Punkte d auf, daß an dem Hindernis vorbeigesehen werden kann, stellt hierauf die Magnetnadel in den richtigen Grad ein und bestimmt parallel zu e g die Linie d f. Hierauf fällt man von d aus auf B I die Senkrechte e d, errichtet ebenso auf f die Senkrechte f g, macht endlich e d = f g, stellt dann hinter dem Hindernisse das Instrument in g wieder auf und fährt in bekannter Weise mit der Durchhauung der Schneiße fort.

Im Falle man auf einer nicht ganz richtigen Stelle ausmünden sollte, was bei längeren Linien zuweilen der Fall sein wird, kann die Berichtigung nach § 13E. geschehen.

Siebenter Abschnitt.

Von der Teilung der Flächen.

Vorbemerkungen.

§ 92.

Es kommt im praktischen Leben des Geometers, sowie des Land- und Forstwirts häufig vor, daß Flächen entweder in eine Anzahl gleiche Teile oder nach gegebenen Verhältnissen abgeteilt werden sollen. Der Forstwirt muß von der Flächenteilung vorzüglich bei der Einteilung des Waldes in Jahres- oder Periodenschläge Anwendung machen; der Landwirt benutzt sie etwa bei der Parzellierung oder Zusammenlegung seines Grundbesitzes. Die Kenntnis der verschiedenen Teilungsmethoden ist daher ein Gegenstand von großer Wichtigkeit.

Bei der Teilung von Flächen sind zunächst die zwei Fragen zu entscheiden: Soll die Teilung blos geometrisch oder auch mit Berücksichtigung des Bodenwertes, d. h. der Bonität, durchgeführt werden. Im ersten Falle kommen bei der Teilung nur geometrische Sätze in Anwendung, und wird dieselbe darum eine geometrische genannt, im zweiten Falle jedoch heißt man die Teilung eine ökonomische, weil gleichzeitig die auf den Bodenwert influierenden Verhältnisse noch in Rechnung gezogen werden müssen. Da es selten vorkommt, daß große Grundstücke an allen Stellen pro Flächeneinheit denselben Wert besitzen, so ist es notwendig, in der Folge die Teilung sowohl bei gleicher, als auch bei verschiedener Bonität zu lehren.

Bei der Teilung selbst können im allgemeinen zwei verschiedene Methoden eingehalten werden. Man bestimmt nämlich die Teilungspunkte entweder mittelst Rechnung aus unmittelbar auf dem Lokale gemessenen Linien, oder man unterstützt die Rechnung durch Konstruktion, d. h. greift aus der vorher aufgenommenen und verzeichneten Fläche diejenigen

Maße mit dem Zirkel ab, welche auf die Richtigkeit der Teilung keinen wesentlichen Einfluß ausüben, leitet die übrigen aber mittelst Rechnung ab. Die letzte Methode verdient für unsere Zwecke in der Regel den Vorzug, da sie bei größerer Kürze und Einfachheit für die Praxis vollständig genügende Resultate liefert.

Die Teilungsaufgaben sind sehr verschiedener Natur, und es können darum hier nur die am häufigsten vorkommenden betrachtet werden, durch welche aber zugleich auch der Weg vorgezeichnet wird, wie man in ähnlichen Fällen zu verfahren hat. Da sich jedes Vieleck durch Diagonalen in Trapezoide, Trapeze und Dreiecke zerlegen läßt, so fallen sämtliche Teilungsaufgaben mit den Teilungsmethoden dieser Grundfiguren zusammen, und die Teilung von Polygonen selbst kann natürlich keine Schwierigkeiten mehr bieten, wenn man erstere zu teilen weiß.

I. Teilung der Flächen gleicher Bonität.

1. Die Teilung der Dreiecke.

§ 93.

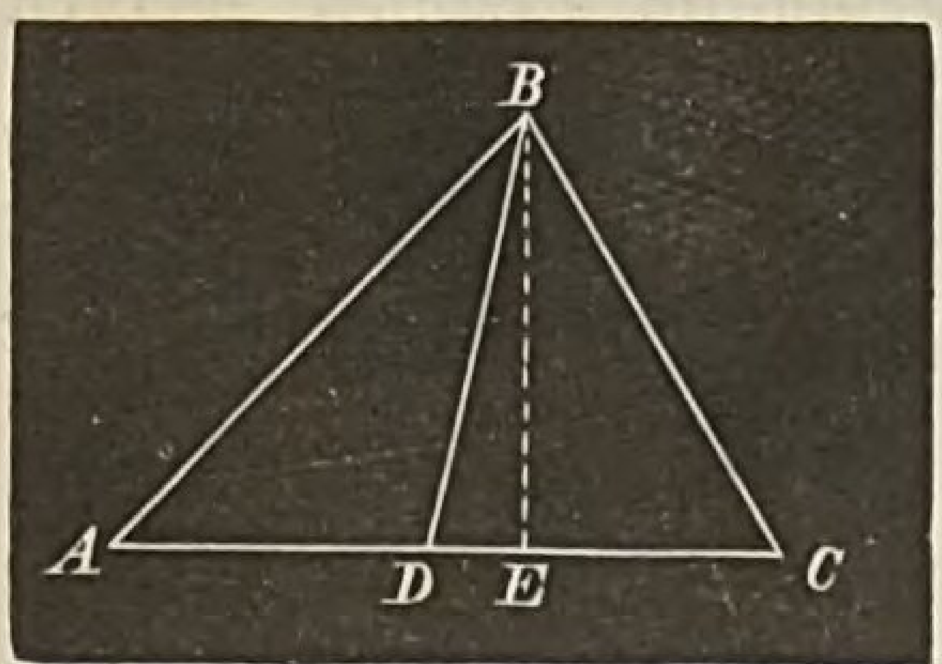
Bei der Teilung der Dreiecke können folgende drei Hauptfälle unterschieden werden:

a) die Teilungslinien gehen durch irgend einen Eckpunkt des Dreiecks,

b) die Teilungslinien gehen durch einen Punkt, welcher auf irgend einer Dreiecksseite liegt,

c) die Teilungslinien laufen parallel zu irgend einer Dreiecksseite.

Hin und wieder wird die Teilung wohl auch so verlangt, daß die Teilungslinie parallel zu einer Linie läuft, welche senkrecht auf einer Seite steht. Die einzelnen Fälle sollen nun betrachtet werden.



Figur 198.

Aufgabe 1. Ein Dreieck ABC, Figur 198, ist durch eine Linie, welche durch den Punkt B geht, in zwei gleiche Teile zu teilen.

Auflösung. Man halbiere die dem Punkte B gegenüberliegende Seite A C in D und verbinde D mit B, so teilt B D das Dreieck A B C in zwei gleiche Teile; denn da A D = D C gemacht wurde, so haben beide Dreiecke A D B und B C D gleiche Grundlinien A D = C D und auch gleiche Höhen B E und sind mithin an Inhalt einander gleich.

Aufgabe 2. Von einem Dreiecke ABC, Figur 199, mit dem Inhalte M, z. B. = 3200 qm, soll durch eine Linie, welche durch den Punkt B geht, ein Teil m, z. B. = 1200 qm, abgeschnitten werden.

Auflösung. Da sich die Flächeninhalte zweier Dreiecke von gleicher Höhe wie ihre Grundlinien verhalten, so ergiebt sich, wenn man die Teilungslinie BD einstweilen als bekannt voraussetzt, folgende Proportion:

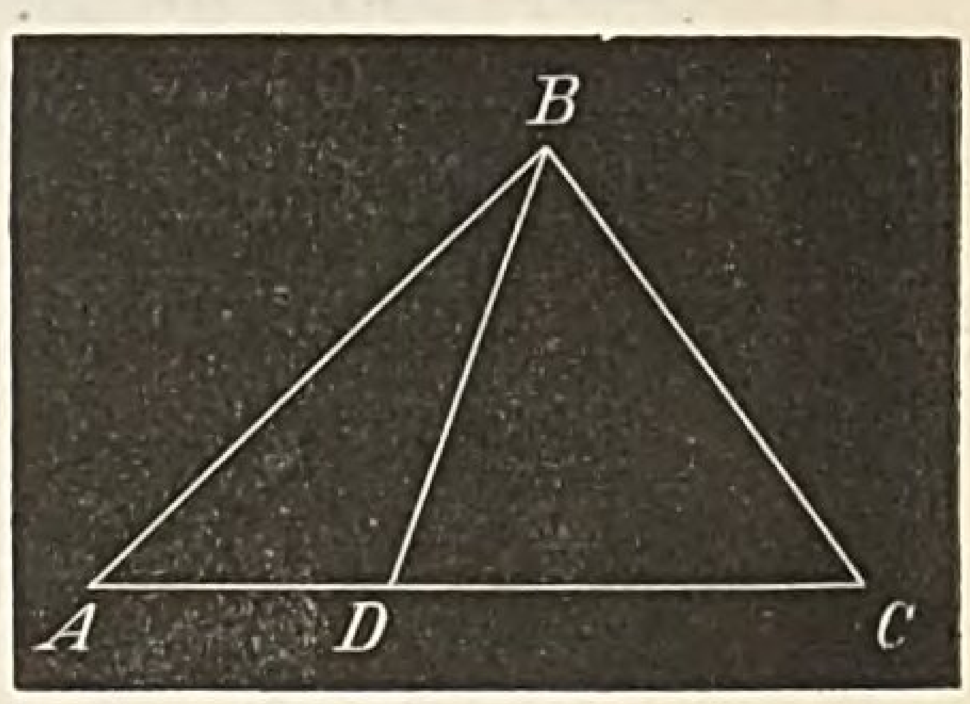
$$ABC : ABD = AC : AD;$$ ferner ist aber auch

$$ABC : ABD = M : m;$$ hieraus

$$AC : AD = M : m$$ oder

$$AD = \frac{AC \cdot m}{M} = \frac{AC \cdot 1200}{3200};$$

d. h. man erhält den Abschnitt AD, wenn man die Grundlinie AC mit dem abzuschneidenden Teile multipliziert und durch den ganzen Flächeninhalt des Dreiecks dividiert.

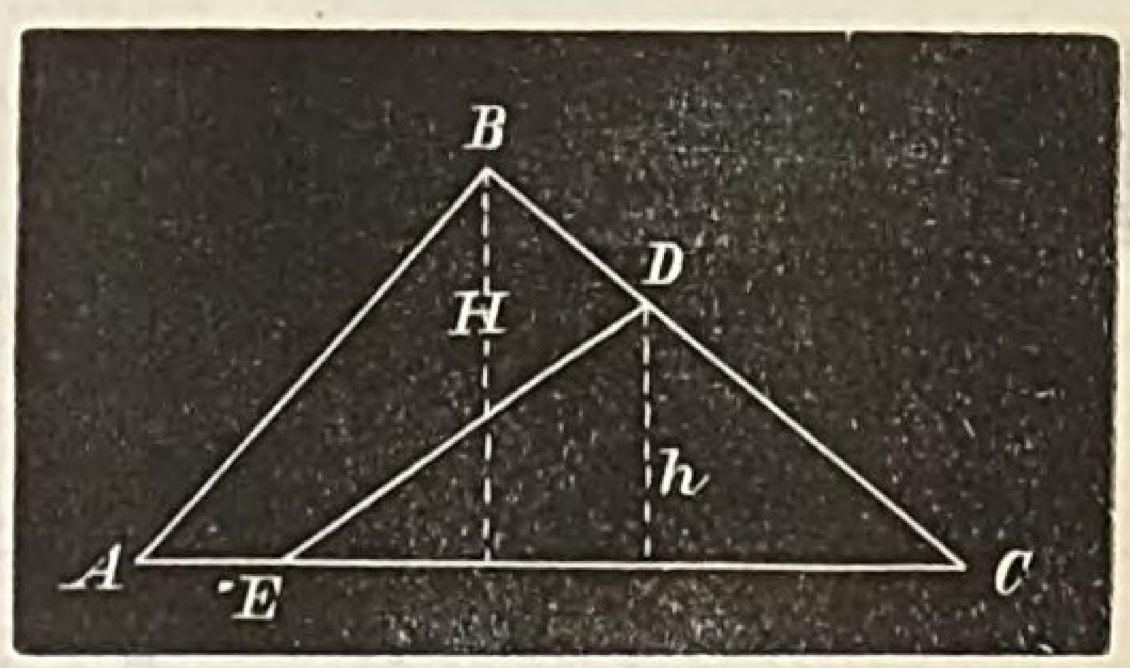


Figur 199.

Nachdem man die Länge AD gefunden, trägt man dieselbe auf dem Lokale nur von A aus auf die Grundlinie auf und verbindet den Endpunkt D mit B, so ist BD die gewünschte Teilungslinie.

Aufgabe 3. Ein Dreieck ABC, Figur 200, ist durch eine Linie, welche durch den Punkt D geht, in zwei gleiche Teile zu teilen.

Auflösung. Man nimmt DE einstweilen als die gefundene Teilungslinie an und erinnert sich weiter, daß sich die Flächeninhalte zweier Dreiecke wie die Produkte aus ihren Grundlinien mit ihren Höhen verhalten, so kann gesetzt werden:



Figur 200.

$$ABC : CDE = AC \cdot H : CE \cdot h;$$ nach der Voraussetzung ist ferner

$$ABC : CDE = 2 : 1;$$ daher auch

$$AC \cdot H : CE \cdot h = 2 : 1$$ und

$$CE = \frac{AC \cdot H}{2 \cdot h}.$$

Da man die Grundlinie AC, die Höhe H des Dreiecks ABC und die Höhe h des Dreiecks CDE als bekannt voraussetzen kann, so ist CE

in lauter gegebenen Größen ausgedrückt, mithin selbst bestimmt. Trägt man daher C E auf die Grundlinie A C auf, so ergiebt sich der zweite Teilungspunkt E.

In ganz ähnlicher Weise wird auch verfahren, wenn von dem Dreieck A B C = M durch eine durch D gehende Linie nur ein gewisses Stück m abgeschnitten werden soll. Es ist dann:

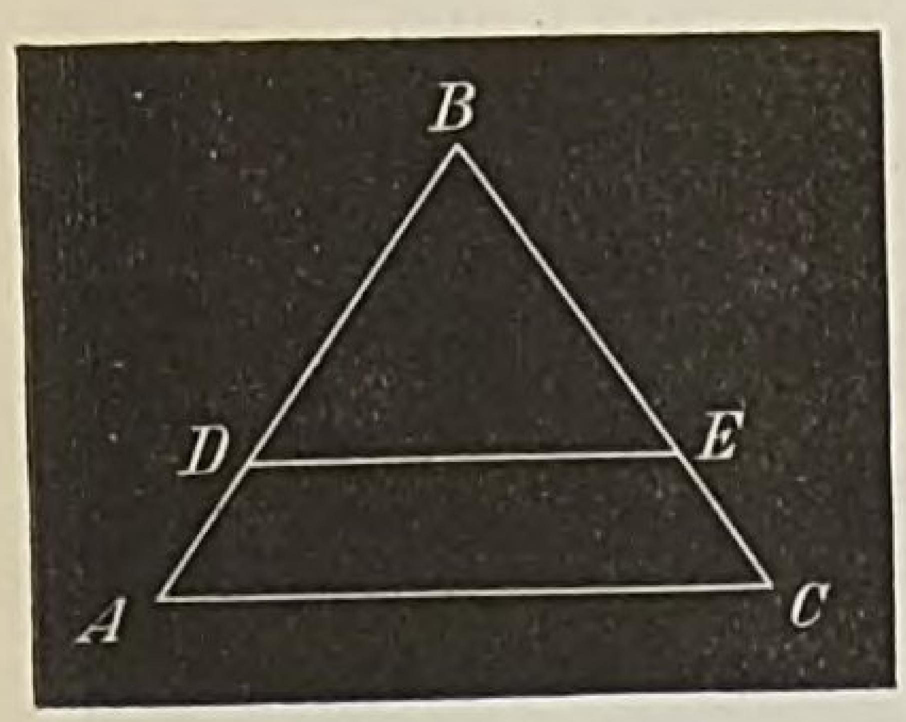
$$\begin{array}{l} ABC : CDE = AC \cdot H : CE \cdot h \\ ABC : CDE = \quad M \quad : \quad m \\ \hline AC \cdot H : CE \cdot h = \quad M \quad : \quad m \\ CE \cdot h \cdot M \quad = AC \cdot H \cdot m \text{ und} \end{array}$$

$$CE = \frac{AC \cdot H \cdot m}{h \cdot M}.$$

Die vorstehende Aufgabe kann noch kürzer, wie folgt, gelöst werden: In dem Dreiecke C D E, welches die Hälfte von A B C oder sonst einen beliebigen Inhalt haben soll, ist der Flächeninhalt f und, da der Punkt D gegeben ist, auch die Höhe h bekannt; es läßt sich daher die Grundlinie C E und damit der Punkt E leicht durch Rechnung finden. Es ist nämlich:

$$f = \frac{CE \times h}{2} \text{ oder } CE = \frac{2\,f}{h}.$$

Aufgabe 4. Ein Dreieck ABC, Figur 201, ist so in zwei gleiche Teile zu teilen, daß die Teilungslinie zu A C parallel lauft.



Figur 201.

Auflösung. Soll die Teilungslinie D E parallel zu A C laufen, so sind die Dreiecke A B C und D B E ähnlich, und es verhalten sich in denselben ihre Flächeninhalte wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Seiten. Es besteht daher die Proportion:

$$\begin{array}{l} ABC : DBE = AB^2 : BD^2 \text{ und nach der Voraussetzung} \\ ABC : DBE = \quad 2 \quad : \quad 1 \quad ; \text{ daher auch} \\ \hline AB^2 : BD^2 = \quad 2 \quad : \quad 1 \quad ; \text{ hieraus} \end{array}$$

$$BD^2 = \frac{AB^2}{2}, \text{ und endlich}$$

$$BD = \sqrt{\frac{AB^2}{2}} = \sqrt{\frac{2\,AB^2}{4}} = \frac{AB}{2}\sqrt{2}.$$

Ganz auf dieselbe Weise findet man auch den Abschnitt

$$BE = \frac{BC}{2}\sqrt{2}.$$

Nachdem auf vorstehende Art die beiden Abschnitte B D und B E berechnet sind, trägt man ihre Entfernungen nur von B aus auf die zugehörigen Dreiecksseiten in der Natur auf, so erhält man die Teilungslinie D E.

Aufgabe 5. Von einem Dreiecke A B C, Figur 201, mit dem Flächeninhalte m, soll durch eine zu A C parallele Linie ein Teil n abgeschnitten werden.

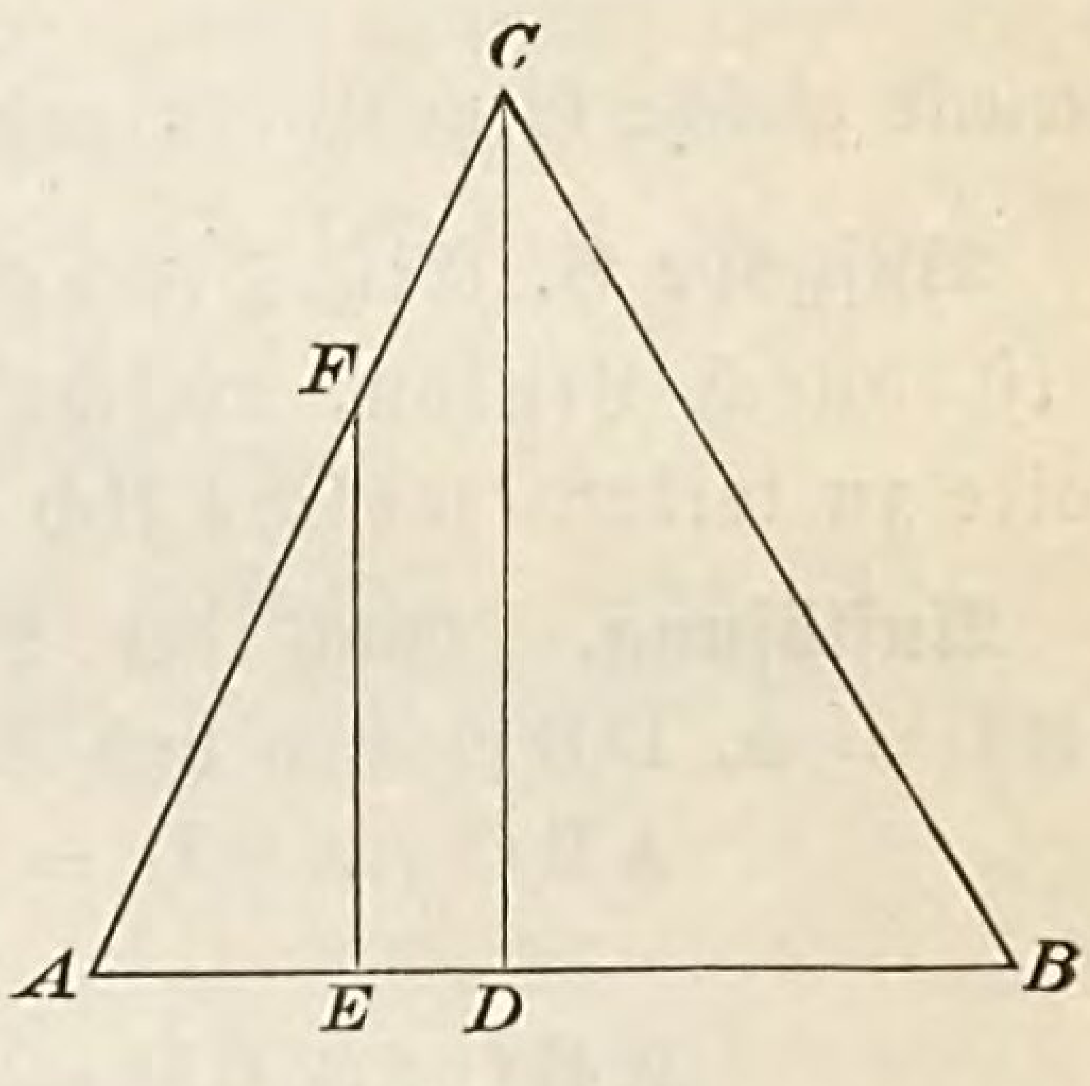
Auflösung. Diese Aufgabe stimmt mit der vorigen fast ganz überein, man hat nämlich:

$$ABC : DBE = AB^2 : BD^2, \text{ desgleichen}$$
$$ABC : DBE = m : n, \text{ daher auch}$$
$$AB^2 : BD^2 = m : n; \text{ hieraus}$$
$$BD^2 = AB^2 \cdot \frac{n}{m} \text{ und endlich}$$
$$BD = \sqrt{AB^2 \cdot \frac{n}{m}} = AB \sqrt{\frac{n}{m}}.$$

Ebenso findet man

$$BE = BC \cdot \sqrt{\frac{n}{m}}.$$

Aufgabe 6. Von einem Dreieck A B C, Figur 202, durch eine auf der Seite A B senkrecht stehende Teilungslinie E F ein Stück A E F von gegebenem Inhalte f abzuschneiden.



Figur 202.

Auflösung. Ist das Dreieck A B C auf dem Felde abgesteckt oder in irgend einem Verjüngungsverhältnis auf dem Papiere verzeichnet, so läßt sich leicht dessen Höhe C D, sowie das Stück A D im Felde messen oder mit dem Zirkel vom Papier abgreifen, beide können daher als bekannt vorausgesetzt werden. Man hat dann:

$$\text{Dreieck } AEF = \frac{AE \cdot EF}{2} = f \text{ oder}$$
$$AE \cdot EF = 2f \ldots (1)$$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke A E F und A D C folgt aber:

$$AE : EF = AD : DC \text{ und}$$
$$EF = \frac{AE \cdot DC}{AD}.$$

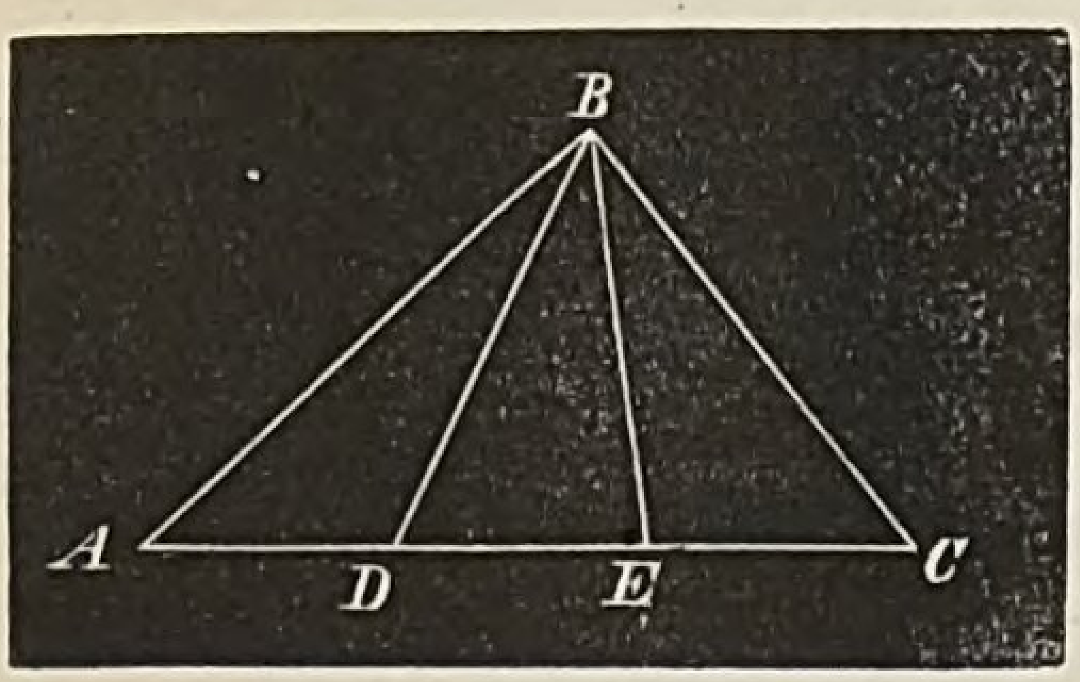
Setzt man diesen Wert in Gleichung (1) ein, so ist:

$$\frac{AE \cdot AE \cdot DC}{AD} = 2f \text{ und}$$

$$AE^2 = \frac{2f \cdot AD}{DC}, \text{ endlich}$$

$$AE = \sqrt{\frac{2f \cdot AD}{DC}}.$$

Da hier AE in lauter bekannten Größen ausgedrückt ist, so ist AE selbst bestimmt und man braucht die Länge dieser Linie nur von A nach E aufzutragen und in E eine Senkrechte zu errichten, so ist EF die richtige Teilungslinie, welche den Bedingungen der Aufgabe genügt.



Figur 203.

Aufgabe 7. Ein Dreieck ABC, Figur 203, ist durch Linien, welche durch den Punkt B gehen, in drei gleiche Teile zu teilen.

Auflösung. Man teile die Grundlinie in drei gleiche Teile AD = DE = EC und verbinde die Punkte D und E mit B, so ist ADB = DBE = EBC, weil sämtliche Dreiecke gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben.

Aufgabe 8. Ein Dreieck ABC, Figur 203, von einem Inhalte q ist durch Linien, welche durch den Punkt B gehen, in drei Teile zu teilen, welche sich wie m:n:p verhalten.

Auflösung. Nach der Bedingung der Aufgabe ist ABC = q, ABD = m, DBE = n und EBC = p. Man hat daher

$$ABC : ABD = q : m$$ und da beide Dreiecke eine gleiche Höhe haben:

$$ABC : ABD = AC : AD,$$ daher auch

$$AC : AD = q : m$$ und

$$AD = \frac{AC \cdot m}{q}.$$

Da ferner $ABC : EBC = q : p$ und

$$ABC : EBC = AC : CE$$ ist, so muß auch

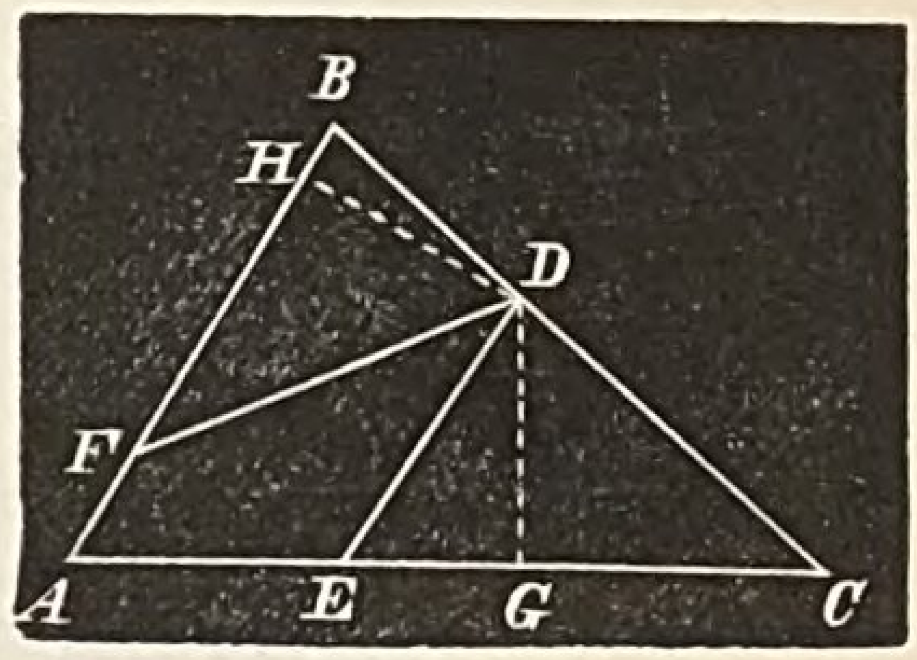
$$AC : CE = q : p$$ sein, daher ist

$$CE = \frac{AC \cdot p}{q}.$$

Sind daher die beiden Abschnitte A D und C E berechnet, so trägt man den ersteren von A, den letzteren von C aus auf die Grundlinie auf und erhält so die Teilungspunkte D und E.

In ganz ähnlicher Weise wird verfahren, wenn Dreiecke in mehr als drei Teile geteilt werden sollen.

Aufgabe 9. Ein Dreieck A B C, Figur 204, ist durch Linien, welche durch den Punkt D gehen, in drei gleiche Teile zu teilen.



Figur 204.

Auflösung. Man berechne den Flächeninhalt des ganzen Dreiecks A B C, dividiere denselben durch 3 und setze einen solchen Teil $m = {}^1/_3$ A B C. Fällt man aus D die Senkrechten D G und D H auf A C und A B und nimmt die Teilungspunkte einstweilen in E und F an, so hat man:

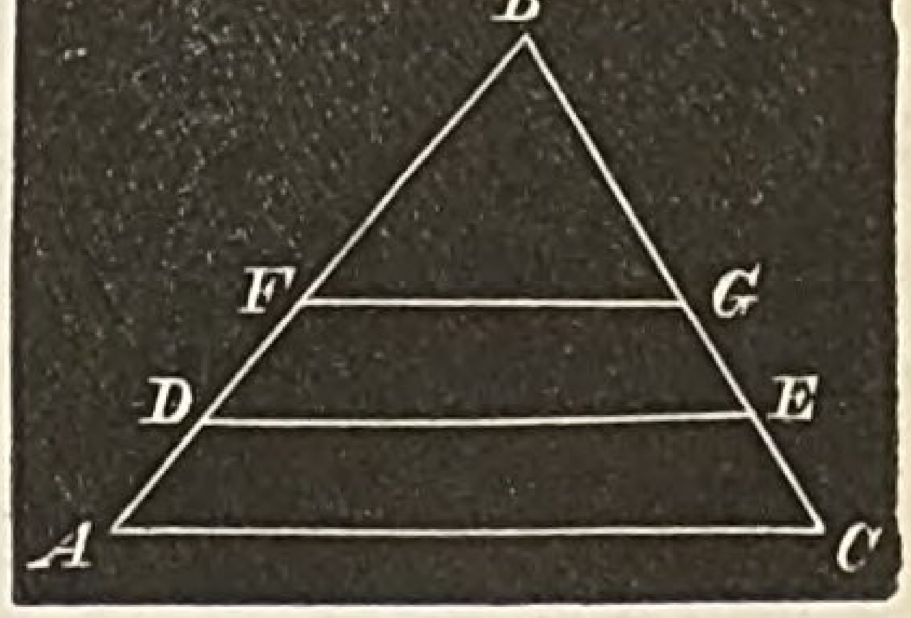
$$m = \frac{CE \cdot DG}{2} \text{ d. h. } CE = \frac{2m}{DG} \text{ und}$$

$$\text{ebenso } m = \frac{BF \cdot DH}{2} \text{ d. h. } BF = \frac{2m}{DH}.$$

Da nun D G und D H in der Natur leicht gemessen oder auf der Zeichnung mit dem Zirkel abgegriffen werden können, ferner 2 m eine bekannte Größe ist, so sind C E und B F selbst bestimmt und es können diese Linien von den entsprechenden Dreiecksseiten leicht abgemessen werden, wodurch sich die Teilungspunkte E und F ergeben.

In ganz ähnlicher Weise wird auch verfahren, wenn das Dreieck A B C nicht in drei gleiche Teile, sondern in dem Verhältnisse m : n : p geteilt werden soll.

Aufgabe 10. Ein Dreieck A B C, Figur 205, ist in drei gleiche Teile durch Linien zu teilen, welche zu A C parallel laufen.



Figur 205.

Auflösung. Nimmt man D E und F G einstweilen als Teilungslinien an, so sind die Dreiecke A B C, D B E und F B G ähnlich, und da sich die Flächeninhalte ähnlicher Dreiecke wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Seiten verhalten, so hat man:

$$\begin{array}{l} ABC : FBG = AB^2 : FB^2 \text{ und nach der Voraussetzung ist:} \\ ABC : FBG = \quad 3 \quad : \quad 1 \text{ ; daher auch} \\ \hline AB^2 : FB^2 = \quad 3 \quad : \quad 1 \text{ ; hieraus} \end{array}$$

$$FB^2 = \frac{AB^2}{3} \text{ und}$$

$$FB = \sqrt{\frac{AB^2}{3}} = \sqrt{\frac{3\,AB^2}{9}} = \frac{AB}{3}\sqrt{3}.$$

Ferner ist aber auch:

$$\begin{array}{l} ABC : DBE = AB^2 : DB^2 \text{ und nach der Voraussetzung:} \\ ABC : DBE = \quad 3 \quad : \quad 2 \text{ ; daher auch} \\ \hline AB^2 : DB^2 = \quad 3 \quad : \quad 2 \text{ ; hieraus} \end{array}$$

$$DB^2 = \frac{2 \cdot AB^2}{3} \text{ und}$$

$$DB = \sqrt{\frac{2 \cdot AB^2}{3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3\,AB^2}{9}} = \frac{AB}{3}\sqrt{6}.$$

Ganz in derselben Weise findet man auch die Abschnitte

$$BG = \frac{BC}{3}\sqrt{3} \text{ und } BE = \frac{BC}{3}\sqrt{6}.$$

Trägt man schließlich die vier berechneten Abschnitte auf die zugehörigen Dreiecksseiten auf, so ergeben sich die Teilungspunkte D, F, E und G.

Es ist einleuchtend, daß die Teilung eines Dreieckes in drei ungleiche oder in noch mehrere Teile ganz in derselben Weise erfolgen kann.

Aufgabe 11. Ein Dreieck A B C, Figur 206, von einem im Innern desselben gelegenen Punkte O aus so in drei gleiche Teile A O C, A O B und B O C zu teilen, daß jedes dieser Teildreiecke eine Seite des ganzen Dreieckes zur Grundlinie hat.

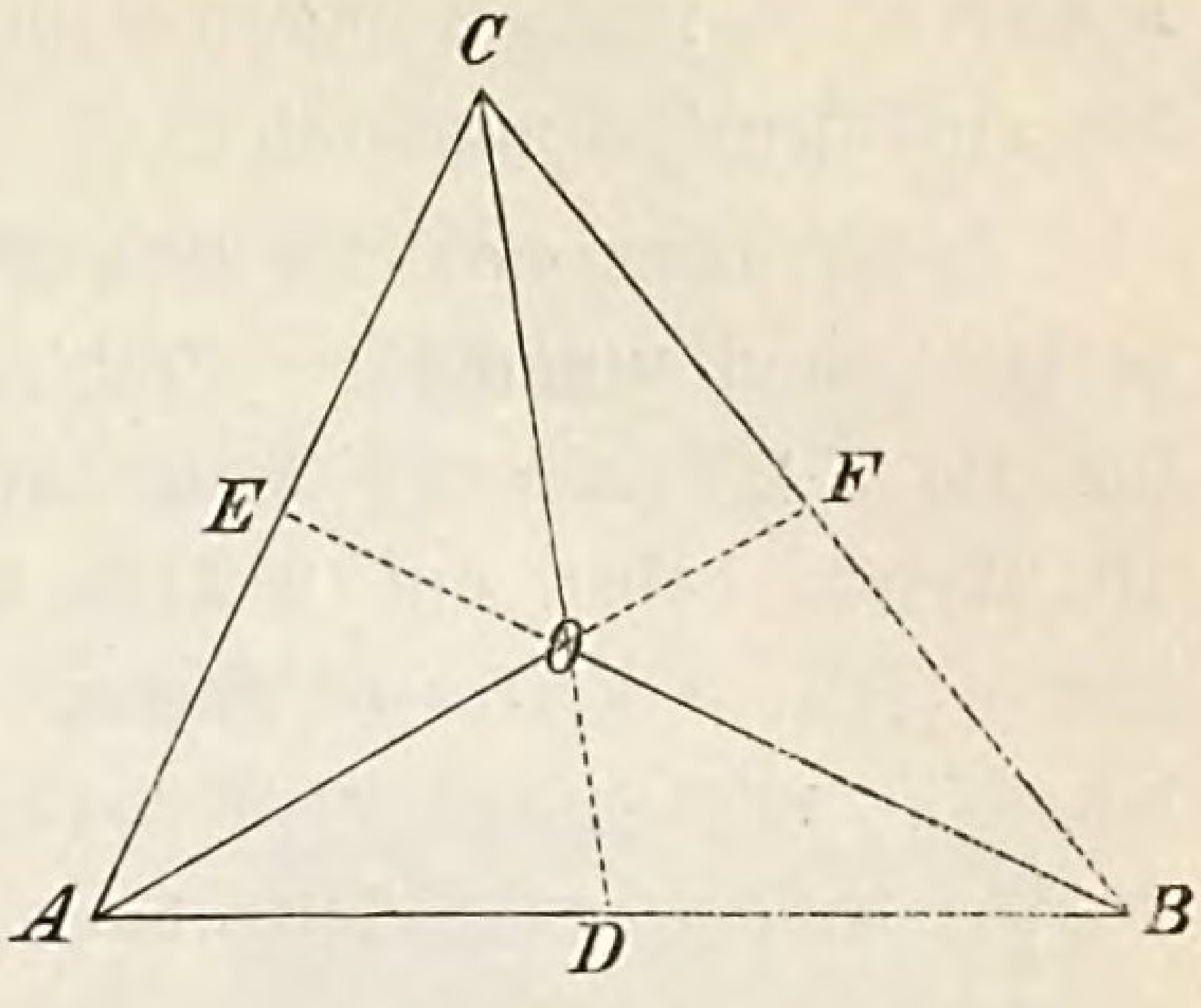
Auflösung. Man halbiere die Dreiecksseiten A B, A C und B C, ziehe durch die Halbierungspunkte die Linien A F, B E und C D, welche sich in einem Punkte O durchschneiden, so ist hierdurch der Punkt O festgelegt und es ist Dreieck A B O = A C O = B C O.

Es ist nämlich, da Dreiecke von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe gleiche Inhalte haben:

ADC = BDC
ADO = BDO; daher auch

ADC − ADO = BDC − BDO
und AOC = BOC.
Ebenso ist:
AEB = CEB
AEO = CEO; daher auch

AEB − AEO = CEB − CEO und
AOB = BOC; deshalb auch
AOB = AOC = BOC.

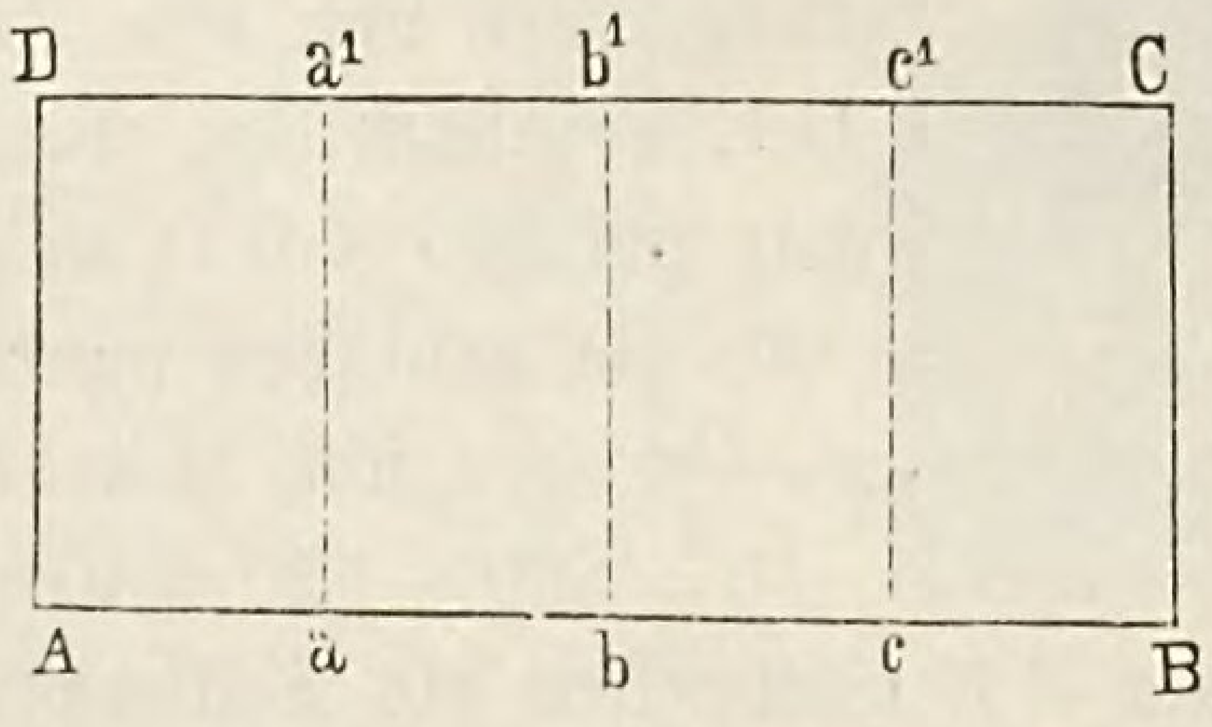


Figur 206.

2. Von der Teilung der Parallelogramme.

§ 94.

Die Teilung der Quadrate, Rechtecke und verschobenen Parallelogramme (Rhombus, Rhomboid) gehört zu den einfachsten Aufgaben der praktischen Geometrie, weil die Teilung im praktischen Leben in der Regel so verlangt wird, daß die Teilungslinien zu irgend zwei Seiten des Grundstücks parallel laufen. Da man den Flächeninhalt der Parallelogramme erhält, wenn man die Grundlinie (Basis) mit der überall gleichen Höhe desselben multipliziert, so besteht die Teilung solcher Figuren in eine Anzahl gleicher oder proportionierter Teile einfach darin, daß man die Grundlinien in dieselbe Anzahl gleicher oder proportionierter Teile teilt und in den so gefundenen Teilungslinien Senkrechte bis zur gegenüberliegenden Seite errichtet.



Figur 207.

Wäre z. B. das Parallelogramm ABCD, Figur 207, in 4 gleiche Teile zu teilen, so mißt man die Linie AB in der Natur, teilt die gefundene Länge durch 4 und mißt schließlich $^1/_4$ der Linie AB nach a, b und c, sodann auch von D ausgehend, nach a′, b′ und c′ ab, verbindet die Punkte

a und a′, b und b′, sowie c und c′, so sind die Linien a a′, b b′ und c c′ die richtigen Teilungslinien.

Wäre aber dasselbe Grundstück in dem Verhältnis 2 : 3 : 5 zu teilen, so mißt man zunächst die Linie A B und findet z. B. 100 Meter. Da es sich um 2 + 3 + 5 = 10 Teile handelt, so kommen auf einen Teil 100 : 10 = 10 Meter; daher auf 2 Teile 2 × 10 = 20, auf 3 Teile 3 × 10 = 30 und auf 5 Teile 5 × 10 = 50 Meter. Man mißt dann von A aus zuerst 20, dann 30 und zuletzt 50 Meter ab und findet so die einzelnen Teilungspunkte, welche den Bedingungen der Gleichung genügen.

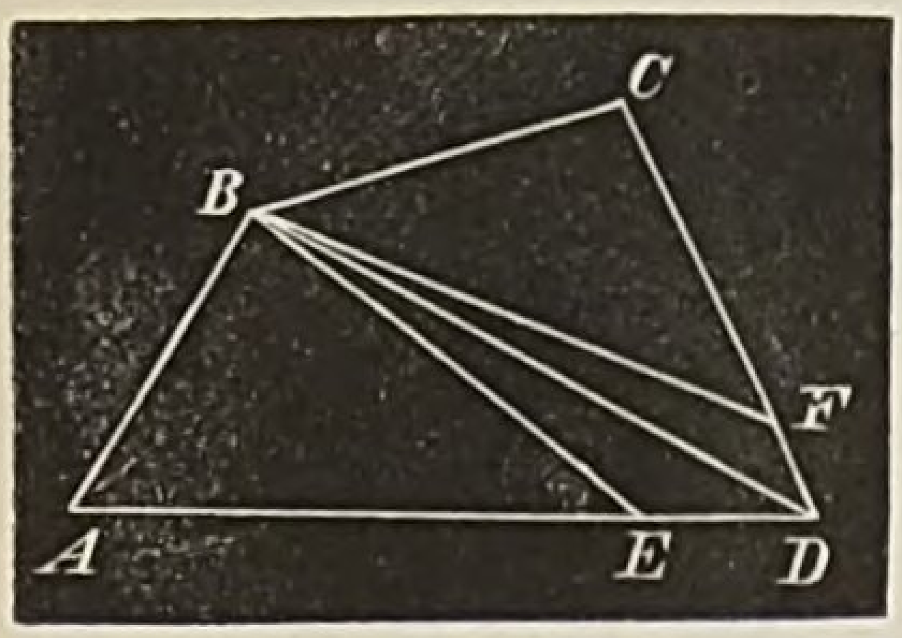
Ganz analog wird verfahren, wenn Parallelogramme allgemein in dem Verhältnis m : n : o : p u. s. w. geteilt werden sollen.

3. Die Teilung der Trapezoide.

§ 95.

Aufgabe 1. Von dem Trapezoid A B C D, Figur 208, mit einem Flächeninhalte m, ist durch eine Linie, welche durch den Punkt B geht, ein Teil n abzuschneiden.

Auflösung. Man ziehe die Diagonale B D und berechne den Inhalt des Dreiecks A B D, was entweder durch Messung der Berechnungsfaktoren in der Natur oder durch Abgreifen derselben aus der bereits verzeichneten Figur mit dem Zirkel geschieht. Ergiebt sich nun der Inhalt des Dreieckes A B D > n, so wird die Aufgabe auf jene zurückgeführt, von dem Dreiecke A B D ein Stück B D E abzuschneiden, welches gleich ist der Differenz zwischen A B D und n. Wäre z. B. A B D = 860 qm gefunden worden, während der abzuschneidende Teil n nur 820 qm betragen soll, so wäre vom Dreiecke A B D noch der Teil B D E = A B D − n = 860 − 820 = 40 qm abzuschneiden, d. h. man hätte, wenn man B E einstweilen als Teilungslinie annimmt:



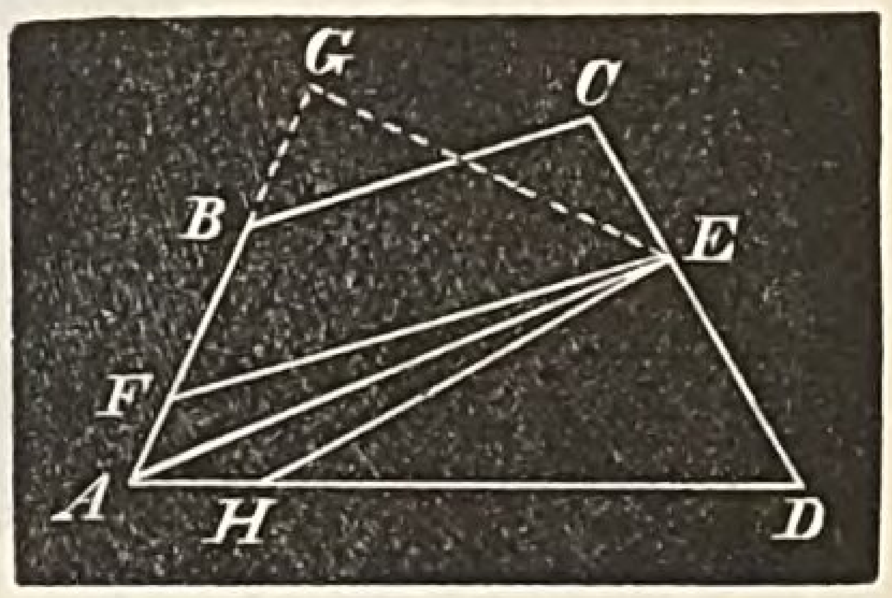
Figur 208.

$$A B D : A B E = 860 : 820, \text{ ferner}$$
$$A B D : A B E = A D : A E, \text{ hieraus}$$
$$A D : A E = 860 : 820 \text{ und}$$
$$A E = \frac{A D \cdot 820}{860}.$$

Hätte sich jedoch A B D < n ergeben, so wäre die Aufgabe gewesen, an dem Dreiecke B C D, etwa durch die Linie B F, noch ein Stück abzuschneiden, welches gleich der Differenz zwischen A B D und n sein muß.

Aufgabe 2. Von dem Trapezoid A B C D, Figur 209, mit dem Inhalte m, ist durch eine Linie, welche durch den Punkt E geht, ein Teil n abzuschneiden.

Auflösung. Man verbinde E mit A, berechne den Inhalt von A D E und vergleiche denselben mit dem abzuschneidenden Teile n. Ergiebt sich hierbei, daß A D E < n ist, so muß an dem Vierecke A B C E noch der fehlende Teil durch die Linie E F abgeschnitten werden. Nehmen wir beispielsweise das fehlende Stück = 480 qm an, so muß, wenn man auf die Verlängerung von A F die Senkrechte E G zieht:



Figur 209.

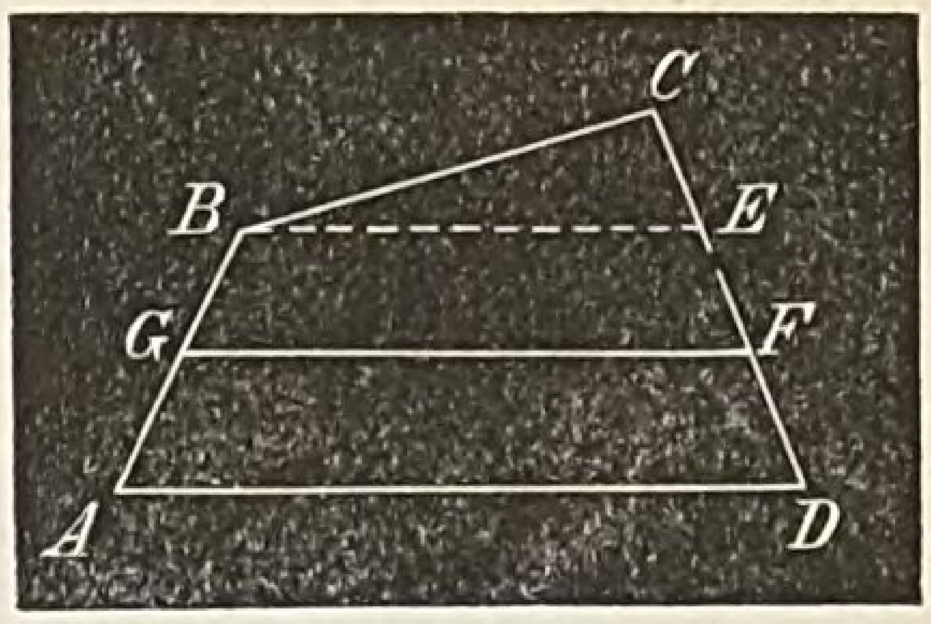
$$\frac{AF \cdot EG}{2} = 480 \text{ sein, d. h. es ist}$$

$$AF = \frac{2 \cdot 480}{EG}.$$

Da E G jederzeit gemessen werden kann, so ist A F in bekannten Stücken ausgedrückt, mithin selbst bestimmt. Hätte sich jedoch gezeigt, daß A D E > n ist, so hätte der entsprechende Teil an dem Dreieck A E D, etwa durch die Linie E H, auf bekannte Art abgeschnitten werden müssen.

Aufgabe 3. Von dem Trapezoid A B C D, Figur 210, welches den Inhalt m besitzt, ist ein Teil n parallel zu A D abzuschneiden.

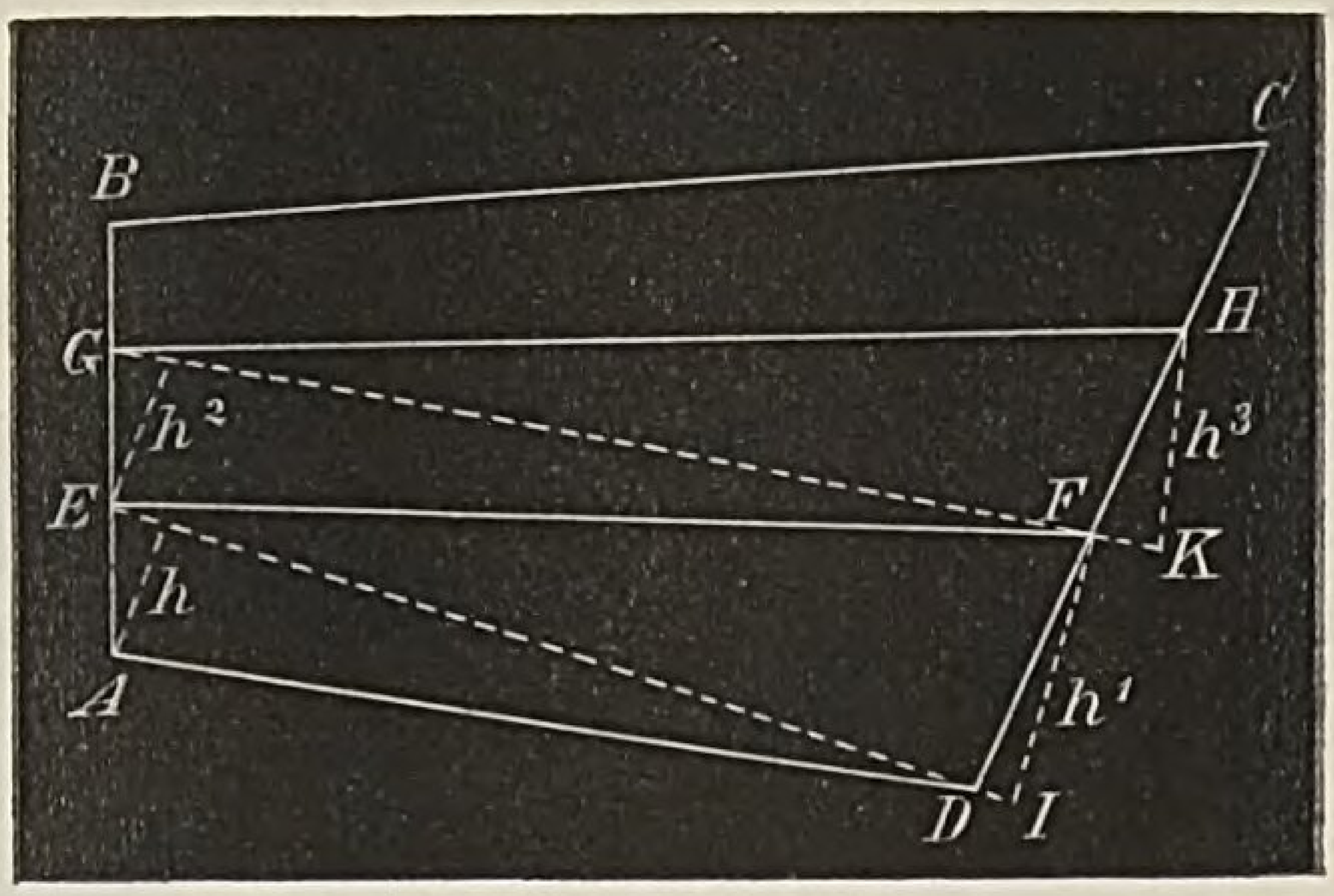
Auflösung. Ist von dem Trapezoid A B C D = m der Teil B C F G = n abzuschneiden, so ziehe man durch B parallel zu A D die Linie B E und berechne den Inhalt des Dreieckes B E C. Wird dieser von m abgezogen, so bleibt noch der Inhalt des Trapezes A B E D, von welchem noch n − B C E abzuschneiden bleibt. Wie aber von einem Paralleltrapeze A B E D parallel zu A D ein Stück B E F G abgeschnitten wird, soll im folgenden Paragraphen gezeigt werden.



Figur 210.

Aufgabe 4. Ein trapezoidförmiger Acker A B C D, Figur 211, ist in mehrere, z. B. drei, der Form der ganzen Figur möglichst ähnliche gleiche Teile zu teilen.

Auflösung. Man vermesse die Fläche A B C D mit aller Schärfe, trage dieselbe alsdann in einem möglichst großen Maßstabe, etwa 1 : 1000 auf und teile hierauf die Linie A B mit dem Zirkel genau in drei gleiche



Figur 211.

Teile. Wird nun der gefundene Flächeninhalt M des ganzen Ackers durch 3 dividiert, so erhält man in dem Ausdruck $\frac{M}{3} = m$ die Größe des neuen Teiles. Betrachtet man vorläufig E F als die erste Teilungslinie, zieht dann ferner die Linie E D und auf diese die Senkrechten h und h', so lehrt die Geometrie, daß der Flächeninhalt der Figur

$$A\,E\,F\,D = m = E\,D\left(\frac{h + h'}{2}\right) = \frac{E\,D}{2}\,(h + h') \text{ ist.}$$

In dieser Gleichung $m = \frac{E\,D}{2}(h + h')$ ist m bereits berechnet, h und E D können aber mittelst des Zirkels auf das schärfste abgegriffen werden, mithin ist nur h' unbekannt, welches wie folgt, bestimmt wird:

$$2\,m = E\,D\,(h + h'); \text{ daraus}$$

$$h + h' = \frac{2\,m}{E\,D} \text{ und}$$

$$h' = \frac{2\,m}{E\,D} - h, \text{ d. h.}$$

um h' zu finden, dividiert man den doppelten abzuschneidenden Inhalt durch die Diagonale E D und zieht die Höhe h des Trapezoides A E F D ab. Nachdem die Länge von h' berechnet ist, nimmt man dieselbe in den Zirkel, setzt die eine Zirkelspitze auf die Linie E I senkrecht an einem solchen Punkt I ein, daß die andere genau die Linie C D in dem Teilungspunkte F durchschneidet, die, mit E verbunden, die erste Teilungslinie vorstellt.

Um die zweite Teilungslinie G H zu finden, ziehe man, da jetzt F fest bestimmt ist, die Linie G F und man hat dann gleichfalls wieder $h^3 = \frac{2\,m}{G\,F} - h^2$, also h^3 in lauter meßbaren Größen ausgedrückt.

Wird nun auch h^3 von K nach H senkrecht auf G F aufgetragen, so ergiebt sich die zweite Teilungslinie G H.

Zur Kontrolle kann man schließlich noch den Flächeninhalt B C H G berechnen, der $= m = \frac{M}{3}$ gefunden werden muß. Hat man sich von der Richtigkeit der Teilung überzeugt, so hat man, um die Teilungspunkte auf dem Felde anzugeben, nur noch von A aus die mit dem Maßstab abgegriffenen Linien A E und A G, von D aus aber die Linien D F und D H abzumessen und schließlich die Furchen E F und G H zu ziehen, so muß A E F D = E G H F = G B C H = m sein. Ganz in derselben Weise wird auch verfahren, wenn der Acker nach anderen Verhältnissen und vielleicht in mehr als drei Teile zu teilen wäre.

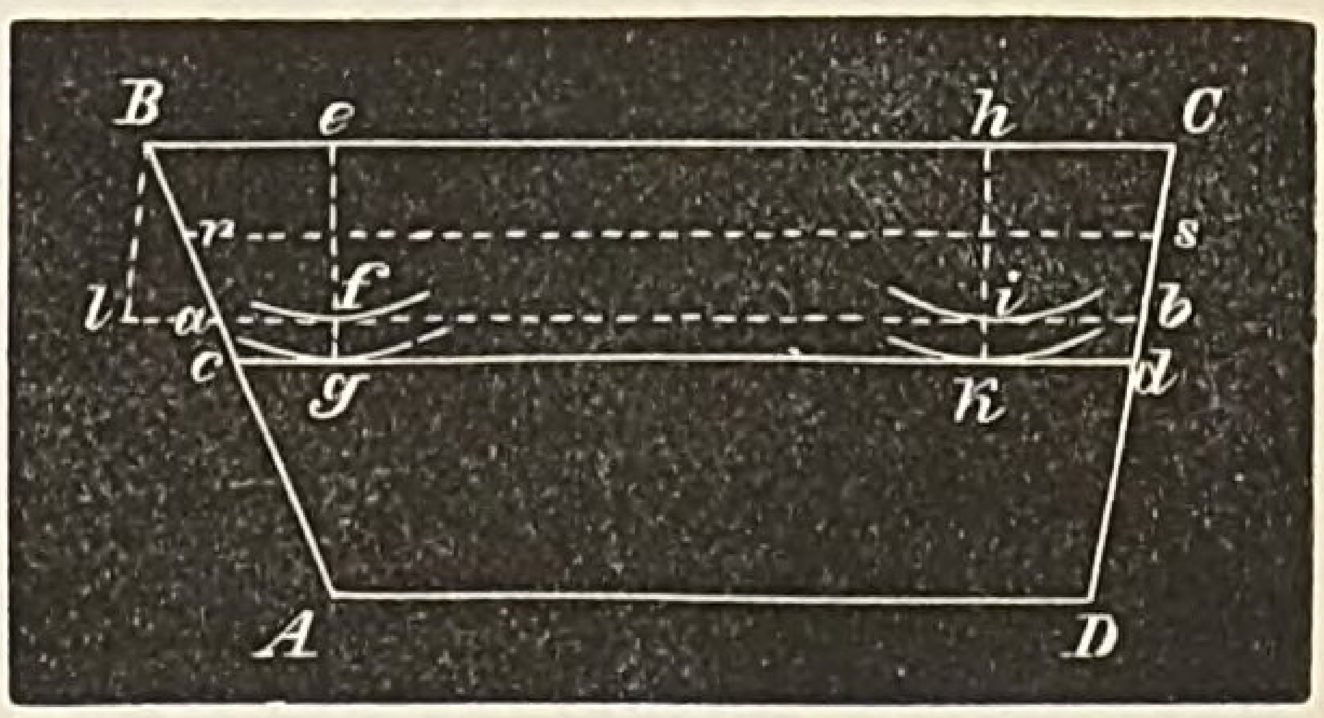
4. Die Teilung der Trapeze.

§ 96.

Aufgabe 1. Von einem Paralleltrapeze A B C D, Figur 212, von gegebenem Inhalte M, ist in der Richtung der parallelen Seiten desselben ein Teil m abzuschneiden.

Da diese Aufgabe sehr häufig vorzukommen pflegt, auch die Teilung der Vielecke meist auf dieselbe zurückgeführt wird, so soll sie zunächst mittelst Konstruktion unterstützt durch Rechnung und dann durch reine Rechnung gelöst werden.

Auflösung mittelst Konstruktion. Man vermesse das Trapez A B C D mit aller Sorgfalt, und übertrage es in einem möglichst großen Maßstabe auf das Kartblatt.



Figur 212.

Dividiert man nun den Flächeninhalt m des abzuschneidenden Teiles durch die Seitenlänge B C derjenigen

parallelen Seite, an welcher m abgeschnitten werden soll, so ergiebt sich die Höhe eines Parallelogramms, zu welchem C B die Grundlinie bildet.

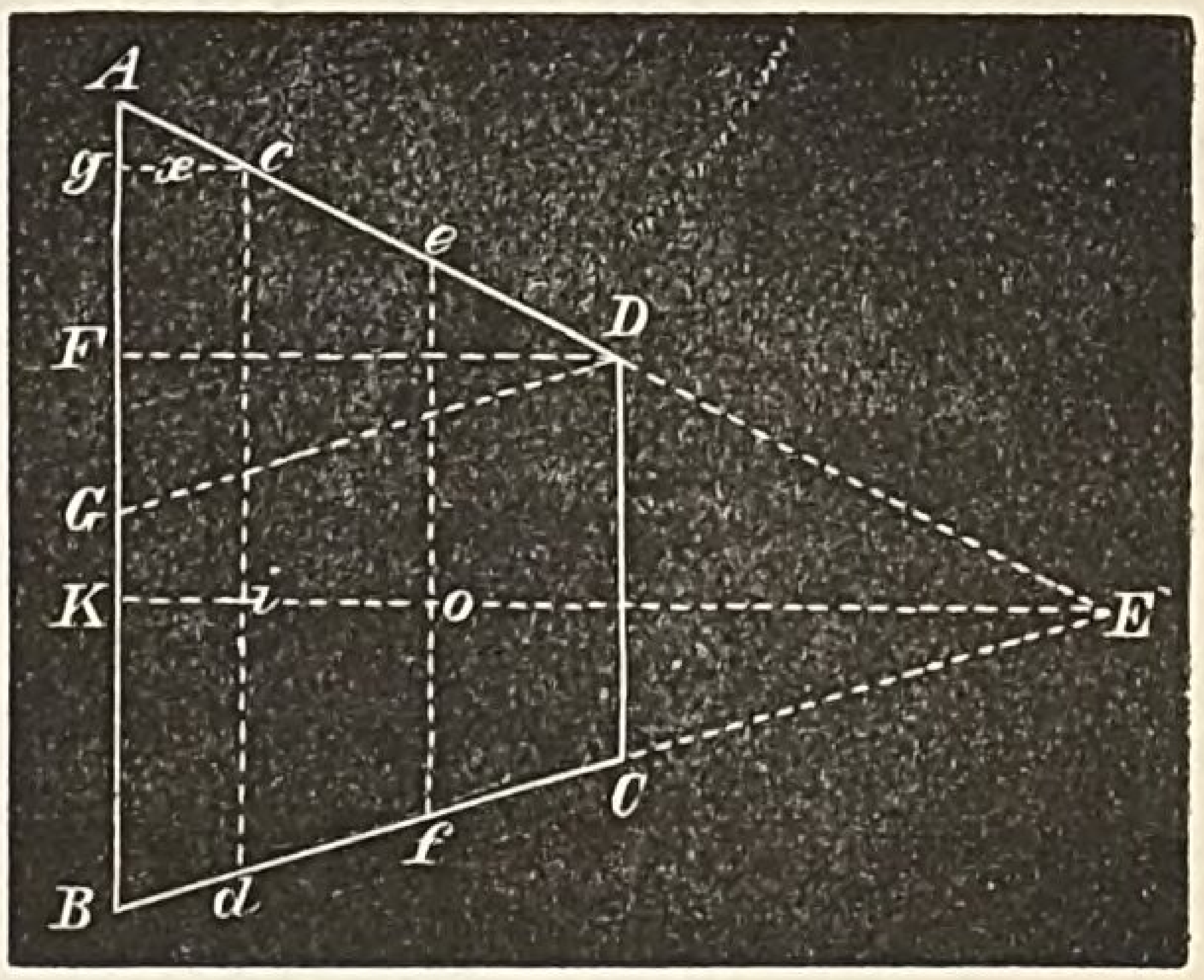
Beträgt z. B. der abzuschneidende Teil m = 1040 qm, die Seite B C aber 80 m, so ist $\frac{1040}{80}$ = 13 m = e f = der Höhe des Parallelogramms B C b l. Da nun aber nicht B C b l = m, sondern a B C b = m sein soll, so folgt, daß letzteres noch um das Dreieck a B l zu klein ist. Um nun die Teilungslinie des abzuschneidenden Teiles m richtig bestimmen zu können, nehme man die vorläufig berechnete Höhe e f = 13 m in den Zirkel, beschreibe aus e und h mit dieser Zirkelöffnung die Kreisbögen f und i und ziehe durch ihre Tangierungspunkte die zu B C parallele Linie a b. Hierauf halbiere man a B in r und b C in s und ziehe die Linie r s, welche die mittlere Proportionale zwischen B C und a b ist. Wird nun r s mit dem Zirkel abgegriffen und z. B. = 78,2 gefunden, so dividiert man jetzt mit dieser mittleren Länge in die abzuschneidende Fläche m und erhält in dem Quotienten $\frac{1040}{78{,}2}$ = 13,3 m die etwas größere Höhe des abzuschneidenden Teiles meist schon mit hinreichender Genauigkeit. Nimmt man nun die neugefundene Höhe von 13,3 m in den Zirkel und beschreibt mit derselben aus e und h die Kreisbögen g und k und verbindet ihre Tangierungspunkte durch die Gerade c d, so drückt letztere häufig schon genau genug die richtige Teilungslinie aus, d. h. es wird oft schon c B C d = m = 1040 qm sein.

Sollte jedoch die Differenz zwischen den beiden Höhen e f und e g eine größere sein, was immer der Fall sein wird, wenn der Unterschied zwischen den Linien B C und A D ein größerer ist, so ergiebt sich der wahre Inhalt der abzuschneidenden Fläche noch nicht scharf genug aus den Höhen e g und h k und man ist genötigt, noch eine dritte genauere Höhe dadurch zu bestimmen, daß man nun die Linie c B und d C halbiert, die Halbierungspunkte verbindet, mit der sich ergebenden Linie in m = 1040 dividiert, den neuen Quotienten dann als richtige Höhe annimmt und wie bereits erwähnt aufträgt.

Die soeben beschriebene Auflösung halten wir in den gewöhnlichen Fällen des praktischen Lebens für die einfachste und kürzeste, weshalb sie in der Regel der jetzt folgenden vorzuziehen sein dürfte.

Auflösung mittelst Rechnung.*) Um die Aufgabe, von einem Paralleltrapez A B C D, Figur 213, einen gegebenen Teil = m parallel zu A B oder C D abzuschneiden, durch Rechnung lösen zu können, muß der Inhalt des Trapezes A B C D = M, die Seite A B = a, C D = b und die Höhe D F = h als bekannt vorausgesetzt werden. Sodann bleibt noch die Vorfrage zu entscheiden, ob m an der längeren parallelen Seite A B, oder an der kürzeren C D abgeschnitten werden soll.

Nehmen wir zunächst den ersten Fall an, daß nämlich m = A B d c abgeschnitten werden soll, so verlängere man zunächst die Seiten A D und B C so weit, bis sie sich in dem gemeinschaftlichen Punkte E schneiden und ziehe hierauf durch D die Linie D G parallel zu B C.



Figur 213.

Es ist nun einleuchtend, daß, wenn man die Höhe g c = x des abzuschneidenden Trapezes wüßte, gleichzeitig auch die zu suchende Teilungslinie c d gegeben wäre. Die Aufgabe geht somit dahin, die Höhe x, welche sich durch Abzug der zu bestimmenden Linie i E von der ebenfalls unbekannten Höhe E K = H des Dreieckes A B E ergiebt, zu ermitteln.

Die Höhe E K = H erhält man nun aus folgender Proportion:

$$A G : D F = A B : K E, \text{ und da}$$

$$A G = A B - B G = A B - C D = a - b \text{ ist:}$$

$$(a - b) : h = a : H, \text{ hieraus weiter:}$$

$$(a - b)\ H = a \cdot h \text{ und}$$

$$H = \frac{a \cdot h}{a - b}.$$

Aus der gefundenen Höhe H und der Grundlinie A B = a ergiebt sich nun der Flächeninhalt des Dreieckes $A B E = \frac{a \cdot H}{2} = I$, und wenn man von I den gegebenen abzuschneidenden Teil A B d c abzieht, so bleibt nun auch als bekannter Rest der Inhalt des Dreieckes c d E. Nun verhalten sich aber die Flächeninhalte der ähnlichen Dreiecke A B E und c d E wie die Quadrate ihrer Höhen und man kann daher setzen:

---

*) Zamminer, Anleitung zur Flächenaufnahme u. s. w. Darmstadt 1836.

$$A\,B\,E : c\,d\,E = E\,K^2 : E\,i^2 \text{ oder}$$
$$I : (I - m) = H^2 : E\,i^2, \text{ daraus}$$
$$E\,i^2 = \frac{H^2 \cdot (I - m)}{I} \text{ und}$$
$$E\,i = \sqrt{\frac{H^2 \cdot (I - m)}{I}} = H \sqrt{\frac{(I - m)}{I}};$$

d. h. man erhält die Unbekannte E i, wenn man von dem Inhalt des ganzen Dreieckes A B E = I die abzuschneidende Fläche A B d c = m abzieht, den Rest (I — m) durch I dividiert, aus dem Quotienten die Wurzel zieht und diese schließlich noch mit der Höhe H des ganzen Dreieckes multipliziert.

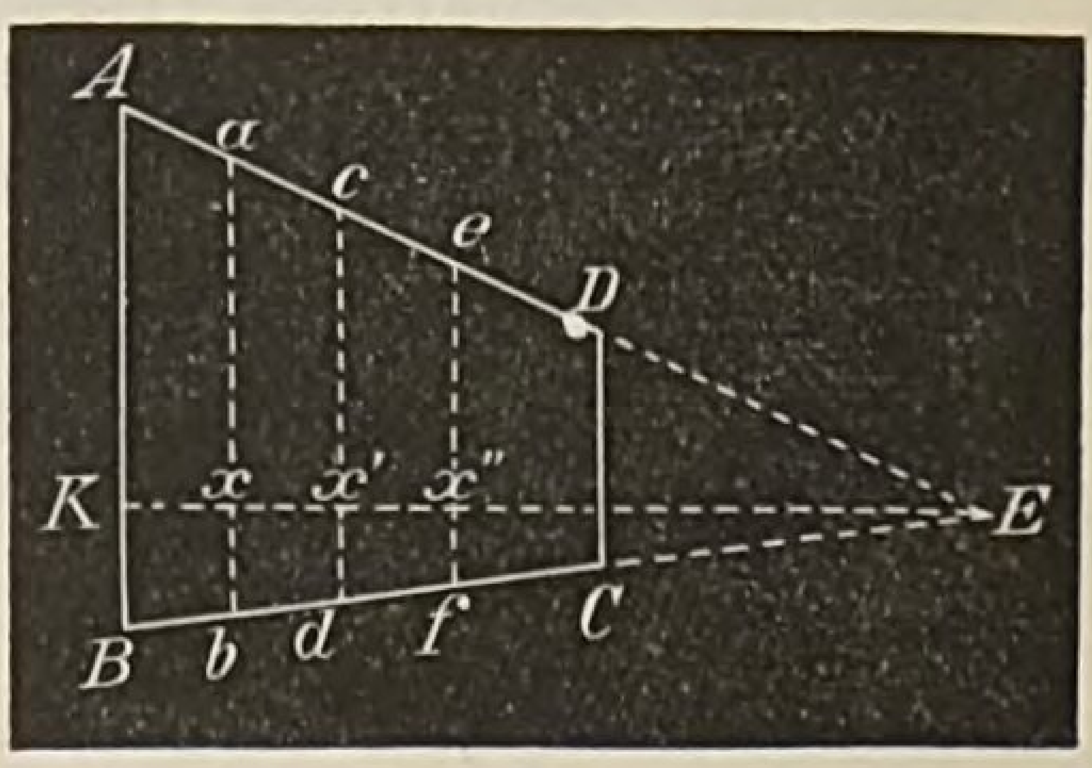
Nachdem E i und H gefunden sind, ergiebt sich die Höhe x des abzuschneidenden Trapezes A B d c = H — E i. Wird nun der Betrag für x an zwei verschiedenen Stellen der Linie A B, z. B. in g und K senkrecht aufgetragen und werden schließlich die sich dann ergebenden Punkte c und i mit einander verbunden, so erhält man die richtige Teilungslinie c d.

Ist an der kürzeren parallelen Seite C D der Teil m = C D e f abzuschneiden, so bleibt das Verfahren im allgemeinen dasselbe, nur kommen dann die Dreiecke A B E = I und E e f = I — M + m in Proportion, d. h. es wird statt E i der Wert E o bestimmt. Man hat nämlich:

$$A\,B\,E : E\,e\,f = E\,K^2 : E\,o^2 \text{ oder}$$
$$I : (I - M + m) = H^2 : E\,o^2, \text{ daraus}$$
$$E\,o^2 = \frac{H^2\,(I - M + m)}{I} \text{ und}$$
$$E\,o = \sqrt{\frac{H^2\,(I - M + m)}{I}} = H \sqrt{\frac{(I - M + m}{I}}.$$

Zieht man nun E o von H ab, so ergiebt sich die zu suchende Höhe K o des Trapezes A B f e.

Wäre etwa ein Trapez A B C D, Figur 214, in eine Anzahl, z. B. vier gleiche zu A B parallele Teile zu teilen, so handelt es sich auch hier nur um die Bestimmung der Stücke x E, x′ E und x″ E. Nachdem diese ermittelt sind lassen sich die zugehörigen Teilungslitien a b, c d und e f leicht ziehen. Wird daher von der längeren Seite A B die Teilung begonnen, so bleibt natürlich wie vorhin die erste Teilungslinie



Figur 214.

$$x E = H \sqrt{\frac{(I - m)}{I}}.$$

Die zweite Teilungslinie x′ E ergiebt sich jedoch aus:

$$A B E : c d E = H^2 : x' E^2, \text{ oder}$$
$$I : (I - 2 m) = H^2 : x' E^2, \text{ daraus}$$
$$x' E^2 = \frac{H^2 (I - 2 m)}{I} \text{ und}$$
$$x' E = \sqrt{\frac{H^2 (I - 2 m)}{I}} = H \sqrt{\frac{(I - 2 m)}{I}}.$$

Ebenso ergiebt sich die dritte Teilungslinie x″ E, da jetzt von unten 3 m abgeschnitten werden sollen, nach der Proportion:

$$A B E : e f E = H^2 : x'' E^2, \text{ oder}$$
$$I : (I - 3 m) = H^2 : x'' E^2, \text{ daraus}$$
$$x'' E^2 = \frac{H^2 (I - 3 m)}{I} \text{ und}$$
$$x'' E = \sqrt{\frac{H^2 (I - 3 m)}{I}} = H \sqrt{\frac{(I - 3 m)}{I}} \text{ u. s. w.}$$

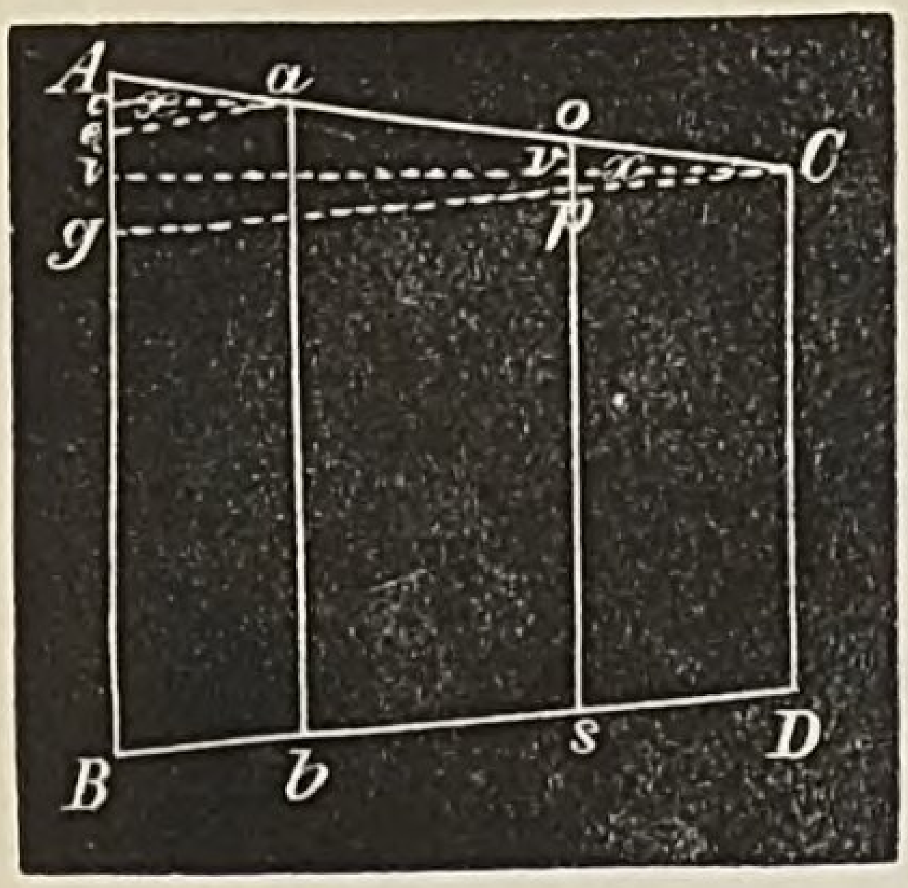
Muß die Teilung von der kürzeren Seite C D begonnen werden, so folgen die Teilungslinien gerade in umgekehrter Ordnung, d. h. die erste ist x″ E, die zweite x′ E und die dritte x E. Für die erste Teilungslinie bleibt dann natürlich die bereits entwickelte Formel:

$$x'' E = H \sqrt{\frac{I - M + m}{I}}.$$

Da sich bei den übrigen Teilungslinien nur m ändert, indem zunächst 2 m, dann 3 m abgeschnitten werden sollen, so werden die Werte für die zweite und dritte Teilungslinie folgende sein:

$$x' E = H \sqrt{\frac{I - M + 2 m}{I}} \text{ und}$$
$$x E = H \sqrt{\frac{I - M + 3 m}{I}}.$$

Die soeben entwickelten Teilungsformeln erweisen sich jedoch nur dann als bequem und praktisch, wenn die Seiten A D und B C des Trapezes A B C D, Figur 214, stark gegen einander geneigt sind und sich daher bald in E schneiden. Im anderen Falle werden jedoch die Höhe K E = H und der Inhalt A B E = I des Dreiecks meist so groß, daß die großen Zahlen der Rechnung Unbequemlichkeiten bereiten.



Figur 215.

Man sucht dann die Höhe x der abzuschneidenden Teilfläche m = A B b a, Figur 215, direkt aus den Seiten des Trapezes A B C D abzuleiten.

Zieht man nämlich a e und g C parallel zu B D, dann sind die Dreiecke A a e und A C g ähnlich und man hat:

$$A g : i C = A e : c a.$$

Setzt man nun der Kürze halber A B = a, C D = b, a b = y, i C = h und c a = x, dann verwandelt sich die letzte Proportion in:

$$(a - b) : h = (a - y) : x, \text{ woraus folgt:}$$

$$x = \frac{h\,(a - y)}{(a - b)}.$$

In dieser Gleichung sind zwei Unbekannte x und y enthalten, um daher x daraus ableiten zu können, muß noch eine zweite Gleichung angesetzt werden. Das dem Flächeninhalt nach bekannte abzuschneidende Trapez A B b a = m läßt sich nun wie folgt ausdrücken:

$$m = \frac{A\,B + a\,b}{2} \times c\,a = \left(\frac{a + y}{2}\right) x,$$

hieraus folgt dann weiter:

$$2\,m = (a + y)\,x \text{ und}$$

$$x = \frac{2\,m}{(a + y)}.$$

Setzt man die beiden Werte von x einander gleich, so ist:

$$\frac{2\,m}{(a+y)} = \frac{h\,(a - y)}{(a - b)}, \text{ daraus}$$

$$2\,m = \frac{h\,(a - y)\,(a + y)}{(a - b)} = \frac{h\,(a^2 - y^2)}{(a - b)}; \text{ ferner}$$

$$2\,m\,(a - b) = h\,(a^2 - y^2), \text{ sodann}$$

$$a^2 - y^2 = \frac{2\,m\,(a - b)}{h} \text{ und}$$

$$y^2 = a^2 - \frac{2\,m\,(a - b)}{h}$$

$$y = \sqrt{a^2 - \frac{2\,m\,(a - b)}{h}}.$$

Setzt man diesen Wert von y schließlich in den obigen Wert von

$$x = \frac{2\,m}{a + y}, \text{ so wird}$$

$$x = \frac{2\,m}{a + \sqrt{a^2 - \frac{2\,m\,(a - b)}{h}}}.$$

Ganz in derselben Weise läßt sich die Höhe x des etwa an der kürzeren Seite C D des Trapezes A B C D abzuschneidenden Trapezes C D s o bestimmen. Setzt man dann nämlich C v = x und o s = y, so folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke A C g und C o p:

$$A\,g : C\,i = o\,p : C\,v \text{ oder}$$

$$(a - b) : h = (y - b) : x, \text{ daraus}$$

$$x = \frac{h\,(y - b)}{(a - b)};$$

ferner läßt sich der abzuschneidende Teil C D s o ausdrücken durch:

$$m = \left(\frac{o\,s + C\,D}{2}\right) C\,v = \left(\frac{y + b}{2}\right) x;$$

woraus dann folgt:

$$2\,m = (y + b)\,x \text{ und}$$

$$x = \frac{2\,m}{y + b}.$$

Werden diese beiden Werte von x einander gleich gesetzt, so ist:

$$\frac{2\,m}{(y + b)} = \frac{h\,(y - b)}{(a - b)} \text{ und daraus}$$

$$2\,m\,(a - b) = h\,(y - b)\,(y + b) = h\,(y^2 - b^2) \text{ oder}$$

$$y^2 - b^2 = \frac{2\,m\,(a - b)}{h},$$

$$y^2 = b^2 + \frac{2\,m\,(a - b)}{h} \text{ und}$$

$$y = \sqrt{b^2 + \frac{2\,m\,(a - b)}{h}}.$$

Substituiert man diesen Wert für y in die obige Formel:

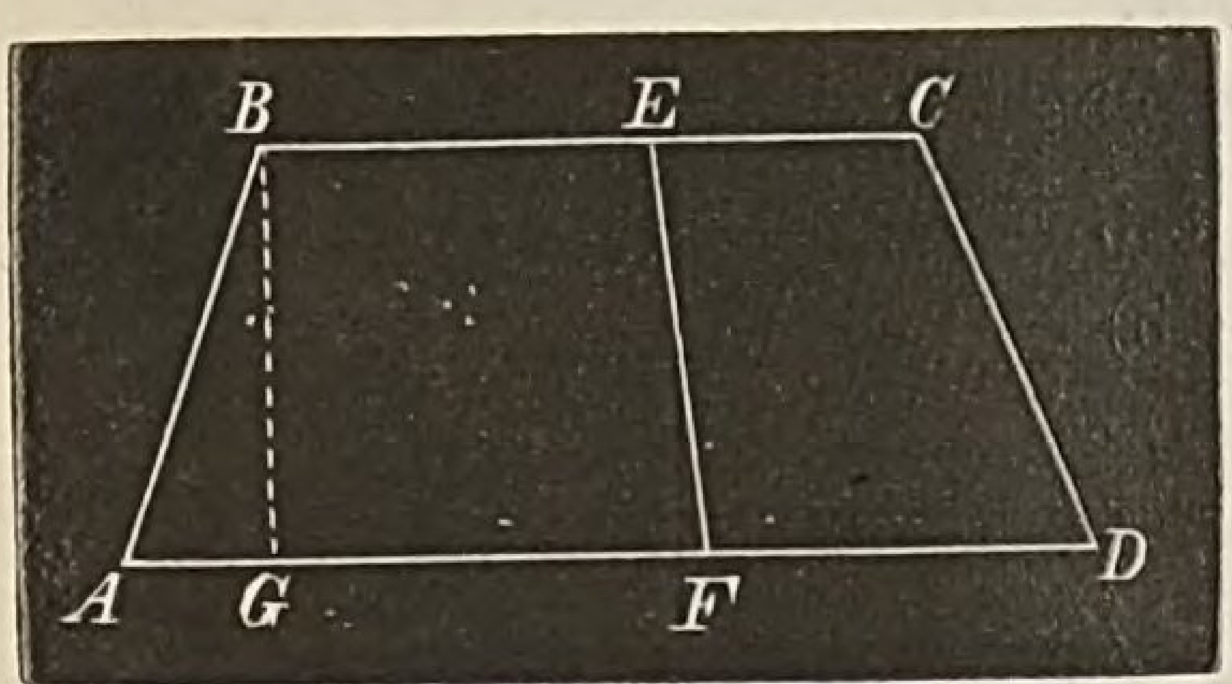
$$x = \frac{2\,m}{y + b},$$

so ergiebt sich schließlich die unbekannte Höhe

$$x = \frac{2\,m}{b + \sqrt{b^2 + \frac{2\,m\,(a - b)}{h}}}.$$

Es bedarf wohl kaum noch der Erwähnung, daß die soeben entwickelten Formeln in dem Fall wieder ganz dieselben bleiben, wenn von einem Trapez nach und nach gleiche Teile m abgeschnitten werden sollen, nur hat man alsdann bei dem zweiten Abschnitt $2 \cdot 2\,m = 4\,m$, bei dem dritten Abschnitt $3 \cdot 2\,m = 6\,m$ u. s. w. zu setzen.

Aufgabe 2. Von einem Trapez ABCD, Figur 216, soll durch eine Linie EF ein Teil $CDFE = m$ so abgeschnitten werden, daß die Abschnitte CE und DF zu den beiden parallelen Seiten BC und AD in demselben Verhältnis bleiben, d. h. daß sich $AD : DF = BC : CE$ verhält.



Figur 216.

Auflösung. Setzt man auch hier wieder $AD = a$, $BC = b$ und $BG = h$, so ist der abzuschneidende Teil CDFE ausgedrückt durch:

$$m = \left(\frac{DF + CE}{2}\right) h \text{ oder}$$

$$2\,m = h\,(DF + CE).$$

Aus der Proportion $AD : DF = BC : CE$ ergiebt sich ferner:

$$DF = \frac{AD \cdot CE}{BC} \text{ und } CE = \frac{BC \cdot DF}{AD}.$$

Setzt man nun zuerst den Wert von DF in die Formel

$2\,m = h\,(DF + CE)$ ein, so ist:

$$2\,m = h\left(\frac{AD \cdot CE}{BC} + CE\right) =$$

$$h\left(\frac{AD \cdot CE + CE \cdot BC}{BC}\right) = h \cdot CE\left(\frac{AD + BC}{BC}\right),$$

oder $2\,m \cdot BC = h \cdot CE\,(AD + BC)$ und endlich

$$CE = \frac{2\,m \cdot BC}{h\,(AD + BC)}.$$

Ganz auf dieselbe Weise ergiebt sich auch der Wert von DF, wenn man nämlich den Ausdruck für CE gleichfalls in

$2\,m = h\,(DF + CE)$ einsetzt.

Es ist dann:

$$2\,m = h\left(DF + \frac{BC \cdot DF}{AD}\right) =$$

$$h\left(\frac{AD \cdot DF + BC \cdot DF}{AD}\right) = \frac{h \cdot DF\,(AD + BC)}{AD},$$

oder $2\,m \cdot AD = h \cdot DF\,(AD + BC)$ und endlich

$$DF = \frac{2\,m \cdot AD}{h \cdot (AD + BC)}.$$

Die Ausdrücke für CE und DF lassen sich auch in folgender Weise noch einfacher geben.

Es ist nämlich:

$$CE = \frac{2\,m \cdot BC}{h\,(AD + BC)} = \frac{m}{\frac{h\,(AD + BC)}{2}}\,BC = \frac{m}{M} \times BC,$$

wenn man nämlich den Flächeninhalt des ganzen Trapezes ABCD $= h\,\frac{(AD + BC)}{2} = M$ setzt.

Aus demselben Grunde ist auch:

$$DF = \frac{2\,m \cdot AD}{h\,(AD + BC)} = \frac{m}{\frac{h\,(AD + BC)}{2}} \times AD = \frac{m}{M} \times AD.$$

Nachdem die Abschnitte CE und DF in lauter bekannten Größen ausgedrückt sind, hat man nur nötig, dieselben von C und D aus nach E und F hin abzumessen und die Punkte E und F durch eine gerade Linie zu verbinden.

5. Die Teilung der Vielecke.

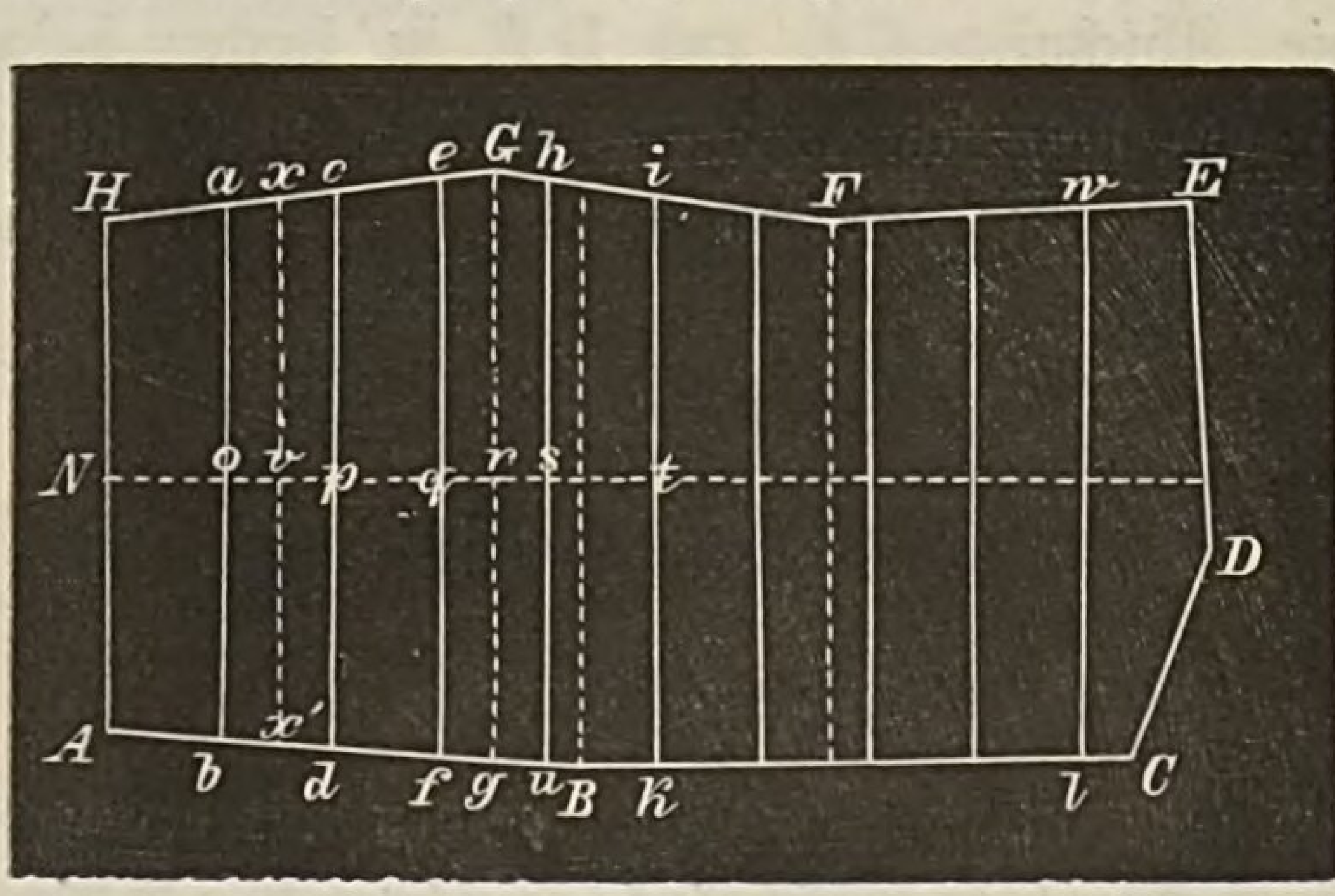
§ 97.

Nachdem wir uns im vorigen Paragraphen mit der Teilung der Dreiecke und Vierecke bekannt gemacht haben, bietet die Teilung der Vielecke, welche man in Dreiecke und Trapeze zerlegen kann, keine besonderen Schwierigkeiten mehr dar.

Aufgabe 1. Eine Wiese von der Form A, B, C, D, E, F, G und H, Figur 217, ist in eine Anzahl z. B. 10 gleiche Teile m in der Art zu teilen, daß die einzelnen Teilungslinien zu AH parallel laufen.

Auflösung. Nachdem die ganze Fläche nach einer der bereits erwähnten Methoden vermessen und in einem möglichst großen Maßstabe auf das Papier verzeichnet ist, teilt man den gefundenen Inhalt, z. B. 20 ha, durch 10 und erhält so die Größe eines Teiles m = 2 ha. Um nun den ersten Teil AHab abschneiden zu können, braucht man nur die Höhe No

zu bestimmen und alsdann durch o eine Parallele a b zu A H zu führen. Betrachtet man daher einstweilen A H a b als ein Parallelogramm von dem Inhalte = m, so ergiebt sich annäherungsweise die Höhe desselben, wenn man mit der Grundlinie A H, welche mit dem Zirkel abgegriffen werden kann, in m (hier 2 ha) dividiert. Die so erhaltene Höhe trägt man senkrecht auf A H nach N o auf und zieht durch o die Parallele a b. Die so gefundene Höhe N o ist jedoch nicht ganz richtig, weil a b > A H, d. h. A H a b kein Parallelogramm, sondern ein Trapez ist. Um daher die richtige Höhe zu finden, dividiert man mit $\frac{AH + ab}{2}$ nochmals in m, trägt den erhaltenen neuen Betrag gleichfalls von N nach o hin auf und zieht durch den neuen Endpunkt eine zweite Teilungslinie, welche dann unter der Voraussetzung, daß die Linien H G und A B nur wenig gegen einander geneigt sind, meist schon genau genug sein wird. Im Falle einer größeren Neigung muß das eben erwähnte Verfahren, die richtige Höhe des abzuschneidenden Teiles zu finden, nochmals wiederholt werden.



Figur 217.

Nachdem die erste Teilungslinie a b richtig gefunden ist, ergiebt sich die zweite c d schon leichter, weil man jetzt die Breite der einzelnen Teile schon annähernd beurtheilen kann. Trägt man nämlich $\frac{No}{2} = ov$ von o noch v auf, greift dann die mittlere Breite x x mit dem Zirkel ab und dividiert mit diesem Betrage in m = 2 ha, so ergiebt sich meist die Höhe o p des zweiten Teiles a b d c schon genau genug. Ganz in derselben Weise findet man auch die dritte Teilungslinie e f. Um jedoch die vierte Teilungslinie h u zu finden, ist es wegen des Winkelpunktes G notwendig, zuerst den Inhalt e G g f zu ermitteln und diesen von m = 2 ha abzuziehen, wodurch

sich ein Rest ergiebt, der anzeigt, welcher Teil von m noch über die Linie G g hinaus fällt. Angenommen es wäre e G g f = 0,75 ha gefunden worden, so muß G h u g noch 1,25 ha groß sein. Dividiert man daher in 1,25 ha mit $\frac{Gg + hu}{2}$, so ergiebt sich die Höhe r s des Trapezes G h u g und mit dieser die genaue Teilungslinie h u selbst.

In dieser Weise fährt man bei allen Winkelpunkten bis zu Ende fort, wobei jedoch zu merken ist, daß man zweckmäßig die einzelnen Höhen N o, o p, p q, q r, r s u. s. w. nach und nach zusammenaddiert, d. h. die Abstände N o, N p, N q u. s. w. immer von N aus aufträgt, wodurch die aus Vernachlässigung von Decimalteilen etwa entstehenden Fehler vermieden werden.

Eine Kontrolle für die richtige Teilung der Figur liegt darin, daß der letzte Teil C D E w l, wenn man ihn berechnet, noch m = 2 ha sein muß. Um schließlich die Teilungsgrenzen noch in der Natur anzugeben, hat man nur nötig, die Entfernungen H a, H c, A b, A d u. s. w. mit der Kette oder Meßlatte abzumessen.

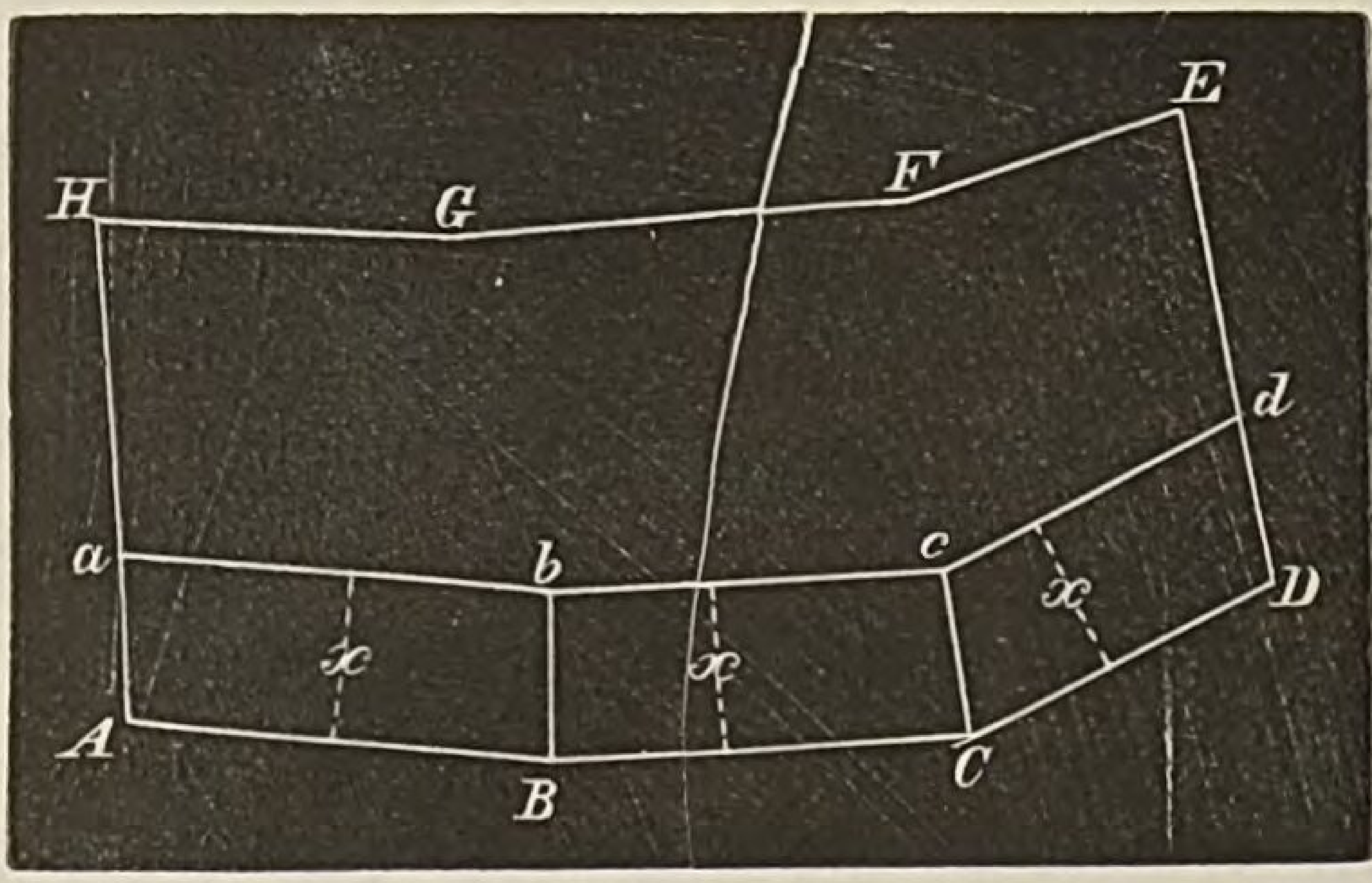
Wenn die zu teilende Fläche in viele, z. B. in 24 einzelne Parzellen zerlegt werden soll, so erscheint es rätlich, nicht einen Teil nach dem andern der Reihenfolge nach abzuschneiden, sondern an dem für alle Vermessungen und Teilungen gleich wichtigen Grundsatze: „vom Großen zum Kleinen überzugehen" festzuhalten und demgemäß die ganze Fläche etwa zuerst in vier gleiche Teile zu zerlegen, und dann jeden dieser Teile wieder in sechs weitere gleiche Parzellen abzuteilen.

Hierdurch werden Fortpflanzungen von Fehlern weit mehr vermieden und man setzt sich nicht der Gefahr aus, daß, wenn z. B. 23 Teile nach und nach mühsam bestimmt sind, der letzte oder 24. Teil nicht mehr genau genug dem Flächeninhalte entspricht, der ihm zukommen sollte. Die Einhaltung dieses Verfahrens empfiehlt sich auch schon, wenn eine Fläche in wenige Teile, z. B. nur in 8 oder 10, abgeteilt werden soll.

Aufgabe 2. Ein Acker von der Form A, B, C, D, E, F, G und H, Figur 218, ist in eine Anzahl gleiche zu A B C D parallel laufende Teile zu teilen.

Auflösung. Man nehme die zu teilende Fläche auf, trage sie mit aller Schärfe in einem thunlichst großen Maßstabe auf und berechne deren Inhalt. Dividiert man nun den gefundenen Inhalt M durch die Anzahl der gleichen Teile, so erhält man die Größe eines abzuschneidenden Teiles

m. Stellt nun etwa a b c d die erste zu A B C D parallele Teilungslinie vor und verbindet man die Eckpunkte b B und c C mit einander, so wird der erste Teil A B C D d c b a = m in drei Paralleltrapeze A B b a, B C c b und C D d c zerlegt, welche sämtlich die gleiche, aber unbekannte Höhe x



Figur 218.

haben. Es ist einleuchtend, daß mit der Bestimmung der Höhe x die Aufgabe als gelöst betrachtet werden kann, denn man hat dieselbe alsdann nur senkrecht auf A B, B C und C D aufzutragen und durch die sich ergebenden Endpunkte Parallele zu A B, B C und C D zu ziehen, so sind die Teilungslinien bezeichnet.

Die unbekannte Höhe x läßt sich aber berechnen, wenn man den Inhalt m des ersten abzuschneidenden Teiles durch die drei bereits bezeichneten Paralleltrapeze ausdrückt, es ist nämlich:

$$m = \left(\frac{ab + AB}{2}\right) x + \left(\frac{bc + BC}{2}\right) x + \left(\frac{cd + CD}{2}\right) x =$$

$$\left(\frac{ab + AB + bc + BC + cd + CD}{2}\right) x; \text{ oder}$$

$$x = \frac{m}{\frac{1}{2}(ab + bc + cd + AB + BC + CD)},$$

d. h. man findet die Höhe x, wenn man den Inhalt eines abzuschneidenden Teiles m durch die halbe Summe der Linien a d und A D dividiert.

Da jedoch der Ort der Linie a d erst aus der Höhe x bestimmt werden kann, so läßt sich a d auch noch nicht mit dem Zirkel abgreifen und man ist daher genötigt, ein Näherungsverfahren einzuschlagen. In all den Fällen

nun, in welchen die Linien AH und DE ziemlich parallel zu einander laufen, wird die gebrochene Linie ad nahe = AD sein. Statt daher $\frac{ad + AD}{2}$ zu nehmen, greift man die bekannte Linie AD = AB + BC + CD ab und dividiert mit derselben in m, so erhält man die Höhe x, welche zwar meist noch nicht ganz richtig, aber doch um so genauer ist, je weniger AH gegen DE geneigt ist. Trägt man nun die gefundene Höhe x auf, zieht ferner durch die Endpunkte derselben die Parallelen ab, bc und cd, so kann dann auch ad abgegriffen werden. Nimmt man schließlich $\frac{ad + AD}{2}$ und dividiert damit nochmals in m, so erhält man jetzt ein berichtigtes x, welches in den meisten Fällen schon hinlänglich genau ist. Sollten jedoch AH und DE stark zu einander neigen, in welchem Falle die beiden bereits gefundenen Höhen beträchtliche Differenzen zeigen, so wiederhole man den Vorgang nochmals. Auf dieselbe Weise werden auch die anderen Teilungslinien bestimmt. Zur Kontrolle berechnet man endlich noch den zuletzt bleibenden Rest, welcher wieder = m sein muß.

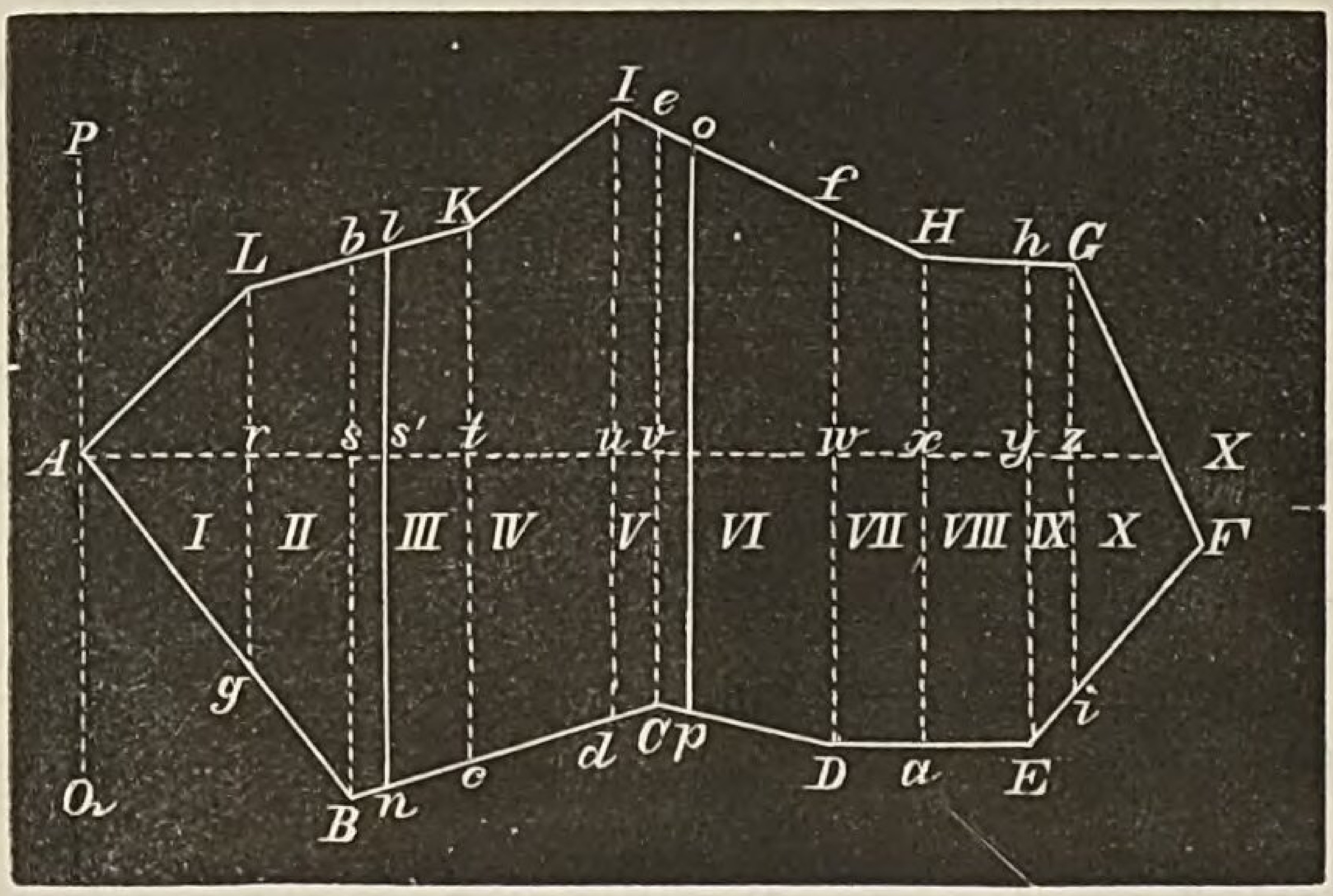
Es bedarf kaum der Erwähnung, daß das vorliegende Teilungsverfahren ganz dasselbe bleiben wird, wenn die Fläche nicht in eine Anzahl gleiche Teile, sondern nach anderen gegebenen Verhältnissen geteilt werden soll.

Aufgabe 3. Eine unregelmäßige Fläche ABCDE . . . ., Figur 219, ist in drei Teile A, B und C in dem Verhältnisse 2 : 3 : 5 und so zu teilen, daß die einzelnen Teilungslinien parallel zur Linie PQ laufen.

Auflösung. Man nehme zuerst eine genaue Vermessung der Fläche in der Art vor, daß man senkrecht auf PQ durch die Figur eine Abscissenlinie AX legt, auf diese von allen Grenzpunkten B, C, D, E u. s. w. Senkrechte fällt, dieselben aber, wie Bb, Ce, Df, Eh u. s. w., überall bis zum andern Ende der Figur durchführt und diese ganzen Längen, sowie die Abstände Ar, rs, st, tu u. s. w. mißt. Hierdurch zerlegt man das ganze Polygon in Dreiecke und Paralleltrapeze I, II, III . . . ., welche auf bekannte Weise einzeln berechnet werden und summiert den gesamten Flächeninhalt der zu teilenden Figur liefern. Angenommen man habe 30,5000 ha gefunden, so kommt auf 1 Teil, da man im Ganzen 2 + 3 + 5 = 10 Teile hat,

$$\frac{30{,}5000}{10} = 3{,}0500 \text{ ha; mithin auf}$$

$$\begin{aligned} A &= 3{,}0500 \cdot 2 = 6{,}1000 \text{ ha,} \\ B &= 3{,}0500 \cdot 3 = 9{,}1500 \text{ ha,} \\ C &= 3{,}0500 \cdot 5 = 15{,}2500 \text{ ha,} \\ \hline A + B + C &= 30{,}5000 \text{ ha.} \end{aligned}$$



Figur 219.

Um nun den ersten Teil A mit 6,1000 ha abzuschneiden, addiere man zuerst das Dreieck I und das Paralleltrapez II und vergleiche die erhaltene Summe mit dem Inhalte von A; findet man hierbei (I + II) < A, dann addiere man noch III = B c K b hinzu, ergiebt sich dann (I + II + III) > A, so folgt hieraus, daß die erste Teilungslinie l n zwischen s und t fallen wird, mithin von III noch das Trapez b B n l abgeschnitten werden muß. Die Aufgabe reduziert sich also darauf, von dem Trapez III parallel zu B b ein Stück abzuscheiden, welches gleich ist der Differenz zwischen A und der Summe von I + II. Hätte man z. B. I + II = 5,2430 ha gefunden, dann wäre der noch abzuschneidende Teil b B n l = 6,1000 — 5,2430 = 0,8570 ha.

Die Höhe s s' kann nun nach dem vorhergehenden Paragraphen mittelst Zeichnung oder auch mittelst Rechnung bestimmt werden. Da hier die Linien L K und B c wenig gegen einander geneigt sind, ferner von B b aus die Teilung erfolgen soll, so würde s s' nach der Formel

$$ss' = \frac{2\,m}{a + \sqrt{a^2 - 2\,m\left(\frac{a - b}{h}\right)}}$$

gefunden werden; wäre jedoch die Neigung eine starke, dann hätte man die Formel $H \sqrt{\frac{I - m}{I}}$ anzuwenden.

Nachdem die erste Teilungslinie l n bestimmt ist, wäre B mit weiteren 9,1500 ha abzuschneiden. Man nimmt daher den Rest n c K l des Trapezes III, addiert hierzu IV und V und findet alsdann, daß, wenn man noch das ganze Trapez C D f e = VI hinzufügte, der Antheil von B schon überschritten würde. Es handelt sich daher auch hier wieder darum, von VI das betreffende noch fehlende Stück C p o e abzuschneiden, was ganz auf die vorhergehende Weise geschieht. Ist die zweite Teilungslinie o p gefunden, dann muß der Rest noch 15,2500 ha enthalten, wovon man sich dadurch überzeugen kann, daß man zu VII, VIII, IX und X noch den bleibenden Rest von VI addiert.

Die Lösung der Aufgabe, einen Niederwald oder ein anderes Grundstück von unregelmäßiger Form in eine Anzahl gleiche Jahresschläge oder sonst gleiche Parzellen zu teilen, geschieht ganz in derselben Weise.

Alle bei solchen Arbeiten vorkommenden Spezialitäten können natürlich hier nicht gelehrt werden, doch wird nun ein Jeder, der ein richtiges Verständnis für die vorstehenden Teilungsaufgaben gewonnen hat, sich in allen möglichen ähnlichen Fällen des praktischen Lebens zu raten wissen.

II. Teilung der Flächen ungleicher Bonität.

§ 98.

Haben die zu teilenden Grundstücke verschiedene Bonitäten, d. h. ein verschiedenes Ertragsvermögen, so kommen bei der Teilung neben geometrischen Lehrsätzen noch ökonomische Verhältnisse insoweit in Berücksichtigung, als man dem Geometer neben den Bonitätsgrenzen auch die Bonitätsgrößen genau angeben muß.

Bezeichnet man nämlich die geometrische Fläche irgend eines Grundstückes mit F, ferner die Bonität oder den Wert einer Flächeneinheit, etwa eines Quadratmeters oder eines Hektars, mit b und den Wert des ganzen Grundstückes mit w, so ist $w = F \times b$. Wählt man für ein anderes Grundstück die gleichbedeutenden Ausdrücke F′, b′ und w′, so ist der Wert desselben $w' = F' \times b'$; d. h. der Wert eines Grundstückes ist gleich dem Produkt der Fläche multipliziert mit der Bonität.

Nimmt man den Wert zweier Grundstücke gleich an, setzt also $w = w'$, dann ist auch $F \times b = F' \times b'$; da ferner aus zwei gleichen Produkten stets eine Proportion gebildet werden kann, so läßt sich letztere Gleichung auch ausdrücklich durch $F : F' = b' : b$; d. h. bei Grundstücken gleichen Wertes verhalten sich ihre Flächen umgekehrt wie ihre Bonitäten.

Da es unbequem ist, in einer Rechnung mit verschiedenen Bonitäten zu rechnen, so pflegt man in der Regel die Bonität des besten Grundes der Einheit gleich zu setzen, alle übrigen schlechteren Bonitäten aber in Teilen der Einheit auszudrücken, d. h. deren zugehörige Fläche auf die Einheit zu reduzieren. Setzt man daher in obiger Proportion für die Bonität b der Fläche $F = 1$, so hat man:

$$F : F' = b' : 1 \text{ oder } F = F' \times b';$$

d. h. um die Fläche F' im Wert $= F$ setzen zu können, muß dieselbe noch mit der in Teilen der Einheit ausgedrückten Bonität b' multipliziert werden; oder es ist auch $F' = \frac{F}{b'}$. Setzt man z. B. $F = 3$ ha, $F' = 4$ ha und $b' = 0{,}75$, so ist $4 = \frac{3}{0{,}75} = 4$, d. h. es sind in diesem Falle 4 ha der Fläche $F' = 3$ ha der Fläche F.

Mit Berücksichtigung dieser einfachen Sätze können nun die verschiedenen Teilungsaufgaben am bequemsten auf indirektem Wege aufgelöst werden.

Aufgabe 1. Ein Grundstück A B C D E F, Figur 220, von zwei verschiedenen Bonitäten, ist in drei Teile zu teilen, welche sich ihrem Werte nach wie $m : n : p$ verhalten.

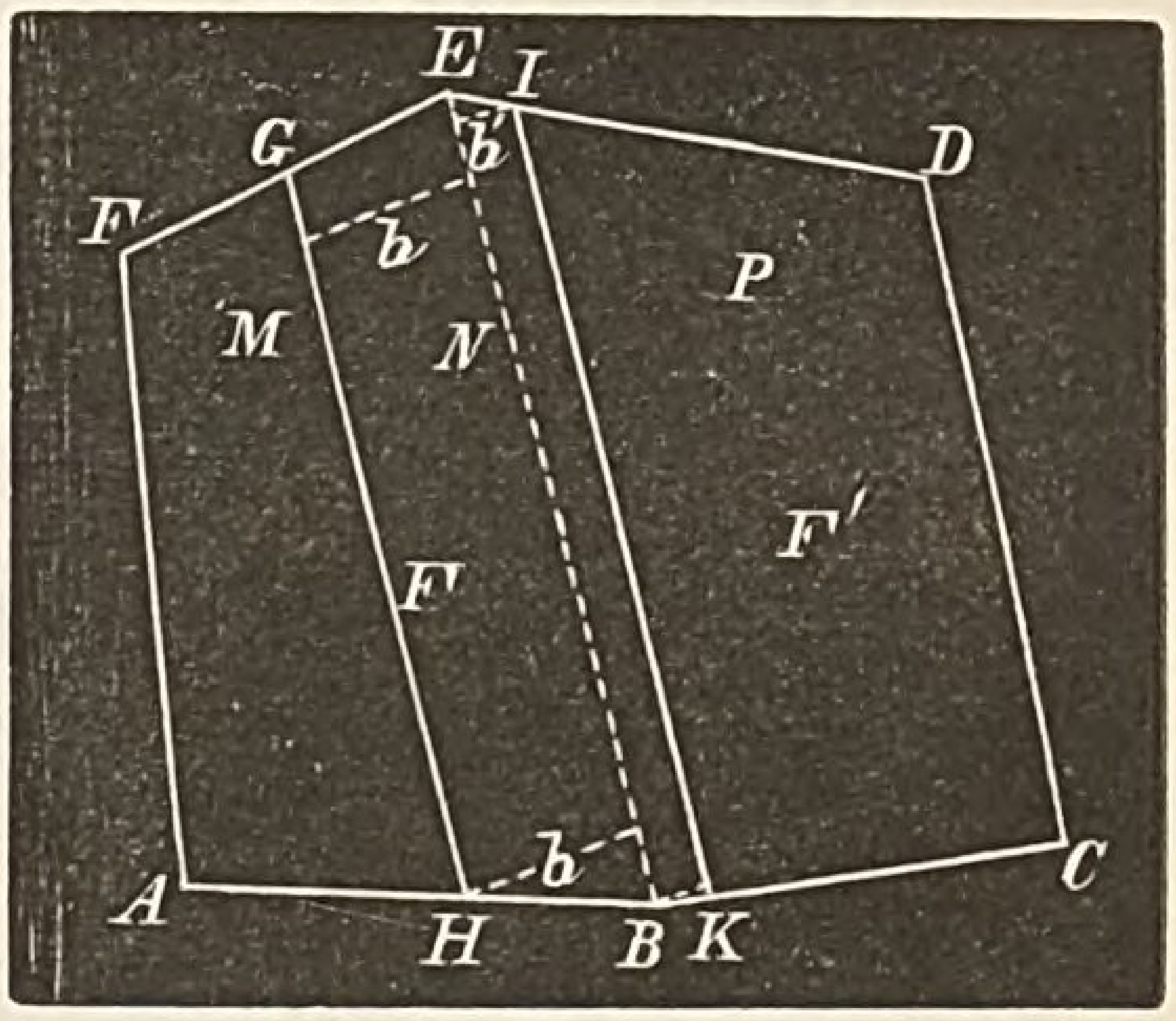
Auflösung. Stellt B E die Bonitätsgrenze vor, bezeichnet daher F die Fläche und b die Bonität des Teiles A B E F, ferner F' und b' die Fläche und Bonität des zweiten Teiles B C D E, so setzt sich der Wert eines Grundstückes aus der Summe der Werte $F + F'$ zusammen. Nach dem vorigen ist aber der Wert des ganzen Grundstückes gleich dessen Fläche multipliziert mit der zugehörigen Bonität, und da man ersteren stets in einer Anzahl auf die Einheit reduzierter Quadratmeter auszudrücken pflegt, welche wir mit f bezeichnen wollen, so ist:

$$F \cdot b + F' \cdot b' = f \text{ qm}.$$

Wäre z. B. F = 3600 qm, F′ = 4200 qm, b = 1 und b′ = 0,75 so hätte man, wenn diese Werte substituiert werden:

$$3600 \cdot 1 + 4200 \cdot 0{,}75 = 3600 + 3150 = 6750 \text{ qm},$$

d. h. die zu teilende Fläche von 3600 + 4200 = 7800 qm beträgt auf die Bonität = 1 reduziert 6750 qm. Die Aufgabe reduziert sich daher jetzt dahin, eine Fläche von f = 6750 reduzierten Quadratmetern in dem Verhältnis m : n : p oder z. B. 2 : 3 : 4 zu teilen.



Figur 220.

Bezeichnet man daher den ersten abzuschneidenden Teil mit M, den zweiten durch N und den dritten durch P und überlegt weiter, daß man es im ganzen mit m + n + p = 2 + 3 + 4 = 9 Teilen zu thun hat, so stellen sich nach den Regeln der einfachen Teilungsrechnung die einzelnen Teile wie folgt heraus:

$$M = \frac{f \cdot m}{m + n + p} = \frac{6750 \cdot 2}{9} = 1500 \text{ qm}$$

$$N = \frac{f \cdot n}{m + n + p} = \frac{6750 \cdot 3}{9} = 2250 \text{ qm}$$

$$P = \frac{f \cdot p}{m + n + p} = \frac{6750 \cdot 4}{9} = 3000 \text{ qm}$$

Summe = 6750 qm.

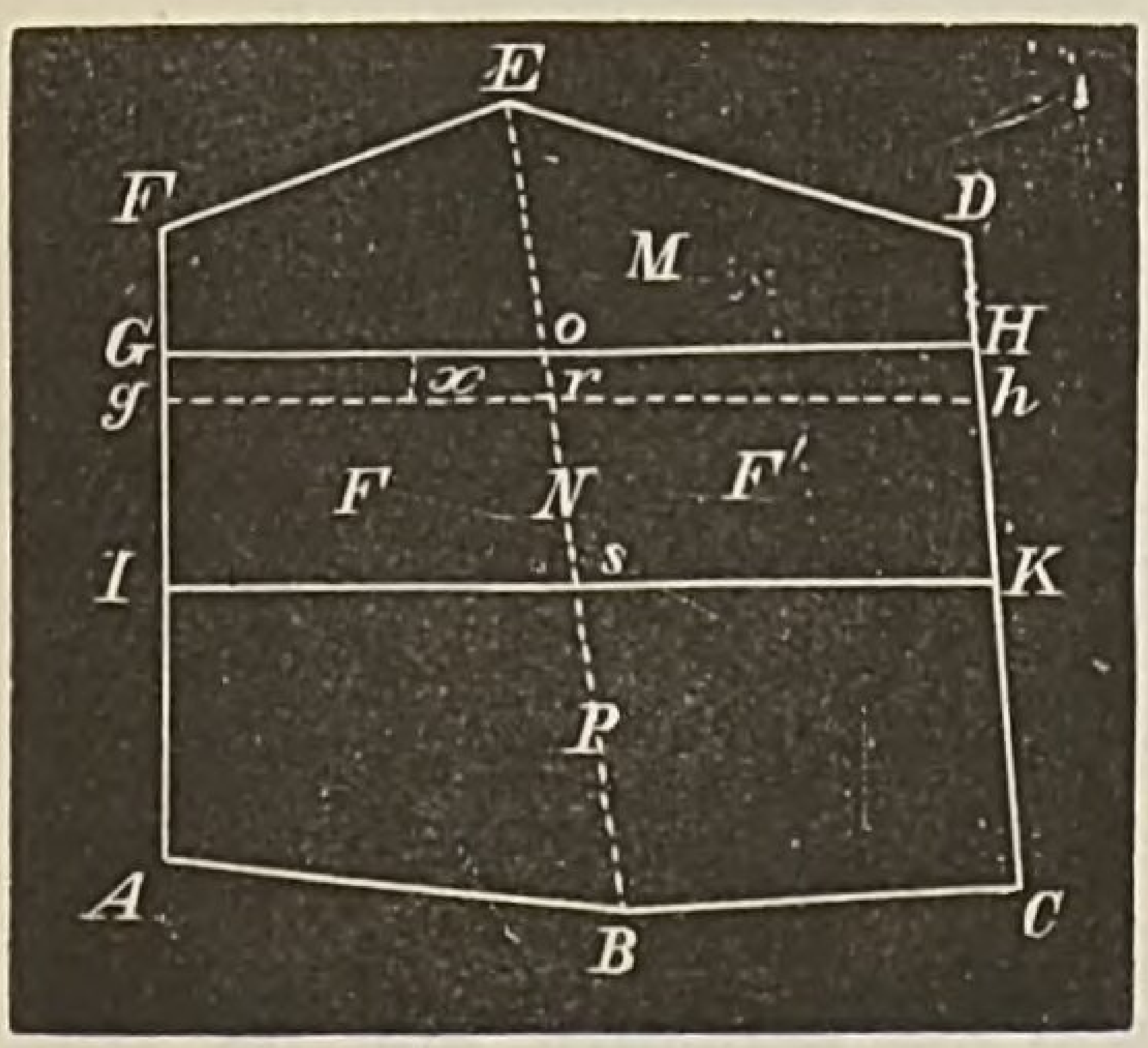
Sollen nun etwa die Teilungslinien G H und I K parallel zur Bonitätsgrenze laufen, so wäre zunächst die Linie G H zu bestimmen. Da die Fläche F = A B E F = 3600 reduzierte qm enthält, der abzuschneidende Teil A F G H = M aber nur 1500 qm enthalten soll, so muß die Linie G H so geführt werden, daß der Teil B E G H = 3600 − 1500 = 2100 qm wird. Die unbekannte Höhe h des Trapezes B E G H kann nun nach § 96 leicht aus der bekannten Linie B E und dem Flächeninhalt 2100 qm gefunden und aufgetragen, d. h. die Linie G H selbst bestimmt werden.

Nachdem man M mit = 1500 reduzierten qm abgeschnitten hat, ist der Teil N = 2250 qm zu bestimmen. Da B E G H allein noch = 2100 qm

enthält, so bleiben an der Fläche F' = BCDE noch 2250 − 2100 = 150 reduzierte qm abzuschneiden, d. h. es muß das Trapez BEIK nach den am Eingange gemachten Auseinandersetzungen

$F' = \frac{F}{b'} = \frac{150}{0_{75}} = 200$ wirkliche, nicht reduzierte qm enthalten. Es handelt sich daher nur noch darum, die Höhe h' des Trapezes BEIK = 200 qm zu bestimmen, was wie vorhin nach § 96 leicht geschehen kann. Ist auf diese Weise die zweite Teilungslinie IK bestimmt, dann muß der Rest CDIK noch 4200 − 200 = 4000 wirkliche oder 4000 · 0_{75}, = 3000 reduzierte Quadratmeter enthalten, d. h. die ganze Fläche ist in drei Teile M, N und P geteilt, welche sich ihrem Werte nach wie m : n : p oder wie 2 : 3 : 4 verhalten.

Wäre die Teilung so vorzunehmen, daß die Teilungslinien GH und IK die Linien AF und CD wie in Figur 221 durchschneiden, so bleibt die Reduktion der Flächen F und F' auf die Bonität = 1, sowie die Ermittelung der Teilflächen M, N und P, ausgedrückt in reduzierten Quadratmetern, ganz wie vorhin, nur in der Bestimmung der Teilungslinien GH und IK selbst tritt eine Änderung ein. Man zieht nämlich einstweilen die Linie gh dergestalt, daß nach dem Augenmaß die erste Teilfläche M dem abzuschneidenden Betrag von 1500 reduzierten Quadratmetern gleich zu kommen scheint, berechnet hierauf den abgeschnittenen Teil ghDEF, und zwar die Abschnitte grEF und rhDE, da sie verschiedenen Bonitäten angehören, jeden für sich, reduziert alsdann die Einzelbeträge auf die Bonität = 1, summiert sie und vergleicht die erhaltene Summe schließlich mit M. Angenommen, man habe auf diese Art ghDEF > M gefunden und es betrage der Überschuß Q qm, so zieht man parallel zu gh eine berichtigende Teilungslinie GH derart, daß das Trapez ghHG = Q wird.



Figur 221.

Zu diesem Behufe muß die unbekannte Höhe ro = x des Trapezes ghHG gefunden werden, weßhalb man einstweilen den Inhalt Q

in reduzierten Quadratmetern durch die Figuren g r o G und r h H o, welche man zunächst als Rechtecke behandelt, auszudrücken sucht, indem man setzt:

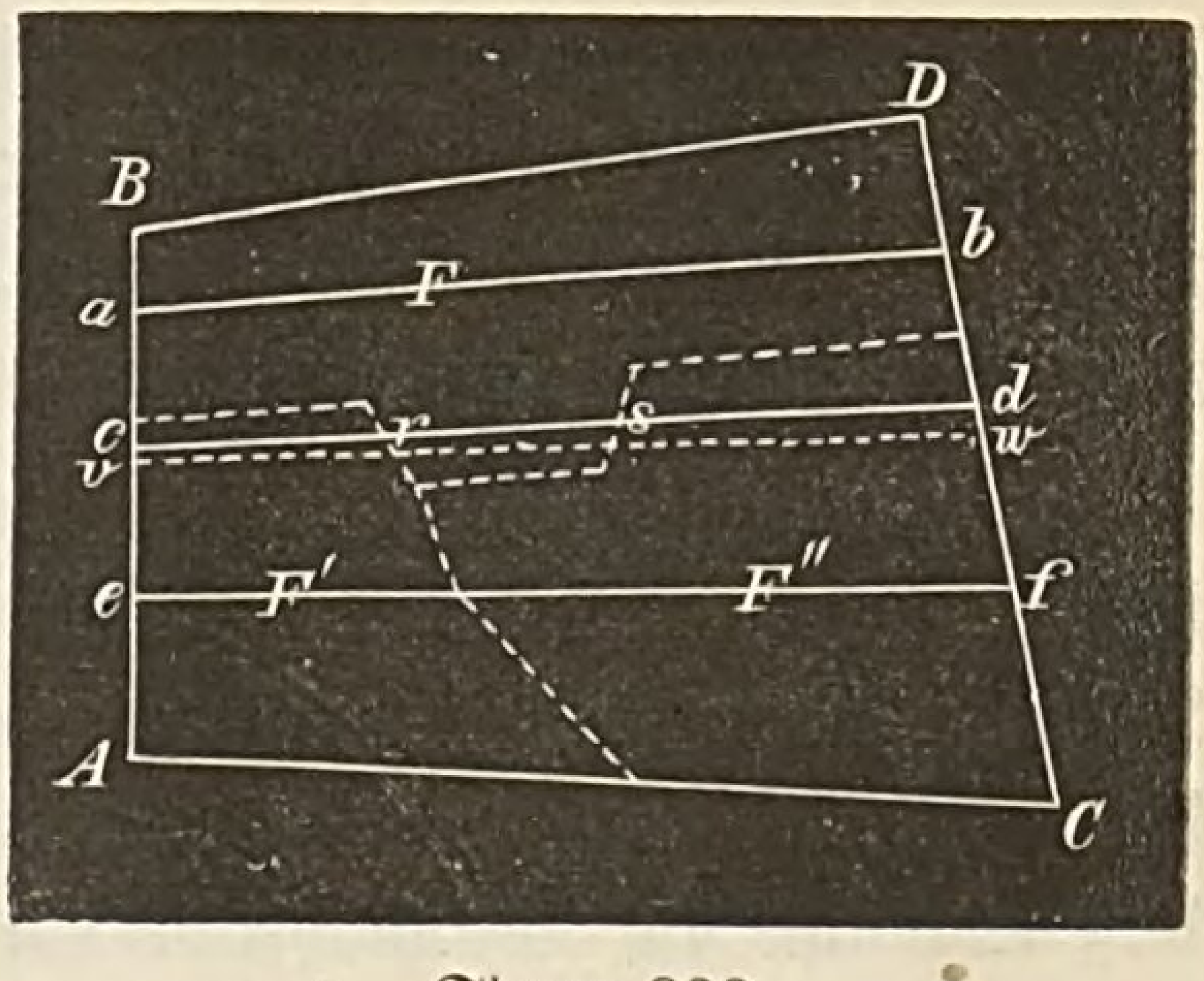
$$Q = gr \cdot x \cdot b + rh \cdot x \cdot b' = x\,(gr \cdot b + rh \cdot b');\ \text{daraus}$$

$$x = \frac{Q}{gr \cdot b + rh \cdot b'}.$$

Da g r und r h meßbare Linien sind, b und b′ aber die zugehörigen Bonitäten bedeuten, so ist x in bekannten Größen ausgedrückt und kann daher berechnet und aufgetragen werden. Sind die Linien A F und C D stärker gegen einander geneigt, so wird auch G H noch nicht die vollkommen richtige Teilungslinie bilden, und man ist dann genötigt, den oben beschriebenen Vorgang nochmals zu wiederholen. Nachdem die Teilungslinie G H mit hinreichender Genauigkeit bestimmt ist, kann die zweite Teilungslinie I K in derselben Weise berechnet werden. Man faßt nämlich den ersten und zweiten Teil M + N = 3750 reduzierten Quadratmetern zusammen, berechnet und reduziert alsdann die Teile I s E F und s K D E wieder für sich, zieht die Summe und vergleicht sie mit M + N. Stimmen beide nicht genau überein, was selten der Fall sein wird, so muß dann auf die oben beschriebene Weise die Linie I K entsprechend hinauf oder herunter gerückt werden.

Aufgabe 2. Ein aus drei verschiedenen Bonitäten b, b′ und b″ bestehendes Grundstück A B C D, Figur 222, in der Art zu teilen, daß die Teile sich ihrem Werte nach wie m : n : p : q verhalten und die Teilungslinien die Linien AB und CD durchschneiden.

Auflösung. Die Auflösung dieser Aufgabe stimmt in vielen Stücken mit der vorigen überein. Bezeichnet man nämlich mit den punktierten Linien die Bonitätsgrenzen, berechnet alsdann die zu jeder Bonitätsklasse gehörige wirkliche Fläche und multipliziert diese mit der in Teilen der Einheit ausgedrückten Bonität, so erhält man in der Summe die auf die Einheit reduzierte ganze Fläche des Grundstückes A B C D in Quadratmetern.



Figur 222.

Bezeichnet man wie vorhin die zu den drei verschiedenen Bonitäten gehörigen Flächen mit F, F′ und F″, die Summe aber dieser reduzierten Flächen, ausgedrückt in Quadratmetern, mit f, so ist:

$$f = F \cdot b + F' \cdot b' + F'' \cdot b''.$$

Diese Summe ist nun nach den Regeln der einfachen Teilungsrechnung in dem Verhältnis wie m : n : p : q zu teilen, d. h. es kommen auf die einzelnen Teile, wenn man sie mit M, N, P und Q bezeichnet, folgende Beträge:

$$M = \frac{m \cdot f}{m + n + p + q};\ N = \frac{n \cdot f}{m + n + p + q}$$

$$P = \frac{p \cdot f}{m + n + p + q} \text{ und } Q = \frac{q \cdot f}{m + n + p + q}.$$

Wäre z. B. die ganze reduzierte Fläche f = 10 800 qm gefunden worden und diese wären in dem Verhältnis 2 : 3 : 4 : 5 zu verteilen, so beträgt der Teil

$$M = \frac{m \cdot f}{2 + 3 + 4 + 5} = \frac{2 \cdot 10\,800}{14} = 1543 \text{ qm u. s. w.}$$

Die Aufgabe besteht nun zunächst darin, von A B C D durch eine Teilungslinie a b einen Teil a b D B = M = 1543 reduzierten Quadratmetern abzuschneiden. Da hier die Fläche F, welche die Bonität b = 1 besitzen soll, offenbar viel größer ist als der erste abzuschneidende Teil M = 1543 qm, so wird die Teilungslinie a b von keiner Bonitätsgrenze berührt, und kann dieselbe daher nach einer der Teilungsmethoden der Trapezoide (§ 95) abgeschnitten werden.

Ist die erste Teilungslinie a b bestimmt, so zieht man die zweite v w einstweilen nach dem Augenmaße dergestalt, daß die Fläche a b w v beiläufig = N zu werden scheint. Hierauf berechnet man die Fläche v B D w, welche sich in diesem Falle aus drei verschiedenen Bonitäten zusammensetzt, reduziert die jeder einzelnen Bonität angehörende Fläche auf die Einheit, zieht die Summe und vergleicht sie mit M + N.

Ergiebt sich hierbei, daß die Fläche v B D w um k qm zu groß gefunden worden ist, bezeichnet also nicht v w, sondern etwa c d die richtige Teilungslinie, so muß offenbar das Trapez c d w v = k sein und es handelt sich daher darum, die unbekannte Höhe x dieses Trapezes so zu bestimmen, daß alsdann die Teilungslinie c d richtig fällt. Da die Linie v w = v r + r s + s w bekannt ist, so kann man den Inhalt des Trapezes c d w v annähernd durch die drei in der Figur ersichtlichen kleinen Trapeze ver-

schiedener Bonität, deren Flächen auf die Einheit der Bonität reduziert, ausdrücken und man hat dann, wenn man die Trapezchen einstweilen als Parallelogramme betrachtet:

$$k = vr \cdot b' \cdot x + rs \cdot b \cdot x + sw \cdot b'' \cdot x =$$
$$x\,(vr \cdot b' + rs \cdot b + sw \cdot b''), \text{ daher}$$
$$x = \frac{k}{rs \cdot b + vr \cdot b' + sw \cdot b''}.$$

Nachdem die Höhe x des Trapezes c d w v bestimmt ist, trägt man dieselbe nur an zwei verschiedenen Stellen auf v w auf und zieht durch ihre Endpunkte die Parallele c d, so muß alsdann B D d c = M + N sein. Sollte sich jedoch bei nochmaliger Berechnung der Figur B D d c eine bemerkliche Differenz ergeben, so wiederhole man den Vorgang nochmals und die Teilungslinie c d wird dann ganz genau werden.

Um schließlich noch die dritte Teilungslinie zu finden, ziehe man e f so, daß, wenn man die Fläche B D f e getrennt nach Bonitäten berechnet, auf die Einheit reduziert und dann summiert, die sich ergebende Summe = M + N + P wird.

Ergiebt sich hierbei eine Differenz, so muß auf die bereits erwähnte Weise die Linie e f etwas hinauf oder herunter gerückt werden. Die Teilung kann man dadurch kontrollieren, daß der Rest A C f e der Fläche auf die Bonität 1 reduziert = Q sein muß.

Es bedarf kaum noch der Erwähnung, daß die Teilung eines jeden beliebig begrenzten Polygons verschiedener Bonitäten vollständig auf die soeben gelösten Aufgaben zurückgeführt werden kann.

Achter Abschnitt.

Von der Verwandlung der Flächen und der Änderung der Grenzen.

Vorbemerkungen.

§ 99.

Es kommt vielfach vor, daß Grundstücke sehr unregelmäßige Begrenzungen haben, welche die Bearbeitung erschweren und Grenzstreitigkeiten vermehren. In solchen Fällen erscheint es rätlich, daß die zusammengrenzenden Grundbesitzer sich vereinigen und eine möglichste Vereinfachung ihrer Grenzen beschließen. Das Übereinkommen geht dann in der Regel dahin, die Grenzen so zu regulieren, daß der Wert der betreffenden Grundstücke derselbe bleibt. Neben besonderen Rücksichten, welche namentlich auf die Richtung der neuen Grenzlinien zu nehmen sind, besteht daher die Aufgabe des Geometers im allgemeinen darin, die neue Grenze so zu bestimmen, daß zu dem Grundstücke gerade so viel hinzukommt, als von demselben hinweggenommen werden soll. Sind die zusammengrenzenden Grundstücke von gleicher Bonität, dann erfolgt die Ausgleichung natürlich nur nach der Fläche, im anderen Falle jedoch müssen die Wertverhältnisse des Bodens noch besonders in Rechnung gezogen werden.

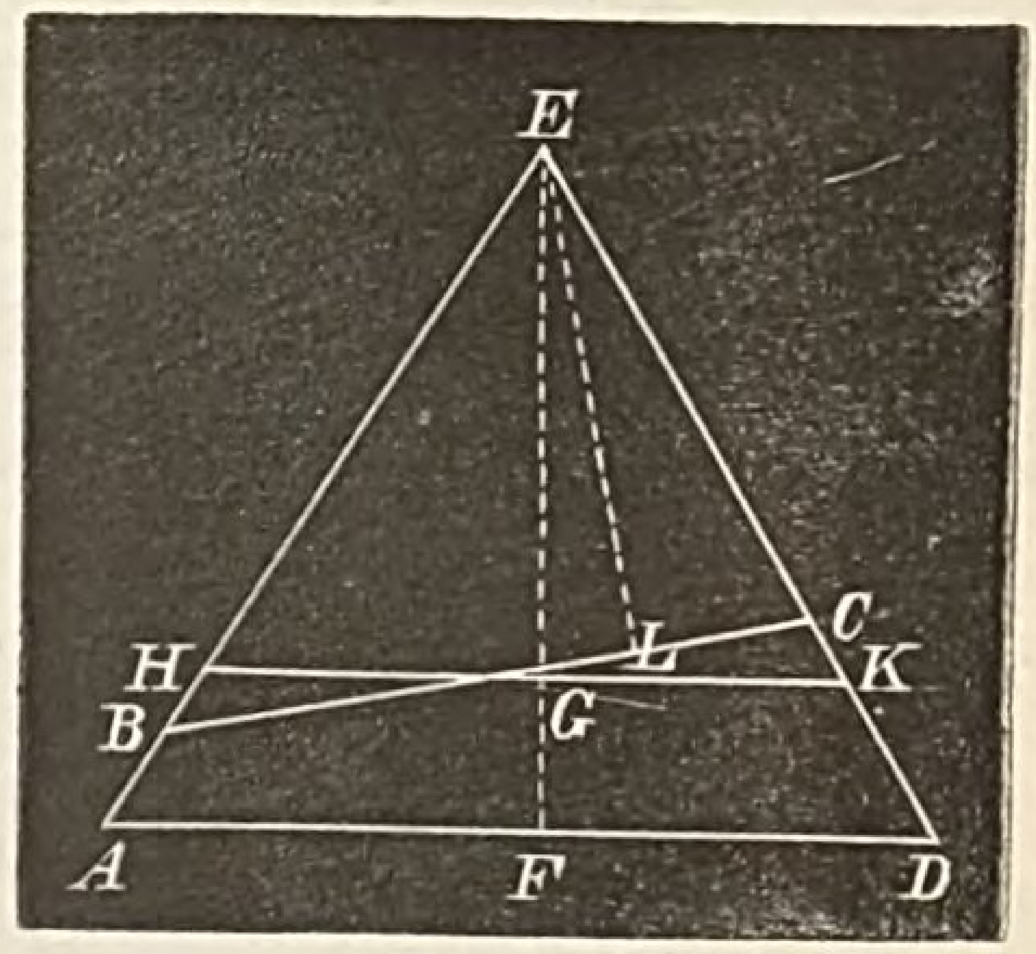
I. Von der Verwandlung der Grenzen bei gleicher Bonität.

§ 100.

Da es nicht möglich ist, alle hierher gehörigen Fälle speziell zu behandeln, so beschränken wir uns wie im vorigen Abschnitte darauf, einige Aufgaben von größerer Wichtigkeit zu lösen, und knüpfen hier gleich die Bemerkung an, daß die meisten hier vorkommenden Fälle mittelst des einfachen geometrischen Satzes gelöst werden können: daß Dreiecke von

gleicher Grundlinie und Höhe auch an Inhalt einander gleich sind.

Aufgabe 1. Ein Viereck ABCD, Figur 223, in welchem die beiden Seiten AD und BC nicht parallel sind, soll in ein anderes gleichhaltiges AHKD verwandelt werden, worin die neue Seite HK zu AD parallel lauft.



Figur 223.

Auflösung. Stellt HK einstweilen die zu suchende neue Grenzlinie vor, so sind die Dreiecke ADE und HKE ähnlich und es findet, wenn man vorher EF senkrecht auf AD zieht, folgende Proportion statt:

$$ADE : HKE = EF^2 : EG^2.$$

Da nun nach der Verwandlung ADKH = ABCD sein soll, so muß natürlich auch HKE = BCE sein. Nun ist aber der Flächeninhalt des Dreieckes BCE, wenn EL die Höhe desselben bezeichnet,

$$= \frac{BC \cdot EL}{2}; \text{ ebenso ist } ADE = \frac{AD \cdot EF}{2}.$$

Werden nun diese Werte in obige Proportion eingeführt, so erhält man:

$$\frac{AD \cdot EF}{2} : \frac{BC \cdot EL}{2} = EF^2 : EG^2, \text{ oder}$$

$$AD \cdot EF : BC \cdot EL = EF \cdot EF : EG^2, \text{ und}$$

$$AD : BC \cdot EL = EF : EG^2 \text{ und}$$

$$EG^2 = \frac{BC \cdot EL \cdot EF}{AD}$$

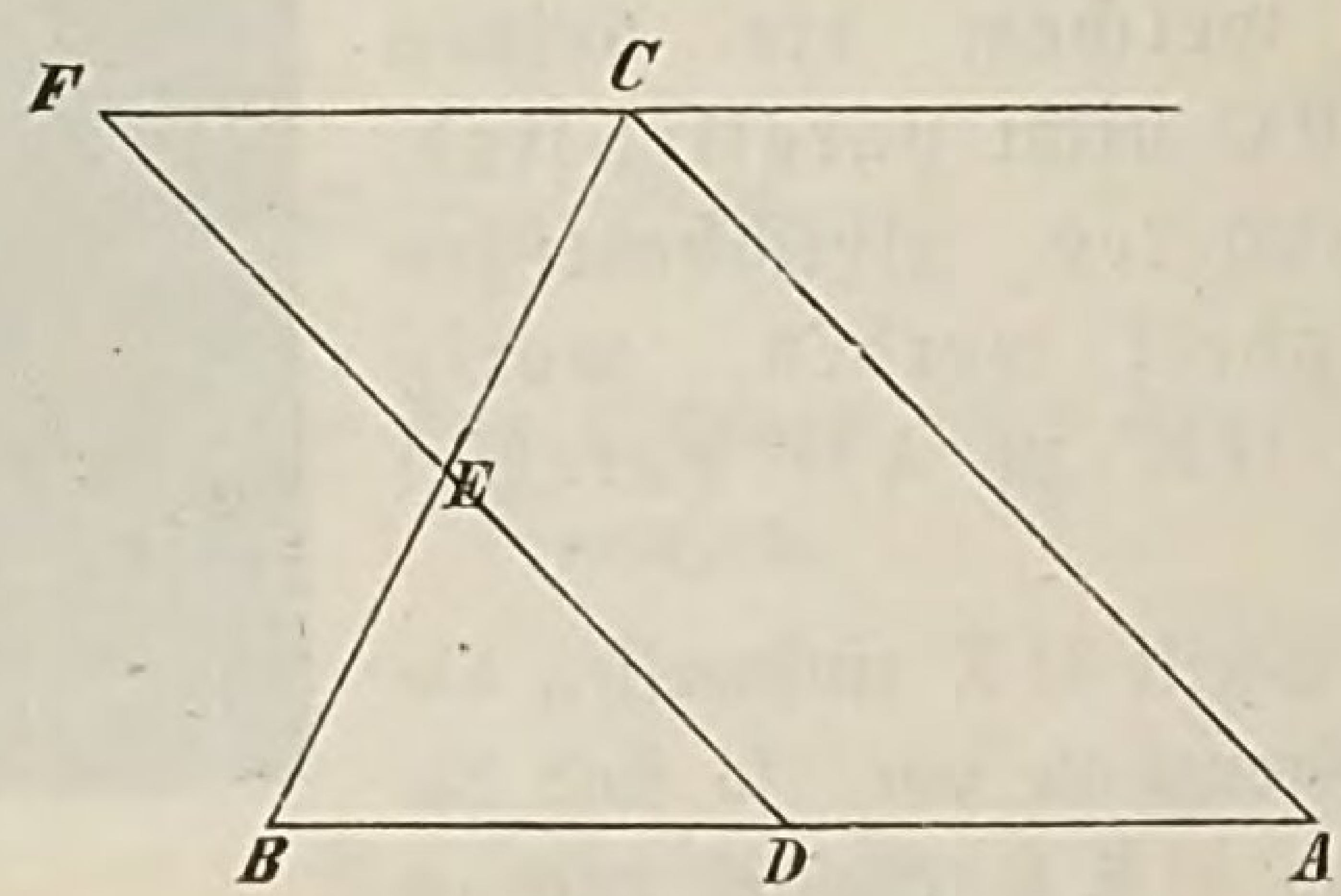
$$EG = \sqrt{\left(\frac{BC \cdot EL \cdot EF}{AD}\right)}.$$

Da nun EG in lauter bekannten Größen ausgedrückt ist, so kann die Aufgabe als gelöst betrachtet werden.

Aufgabe 2. Ein Dreieck ABC, Figur 224, in ein Parallelogramm von gleichem Inhalt zu verwandeln.

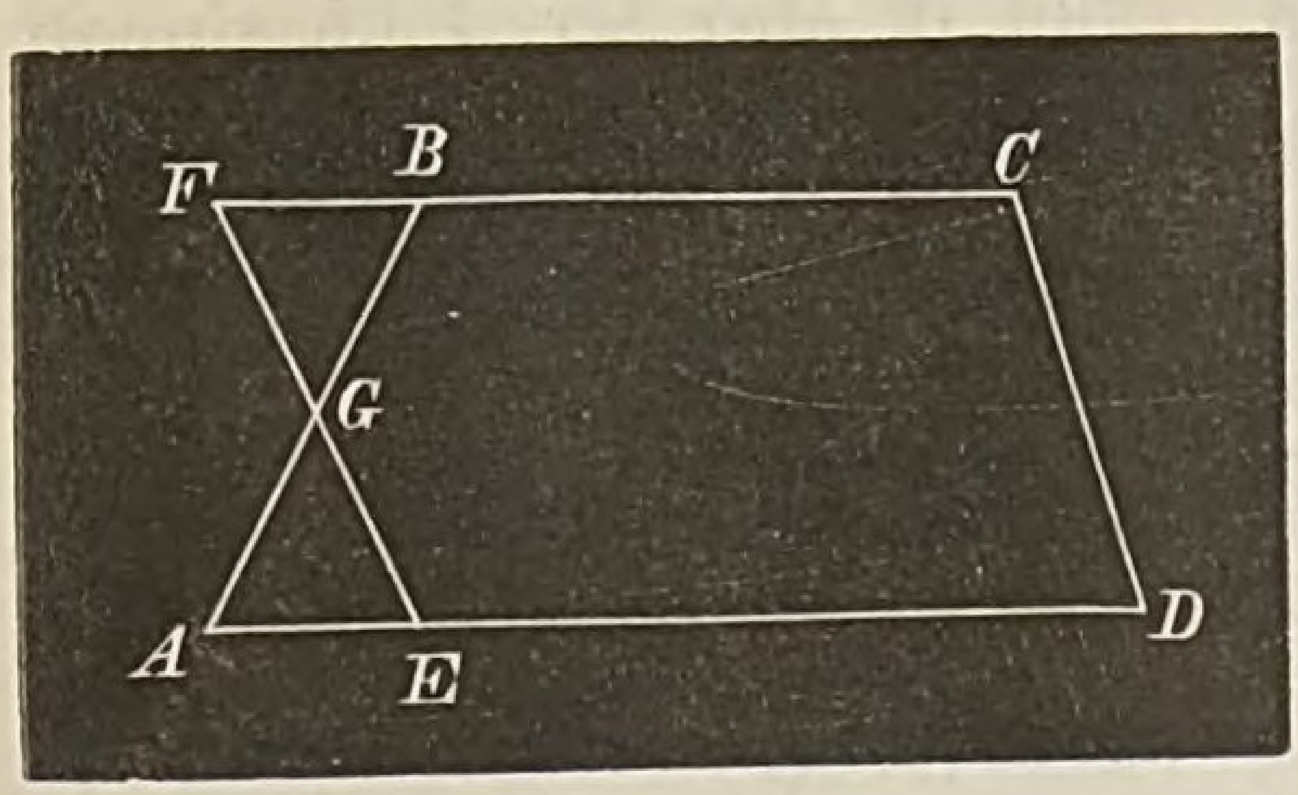
Auflösung. Man halbiere AB in D, ziehe durch C zu AB die Parallele CF und durch D die Parallele DF zu AC, so ist ACFD das gewünschte Parallelogramm. Ist nämlich BD = AD und DE parallel zu AC, so ist nach der Lehre von der Proportionalität der Linien auch BE

= C E. Ferner ist Winkel F = D und ebenso sind die Winkel bei E als Scheitelwinkel gleich, folglich auch Dreieck B D E = C F E und das Dreieck A B C = Parallelogramm A C F D.



Figur 224.

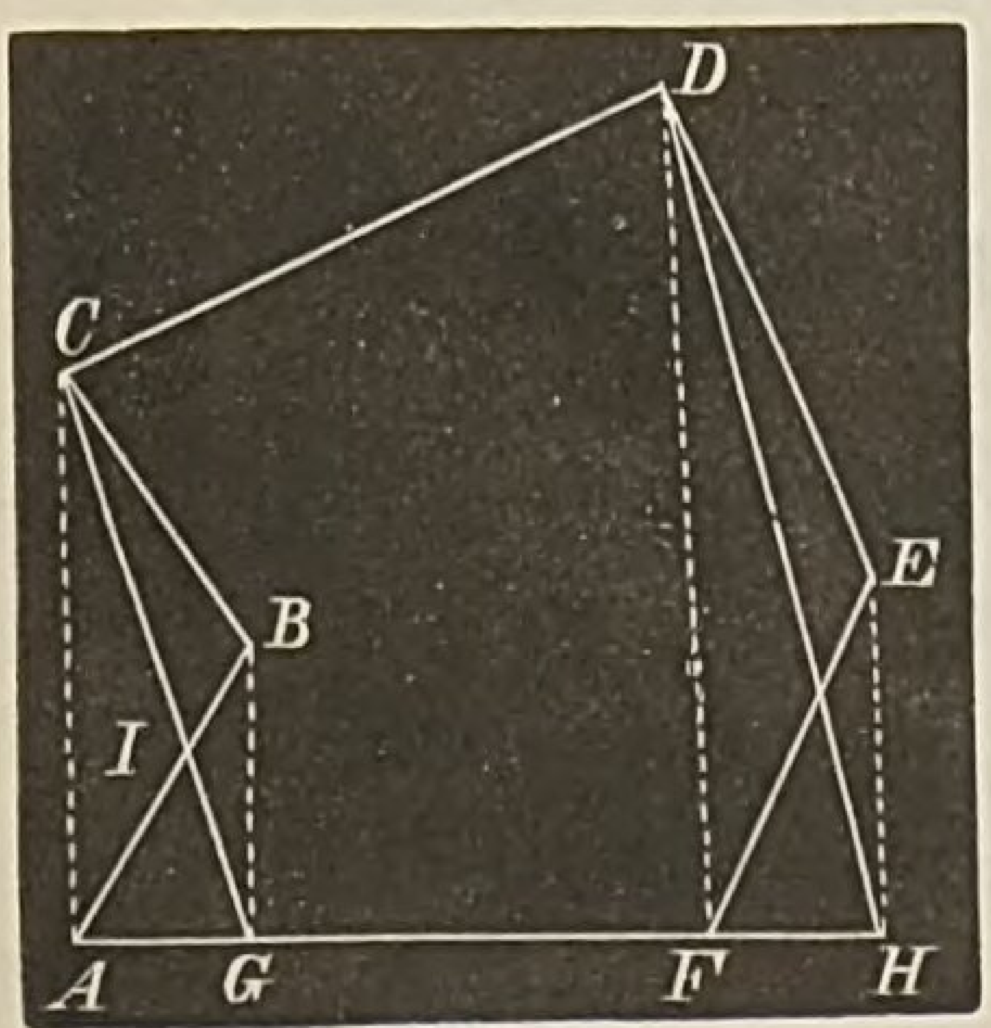
Aufgabe 3. Ein Paralleltrapez A B C D, Figur 225, ist in ein anderes gleichhaltiges C D E F zu verwandeln, daß die neue Seite E F durch den Punkt E geht.



Figur 225.

Auflösung. Man halbiere die Linie A B in G und ziehe durch G die Gerade E F, so ist E F C D = A B C D; denn die Dreiecke A E G und B F G sind einander gleich, weil sie die Seite A G = B G und die Winkel gleich haben.

Aufgabe 4. Das unregelmäßige Grundstück A B C D E F, Figur 226, ist in ein Viereck gleichen Inhalts zu verwandeln.



Figur 226.

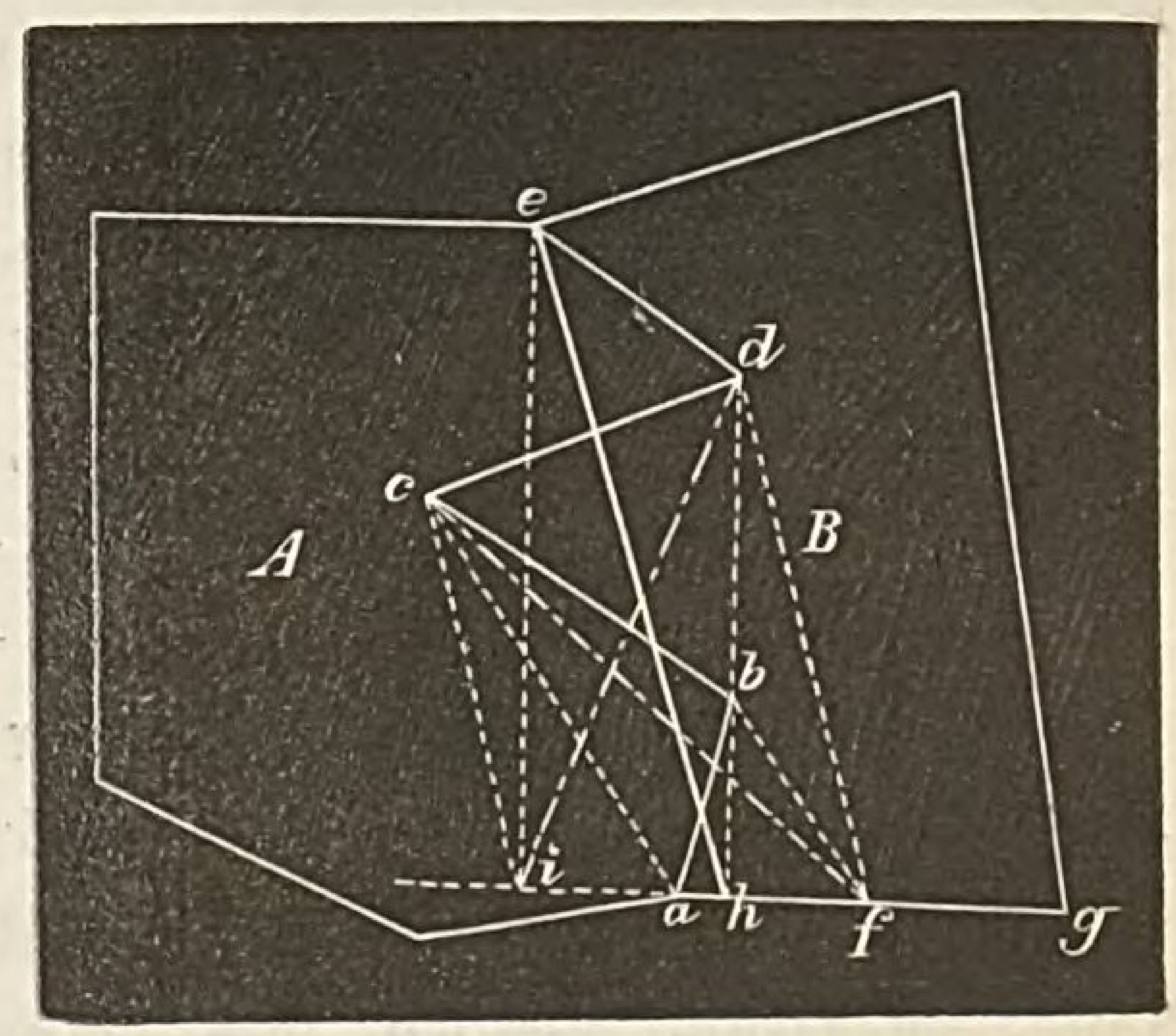
Auflösung. Um zunächst die Ecke A B C zum Verschwinden zu bringen, verbinde man A mit C und ziehe durch B zu A C die Parallele B G, so ist C G die neue Grenzlinie; denn die Dreiecke A B G und B C G haben die Grundlinie B G gemeinschaftlich und liegen zwischen den Parallelen A C und B G, sie sind daher an Inhalt einander gleich. Zieht man nun von beiden das Dreieck B G I ab, so bleibt natürlich A G I = B C I, d. h. der hinzugekommene Teil ist gleich dem herausgefallenen.

Auf dieselbe Weise wird auch die Ecke E hinweggebracht, indem man D mit F verbindet, G F nach H verlängert, durch E zu D F die Parallele E H führt und schließlich die Grenzlinie D H zieht. Die Fläche G C D H ist dann gleich A B C D E F.

Sollte die unregelmäßige Fläche noch aus mehr Ecken bestehen, so kann ganz dasselbe Verwandlungsverfahren eingeschlagen werden.

Aufgabe 5. Es ist die unregelmäßige Grenze a b c d e der Grundstücke A und B, Figur 227, dergestalt in eine gerade Linie e h zu verwandeln, daß die Flächeninhalte beider dieselben bleiben.

Auflösung. Man verlängere die Grenzlinie a g beliebig weit bis i, verbinde die Grenzpunkte a und c durch eine Gerade, ziehe zu dieser die Parallele b f, so fällt aus den vorher entwickelten Gründen die Ecke b hinweg und c f bildet die neue Grenze. Hierauf verbinde man den folgenden Grenzpunkt d mit f, ziehe durch c bis zur Verlängerung von g i die Parallele c i, so verschwindet die Ecke c und es entsteht die Grenze d i.



Figur 227.

Um endlich noch die Ecke d gerade zu legen, verbinde man e mit i, ziehe durch d die Parallele d h und führe endlich die gerade Grenzlinie e h, so wird auch jetzt noch A = B sein.

In ganz ähnlicher Weise wird auch verfahren, wenn die unregelmäßige Grenze noch eine größere Anzahl von Ecken hätte.

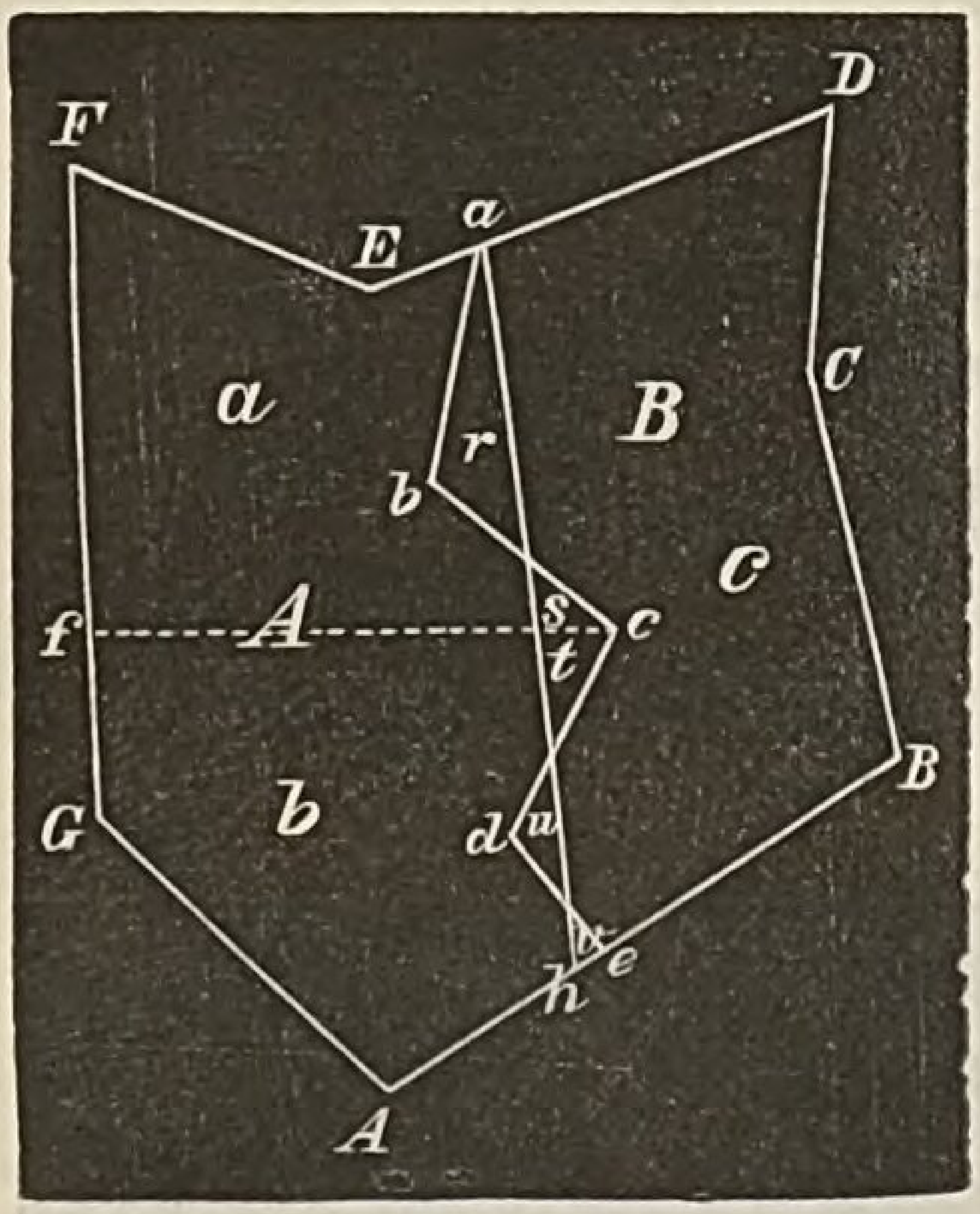
II. Von der Verwandlung der Grenzen bei verschiedener Bonität.

§ 101.

Die hierher gehörigen Aufgaben werden in der Praxis auch am zweckmäßigsten auf indirektem Wege mittelst Versuch gelöst.

Aufgabe 1. Die unregelmäßige Grenze a b c d e zweier Grundstücke A und B, Figur 228, von welchen A mit dem Teile a b c f F E die Bonität a, mit der Fläche c d e A G f aber die Bonität b und

B die Bonität c hat, ist in eine gerade a h zu verwandeln, ohne daß sich der Wert der beiden Grundstücke ändert.



Figur 228.

Auflösung. Man ziehe vorläufig die Grenze a h so nach dem Augenmaße, daß die zu A fallenden Flächenteile den Wert der zu B kommenden Flächen zu haben scheinen.

Hierauf berechnet man jede einzelne zu A neu hinzugekommene Fläche für sich, reduziert dieselbe auf die Bonität = 1 und thut dasselbe auch mit B. Ist nun die neue Teilungslinie a h richtig geführt, so müssen natürlich beide Werte einander gleich sein, d. h. da zu A die Dreiecke r und u, zu B aber die Dreiecke s, t und v hinzugekommen sind, so müßte

$$r \cdot c + u \cdot c = s \cdot a + t \cdot b + v \cdot b \text{ oder}$$
$$c\,(r + u) = s \cdot a + b\,(t + v) \text{ sein.}$$

In der Regel wird aber dieser günstige Umstand nicht gleich nach der ersten Berechnung eintreten. Wäre z. B. $c\,(r+u) > s \cdot a + b\,(t+v)$, so müßte die Teilungslinie etwas näher an A gelegt und die Rechnung so lange wiederholt werden, bis beide Teile der Gleichung vollkommen übereinstimmende Resultate liefern.

Zweiter Teil.

Die Höhenmeßkunde.

Erster Abschnitt.

Von der geometrischen, trigonometrischen und barometrischen Höhenmessung.

Vorbemerkungen.

§ 102.

Im ersten Teile wurde gezeigt, wie Flächen in horizontaler Projektion aufgenommen und berechnet werden. Da jedoch in Wirklichkeit nur selten alle Teile der Erdoberfläche in ein und derselben Horizontalebene liegen, so läßt sich die gegenseitige Lage der verschiedenen Punkte eines Grundstückes nur dann vollständig richtig beurteilen, wenn man neben den ebenen Koordinaten dieser Punkte auch noch die räumlichen ermittelt, d. h. ihre Abstände von einem Horizonte oder ihre Höhen bestimmt.

Obgleich die Erde im allgemeinen Kugelform hat, so kommen auf der Oberfläche derselben doch Unebenheiten vor, welche für die menschlichen Verrichtungen und Zwecke von der größten Wichtigkeit sind.

Schon der Erfahrungssatz, daß mit dem Wachsen der Höhenzüge die Vegetation abnimmt und an die Stelle derselben endlich ewiger Schnee tritt, erhebt die Kenntnis der Haupthöhenpunkte eines Landes zu großer Bedeutung, ganz abgesehen davon, daß der Verkehr aufs engste an die Gebirgszüge und Thaleinschnitte geknüpft ist.

Liegen nun mehrere Punkte der Erdoberfläche gleich weit von dem Mittelpunkte der Erde entfernt, so sagt man, sie sind gleich hoch, dagegen wird derjenige Punkt höher genannt, welcher weiter, als ein anderer, vom Mittelpunkte der Erde absteht.

Wird die Höhe eines Punktes nach seinem senkrechten Abstande von der Meeresfläche berechnet, so wird diese die Meereshöhe oder relative Höhe genannt, während man unter absoluter Höhe eines Gegenstandes den vertikalen Abstand seines höchsten Punktes von seinem Fuße oder seiner horizontalen Grundfläche versteht.

Die Höhenmeßkunde beschäftigt sich daher mit der Ermittelung des Höhenunterschiedes zweier oder mehrerer Punkte.

Zur Erreichung dieses Zweckes führen verschiedene Wege. Man kann nämlich die unbekannte Höhe eines Gegenstandes auf einmal und dadurch bestimmen, daß man den vertikalen Abstand des höchsten und niedrigsten Punktes nicht direkt mißt, sondern durch Hilfslinien und andere zu messende Größen (z. B. Winkel, Barometerstände) zu bestimmen sucht. In diesem Falle hat man ein eigentliches Höhenmessen oder Höhenberechnen, welches, je nachdem zur Berechnung geometrische, trigonometrische oder physikalische Sätze dienen, wieder in ein geometrisches, trigonometrisches oder physikalisches (barometrisches) Höhenmessen eingeteilt werden kann. Während das trigonometrische und barometrische Höhenmessen mehr dort angewendet wird, wo es sich schon um die Bestimmung größerer Höhendifferenzen handelt, findet das geometrische Höhenmessen bei der Ermittlung kleinerer Höhen und insbesondere bei der forstlichen Baumhöhenmeßkunde die ausgedehnteste Anwendung.

Sucht man dagegen die Höhe eines Gegenstandes dadurch zu bestimmen, daß man zwischen dem höchsten und niedrigsten Punkte desselben noch eine Anzahl Zwischenpunkte annimmt, die senkrechten Abstände der letzteren von einander direkt ermittelt, und sie gegeneinander abwägt und vergleicht, so nennt man ein solches Höhenmessen Nivellieren oder Abwägen, was vorzüglich auf unebenem Terrain und dann angewendet wird, wenn es sich nicht blos etwa um die Gesamthöhe eines Berges, sondern vielmehr um die Steigung eines auf denselben führenden Weges an verschiedenen Punkten oder das Gefälle eines Flusses, Baches, um das Abstecken horizontaler oder geneigter Linien, um Planierungen u. s. w. handelt.

Hiernach zerfällt die Höhenmeßkunde zunächst in zwei Abschnitte, nämlich in die geometrische, trigonometrische und barometrische Höhenmessung und dann in das Nivellement, während die sogenannte Tachymetrie, welche im dritten Abschnitte kurz besprochen werden soll, nur eine besondere Art von Höhenmessung, in Verbindung mit Distanzmessung und Kartierung, ist. Die Darstellung der Terrainverschiedenheiten in Form eines Situationsplanes werden wir im dritten Teile nach ihren Hauptgrundzügen besprechen.

I. Von dem geometrischen Höhenmessen.

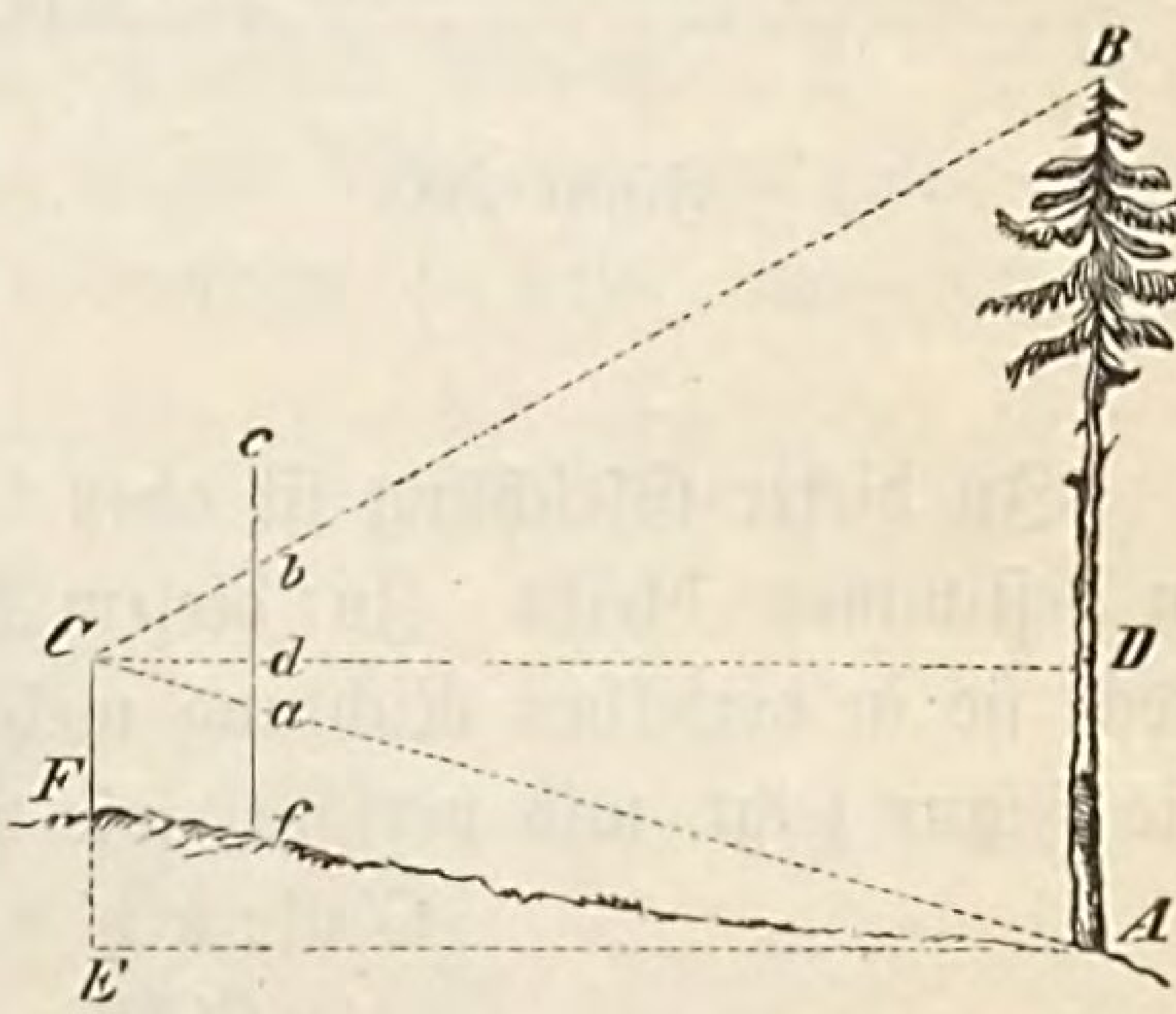
1. Das Messen von Höhen mittelst Stäben.

§ 103.

Ist die Höhe eines Gegenstandes, etwa eines Baumes, zu bestimmen und man befindet sich nicht im Besitze eines besonderen Höhenmessers, so läßt sich der Zweck, wenn auch etwas umständlicher, doch meist noch mit genügender Genauigkeit mittelst zweier geraden Stäbe erreichen und können alsdann namentlich folgende zwei Aufgaben vorkommen.

Aufgabe 1. Die Höhe eines Baumes A B, Figur 229, zu finden, zu dessen Fuß A gemessen werden kann.

Auflösung. Man wähle sich in beliebiger Entfernung von dem Baume einen Punkt F, von welchem sowohl nach dem Fuß A als der Spitze B gesehen werden kann und stecke in denselben einen etwa 1,5 m langen Stab C F senkrecht ein. Hierauf stecke man in gerader Richtung nach dem Baume und etwa in einer Entfernung von 2—3 m einen zweiten Stab c f, welcher natürlich entsprechend länger als C F sein muß, ebenfalls senkrecht ein, visiere nun von C nach B und dann nach A und merke sich am Stabe genau die Punkte b und a, wo die Visierrichtungen den Stab c f berühren. Nun hat aber der vertikale Stab c f zu dem vertikalen Baume A B eine parallele Stellung, es müssen daher die Dreiecke C a b und C A B ähnlich sein, und da in ähnlichen Dreiecken die den gleichen Winkeln gegenüberstehenden Seiten, sowie andere ähnlich liegende Linien, in Proportion stehen, so kann man setzen:



Figur 229.

$$C d : a b = C D : A B \text{ oder}$$

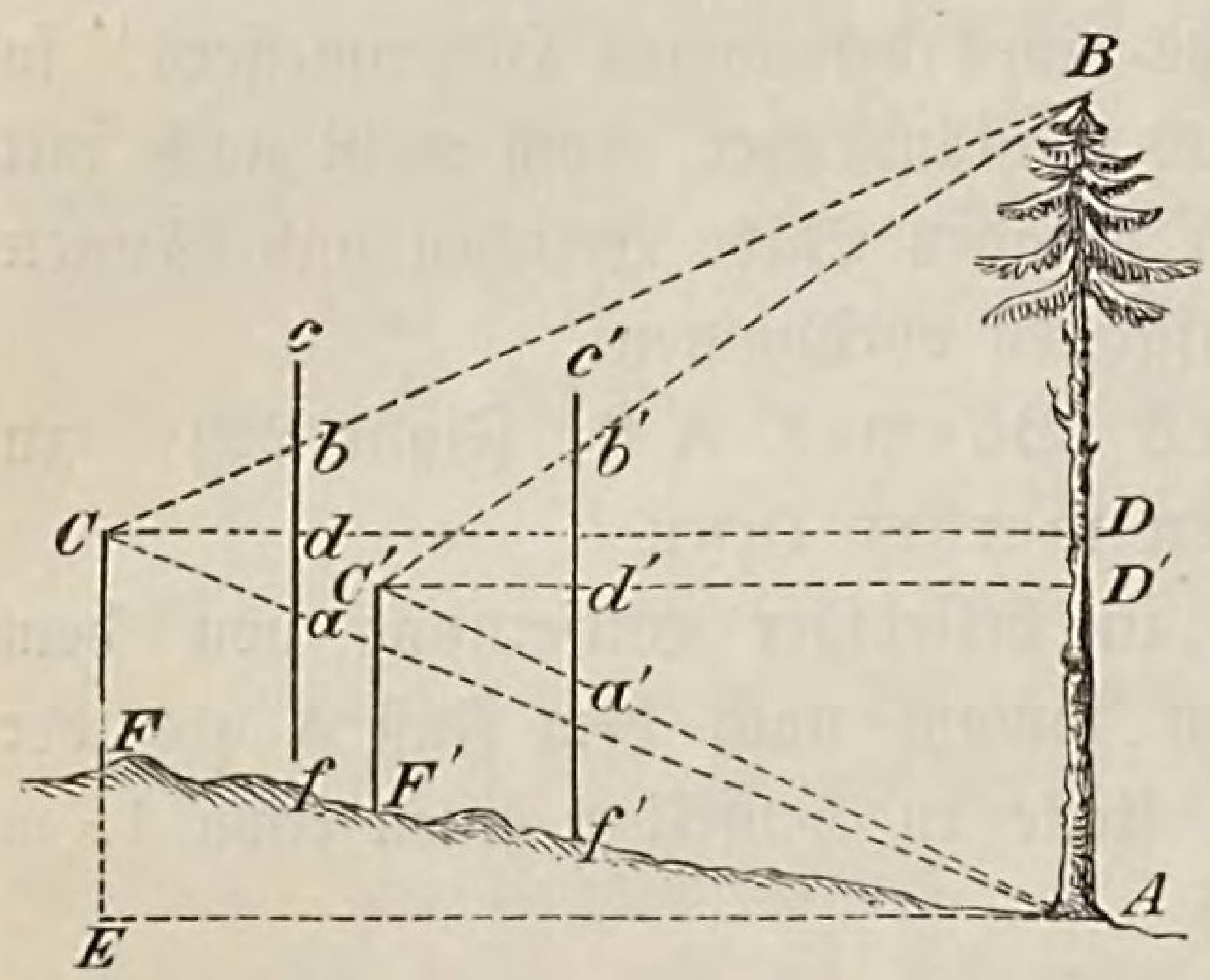
$$A B = \frac{C D \cdot a b}{C d}.$$

Die unbekannte Höhe A B ist nun in lauter bekannten Größen ausgedrückt; denn C D = A E ist die horizontale Entfernung des Punktes F von A, und C d = F f, sowie a b können leicht gemessen werden.

Wäre z. B. $CD = 30\,m$, $ab = 1{,}6$ und $Cd = 2\,m$, so ist:

$$AB = \frac{30 \cdot 1{,}6}{2} = 15 \cdot 1{,}6 = 24{,}0\,m.$$

Aufgabe 2. Die Höhe eines Baumes (Thurmes) A B, Figur 230, zu bestimmen, zu dessen Fuß A nicht gemessen werden kann.



Figur 230.

Auflösung. Kann die horizontale Entfernung von F nach A = E A nicht gemessen werden, ist man aber imstande, einen Teil dieser Entfernung z. B von F bis zu f′ zu messen, so stecke man in F wieder den kleineren Stab C F und in einiger Entfernung den Stab c f senkrecht ein, visiere alsdann von C nach B und A und messe $Ff = Cd$ und ab, so hat man wie vorhin:

$$Cd : ab = CD : AB \text{ oder}$$

$$AB = \frac{ab \cdot CD}{Cd}.$$

In dieser Gleichung ist aber C D eine unbekannte Größe, welche noch zu bestimmen bleibt. Zu diesem Behufe zieht man die Stäbe aus und steckt sie in derselben Richtung mehr nach A B hin nochmals ein, wie dies die Figur zeigt, und verfährt wie vorhin, so hat man:

$$C'd' : a'b' = C'D' : AB \text{ oder}$$

$$AB = \frac{a'b' \cdot C'D'}{C'd'} = \frac{a'b'(CD - FF')}{C'd'};$$

denn es ist $C'D' = CD - FF'$. Werden nun beide Werte für die Unbekannte A B einander gleich gesetzt, so ergiebt sich ferner:

$$\frac{ab \cdot CD}{Cd} = \frac{a'b'(CD - FF')}{C'd'}, \text{ oder}$$

$ab \cdot CD \cdot C'd' = Cd \cdot a'b'(CD - FF')$, und wenn man die Parenthese auflöst und alsdann den Wert der Unbekannten C D bestimmt:

$$ab \cdot CD \cdot C'd' = Cd \cdot a'b' \cdot CD - Cd \cdot a'b' \cdot FF', \text{ oder}$$

$$-ab \cdot CD \cdot C'd' + Cd \cdot a'b' \cdot CD = Cd \cdot a'b' \cdot FF',$$

daraus $CD(a'b' \cdot Cd - ab \cdot C'd') = Cd \cdot a'b' \cdot FF'$ und

$$CD = \frac{Cd \cdot a'b' \cdot FF'}{a'b' \cdot Cd - ab \cdot C'd'}.$$

Wird endlich dieser Wert in obige Gleichung $A\,B = \frac{a\,b \cdot C\,D}{C\,d}$ statt C D eingesetzt, so ergiebt sich die Unbekannte:

$$A\,B = \frac{a\,b \cdot C\,d \cdot a'\,b' \cdot F\,F'}{C\,d\,(a'\,b' \cdot C\,d - a\,b \cdot C'\,d')} = \frac{a\,b \cdot a'\,b' \cdot F\,F'}{a'\,b' \cdot C\,d - a\,b \cdot C'\,d'}.$$

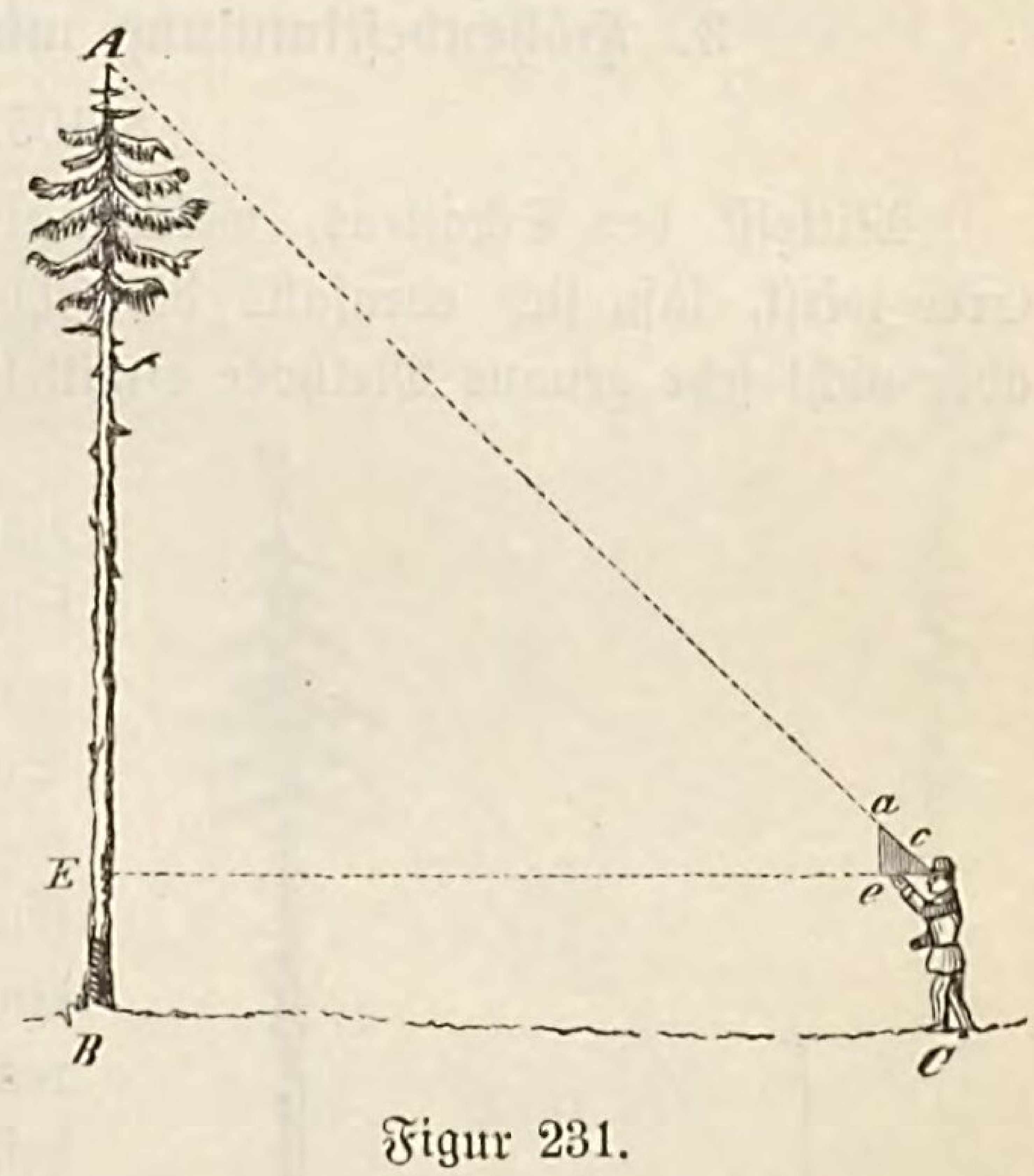
Da in letzter Gleichung A B in lauter meßbaren Größen ausgedrückt ist, so kann die Aufgabe als gelöst betrachtet werden.

2. Das Messen von Höhen mittelst eines rechtwinkeligen gleichschenkeligen Dreieckes.

§ 104.

Ein sehr einfaches Instrument zur Bestimmung von Höhen gewisser Gegenstände, ist ein gleichschenkeliges rechtwinkeliges Dreieck, dessen gleiche Seiten eine Länge von 12—18 und mehr cm haben können.

Soll mit einem solchen Dreiecke a c e, Figur 231, etwa die Höhe eines senkrecht stehenden Baumes A B gemessen werden, so stellt man sich beiläufig in der Entfernung der zu messenden Baumhöhe und womöglich in gleicher Höhe mit dem Fußpunkte des Baumes auf und legt die Spitze c des meist hölzernen Dreieckes a c e in einer solchen Stellung an das eine Auge an, daß die eine Seite a e möglichst vertikal, die andere c e aber horizontal zu liegen kommt. Nun visiert man scharf an der Kante c a der Hypotenuse des Dreieckes hin und nähert oder entfernt sich so lange von dem Baume, bis die Visierrichtung c a genau mit der Spitze A des Baumes zusammenfällt.



Figur 231.

Schließlich sieht man auch noch an der horizontalen Kante c e des Dreieckes nach dem Baumstamme hin und merkt sich den Punkt E, wo die Visierrichtung hintrifft. Da nun, wie leicht einzusehen, die Dreiecke c a e

und c A E ähnlich sind, so hat man zur Bestimmung des größten Teiles A E der Baumhöhe folgende Proportion:

$$ce : ae = cE : AE, \text{ oder}$$

$$AE = \frac{ae \cdot cE}{ce},$$

und da der Voraussetzung nach a e = c e ist, so heben sich beide Größen in Zähler und Nenner und es muß auch A E = c E sein, d. h. man findet die Höhe A E, wenn man die horizontale Länge vom Fußpunkte des Baumes bis zum Standpunkte des Messenden mißt.

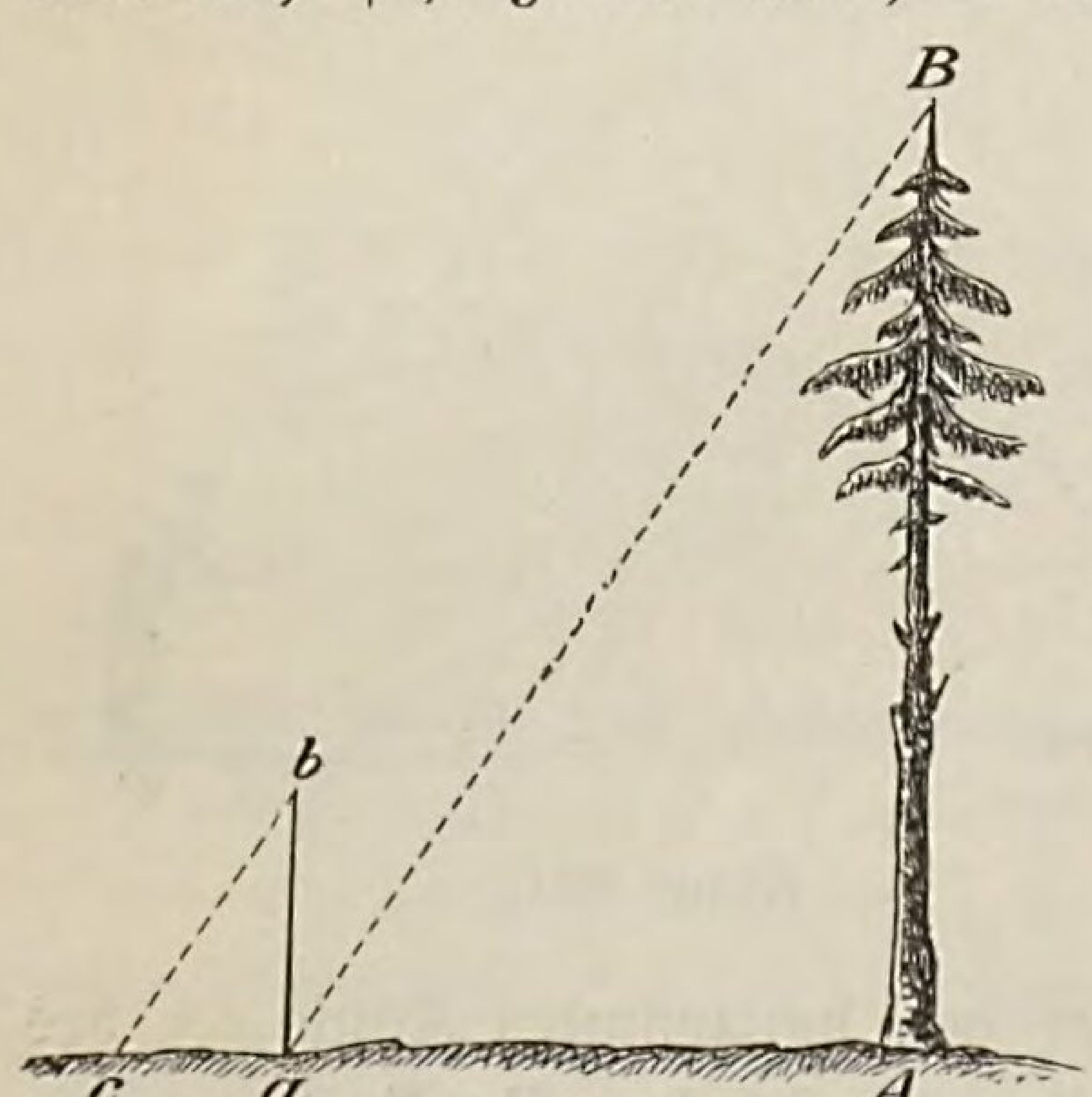
Wird zu dieser Entfernung noch das leicht meßbare Stückchen B E hinzuaddiert, so ergiebt sich die ganze Baumlänge A B. Es ist einleuchtend, daß auf vollständig ebenem Terrain das Stück B E immer gleich sein muß der Entfernung vom Augenpunkte c bis zum Fußpunkt C des Messenden.

Um sich von der richtigen Lage des Dreieckes a c e stets überzeugen zu können, kann bei a noch ein kleines Lot befestigt werden, dessen Faden bei richtiger Stellung scharf an der Kante a e hingleiten muß. Zu dieser weniger genauen Methode der Höhenmessung wird man natürlich nur dann schreiten, wenn es an einem besseren Höhenmesser im Augenblicke fehlen sollte.

3. Höhenbestimmung mittelst des Schattens.

§ 105.

Mittelst des Schattens, welchen ein zugänglicher Gegenstand auf die Erde wirft, läßt sich ebenfalls die Höhe des letzteren auf eine einfache, aber nicht sehr genaue Methode ermitteln.



Figur 232.

Ist A B, Figur 232, die Höhe eines Baumes, welche gemessen werden soll, so wird dieser Baum, bei einem gewissen Stande der Sonne, einen Schatten A a werfen, dessen Länge man mißt. Steckt man nun in den Endpunkt des Schattens A a einen etwa 1,5 m langen Stab a b senkrecht in die Erde ein und mißt auch dessen Schattenlänge a c, so können, wegen der fast unendlichen Entfernung der Sonne, die Lichtstrahlen als zu einander parallel angesehen

werden und die Dreiecke a b c und A B a sind daher ähnlich. Hieraus folgt dann die einfache Proportion:

$$a\,c : a\,b = a\,A : A\,B;\ \text{daher auch}$$

$$A\,B = \frac{a\,b \cdot a\,A}{a\,c}.$$

Wie leicht einzusehen, ist dieses Verfahren nur auf ebenen, nicht aber auf schiefen Lagen anwendbar.

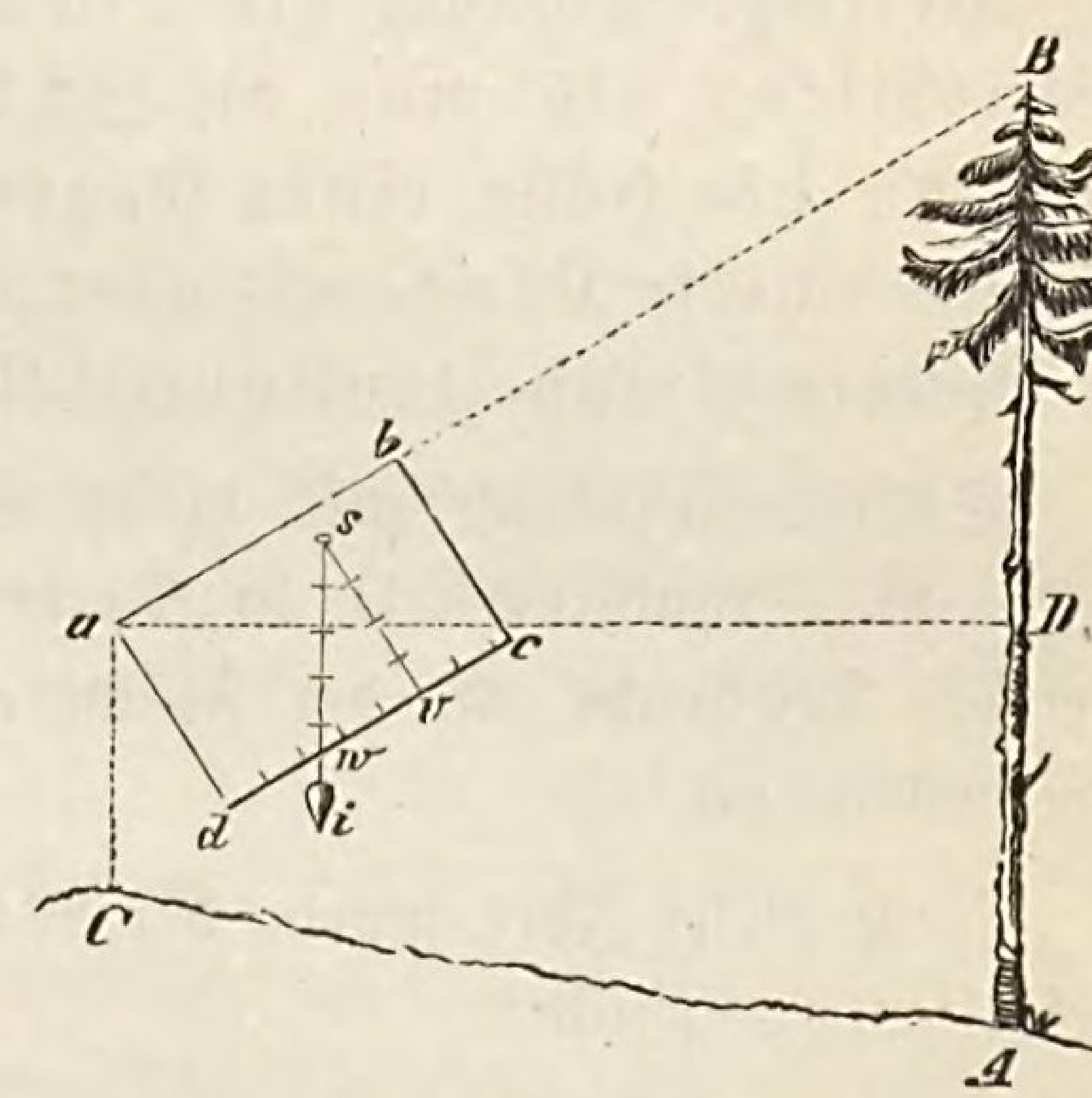
4. Der Dendrometer von Winkler.

§ 106.

Die soeben beschriebenen Methoden, die Höhen gewisser Gegenstände zu bestimmen, sind oft zeitraubend und umständlich, auch gewähren sie nicht immer den gewünschten Grad von Genauigkeit. Man war daher darauf bedacht, besondere Instrumente zu konstruieren, an welchen die fraglichen Höhen direkt und meist ohne alle Rechnung abgelesen werden können. Es liegt außer unserer Aufgabe, alle in dieser Absicht erfundenen Instrumente hier abzuhandeln; wir beschränken uns vielmehr nur auf wenige einfache Formen, zu welchen auch der von Professor Winkler in Mariabrunn erfundene Taschen-Dendrometer gehört*). Dasselbe beruht, wie die übrigen hierher gehörigen Instrumente, auf der Ähnlichkeit und Proportionalität der Dreiecke.

Denkt man sich nämlich, Figur 233, unter a b c d ein Rechteck, auf demselben die Linie s v senkrecht auf c d und a b gezogen, in dem Punkte s ein Lot s i vertikal und parallel zu A B herabhängend, und endlich a D = A C horizontal, so müssen, wie leicht einzusehen, die Dreiecke a B D und s v w ähnlich sein, und man kann folgende Proportion ansetzen:

s v : v w = a D : D B und
s v : s w = a D : a B.



Figur 233.

*) Beschrieben in: „Winkler, Anleitung zu der Konstruktion und dem Gebrauche eines einfachen Taschen-Dendrometers„; zweite ganz umgearbeitete Auflage. Wien 1846.

Wird nun die Linie s v, welche in der Regel so angenommen wird, daß sie von der Fläche des Rechteckes a b c d nach der Seite b c hin etwa $^1/_3$ abschneidet, in eine gewisse Anzahl, z. B. n gleiche Teile geteilt, trägt man ferner dieselben Teile von s nach i und von v nach d und c hin, so oft es geht auf, setzt man endlich die Größe eines solchen Teiles $= \alpha$, so ist die Länge von s v ausgedrückt durch $s\,v = \alpha \cdot n$, dem analog $s\,w = \alpha \cdot m$ und $v\,w = \alpha \cdot p$.

Nimmt man nun auch die leicht meßbare Entfernung a D, d. h. die ihr gleichkommende Standlinie $= C\,A = n$ Einheiten, (Meter, Fuß u. s. w.) an und substituiert diese Werte in obige Proportion, so wandelt sich die erste

$$s\,v : v\,w = a\,D : D\,B$$

in folgende um:

$$\alpha \cdot n : \alpha \cdot p = n : D\,B; \text{ d. h. es ist}$$

$$D\,B = \frac{\alpha \cdot p \cdot n}{\alpha \cdot n} = p \text{ Einheiten (Meter, Fuß u. s. w.).}$$

Ebenso folgt aus der zweiten Proportion

$$s\,v : s\,w = a\,D : a\,B$$

$$\alpha \cdot n : \alpha \cdot m = n : a\,B; \text{ d. h. es ist auch}$$

$$a\,B = \frac{n \cdot \alpha \cdot m}{\alpha \cdot n} = m \text{ Einheiten (Meter, Fuß u. s. w.).}$$

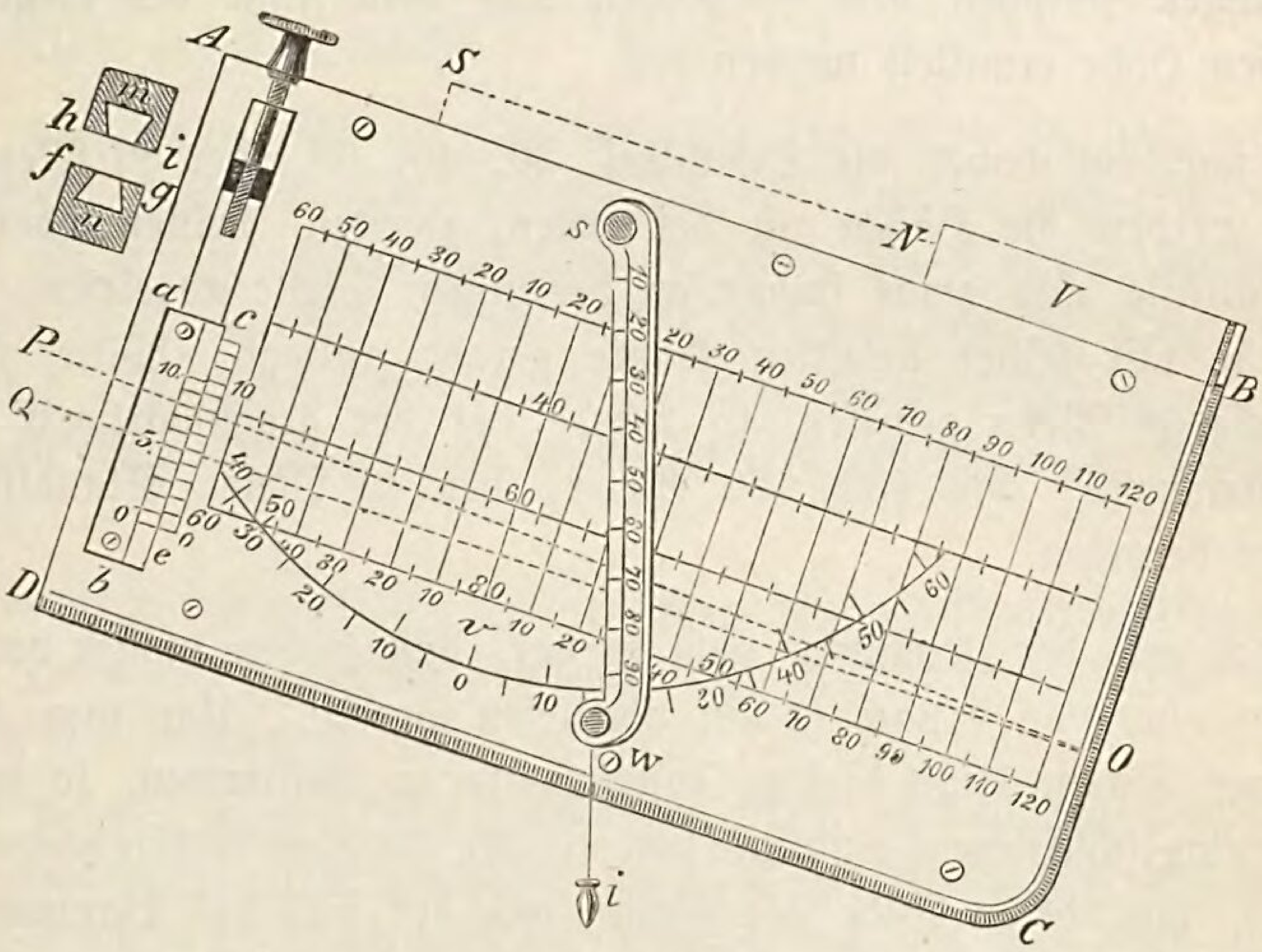
Beträgt demnach die Standlinie a D gerade so viele Meter (Einheiten) als man an der Linie s v gleiche Intervalle zählt, so kann die Höhe eines Gegenstandes B D immer an der Linie c d, die schiefe Länge a B aber an s w und zwar beide stets direkt in Metern (Einheiten) abgelesen werden.

Selbstverständlich gilt dieser Satz für jedes beliebige Maß. Wäre z. B. die Standline a D in Decimetern gemessen worden, so geben die gleichen Teilstriche an der Fläche a b c d die Höhe des Gegenstandes in Decimetern an.

Nach dieser Idee wurde der Winklersche Dendrometer in verschiedenen Gestalten ausgeführt.

Die nachstehende Form, Figur 234, stellt denselben in $^1/_4$ der Natur vor, wie er vom Mechanikus J. Schablaß in Wien in schöner Ausstattung angefertigt wird. Er besteht aus einem 15 Centimeter langen, 9 Centimeter breiten und 2 Centimeter hohen Kästchen, die Seite B C und die vordere Seite A B C D, auf welch letzterer sich die Einteilung befindet,

sind von Messing, die übrigen Seiten jedoch nur aus schön poliertem harten Holze angefertigt, weil sie im ganzen unwesentliche Teile des Instrumentes bilden. Die Seitenfläche A B C D wird durch eine Linie s v, welche senkrecht auf A B und C D steht, in dem Verhältnisse 1 : 2 in zwei Teile, s v selbst aber von dem Punkte s aus wieder in vier gleiche aber beliebig große Teile geteilt.



Figur 234.

In den so erhaltenen Teilungspunkten 20, 40, 60 und 80 der Linie s v werden nun Senkrechte errichtet, sodann auf die obere und untere derselben, sowie zu beiden Seiten der Linie s v, die gleichen Teile s 20 so oft als es geht aufgetragen, ein jeder solcher Teil nochmals in 4 gleiche Teile geteilt, und immer die zweiten Teilungspunkte, wie die Figur zeigt, beschrieben und mit einander verbunden. Nachdem dies geschehen, wird mittelst eines Schräubchens s ein messingenes kleines Lineal s w mit dem Lote i befestigt, welches bei vertikaler Stellung der Fläche A B C D frei wie ein Pendel schwingt und nach eingetretener Ruhe eine vertikale Linie vorstellt. Die Bezifferung dieses Lineälchens ist dieselbe wie die der übrigen parallelen Linien. Die Visur wird durch einen kurzen Stift S oder durch ein in S angebrachtes kleines Roßhaardiopter mit Horizontalfaden und eine bei B angebrachte Okularritze, zu welcher die Lichtstrahlen des anzuvisierenden Gegenstandes durch die hohle bei N offene Röhre V gelangen, bewerkstelligt.

Während der Ruhe oder des Transports wird das Lot in die Röhre V bei N eingesteckt.

Was die Anwendung dieses Instrumentes, welches ohne Stativ gebraucht wird, nach der neuesten Konstruktion Großbauers aber auch mit Stativ gebraucht werden kann, anlangt, so drücken die auf der Linie s v befindlichen Zahlen die sogenannten Standlinien, d. h. die horizontalen Entfernungen zwischen dem Messenden und dem Fuße des Gegenstandes aus, dessen Höhe ermittelt werden soll.

Je nachdem daher die Standlinie 20, 40, 60 oder 80 Meter (Fuß) beträgt, werden die Höhen an der ersten, zweiten, dritten oder vierten Horizontallinie und zwar immer an derjenigen Stelle abgelesen, wo das Lineal s w mit seiner geteilten Kante gerade anliegt. Wäre z. B. die Standlinie 60 Meter gewesen, so würde bei der gegenwärtigen Stellung des Instrumentes die Höhe 20 Meter, bei 80 Meter Standlinie aber 26 Meter betragen.

Schon aus der Zeichnung geht hervor, daß Höhen immer von v nach C, Tiefen aber von v nach D hin abgelesen werden. Um nun etwa die Höhe eines Baumes mit diesem Instrumente zu bestimmen, so mißt man zunächst eine schickliche Standlinie von 20, 40, 60 oder 80 Einheiten (Meter, Fuß) ab, von deren Ende die Spitze und der Fuß des Baumes sichtbar sind. Befindet sich nun das Auge des Beobachters über dem Fußpunkte des Baumes, so sieht man zuerst durch die Visierrichtung B S nach der Spitze und liest die Einheiten auf der Seite v C an der richtigen Stelle ab. Die erhaltene Zahl betrage beispielsweise 47. Hierauf visiert man nach dem Fuße des Baumes, wobei das Lot eine Stellung zwischen v und D annehmen wird, und merkt sich auch diesen Betrag, z. B. 11 Einheiten. Werden endlich beide Ablesungen addiert, so ist $47 + 11 = 58$ die Gesamthöhe des Baumes, in solchen Einheiten, in welchen man die Standlinie gemessen hat.

Liegt jedoch der Visierpunkt des Beobachters tiefer als der unterste Punkt des Baumes, so wird sich in beiden Visuren, nach dem Gipfel und nach dem Fuße, der Senkelfaden s i nach ein und derselben Seite, nämlich gegen v C hin neigen, und man wird in diesem Falle die richtige Höhe erhalten, wenn man die kleinere abzulesende Zahl von der größeren abzieht.

Man kann daher für das Ablesen der Höhen an dem Lineale s w folgende einfache Regel aufstellen:

Kommt bei dem Anvisieren das Lineal sw auf beide Seiten der Linie sv zu liegen, so werden die Zahlen addiert; verbleibt dieses jedoch nur auf einer Seite der Linie sv, so wird die kleinere Zahl von der größeren abgezogen, wenn man die Höhe eines Gegenstandes oder eines Teiles desselben erhalten will.

Die schiefe Entfernung vom Okular bis zum anvisierten Punkte wird an dem Lineale sw ebenfalls in solchen Einheiten abgelesen, in welchen die Standlinie gemessen wurde.

Bei dem Gebrauche des Instrumentes hat man sich noch zu merken, daß während des Visierens das Senkel frei spielen muß und daß man, nachdem ein Punkt richtig anvisiert ist, ohne die Stellung im geringsten zu ändern, der geteilten Fläche ABCD eine geringe Neigung giebt, worauf sich der Senkelfaden sanft an den unteren Rand CD anlegt, wo er mit dem Daumen fest angedrückt und schließlich der Betrag abgelesen wird.

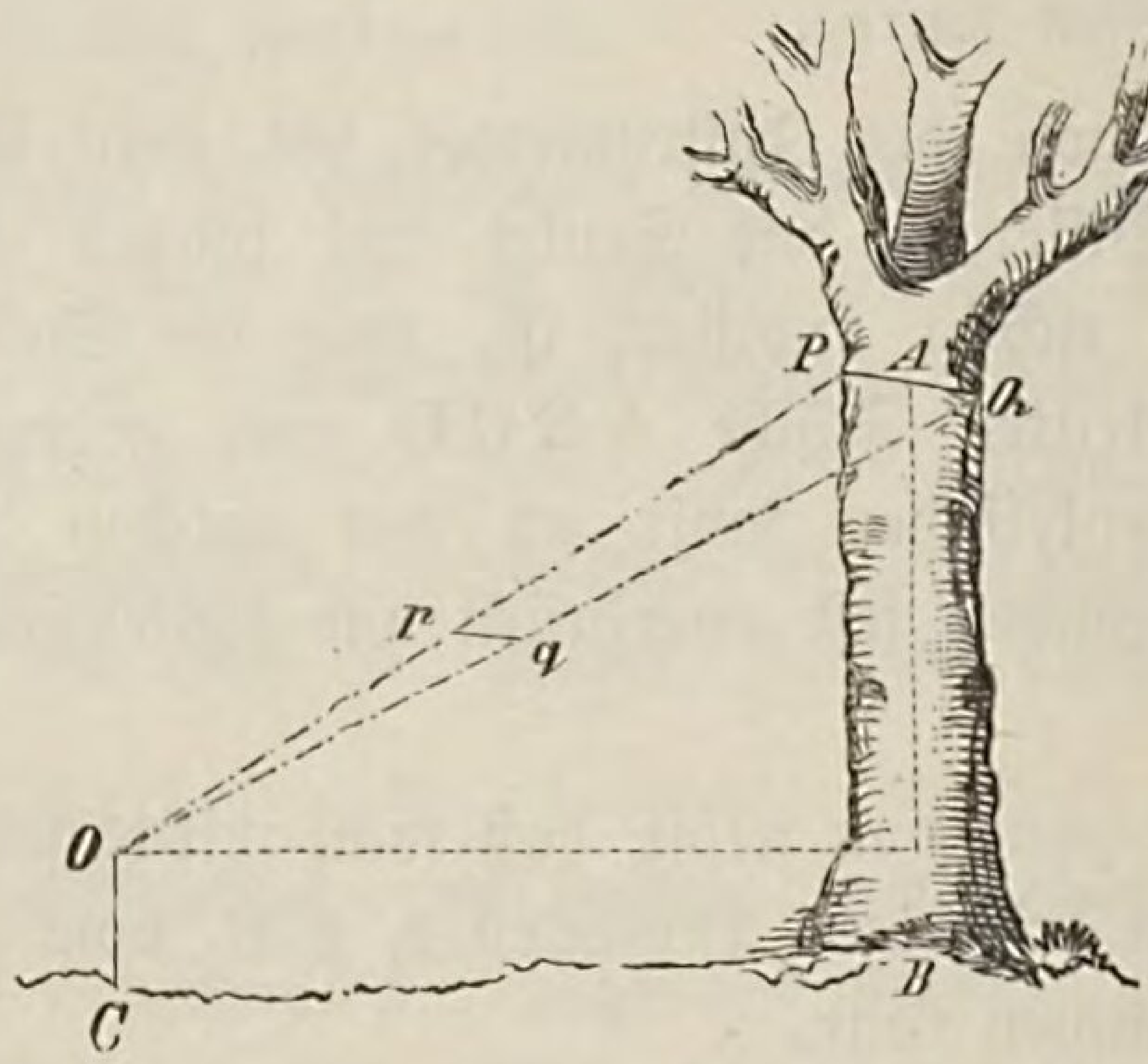
Es versteht sich ganz von selbst, daß man mit diesem Instrumente auch die Höhe eines jeden beliebigen Baumteiles, z. B. vom Fuße bis zu einem beliebigen Ast, bestimmen kann.

Das so eben beschriebene Instrument dient aber auch zur Ermittelung der Baumdurchmesser in jeder beliebigen Höhe. An der schmalen Seite BC des Kästchens, Figur 234, ist nämlich bei O eine Okularritze und dieser gegenüber, an der Seite AD, eine hier unsichtbare Objektivöffnung angebracht.

In letzterer befinden sich, in senkrechter Stellung zur geteilten Fläche ABCD, zwei durchbrochene Messingplättchen m und n, von welchen das untere n fest, das obere m aber, mittelst der Schraube E gleichzeitig mit der Noniusvorrichtung ab, auf- und abgeschoben werden kann. Neben dem beweglichen Nonius ab ist der feste Limbus ce in die Ebene ABCD, wie Figur 234 zeigt, der Art eingeschnitten, daß, wenn mittelst der Schraube E der Nullpunkt des Nonius genau neben den Nullpunkt des Limbus geschoben wird, die Kanten fg und hi der Plättchen m und n scharf an einander zu liegen kommen.

Wird nun mittelst der Mikrometerschraube E der Nonius ab und mit ihm das Plättchen m aufwärts bewegt, so entfernen sich die Kanten fg und ih immer mehr von einander und man ist im stande, indem man durch O sieht, jede beliebige Größe PQ, Figur 235, eines Gegenstandes zwischen dieselben zu fassen und somit auch z. B. den Durchmesser eines

Baumes zu bestimmen. Hierbei ist noch folgendes zu bemerken. Die Entfernung der Plättchen m und n von dem Okular beträgt in österr. Maß 5 Zoll*), die Länge von 10 Teilen des Maßstabes c e aber $^5/_6$ Zoll, daher die Länge eines Teiles $^5/_6 \cdot {}_{10} = {}^5/_{60}$ Zoll, und da der Nonius noch Zehntel eines solchen Teiles angiebt, so kann die Okularöffnung, d. h. der Abstand der Kante f g und i h bis auf Hundertel eines Zolles angegeben werden.



Figur 235.

Wäre nun der Durchmesser P Q des Baumes A B, Figur 235, bei A zu bestimmen, so wählt man zuerst einen schicklichen Standpunkt C, visiert durch B, Figur 234, nach A und liest an dem Lineale die Entfernung O A = O P = O Q ab. Hierauf sieht man mit dem Dendrometer durch das Okular O, läßt die Kante f g des Plättchens n genau an P tangieren und dreht die Mikrometerschraube E so lange, bis die Kante h i des Plättchens m scharf an Q hinstreift, worauf man den Abstand der Objektivfäden f g und h i an dem Nonius a b in Zollen ablesen kann.

Drückt nun, Figur 235, O den Augenpunkt, p q die Objektivöffnung, P Q den zu messenden Durchmesser, und O A die gemessene schiefe Ent=

---

*) Wir geben nachstehend die Einrichtung des Winklerschen Dendrometers noch in österr. Maß, weil uns kein Instrument, von welchem die Meterteilung bereits ausgeführt ist, zur Verfügung steht. Bei neuen Bestellungen wäre neue Teilung zu verlangen, bei welcher die Baumdurchmesser in Centimetern und Bruchteilen ablesbar wären.

fernung aus, so folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke O p q und O P Q die Proportion:

$$O\,p : O\,P = p\,q : P\,Q \text{ oder}$$

$$P\,Q = \frac{O\,P \cdot p\,q}{O\,p}.$$

Nehmen wir nun an, die Entfernung p q habe man am Nonius = v Intervalle = $v \cdot {}^5/_{60}$ Zoll abgelesen, und es sei ferner O P = O A = p Fuß gefunden worden, so geht letzte Gleichung, wenn man sich erinnert, daß O p = 5″ = $^5/_{12}$ Fuß angenommen wurde, in folgende über:

$$P\,Q = \frac{\dfrac{p \cdot 5 \cdot v}{60}}{\dfrac{5}{12}} = \frac{60 \cdot p \cdot v}{60 \cdot 5} = \frac{p \cdot v}{5} = \frac{2 \cdot p \cdot v}{10} \text{ Zoll.}$$

Wäre z. B. p = 36 Fuß, v = 1,6 Intervallen, alsdann ist der Durchmesser

$$P\,Q = \frac{2 \cdot 36 \cdot 1{,}6}{10} = \frac{115{,}2}{10} = 11{,}52 \text{ Zoll.}$$

Auf der Fläche A B C D des Dendrometers, Figur 234, findet sich endlich noch ein Gradbogen, welcher seinen Mittelpunkt in s hat und namentlich dazu dient, die bei der Bergsituationszeichnung vorkommenden Böschungswinkel, so genau es jener Zweck erfordert, zu bestimmen.

Der Winklersche Taschen-Dendrometer erhielt später durch Franz Großbauer, früher Professor an der k. k. Forstakademie in Mariabrunn bei Wien, einige Abänderungen und Zusätze*). Er versah das Instrument, welches vorher nur aus freier Hand gebraucht wurde, mit einem einfachen Stockstativ und einer kleinen Wasserwage und brachte an demselben noch eine einfache Vorrichtung an, welche das Abstecken rechter Winkel gestattet.

Hierdurch eignet sich das Instrument jetzt nicht nur zum Messen von Baumhöhen und Baumstärken, sondern auch zum Abstecken rechter Winkel und regelmäßiger Pflanzungen, zur Aufnahme kleiner Flächen, und endlich

*) Vergleiche das Winklersche Taschen-Dendrometer in seiner neuesten Konstruktion von F. Großbauer, Wien 1864. Verlag von W. Braumüller, k. k. Hof- und Universitätsbuchhändler (jetzt Paul Parey in Berlin).

zu der Trazierung von Waldwegen und zur Ausführung sonstiger Nivellierarbeiten, welche keine große Genauigkeit erfordern.

Mechanikus J. Schablaß in Wien fertigte das Großbauersche Instrument samt Libelle und Etui, aber ohne Stockstativ, damals um 28 fl. 20 kr. österr. Währung, was immerhin für ein so einfaches Instrument, im Falle es ausgedehnte praktische Verwendung finden soll, etwas teuer ist.

5. Der Dendrometer von Sanlaville.

§ 107.

Dieses Instrument, welches schon Winkler in seiner die Dendrometer betreffenden Broschüre, Wien 1846, einer kritischen Beleuchtung unterzieht, hat sich in neuerer Zeit, namentlich unter den Forstwirten Österreichs, wieder Freunde erworben, weshalb es hier nicht ganz übergangen werden darf. Wir folgen dabei der Beschreibung, welche Prof. F. Langenbacher von diesem Instrumente in der Monatschrift für Forst- und Jagdwesen, 1870, S. 253—263, liefert.

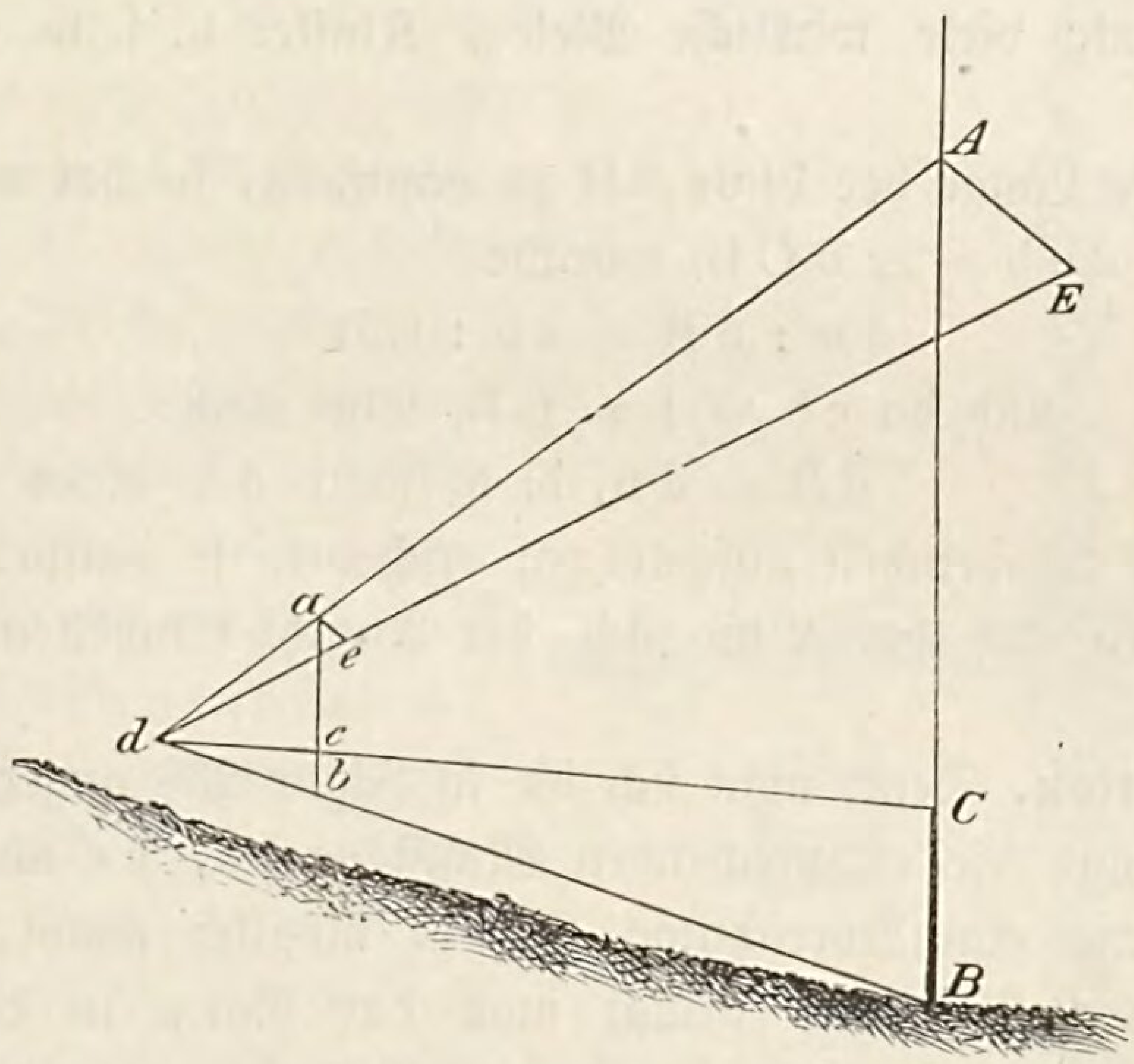
Der Sanlavillesche Höhenmesser, welcher auch zum Distanzmessen, Nivellieren, Trazieren von Waldwegen und zur Festlegung von Schichtenkurven verwendet werden kann, unterscheidet sich namentlich dadurch vorteilhaft von dem Höhenmesser von Winkler, Faustmann u. s. w., daß er kein Pendelinstrument, sondern ein Libelleninstrument ist, ferner nicht aus freier Hand, sondern in Verbindung mit einem dreibeinigen Stative gebraucht wird, dagegen aber auch viel teurer als z. B. der Höhenmesser von Faustmann zu stehen kommt*).

Hinsichtlich der Theorie, Konstruktion und Gebrauchsanweisung ist Folgendes zu bemerken.

Theorie. 1. Es sei zunächst die Vertikale A B, Figur 236, ihrer Länge nach zu bestimmen. Die Linie B C setzen wir als bekannt voraus, und kann dieselbe irgend eine Maßeinheit (1 Meter, 1 Klafter u. s. w.) bedeuten; a b sei ebenfalls vertikal, also parallel mit A B. Die Punkte a, c, b stellen uns Objektive, d ein Okular vor, so daß die drei Visuren d A, d B, d C möglich erscheinen. Ferner läßt sich c b als die verjüngte Maßeinheit von C B betrachten, und wir sehen leicht ein, daß sich c b auf a b gerade so oftmals auftragen läßt als C B auf A B; daß sohin A B so viel

*) Die Mechaniker J. Schablaß und Sohn in Wien liefern dasselbe in eleganter, zierlicher Ausstattung zu 75 M. mit Stativ und Kästchen.

Einheiten (Meter, Klafter) messen wird, als die Linie a b verjüngte Einheiten mißt. Um also die Höhe von A B zu bestimmen, braucht man nur die Länge von a b, ausgedrückt durch die Maßeinheit (c b) zu kennen; dieselbe Zahl giebt dann auch die Länge A B ausgedrückt in der Maßeinheit (B C).



Figur 236.

2. Handelt es sich um die Messung der Horizontalen A E, die allenfalls den Durchmesser eines Baumstammes bedeuten kann, und stellen a und e zwei in einer wagrechten Linie gelegene Objektive vor, so daß d A und d E als von einem Instrumente ausgehende Visuren angesehen werden können; so ist wieder a e das verjüngte Bild von A E. Ist a e ein Maßstab, dessen Einheit c b, so wird, wie sich leicht ergibt, die Anzahl der Einheiten in a e gleich sein müssen der Anzahl Einheiten C B in A E; denn

$$\triangle\, dab \sim \triangle\, dAB$$

woraus $ab : AB = da : dA \; \ldots\ldots$ I.

und $\triangle\, dae \sim \triangle\, dAE$

woraus $ae : AE = da : dA \; \ldots\ldots$ II.

aus I. und II. folgt aber

$$ab : AB = ae : AE \; \ldots\ldots \text{III.}$$

Ist nun A B = n Meter, Klafter u. s. w.

und daher a b = n verjüngte Meter, Klafter u. s. w.

a e = m " " "

und A E = x Meter, Klafter u. s. w., so haben wir nach Substitution dieser Werte in III.

$$n : n = m : x$$

woraus x = m; d. h. so viele verjüngte Meter, Klafter u. s. w. die Linie a e mißt, ebenso viele wirkliche Meter, Klafter u. s. w. entsprechen der Geraden A E.

3. Ist die Länge der Linie d B zu ermitteln, so hat man nur zu bedenken, daß $\triangle$ d c b $\sim$ $\triangle$ d C B, woraus

$$db : dB = cb : CB$$

und da c b = 1 = C B, folgt auch

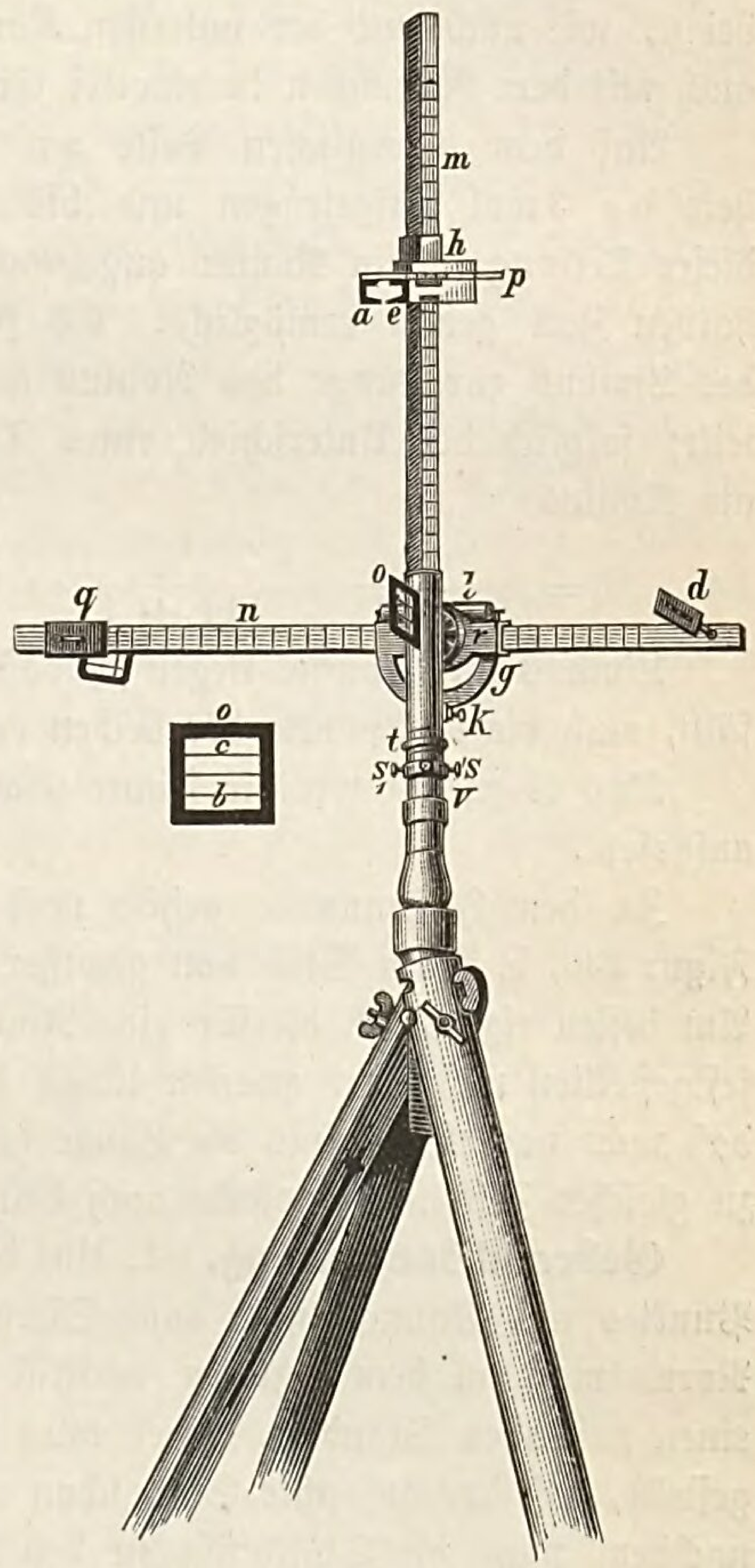
d B = d b, d. h. stellt d b einen Maßstab vor, worauf c b als Maßeinheit aufgetragen erscheint, so entspricht die Anzahl dieser Einheiten auf der Linie d b der Anzahl Einheiten C B auf der Linie d B.

Konstruktion. Denkt man sich die in Figur 236 angedeuteten Punkte d, a, e, c, b, und die entsprechenden Maßstäbe a b, a e und d b materiell dargestellt, ferner eine Vorrichtung, die es möglich macht, den Maßstab a b vertikal zu stellen, und bringt man das Ganze in Verbindung mit einem entsprechenden Stative, so ist das Bild des Sanlaville'schen Dendrometers in der Grundidee vollendet.

Figur 237 stellt das Sanlaville'sche Instrument vor, wie es der Mechaniker J. Schablaß in Wien verfertigt.

Der aufrecht stehende Stab m sitzt mittelst Nuß in der Hülse v und kann durch die 4 Schrauben s, s, wovon je 2 diametral gestellt sind, in die vertikale Lage gebracht werden. Der Teil über o hat einen quadratischen Querschnitt, während die unter o liegende Partie des Stabes cylindrisch ist. Bei o sind diese beiden Teile durch Schraubenschnitt mit einander verbunden. Bei t dreht sich der Stab um einen vertikalen, mit der Nuß in Verbindung stehenden Zapfen. Auf dem Stabe m ist eine Hülse h beweglich, und erhält sich durch Reibung in der Lage, welche man der ersteren hier giebt; a p ist ein in wagrechter Richtung beweglicher Teil, und ermöglicht die Entfernung der beiden Punkte e und a von Null bis zu einer gewissen Grenze beliebig herzustellen. An dem cylindrischen Teile des aufgerichteten Stabes liegt der Drehungspunkt für einen kleinen Gradbogen g, der in halbe Grade geteilt seinen Nullpunkt in der Mitte trägt, und durch die Klemmschraube k, die an eine bewegliche, gegen den

Gradbogen hin zugeschärfte und mit einem Index versehene Backe drückt, festgestellt werden kann. In der Figur ist uns die Rückseite dieses Gradbogens zugekehrt. An der oberen Partie des Gradbogens ist eine Hülse angebracht, in welcher die liegende Schiene n steckt, wo sie durch eine Feder, auf welche eine Klemmschraube wirkt, festgestellt werden kann. An dem einen Ende d hat die Schiene eine Öffnung, in welche der Stiel einer kleinen, schwarzlackierten Messingplatte paßt, die in ihrer Drehungsachse mehrere (3) kleine Durchbrechungen (Okulare) zeigt. Der Okularplatte gegenüber ist an dem cylindrischen Teil des aufrecht stehenden Stabes ein schwarz lackiertes Messingrähmchen o angebracht, in welchem 3 in gleichen Abständen zu einander parallele, bei vertikaler Stellung des Stabes m horizontal liegende Fäden eingespannt sind. Der Abstand der äußersten Fäden c und b ist hier die verjüngte Maßeinheit und sohin der Theorie zufolge die Basis der am Instrumente vorkommenden Teilungen. Für die Teilung des aufrecht stehenden Stabes ist der unterste Faden b der Nullpunkt, und beginnt daher die wirkliche Teilung mit der dritten Einheit am prismatischen Teile und geht bis 32. Stellt die aufgetragene Einheit eine verjüngte Klafter vor, so wird sie noch zum Behufe einer genaueren Ablesung in 6 Unterabteilungen geteilt, wovon dann jede einen verjüngten Fuß repräsentiert.



Figur 237.

Die Einteilung der liegenden Schiene n und die Bezifferung der ersteren ist unter Beibehaltung derselben verjüngten Einheit b c so ge-

troffen, daß an der zugeschärften Kante der Hülse bei r die Entfernung des Okulars d von dem Objektive auf Fuße genau abgelesen werden kann. Die Linie, in welcher die Okularöffnungen angebracht sind, steht senkrecht auf der geteilten Seite der Schiene n, und geht parallel mit den Fäden bei o, wie auch mit der untersten Kante der Hülse h. Diese letztere muß auch mit dem Rähmchen in einerlei Ebene liegen.

Auf dem beweglichen Teile ap der Hülse h ist die verjüngte Einheit bc 3mal aufgetragen und bis auf halbe Fuß geteilt. Unterhalb dieser Teilung ist ein Nonius angebracht, der eine Ablesung bis auf einen halben Zoll genau ermöglicht. Es sind nämlich 11 kleinste Teile ($^1/_2{}'$) des Limbus zur Länge des Nonius genommen und hier in 12 Teile geteilt; folglich der Unterschied eines Teiles am Limbus und eines Teiles am Nonius

$$d = \frac{a}{n+1} = \frac{^1/_2}{11+1} = {}^1/_{24} \text{ Fuß} = {}^1/_2{}'' \text{ (österr. Maß).}$$

Limbus und Nonius liegen so, daß, wenn der Punkt a mit e zusammenfällt, auch die Nullpunkte der beiden ersteren coincidieren.

Das Ganze ist wie die Figur zeigt, auf ein dreibeiniges Zapfenstativ aufgesetzt.

Zu dem Instrumente gehört noch ein sogenanntes Normalmaß BC, Figur 236, d. h. ein Stab von gewisser Länge (1 Meter, 1 Klafter u. s. w.). Am besten eignet sich hierfür eine Nivellierlatte mit einer am oberen Ende festgestellten und einer zweiten längs der Latte beweglichen Zielscheibe, so daß man nach Bedürfnis die Länge des sogenannten Normalmaßes ändern zu gleicher Zeit aber dasselbe auch beim Nivellieren gebrauchen kann.

Gebrauchsanweisung. 1. Um die vertikale Entfernung irgend eines Punktes am Baumstamme vom Stammende zu erfahren, stellt man das Normalmaß an dem letzteren vertikal auf und sucht für das Instrument einen passenden Standort. Hier wird das Stativ auf dem Boden so aufgestellt, daß der aufrechte Stab schon nahezu die vertikale Richtung erhält, nachdem man die Stativfüße in den Boden eingedrückt hat. Die feinere Vertikalstellung geschieht mit Hilfe der am Instrumente angebrachten Libelle*), indem man dieselbe zunächst in die Richtung des einen Paares

---

*) Bei dem Instrumente war ursprünglich keine Röhrenlibelle; die Stellung wurde demselben durch eine Dosenlibelle gegeben, die man nach Hinwegnahme des prismatischen Stabes bei o auf den cylindrischen Teil aufsetzte; die Verbesserung durch die Röhrenlibelle hat Schablaß angebracht.

von einander entgegengesetzt wirkenden Stellschrauben bringt und hier horizontal stellt, und dasselbe auch bei dem anderen Paare bewerkstelligt und diese Arbeit an den Schraubenpaaren wechselnd so lange wiederholt, bis die Blase der Libelle während einer Drehung der letzteren um den vertikalen Stab nicht mehr aus dem Spielpunkte tritt. Nicht zu vergessen ist auch der Umstand, daß vor der eben beschriebenen Operation der Nullpunkt der Gradteilung in Übereinstimmung mit dem zugehörigen Index gebracht werden muß. — Nun visiert man durch eine der Okularöffnungen bei d über die Fäden b und c auf die beiden Endpunkte des Normalmaßes, indem nach Bedürfnis das Okular d und das Objektiv einander genähert oder von einander entfernt werden, und der Schiene durch die am Gradbogen mögliche Drehung in der Vertikalebene die passende Richtung gegeben wird. Giebt man nun der Hülse h am Stabe m jene Stellung, bei welcher die Visur von d, an der unteren Kante von a und e vorübergehend, den zu ermittelnden Höhenpunkt am Baumstamme trifft, so ist die Ablesung, die man an dem Stabe m bei der unteren zugeschärften Kante der Hülse h macht, der direkte Ausdruck für die fragliche Höhe.

Waren die beiden Zielscheiben des Normalmaßes auf 1 Klafter gestellt, so giebt auch die Ablesung unmittelbar Klafter, (Fuße und schätzungsweise Zolle).

Ist das Normalmaß auf eine halbe Klafter gestellt, und man benutzt zur Visur den untersten und den mittleren Faden, so ist die Ablesung wie im vorhergehenden Falle als das unmittelbare Resultat der Messung anzusehen.

Man giebt oft dem Normalmaße die Länge einer Klafter, und benutzt den untersten und den mittleren Faden zur Visur; aus leicht begreiflichen Gründen ist dann die gemachte Ablesung mit 2 zu multiplizieren, um die Anzahl der Klafter zu erfahren, die der gemessenen Höhe entsprechen; oder es wird das Normalmaß auf die halbe Klafter gestellt und die Visur über b und c vorgenommen; dann ist, wie leicht einzusehen, die Ablesung durch 2 zu dividieren.

Von den beiden zuletzt angeführten Fällen wird der erste bei der Messung von entfernteren, der zweite von näher an dem zu messenden Objekte gewählten Standpunkten mit Vorteil anzuwenden sein.*)

Dasselbe ist auch bei den folgenden Punkten 2, 3 und 4 zu berücksichtigen.

---

*) Hieraus erklärt sich, warum der Mechaniker in dem Rähmchen o einen dritten (mittleren) Faden anbringt.

2. Ist der Durchmesser eines stehenden Baumes in einer Höhe über 2°*) mit dem Dendrometer von Sanlaville zu ermitteln, so giebt man dem Instrumente die Stellung wie in 1, verschiebt ap an der Hülse h so, daß die von d ausgehenden, die Spitzen a und e berührenden Visuren den Baumstamm an jener Stelle zu beiden Seiten tangieren, an welcher man den Durchmesser bestimmen will. Die Ablesung von der Hülse h giebt den Durchmesser in Fußen und Zollen (und Bruchteilen letzterer).

3. Sehr leicht wird es, mit diesem Instrumente an Bäumen die Preßlersche Richtpunktshöhe zu finden. Mit einer Kluppe allenfalls wird an entsprechender Stelle (Brusthöhe, Kopfhöhe) der Durchmesser des Baumstammes ermittelt, ae auf das halbe Maß desselben gestellt, und bei entsprechendem Stande des Instrumentes (wie in 1) die Hülse so lange an m verschoben, bis die Visuren da und de die Kontur des Stammes berühren. Die Ablesung auf m bei der unteren Kante der Hülse h giebt die Richtpunktshöhe.

4. Daß man bei dem richtigen Stande des Instrumentes (wie in 1) an der Schiene n bei der zugeschärften Kante r die Distanz des Okulars vom Normalmaße ablesen kann, wenn man sie braucht, bedarf keiner weiteren Auseinandersetzung. Handelt es sich um die auf den Horizont reduzierte Distanz (d), so wird neben der schiefen Distanz d der Neigungswinkel α, welchen letztere mit dem Horizonte einschließt, am Gradbogen g abgelesen, und die Berechnung der Reduzierten zu Hause nach der Formel $s = d \cdot \cos \alpha$ vorgenommen.

5. Zum Behufe des Nivellierens wird die Okularplatte d auf der nicht geteilten Seite der Schiene in dieselbe Öffnung derselben mit dem Stiele eingeschoben und an das entgegengesetzte Ende q eine Hülse mit einem kleinen Rähmchen befestigt. In dem letzteren sind 2 unter einem rechten Winkel sich kreuzende Fäden gespannt, wovon der eine die horizontale Lage erhält, sobald der Stab m vertikal gestellt ist. Ob die Visur von d über dem horizontalen Faden wagrecht ist, sobald die Blase der Libelle einspielt, wird so untersucht, wie bei ähnlichen Nivellierinstrumenten (Quecksilberwage, Nivellierdiopter) und solchen Nivellierinstrumenten, bei

*) Unter Anwendung des in 1 am Schlusse erwähnten Falles lassen sich die Durchmesser schon in einer Höhe von 1° bestimmen. Daß man nicht tiefer herab die Höhen und Durchmesser bestimmen kann, liegt in dem weiter oben bemerkten Umstande, daß die Höhenteilung erst mit der dritten verjüngten Klafter beginnt. Dort kommt man übrigens mit einfacheren Mitteln zum Ziele, und kann deshalb das Erwähnte dem Instrumente nicht zum Vorwurfe gereichen.

welchen Fernrohr und Libelle fest verbunden sind. Die Handhabung ist dieselbe wie bei den eben angeführten Instrumenten.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß der Transport des Instrumentes wesentlich dadurch erleichtert wird, daß die Stäbe m und n in den Stativfüßen untergebracht werden können, das Übrige aber in einem kleinen Etui, das man in der Tasche mit sich führen kann, Platz findet. Die Prüfung und mögliche Rektifikation sind so einfach, daß wir an diesem Orte darauf verzichten, etwas darüber zu erwähnen.

6. Der Spiegelhypsometer von Faustmann.*)

§ 108.

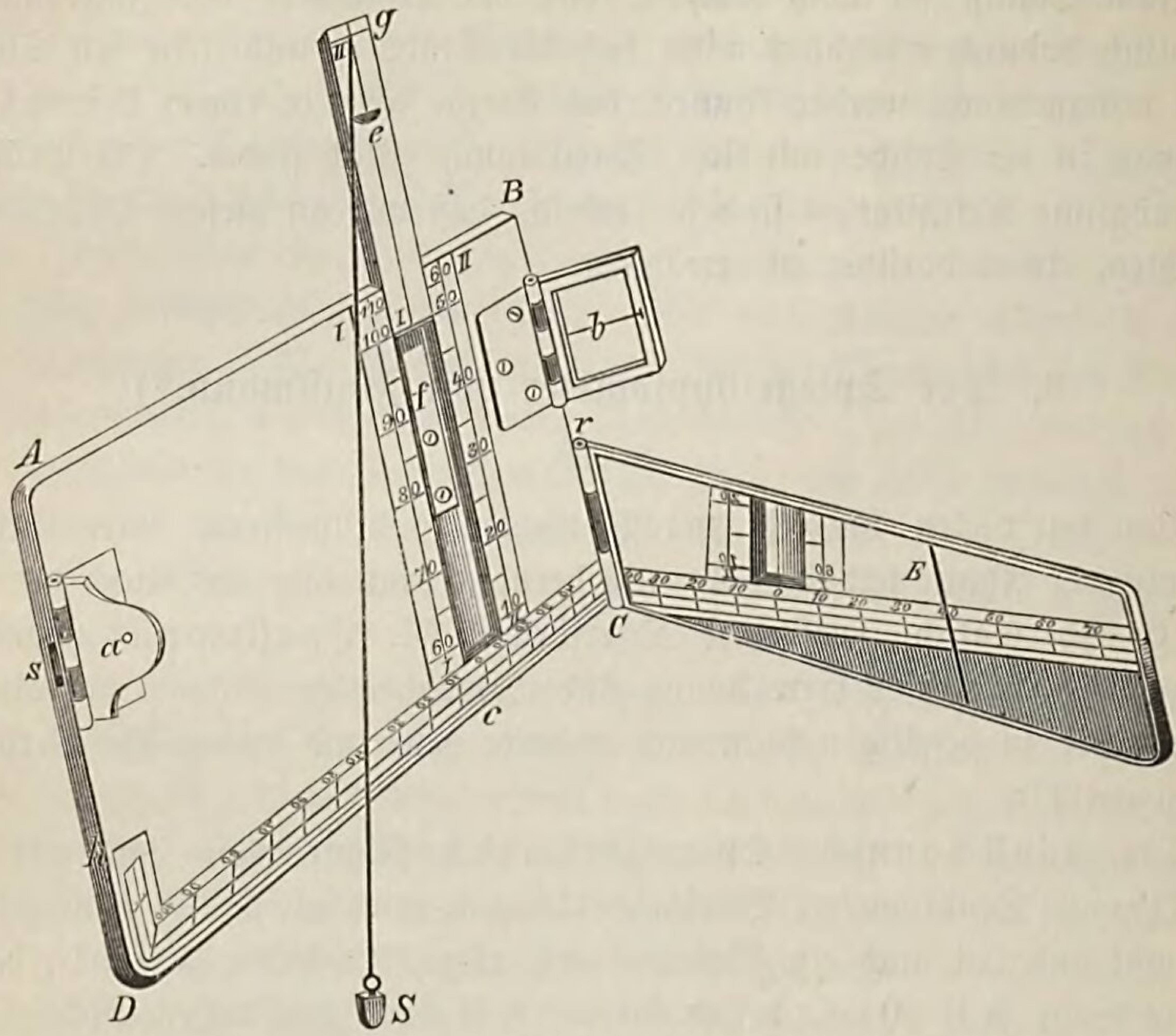
Von den vielen bis jetzt veröffentlichten Höhenmessern, deren Grundlage auf der Ähnlichkeit der Dreiecke beruht, kann hier nur noch der von dem Großherzoglich Hessischen Oberförster M. Faustmann erfundene Spiegelhypsometer Erwähnung finden, welcher die Mängel der älteren Höhenmesser zu beseitigen sucht und mehrere neue und wesentliche Verbesserungen enthält.

Der Faustmannsche Spiegelhypsometer, Figur 238, hat, wie der Winklersche Dendrometer, Brieftaschenformat, wird gleichfalls ohne Stativ gebraucht und hat auch ein ähnliches rechteckiges Brettchen A B C D, dessen längere Seite A B 20 cm, dessen kürzere A D 8 cm und dessen Dicke 9 mm beträgt. Das ganze Instrument ist so konstruiert, daß es in der Ruhe bequem in ein einfaches Pappdeckelfutteral gesteckt und in der Rocktasche nachgetragen werden kann. Außer dem rechtwinkeligen hölzernen Brettchen A B C D besitzt der Hypsometer noch eine Dioptervorrichtung a b, eine Höhenskala C D h, einen Beobachtungsspiegel E und ein an dem Schieber e aufgehängtes Senkel g S.

Die Diopter dienen zum Einvisieren der Höhenpunkte und bestehen aus einer Okularöffnung a zum Durchsehen und einem mit einem Roß-

*) Eine vollständigere Beschreibung und Gebrauchsanweisung dieses einfachen und billigen Instrumentes, als wir sie hier zu geben vermögen, befindet sich im Dezemberheft der „Allgemeinen Forst- und Jagdzeitung" 1856, herausgegeben von Professor Dr. Gustav Heyer in Gießen. Das ganze Instrument, welches ca. 6 Mk. kostet und sich für gewöhnliche Fälle der Praxis der Baumhöhenmessung überall bewährt hat, ist bei der Wittwe des Verfassers, Frau Oberförster Faustmann in Bessungen bei Darmstadt, zu beziehen. Auch Mechanikus Tesdorpf in Stuttgart liefert das Instrument in etwas besserer Ausstattung samt Etui für 11 Mk.

haare gespannten Objektiv b. Beide sind von Messing, zum Umlegen auf das Brettchen eingerichtet und mit letzterem durch Schrauben verbunden.



Figur 238.

Die Höhenskala C D h, deshalb so genannt, weil an ihr die Höhen direkt in Metern (Fußen u. s. w.) abgelesen werden, befindet sich parallel zur Visierrichtung a b am unteren Rande C D des Brettchens und setzt sich von da aus nach D h hin noch ein Stück weiter fort. Diese Skala besteht aus einem schmalen mit durchsichtigem Firniß überzogenen Papierstreifen und ist vom Nullpunkt c an gerechnet nach zwei Richtungen c D und c C hin in eine Anzahl vollkommen gleiche, 1—2 mm lange Teile geteilt. Wünscht man die Höhe in Fußen, so wird, wie in Figur 238, die Höhenskala von c nach D hin in 120, in der Richtung c C aber in 40 gleiche Teile geteilt. Wird Meterteilung vorgezogen, dann genügt es, die Skala c D in 40 gleiche Teile (Meter) und diese etwa noch durch kurze Strichelchen in halbe Einheiten (halbe Meter) zu teilen. Übrigens kann man sich auch unter der Fußteilung ganze, halbe oder viertel Meter denken. Die Teilstriche sind diametral von einem Punkte g aus gezogen,

welcher in der Ebene des Brettchens senkrecht über dem Nullpunkte c um 100 Skalateile von demselben entfernt liegt. In der Figur sind die Teilstriche nur von 10 zu 10 gezogen, in der Wirklichkeit ist aber ein jedes solches Intervall noch in 10 Teile geteilt, von welchen 1 Teil einen Fuß (Meter, halben Meter u. s. w.) in der Natur vorstellt.

Der Beobachtungsspiegel E besitzt die Länge des Brettchens, ist 25 Millimeter breit, in Messingblech gefaßt und um die Achse r C drehbar, so daß er bei der Ruhe auf das Brettchen A B C D aufgelegt und mit demselben in ein Futteral gesteckt werden kann. Da bei dem Gebrauch dieses Instrumentes die Höhenskala ein Bild in den ebenen Spiegel wirft, so ist man im stande das Visieren nach den Höhenpunkten und das Ablesen der Höhen im Spiegel gleichzeitig vorzunehmen, ein Vorzug, den keines der seitherigen Höhenmeßinstrumente besaß.

Der hölzerne Schieber e läßt sich senkrecht über der Höhenskala in einem in das Brettchen eingelassenen Falze f bewegen und damit er an jeder Stelle des Falzes festgestellt werden kann, ist in letzterem eine Feder von Messingblech angebracht, welcher den Schieber fortwährend an die schrägen Wände des Falzes andrückt. Durch diese Konstruktion hat die Höhenmeßkunde eine wesentliche Verbesserung erfahren, weil nach derselben der Aufhängepunkt g des Senkels g S, welcher bis jetzt an derartigen Instrumenten unbeweglich war, mit dem Schieber e auf- und abgeschoben werden kann. Hierdurch wurde es möglich den Aufhängepunkt des Senkels für jede beliebige Standlinie (Entfernung des Beobachters vom Fuße des zu messenden Gegenstandes) einzustellen, während man z. B. mit dem Winklerschen Höhenmesser nur in der Standlinie 20, 40, 60 und 80 Einheiten Messungen vornehmen kann. Zur Beurteilung der Stellung des Schiebers dienen die auf beiden Seiten des Falzes, in demselben Maße wie die Teile der Höhenskala aufgetragenen Skalen I und II, und die mit denselben römischen Ziffern bezeichneten Striche auf dem Schieber.

Wie man sieht, stimmt die an dem Falze befindliche Skala im Prinzipe genau mit der Einteilung der senkrechten Linie s v am Winklerschen Höhenmesser, Figur 234, überein, und da dieselbe gleichsam die Stand- oder Distanzlinie in verjüngtem Maße vorstellt, so wurde sie Distanzskala genannt. Es sind daher auch hier 10, 20 oder 30 Teile der Distanzskala gerade so groß wie 10, 20 oder 30 Teile der Höhenskala.

Die Entfernung der Striche zwischen I und II auf dem Schieber beträgt 50 Teile der Höhen- oder auch Distanzskala, und da sich der Schieber beliebig herausziehen und wieder mit dem Ende I oder II in den

Falz stecken läßt, so ist man dadurch im stande, den Aufhängepunkt g des Senkels der Höhenskala bis auf 10 Skalenteile zu nähern und ihn auch wieder bis auf 60 + 50 = 110 Skalenteile zu entfernen, d. h. man ist in der Lage die Standlinien zwischen 10 bis 110 Einheiten (Fußen) annehmen zu können. Bei dem Gebrauche hat man sich nur zu merken, daß der Schieberstrich I der Distanzskala I, der Schieberstrich II aber der Distanzskala II entspricht.

Soll nämlich die Entfernung des Aufhängepunktes des Senkels 10 bis 60 Teile betragen, so wird das Ende II des Schiebers eingeschoben; soll die Entfernung aber 60 bis 110 Teile enthalten, so steckt man das Schieberende I in den Falz. In der Zeichnung ist der Aufhängepunkt um 100 Teile von der Höhenskala entfernt, die Standlinie betrüge daher in diesem Falle analog dem Winklerschen Höhenmesser 100 Einheiten.

Das Senkel g S besteht aus einem an einem seidenen Faden hängenden Bleistäbchen S, welches in der Ruhe in die an dem Okular angebrachte Öffnung s eingesteckt wird.

Was die Theorie dieses in wesentlichen Teilen vervollkommneten Instrumentes anlangt, so stimmt dieselbe mit dem Winklerschen Dendrometer vollständig überein, und wir haben daher nur über den Gebrauch desselben noch einige Worte beizufügen.

Soll etwa die Höhe eines Baumes gemessen werden, so wählt man zunächst einen Standpunkt, von welchem aus man sowohl die Spitze als den Fuß des Baumes erblicken kann, und wo möglich in solcher Entfernung, daß die Höhe des Baumes beiläufig der horizontalen Standlinie gleichkommt. Die Standlinie wird in derjenigen Maßeinheit, Fußen, Meter, halbe Meter u. s. w. gemessen, in welcher man die Höhe des Baumes zu haben wünscht. Angenommen sie betrage 100 Fuß, so bringt man den Schieberstrich I genau mit dem Strich 100 der Distanzskala I in Übereinstimmung, richtet alsdann das Okular und Objektiv auf, nimmt das Senkel S aus seinem Behälter s heraus, läßt es frei an dem Brettchen A B C D schwingen, während man den Spiegel öffnet und mit der Visiervorrichtung a b genau die Spitze des Baumes einvisiert.

Da bei gehöriger Öffnung des Spiegels in demselben die Höhenskala und der Stand des Senkels sichtbar ist, so hat man nur nötig einen Blick in den Spiegel zu werfen und die Zahl, welche der Senkelfaden angiebt (in der Zeichnung 40), abzulesen.

Hierauf visiert man ebenso nach dem Fuße des Baumes und merkt sich die Ziffer, welche in dem Falle zu der vorigen Zahl addiert die ganze

Höhe des Baumes direkt giebt, als der Beobachter **über** dem Fußpunkte des Baumes steht. In diesem Falle wird auch der Faden bei der zweiten Visur stets auf der Seite c C des Brettchens, also von dem Beobachter ab zu liegen kommen. Sollte sich der Beobachter jedoch **unter** dem Fußpunkte des Baumes befinden, so wird bei beiden Visuren, aus demselben Grunde wie bei dem **Winklerschen** Höhenmesser, der Senkelfaden zwischen c und D, d. h. nach dem Beobachter hin schwingen. Um zur wirklichen Höhe zu gelangen, muß daher jetzt auch die kleinere Zahl von der größeren abgezogen werden.

Es ist einleuchtend, daß, bei gegebener Standlinie, man die Höhe eines Gegenstandes auch finden kann, wenn man den Schieber an jede beliebige Stelle der Distanzskala bringt, nur muß alsdann, zur Ermittlung der Höhe, noch eine kleine Rechnung angestellt werden. Da auch in diesem Falle das Dreieck in der Natur ähnlich ist dem Dreieckchen auf dem Brettchen, so verhält sich die Zahl der Distanzskala zur Zahl der Höhenskala, wie die gegebene Standlinie zur unbekannten Höhe H, d. h. es ist:

$$H = \frac{\text{Höhenskala} \times \text{Standlinie}}{\text{Distanzskala}}.$$

In allen den Fällen, in welchen die Standlinie über 110 Einheiten (Fuße, Meter) angenommen werden muß, die Höhe über 120 Einheiten beträgt, oder der Senkelfaden zu nahe an das Okular zu liegen käme, wendet man diese **mittelbare** Höhenmessung mit großem Vorteile an.

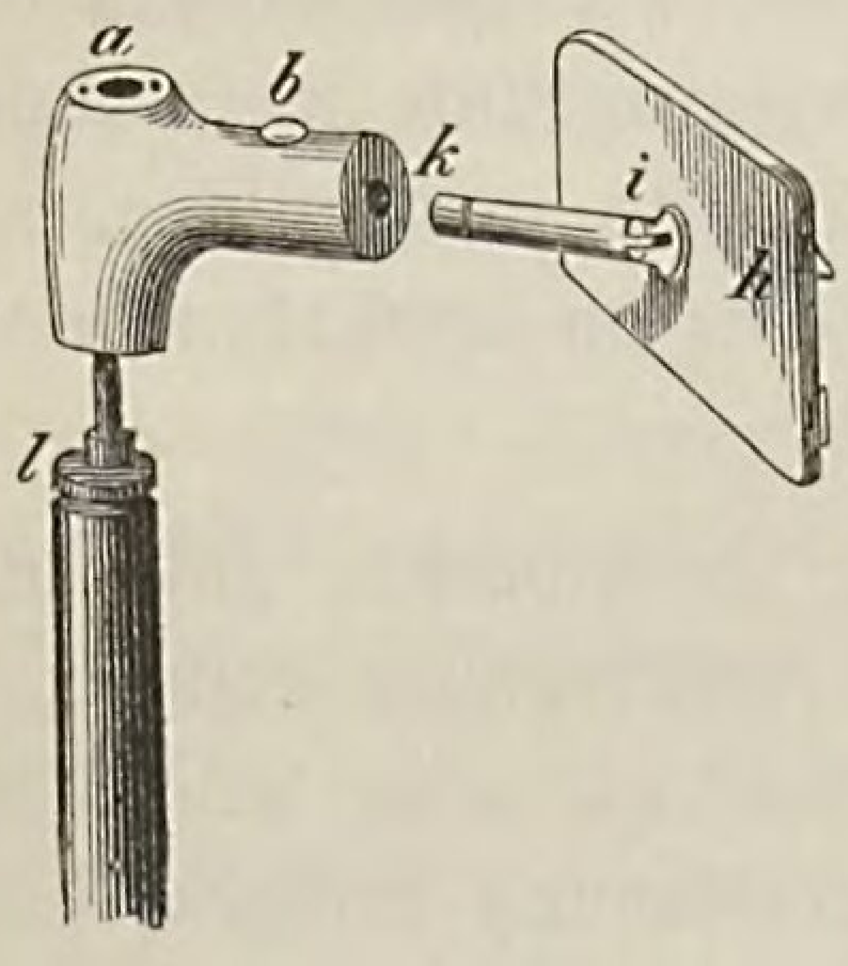
Auch zu Nivellierungsarbeiten, welche keinen großen Grad von Genauigkeit beanspruchen, z. B. bei dem Waldwegbau, zur Bestimmung des beiläufigen Gefälles, oder zum Abstecken einer geneigten Linie in einem gewissen Prozente, leistet der Spiegelhypsometer gute Dienste, namentlich wenn man ihm die nachfolgende Einrichtung giebt, welche wir an demselben in neuester Zeit anbringen ließen

Obgleich nämlich der **Faustmannsche** Höhenmesser sich schon in Hunderten Exemplaren in den Händen von Forstbeamten befindet, so ist doch schon wiederholt der Wunsch geäußert worden, man möge das Instrument mit einem einfachen Stative in Verbindung bringen, damit es auch von Leuten, welche eine weniger feste und ruhige Hand hätten, noch bequem und mit dem erforderlichen Grade von Genauigkeit gehandhabt werden könne. Daß der **Faustmannsche** Höhenmesser in Verbindung mit einem solchen Stative dann auch leichter für Nivellierarbeiten, wie sie dem Land- und Forstwirt bei Wegbauten u. s. w. vorkommen, gebraucht werden

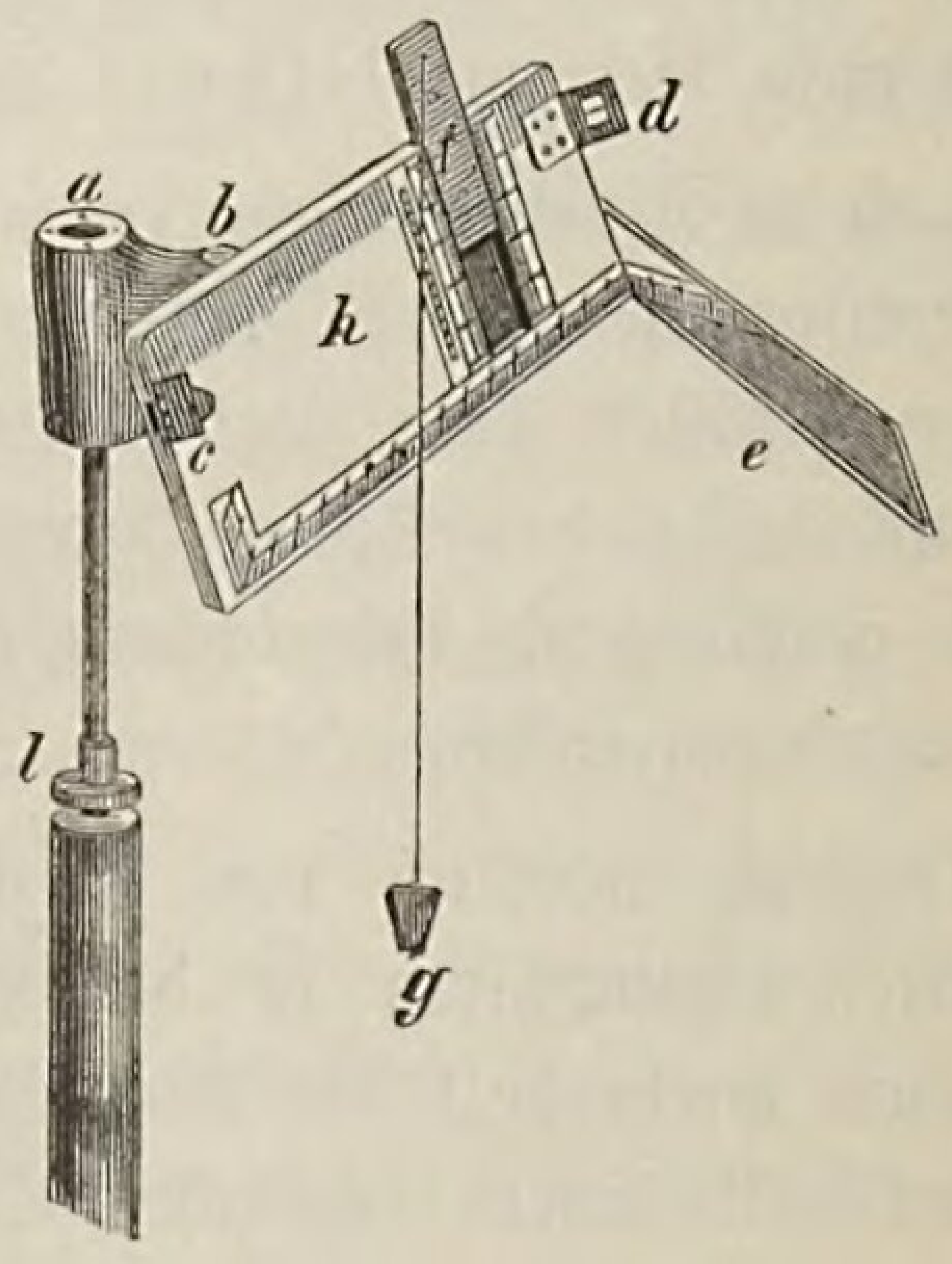
kann, wird jedem klar sein, der eine Vorstellung davon hat, auf was es bei derartigen Arbeiten besonders ankommt.

Dies veranlaßte uns, dem Faustmannschen Höhenmesser noch einige Zuthaten beizufügen, wie sie aus Figur 239 und 240 deutlich hervorgehen. Derselbe Stock nämlich, welchen wir bei der von uns konstruierten Kreuzscheibe, S. 72, bereits beschrieben haben, kann auch dem Faustmannschen Höhenmesser als Stativ dienen, wodurch beide an und für sich schon sehr billige und nützliche Werkzeuge noch billiger zu stehen kommen. Figur 239 stellt die Rückseite, Figur 240 die Vorderseite des Höhenmessers in Verbindung mit dem Stockstative vor.

Ein etwas kräftiger Spazierstock mit eiserner Spitze und einem krummen Griffe a b ist ähnlich einem Stockdegen ausgehöhlt und enthält einen hinlänglich starken Eisendraht a l, welcher oben am Griffe bei a eingelassen ist. Beim Transport sitzt der Griff a b fest auf dem oberen Ende l des Stockes auf, beim Gebrauche jedoch wird die Schraube l durch eine kleine Drehung aufgeschraubt und es kann dann der Griff samt Eisendraht herausgezogen und der Stock auf diese Art bis auf Brusthöhe verlängert werden. Zieht man dann die Schraube l wieder an, so bleibt Draht mit Griff und Stock fest verbunden, welch letzterer mit seiner eisernen Spitze dann in den Boden hinreichend tief eingesteckt wird, so daß das Stockstativ fest steht.



Figur 239.



Figur 240.

Auf der Rückseite des Höhenmessers, Figur 239, mitten in dem Brettchen ist ein Messinganſatz eingelassen, welcher bei i ein Gelenk hat, so daß das Instrument nach allen Seiten, ganz wie man es bei Messungen nötig hat,

bewegt werden kann. Das runde Ende des Messingansatzes wird in eine an der Seite des Stockgriffes angebrachte Öffnung k eingesteckt und durch die Schraube b festgebremst, so daß dann Höhenmesser und Stativ fest mit einander verbunden sind.

Will man nun mit diesem Instrumente z. B. die Höhe eines Baumes messen, so zieht man den Stock entsprechend aus, befestigt an dem Griff den Höhenmesser und stößt die Spitze des Stockes fest in den Boden ein. Hierauf visiert man mittelst der Visiervorrichtung c d, Figur 240, bei offener Schraube b nach dem Gipfel und dann nach dem Fuße des Baumes, schraubt jedesmal die Schraube b fest und liest die betreffenden Zahlen, wie bereits beschrieben, an der Höhenskala ab. Wer daher keine hinreichend ruhige Hand hat, kann auf diese Art Baumhöhen mit großer Genauigkeit messen.

Noch größere Vorteile bietet aber die beschriebene Konstruktion bei gewöhnlichen Nivellierarbeiten, wo in allen Fällen eine Handhabung des Instrumentes aus freier Hand mit Unbequemlichkeiten und Ungenauigkeiten verbunden ist. Will man nämlich mit diesem Instrument nivellieren so stellt man dasselbe auf dem Stockstativ so ein, daß das Senkel in dem Nullpunkt der Höhenskala einspielt, in welchem Falle die Visiervorrichtung c d eine horizontale Linie vorstellt.

Oder wollte man mit dem Instrument einen Weg mit z. B. 5 pCt. Steigung abstecken, so stelle man den Schieber f auf den Teilstrich 100 der Distanzskala ein, drehe den Höhenmesser in der Öffnung k so lange, bis das Senkel im Teilstrich 5 der Höhenskala steht und ziehe dann die Schraube b an, so ist die Visiervorrichtung um 5 pCt. gegen den Horizont geneigt.

Hinsichtlich der Anleitung zum Nivellieren selbst verweisen wir auf den folgenden Abschnitt.

Der Faustmannsche Höhenmesser, ganz von Messing, samt Etui und Stockstativ, kommt auf 40 Mk. zu stehen und wird von Mechanikus Tesdorpf in Stuttgart gefertigt. *)

II. Von dem trigonometrischen Höhenmessen.

§ 109.

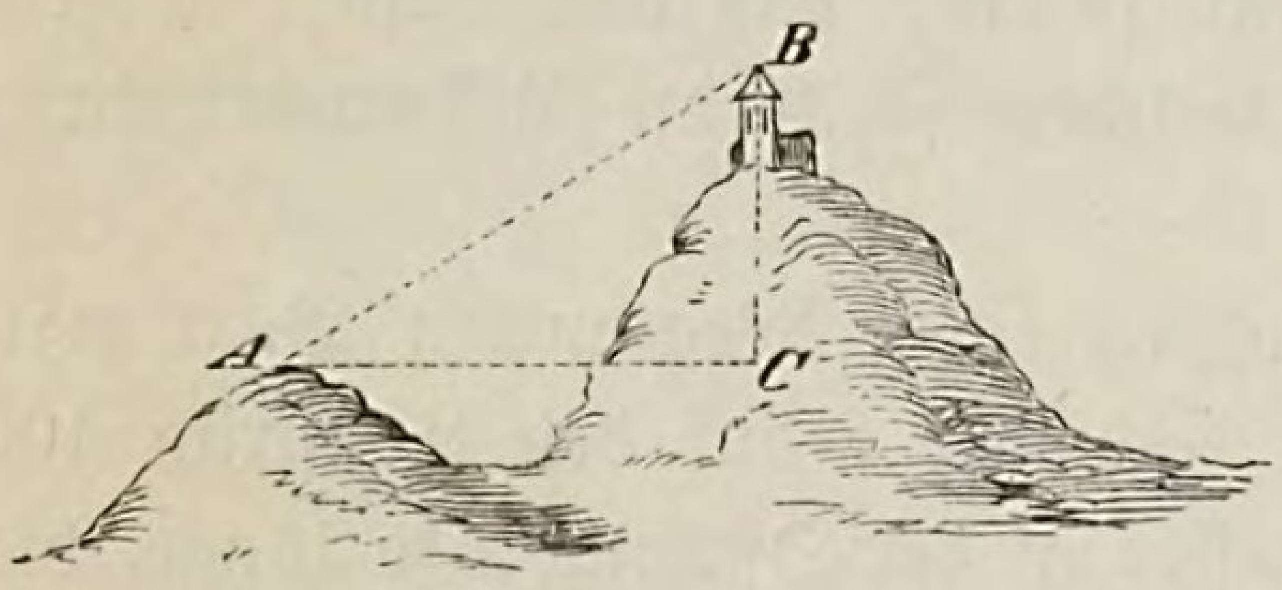
Das geometrische Höhenmessen wird namentlich von Forstwirten und Holzhändlern zur Bestimmung der Total= oder Schaftlängen stehender Bäume, sowie da angewendet, wo die zu bestimmenden Höhen nicht sehr

*) Auf die Anwendung des Boseschen Nivellierinstrumentes zu Höhenmessungen werden wir bei dem Abschnitte vom dem Nivellement zurückkommen.

bedeutend sind und keinen sehr hohen Grad von Genauigkeit erfordern. Werden jedoch von gewissen Objekten beträchtliche Höhen mit großer Schärfe verlangt, so führt nur das trigonometrische Höhenmessen zum gewünschten Ziele.

Die genaue Kenntnis der Höhen der Hauptpunkte eines Landes, nämlich der Berge, der hervorragenden Städte und Orte über der Meeresfläche, gewährt sowohl dem Staate, als den Privaten, ein hohes Interesse, denn die Höhen und Tiefen bilden wesentliche Faktoren zur richtigen Beurteilung der Vegetationsverhältnisse und des Klimas überhaupt, sie leisten wesentliche Dienste bei dem Eisenbahn- und Straßenbau u. s. w.

Da nun die hervorragenden Berge, die Kirchtürme u. s. w. meist auch die bei einer Landesvermessung gewählten Triangulationspunkte bilden, so erscheint es immer am zweckmäßigsten und wohlfeilsten die trigonometrischen Höhenmessungen gleichzeitig mit den Triangulationsarbeiten zu verbinden. Nun aber handelt es sich bei der Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Punkte A und B, Figur 241, nur um den vertikalen Abstand BC, welcher zwischen der Horizontalen AC und dem Gipfel B liegt. Die Punkte A, B und C bilden daher ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen unbekannte Höhe BC, wie die ebene Trigonometrie lehrt, leicht gefunden werden könnte, wenn die horizontale Entfernung AC und der Winkel BAC gegeben wären.



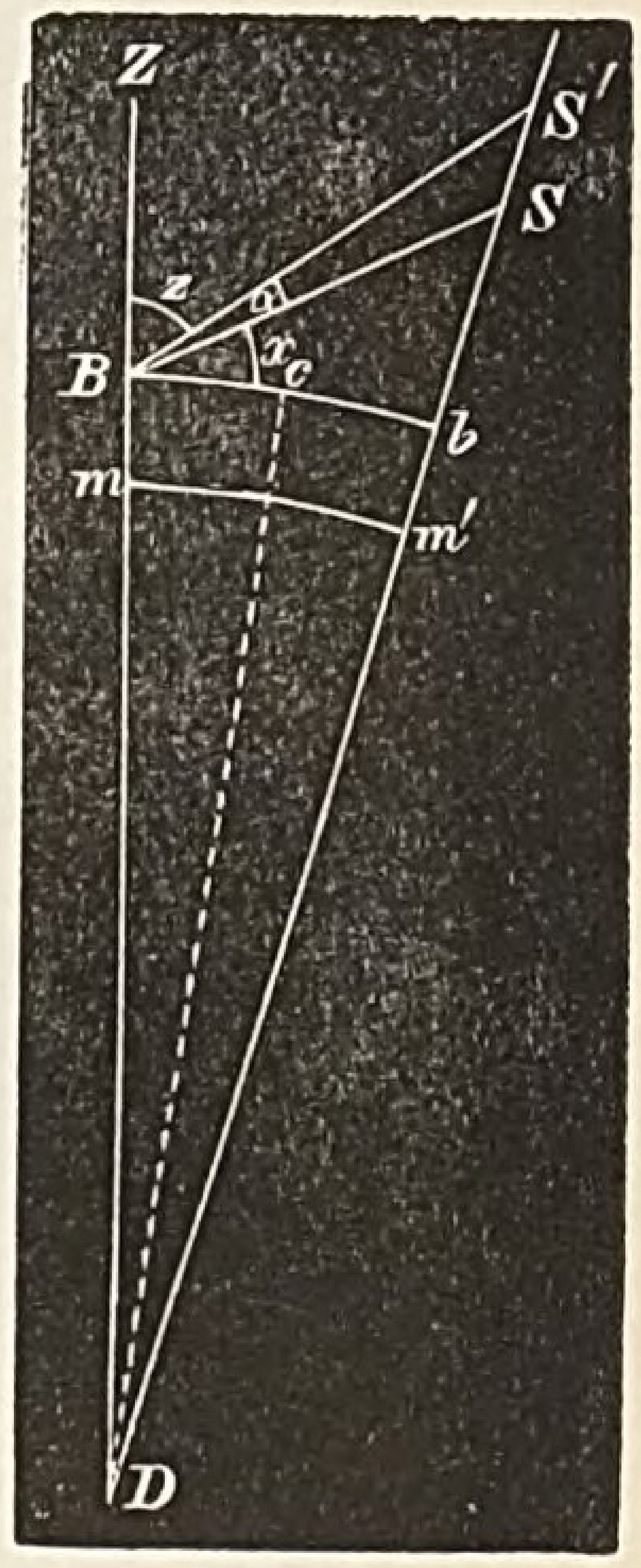
Figur 241.

Nehmen wir nun an, A und B seien zwei Triangulationspunkte, so wird der horizontale Abstand AC derselben bei der trigonometrischen Dreiecksberechnung nach § 79 gefunden und darf als bekannt vorausgesetzt werden; im andern Falle müßte man jedoch die Länge AC zuerst auf irgend eine Art ermitteln. Ebenso wird der Höhenwinkel BAC am zweckmäßigsten gleichzeitig mit der Beobachtung der Horizontalwinkel nach § 67 B aufgenommen und berechnet.

Die trigonometrische Höhenmessung nimmt nun, nach Vorausschickung dieser einleitenden Bemerkung, folgenden Verlauf: Es sei B, Figur 242, der Beobachtungspunkt, S der Gipfel eines Berges, dessen vertikaler Abstand von B berechnet werden soll, ferner Bm = bm' der Abstand des Punktes B von der Meeresfläche, D der Mittelpunkt der Erde, bB, welches ohne Fehler = mm' gesetzt werden kann, die geradlinige horizon-

tale Entfernung der Punkte B und S, welche durch die Triangulation ermittelt wurde, endlich S m' der Abstand des Punktes S von der Meeresfläche und S b der Abstand des Punktes S von B.

Denkt man sich nun einen Lichtstrahl aus den oberen dünneren Luftschichten bei S in die unteren dichteren Luftschichten bei B gelangen, so erleidet dieser nach den Gesetzen der Optik eine Berechnung zum Lote, was zur Folge hat, daß der Gipfel des Berges nicht in S, sondern etwas höher in S' zu liegen scheint. Der Winkel $\alpha = S'B\,S$, um welchen wir jeden Gegenstand zu hoch sehen, wird **Refraktionswinkel** genannt. Nach den Untersuchungen von **Laplace** und **Delambre** beträgt derselbe etwa 0,08 Teile desjenigen Winkels, welchen die beiden Radien B D und S D mit dem Durchmesser der Erde bilden.



Figur 242.

Um nun die Höhe S b des Berges finden zu können, bedürfen wir nur noch des Winkels S B b = x, welcher dadurch gefunden wird, daß man, wenn Z den Zenithpunkt des Beobachters bezeichnet, nach § 67 B die einfache Zenithdistanz Z B S' = z mißt, zu derselben den Refraktionswinkel α addiert, und die Summe von dem Winkel Z B b, welchen wir ohne Fehler als einen Rechten betrachten können, abzieht. Es ist dann $x = R - (z + \alpha)$.

Da sich nun in jedem rechtwinkeligen Dreiecke, also auch in S B b, die eine Kathete zu andern verhält, wie der sin tot zur Tangente des an der ersten Kathete anliegenden spitzen Winkels, so folgt aus Dreieck SBb:

$$B\,b : S\,b = \sin\text{ tot} : \operatorname{tg} x$$

und wenn man die gegebene Entfernung B b der Kürze halber = S und sin tot = 1 setzt:

$$S : S\,b = 1 : \operatorname{tg} x \text{ oder } S\,b = H = S \cdot \operatorname{tg} x.$$

Um den Winkel x noch genauer zu bezeichnen, hat man

$$z + \alpha + x + b\,B\,D = 2\,R,$$

ferner ist im Dreiecke b B D:

$$D + D\,B\,b + D\,b\,B = 2\,R,$$

und da $\sphericalangle\, D\,B\,b = \sphericalangle\, D\,b\,B$ ist, auch

$$D + 2\,b\,B\,D = 2\,R, \text{ daraus}$$

$$b\,B\,D = \frac{2\,R - D}{2} = R - \frac{D}{2}.$$

Wird dieser Wert in die obige Gleichung

$$z + \alpha + x + b\,B\,D = 2\,R$$

substituiert, so ergiebt sich ferner:

$$z + \alpha + x + R - \frac{D}{2} = 2\,R, \text{ oder}$$

$$x = 2\,R - R + \frac{D}{2} - \alpha - z = R - \left(z + \alpha - \frac{D}{2}\right),$$

daher auch

$$H = S \cdot \operatorname{tg} x = S \cdot \operatorname{tg}\left[R - \left(z + \alpha - \frac{D}{2}\right)\right].$$

Da nun die Winkelsumme $\left(z + \alpha - \frac{2}{D}\right)$ jedenfalls einen spitzen Winkel bildet, die Tangente von R weniger einen spitzen Winkel aber immer gleich der Cotangente des spitzen Winkels ist, so kann man auch setzen:

$$H = S \cdot \operatorname{cotg}\left(z + \alpha - \frac{D}{2}\right) =$$

$$S \cdot \operatorname{cotg}\,(z + 0{,}08\,D - 0{,}5\,D) =$$

$$S \cdot \operatorname{cotg}\,(z - 0{,}42\,D),$$

denn wie bereits bemerkt, ist $\alpha = 0{,}08$ vom Mittelpunktswinkel D.

In letzter Gleichung ist nur noch der Winkel D unbekannt, welcher wie folgt gefunden werden kann.

Wird nämlich der Winkel D durch die Linie D c halbiert, so ist auch $B\,c = c\,b = \frac{S}{2}$. Nun lehrt die Trigonometrie, daß nach dem Sinussatze $\frac{S}{2} = B\,D \cdot \sin\frac{D}{2}$ ist, und da ferner $B\,D$ = dem Erdhalbmesser = r gesetzt werden kann, so ergiebt sich:

$$\frac{S}{2} = r \cdot \sin\frac{D}{2}, \text{ daraus}$$

$$\sin\frac{D}{2} = \frac{S}{2\,r} \text{ oder } \sin D = \frac{2\,S}{2\,r} = \frac{S}{r}.$$

Nun ist aber D ein sehr kleiner Winkel, man ist daher berechtigt statt sin D zu setzen $D \cdot \sin 1''$, woraus sich ergiebt

$$D \cdot \sin 1'' = \frac{S}{r} \text{ oder } D = \frac{S}{r \cdot \sin 1''}.$$

Wird dieser Wert in die Gleichung

$$H = S \cdot \operatorname{cotg}\,(z - 0{,}42\,D)$$

substituiert, so erhält man endlich

$$H = S \cdot \mathrm{cotg}\left(z - 0{,}42 \cdot \frac{S}{r \cdot \sin 1''}\right) =$$

$$S \cdot \mathrm{cotg}\,(z - c) = S \cdot \mathrm{cotg}\,Z'.$$

In letzterer Gleichung drückt c die Korrektion $0{,}42\ \frac{S}{r \cdot \sin 1''}$ der unverbesserten Zenithdistanz, Z' aber die verbesserte Zenithdistanz aus.

Zu der auf diese Weise gefundenen Höhe b S muß noch die Instrumentenhöhe des Winkelmeßinstrumentes addiert, die Höhe der Signalstange aber abgezogen werden, wenn eine solche bei der Aufnahme über dem zu bestimmenden Höhenpunkt aufgerichtet war.

Wird zu dieser absoluten Höhe noch der Abstand B m des Punktes B über der Meeresfläche addiert, so erhält man die Meereshöhe des Punktes S.

Schließlich sei noch bemerkt, daß man den Refraktionswinkel natürlich da nicht zu berücksichtigen braucht, wo man sich mit etwas weniger genauen Resultaten begnügen kann, in welchem Falle man die Höhe H einfach nach der Formel $H = S \cdot \mathrm{cotg}\, z$ findet.

III. Von dem barometrischen Höhenmessen.

§ 110.

Die barometrische Höhenmessung hat sich in neuerer Zeit teils durch die Verbesserung der Instrumente, teils durch die Präzisierung der verschiedenen Korrektionskonstanten für Druck und Temperatur immer mehr in die praktische Meßkunde eingeführt und wird sowohl von Ingenieuren als von Forstverwaltungen zu topographischen Aufnahmen des Terrains behufs allgemeiner Vorarbeiten für den Entwurf von Wegnetzen in Anwendung gebracht. Dies der Grund, warum auch wir der letzteren mit einigen Worten gedenken*).

---

*) Wer sich näher über das barometrische Höhenmessen zu unterrichten wünscht, der lese nach in:

Dr. F. W. Barfuß „Handbuch der höheren und niederen Meßkunde",

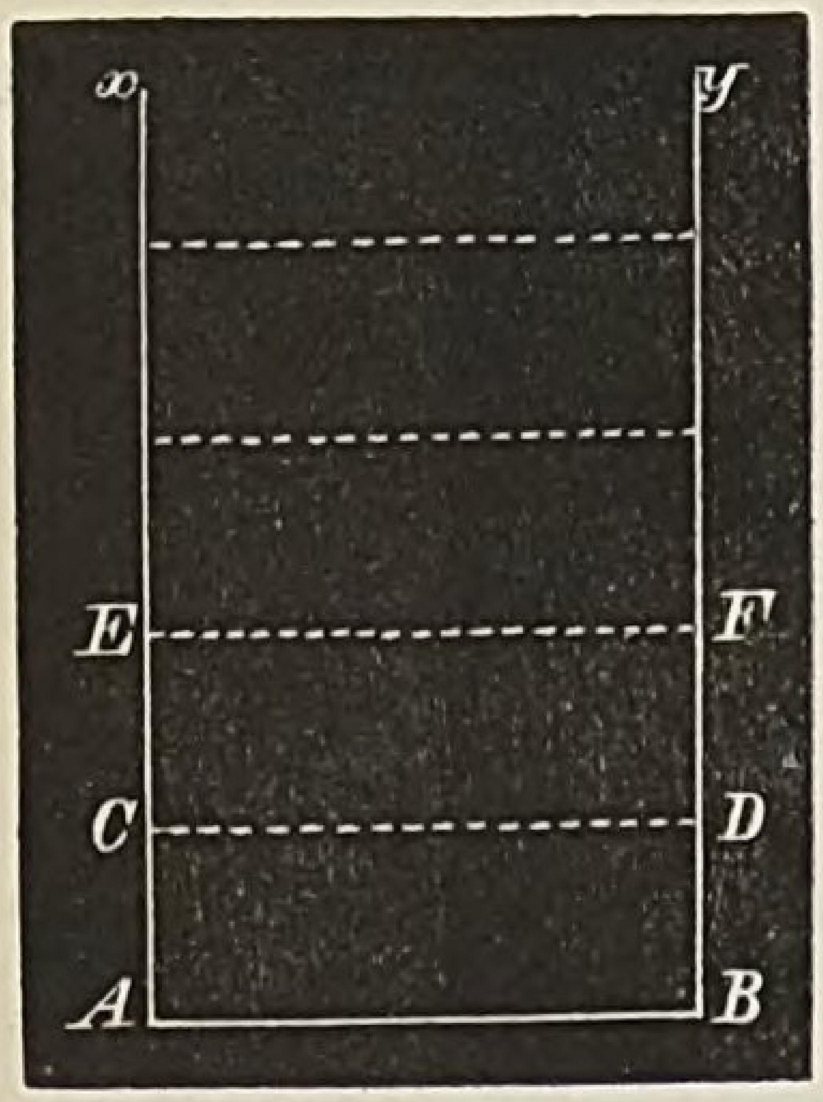
Friedrich Hartners „Handbuch der niederen Geodäsie",

S. Stampfer, theoretische und praktische Anleitung zum Nivellieren,

Dr. M Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde, Stuttgart 1869.

Dr. H. Schober, Hilfstafeln zur barometrischen Höhenbestimmung, nebst einer Anleitung zur Untersuchung und zum Gebrauch der Federbarometer. Zweite Auflage. Stuttgart 1874.

Bekanntlich übt die Atmosphäre auf unsere Erde einen gewissen Druck aus, welcher nach den im Jahre 1643 von Torricelli angestellten Versuchen, einer Quecksilbersäule von durchschnittlich 28 pariser Zoll oder abgerundet 760 Millimeter das Gleichgewicht hält. — Die Höhe der Quecksilbersäule in dem Barometer bleibt jedoch nicht gleich, sie nimmt vielmehr, wie dies zuerst von Pascal nachgewiesen wurde, immer mehr ab, je höher man mit dem Barometer steigt, und dies aus dem Grunde, weil die oberen Luftschichten immer dünner werden, und die darunter liegenden natürlich auf das Quecksilberniveau nicht mehr drücken können. Der Barometer kann daher mit Recht ein Luftschweremesser genannt werden, und wenn uns das Gesetz bekannt ist, nach welchem bei zunehmender Höhe der Barometer fällt, so müssen wir auch umgekehrt aus dem gefallenen Barometerstande die erstiegene Höhe annähernd ableiten können.



Figur 243.

Denkt man sich daher ein vertikal aufsteigendes Luftprisma, Figur 243, durch die Linien C D, E F . . . in lauter parallele und gleiche Schichten von solcher Höhe geteilt, daß die Dichte der Luft innerhalb einer solchen Schichte ohne Fehler als gleich angenommen werden kann, so ruht auf der Basis A B des Prismas das Gewicht der ganzen Luftsäule x A B y. Setzt man nun den auf der Basis A B lastenden Luftdruck = G_0, so ist G_0 das Gewicht der ganzen Luftsäule, welche oberhalb A B sich befindet; bezeichnet man ebenso den auf der 1. Schichte C D lastenden Druck mit G_1, so ist

$$G_0 - G_1 = g_1 \qquad 1)$$

gleich dem Gewichte der 1. Luftschichte A B C D. In dieser Weise sei der auf der n-ten Schichte lastende Druck G_n, so ist auch

$$G_{n-1} - G_n = g_n \qquad 2)$$

gleich dem Gewichte der n-ten Luftschichte.

Da nun die einzelnen Schichten gleiche Höhe und gleichen Querschnitt, also auch gleiche Volumina haben, so verhalten sich die Gewichte der Luftmassen der einzelnen Schichten, wie die Drucke, unter denen sie stehen, also

$g_1 : g_2 = G_1 : G_2$ ebenso

$g_1 : g_n = G_1 : G_n$ oder

$g_1 : G_1 = g_n : G_n$; daher durch übereinstimmende Addition $(g_1 + G_1) : G_1 = (g_n + G_n) : G_n$.

Aus Gleichung 1) folgt aber $G_0 = g_1 + G_1$; ebenso aus Gleichung 2): $G_{n-1} = g_n + G_n$, daher, wenn diese Werte in letzter Gleichung eingesetzt werden:

$$G_0 : G_1 = G_{n-1} : G_n, \text{ daraus}$$

$$G_n = \frac{G_1 (G_{n-1})}{G_0}.$$

Setzt man nun der Kürze halber $\frac{G_1}{G_0} = P$, so ist

$$G_n = P \cdot G_{n-1}$$

und wenn man für n nach und nach die aufwärts steigende Zahlenreihe annimmt, so ist zunächst für $n = 1$

$$G_1 = P \cdot G_{1-1} = P \cdot G_0$$

und für $n = 2$

$$G_2 = P \cdot G_{2-1} = P \cdot G_1 = P \cdot P \cdot G_0 = P^2 \cdot G_0.$$

Ebenso für $n = 3$

$$G_3 = P \cdot G_{3-1} = P \cdot G_2 = P \cdot P^2 \cdot G_0 = P^3 \cdot G_0.$$

Dem analog ist $G_n = P^n \cdot G_0$ oder $\frac{G_n}{G_0} = P^n$ und $\frac{G_0}{G_n} = \frac{1}{P^n}$.

Nun verhalten sich die Luftdrucke G_0 und G_n wie die Höhen der Quecksilbersäulen, d. h. wie die zugehörigen Barometerstände B_0 und B_n in den zugehörigen Schichten, also in der 0-ten und n-ten Schichte. Daher

$$G_0 : G_n = B_0 : B_n \text{ oder}$$

$$\frac{G_0}{G_n} = \frac{B_0}{B_n} = \frac{1}{P^n} = P^{-n}.$$

Drückt man die letzte Gleichung logarithmisch aus, so ist auch

$$\log \frac{B_0}{B_n} = - n \cdot \log P.$$

Stellt man die entsprechende Gleichung für die m-te Schichte auf, so hat man nur n in m zu verwandeln und erhält

$$\log \frac{B_0}{B_m} = - m \cdot \log P.$$

Dividiert man dann beide Gleichungen durch einander, so findet man

$$\frac{\log \frac{B_0}{B_n}}{\log \frac{B_0}{B_m}} = \frac{- n \cdot \log P}{- m \cdot \log P} = \frac{- n}{- m} = \frac{n}{m}.$$

Es giebt nun n die Anzahl der Schichten über der Basis A B in der zu bestimmenden Höhe H_n an, wo B_n den Barometerstand bezeichnet, und

entsprechend m die Anzahl der Schichten über derselben Basis A B in der Höhe H_m, wo B_m den Barometerstand bezeichnet, da alle Schichten gleich hoch sind, so verhält sich die Zahl n zur Zahl m, wie die entsprechende Höhe H_n zu H_m, also

$n : m = H_n : H_m$. Daher wird die vorige Gleichung

$$\frac{\log \frac{B_0}{B_n}}{\log \frac{B_0}{B_m}} = \frac{H_n}{H_m} \text{ oder}$$

$$\frac{H_m}{\log \frac{B_0}{B_m}} = \frac{H_n}{\log \frac{B_0}{B_n}}.$$

Da man nun für n und m ganz beliebige Werte setzen kann, so kann die vorstehende Gleichung nur bestehen, wenn jede Seite eine konstante Größe ist. Daraus folgt weiter:

$$\frac{H_m}{\log \frac{B_0}{B_m}} = C \text{ oder } \frac{H_n}{\log \frac{B_0}{B_n}} = C \text{ und}$$

$$H_n = C \cdot \log \frac{B_0}{B_n} = C (\log B_0 - \log B_n).$$

Man erhält also den Höhenunterschied zweier Orte, indem man an dem unteren und oberen Orte die Barometerstände B_0 und B_n gleichzeitig beobachtet, deren Logarithmen von einander abzieht und die Differenz mit der Konstanten C multipliziert.

Die Konstante C kann nun auf rein theoretischem Wege*) oder auch auf dem Wege des Versuchs dadurch bestimmt werden, daß man die Höhe eines Berges genau trigonometrisch bestimmt, am Fuße und Gipfel die Barometerstände B_0 und B_n beobachtet und alsdann die gefundene Höhe durch $\log \frac{B_0}{B_n}$ dividiert. Hiedurch fand Gauß, von welchem die oben entwickelte Formel herrührt, für C = 18 382 Meter**), es ist daher:

$$H_n = 18\,382 (\log B_0 - \log B_n).$$

Bei diesem Werte der Konstanten ist jedoch noch zu bemerken, daß er nur dann richtig ist, wenn die Temperatur der Luft und des Quecksilbers

*) Vergleiche „Mathematischer Supplementband zum Grundriß der Physik und Meteorologie" von Dr. J. Müller. 3. Auflage. Braunschweig 1875. S. 48—54.

**) Dr. H. Schober: Hilfstafeln zur barom. Höhenbestimmung giebt C = 18405 m. Dr. C. M. Bauernfeind: Elemente der Vermessungskunde = 18 404 m an.

in beiden Beobachtungspunkten gleich Null, und die Schwerkraft überall dieselbe ist, wie unter dem 45. Grade geographischer Breite an der Meeresoberfläche.

In der Wirklichkeit findet man jedoch diese sämtlichen Bedingungen niemals erfüllt, weshalb an der entwickelten Formel immer noch Korrektionen angebracht werden müssen, von welchen jedoch diejenigen wegen der Verschiedenheit der Lufttemperaturen in beiden Beobachtungsorten die größten sind.

Will man sich mit der etwas umständlichen Ableitung der Korrektionskoeffizienten wegen der Temperatur des Quecksilbers, der Schwerkraft u. s. w. exkl. der mehr ins Gewicht fallenden Lufttemperatur nicht befassen, aber trotzdem ein für die gewöhnlichen Zwecke des Lebens ausreichendes Resultat erhalten, so kann das nach dem Vorschlag D'Aubuissin de Voisin durch entsprechende Änderung der Konstanten bewirkt werden. Setzt man daher für die Lufttemperatur 0° die Konstante = 18 482 m, so braucht an der Formel $H_n = 18\,482 \,(\log B_0 - \log B_n)$ dann nur noch die Lufttemperatur berücksichtigt zu werden.

Setzt man aber das Volumen der Luft bei 0° C. = 1,0, so dehnt es sich bei jedem Grad C. um α aus, folglich geht das Volumen 1 bei t° C. über in

$$1 + \alpha \cdot t.$$

Nach genaueren Untersuchungen (Gay-Lussac) dehnt sich aber die Luft bei jedem Grad Celsius um 0,00367 aus, aus dem Volumen 1 wird daher bei t° C. = (1 + 0,00367 · t).

Setzt man nun die Temperatur am unteren Beobachtungsort T, am oberen T' und nimmt man als Mitteltemperatur $t = \frac{T + T'}{2}$ an, so läßt sich der Einfluß der Temperatur auf die Konstante nun leicht feststellen. Denn ist die Konstante für die Temperatur 0° = C_0 = 18 482, so ist für die Temperatur t° : $C_t = C_0 \,(1 + 0{,}00367 \cdot t)$ und die barometrische Höhenformel mit Berücksichtigung aller Korrektionen:

$$H_n = C_0 \,(1 + 0{,}00367 \cdot t)\,(\log B_0 - \log B_n).$$

Hiernach berechnet sich nun, z. B.:

1. Für die Temperatur 5° die Konstante $C_5 = 18\,482 \,(1 + 0{,}00367 \cdot 5) = 18\,482 \times 1{,}01835 = 18\,821$ m.

2. Für die Temperatur 10° : $C_{10} = 18\,482 \,(1 + 0{,}00367 \cdot 10) = 19\,160$ m.

3. Dem analog für die Temperatur $15°: C_{15} = 19\,499$ m } u. s. w.
" " " " $20°: C_{20} = 19\,838$ m

Für die Temperatur $-5°$ wird natürlich die Konstante kleiner, d. h. $C_{-5} = 18\,482\ (1 + 0{,}00\,367 \cdot -_5) = 18\,482\ (1 - 0{,}01\,835) = 18\,482 \times 0{,}98\,165 = 18\,143$.

Auf die vorstehende Weise kann man sich nun leicht die den verschiedenen Lufttemperaturen entsprechenden Konstanten berechnen.

Überhaupt sind kleinere und größere Irrtümer beim Gebrauch des Barometers unvermeidlich, und wird darum das trigonometrische Höhenmessen von keiner anderen Methode, hinsichtlich der Schärfe der Resultate, übertroffen. Ungenaues Ablesen der Barometerstände, fehlerhafte Temperaturbestimmung der Luft und des Quecksilbers, namentlich der häufig eintretende Temperaturwechsel, verbunden mit Änderungen in den Luftströmungen und der Luftfeuchtigkeit u. s. w. wirken oft auf die Richtigkeit der Resultate so störend ein, daß dadurch die sich einschleichenden Fehler weit größer werden können, als die wegen der abnehmenden Schwerkraft an der Formel angebrachten Korrektionen.

Früher verwendete man zu barometrischen Höhenmessungen Quecksilberbarometer, d. h. sogenannte Reisebarometer, welche sowohl Heber- als Gefäßbarometer sein können. Es gehören hierher die Reisebarometer von Fortin, Gay-Lussac, Rath u. s. w.*)

In neuester Zeit werden mehr Metall-, Feder- oder Aneroid-Barometer angewendet. Dieselben sind weit leichter transportabel, weniger zerbrechlich und daher, neben großer Genauigkeit, auch viel bequemer in der Handhabung. Das Prinzip dieser Barometer ist kurz folgendes:

Eine Metalldose mit dünnem, elastischen Metalldeckel wird sehr luftverdünnt gemacht. Je nach der Stärke des Luftdruckes wird dieser Deckel entsprechend niedergedrückt. Die hierdurch hervorgerufene geringste Bewegung wird durch ein Hebelwerk auf einen Zeiger übertragen, der vor einer Teilung so hergeht, daß nach vorausgegangener Vergleichung mit einem guten Quecksilberbarometer, eine Ablesung des Barometerstandes in Millimetern und Bruchteilen eines solchen möglich ist. Das von Vidi 1848 erfundene Metallbarometer erfuhr inzwischen verschiedene Verbesserungen.

---

*) Näheres über diese Instrumente: Bauernfeind, die Elemente der Vermessungskunde.

Vielfach im Gebrauch sind das Aneroid-Barometer (Baromètre holostérique) von Naudet*) und J. Goldschmid, Mechanikus in Zürich**). Verbessert wurden diese Instrumente in neuester Zeit durch Professor W. C. Röntgen***) in Gießen in der Art, daß an demselben Spiegelablesung angebracht wurde, wodurch auch die geringsten Differenzen in den Barometerständen noch zum Ausdruck gelangen können. Höhenmessungen mit diesem Barometer ausgeführt, stimmten bis auf 1 m und weniger mit Höhen überein, welche mit feinen Fernrohr-Nivellierinstrumenten vorher ermittelt wurden.

Sehr bemerkenswert ist jene Temperatur-Korrektion, welche der Mechaniker Bohne in Berlin an Instrumenten der Konstruktion Naudet angebracht hat, indem er den langen Hebelarm, welcher die Bewegung der Büchse auf das Zeigerwerk überträgt, aus einem Eisen- und Zinkstreifen so zusammensetzte, daß die bei jeder Temperaturzunahme stattfindende Krümmung der sich ungleich ausdehnenden Metallstreifen der gleichzeitigen Ausdehnung resp. Zusammenziehung der Büchse entgegen wirkt und dieselbe kompensiert. Die erforderliche Größe der Krümmung des Armes bei einer bestimmten Temperaturveränderung hängt von dem Temperatur-Koeffizienten der Aneroidbüchse ab, und durch Versuche wird jene Länge des Hebelarmes gefunden, welche in ihrer Krümmung gerade die Temperaturveränderung der Büchse annulliert. In der That ist es Herrn Bohne gelungen, die Temperatur-Korrektion seiner Aneroide innerhalb der Grenzen von 0 bis 30° C. für je 1° C. auf 0,00 bis 0,02 mm zu ermäßigen, was jedoch nicht ausschließt, daß man neue Instrumente vor der Benutzung zu Messungen genau auf ihre Temperatur-Korrektion prüfen soll — eine Prüfung, die bei den gewöhnlichen Naudetschen oder Goldschmidschen Aneroiden geradezu unerläßlich ist, wenn man nicht Ungenauigkeiten und fehlerhafte Resultate erhalten will. So fand z. B. Professor Koppe in Braunschweig

---

*) Vergleiche: Handbuch der niederen Geodäsie von Fr. Hartner, 5. Aufl., Wien 1876, Seite 574, und Carl Crug: Die Anfertigung forstl. Terrainkarten auf Grund barometrischer Höhenmessungen. Berlin 1878. S. 6. u. .

**) Neues Aneroid-Barometer, bestimmt zu barometr. Höhenmessungen nebst Anleitung zu dessen Gebrauch. Konstruiert von J. Goldschmid, Mechanikus in Zürich. 1869.

***) W. C. Röntgen: „Über ein Aneroid-Barometer mit Spiegelablesung", in den Annalen der Physik und Chemie von G. Wiedemann, neue Folge, Bd. IV. 6. 1878. Seite 305 u. f.

bei mehrjähriger Prüfung von 40 solchen Instrumenten die Temperatur-Korrektion im Durchschnitt für 1° C.:

zwischen 0°—10° = 0,071 mm
" 10°—20° = 0,046 mm
" 20°—30° = 0,030 mm

Die Vergleichung der Aneroide mit dem Quecksilber-Barometer und die Bestimmung der Verbesserungen für Temperatur, für Teilungsfehler und für Standveränderung geschieht am besten in einem physikalischen Laboratorium, da hierzu die Luftpumpe und Apparate zur beliebigen Änderung von Druck und Temperatur notwendig sind. Die Ausgleichung der Beobachtungen wird dann auf graphischem Wege ausgeführt und jedem Instrumente eine tabellarische Zusammenstellung der berechneten Koeffizienten beigefügt, die jährlich erneuert werden muß. Nur unter diesen Vorsichtsmaßregeln sollen Aneroide in den praktischen Gebrauch für Höhenmessungen und insbesondere für Terränaufnahme genommen werden, dann aber erfüllen sie ziemlich weitgehende Anforderungen an die Genauigkeit der Resultate, während hingegen der Gebrauch von nicht geprüften Aneroiden, deren Korrektionen man folglich nicht kennt, ernstlich zu widerraten ist.

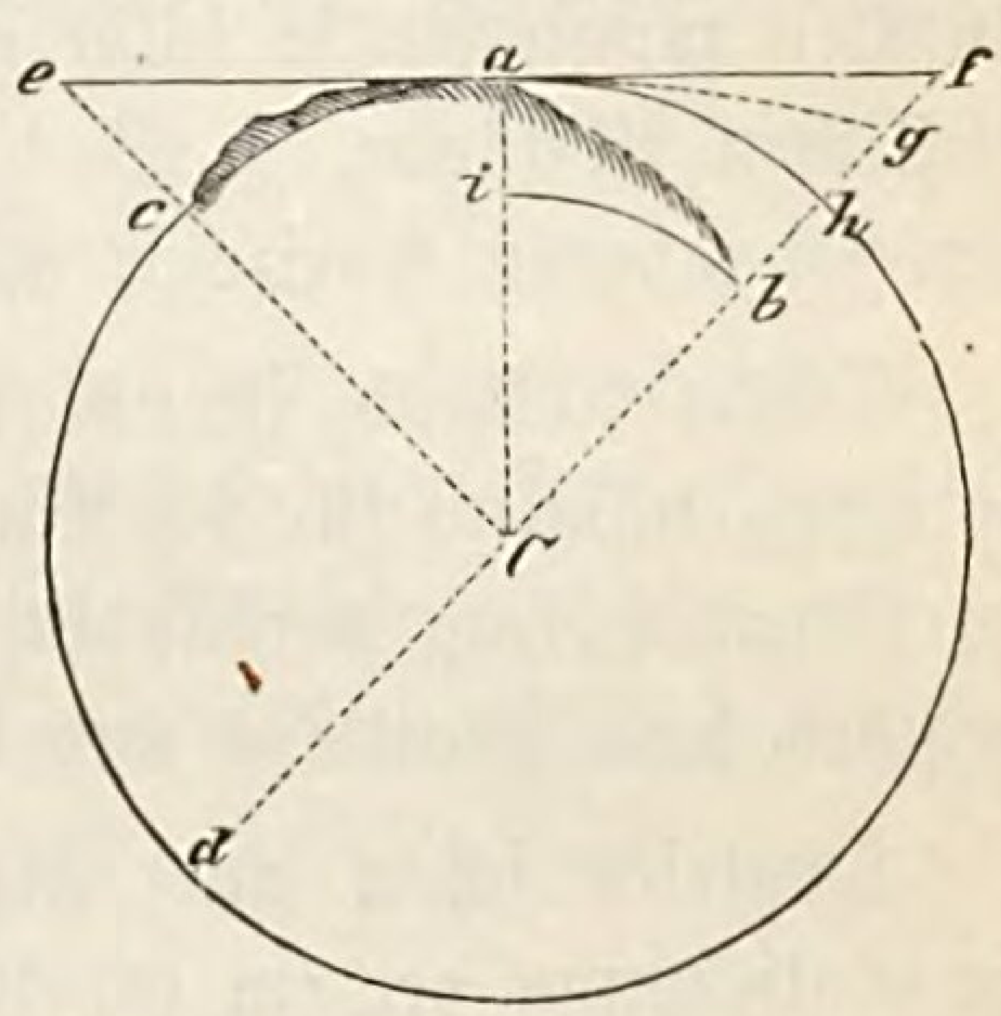
Zweiter Abschnitt.

Von dem Nivellement.

Vorbemerkungen über die Begründung des Nivellements.

§ 111.

Es wurde bereits § 102 bemerkt, daß ein Punkt gleich hoch, höher oder tiefer als ein anderer liegt, je nachdem jener eben so weit, weiter oder nicht so weit als dieser vom Mittelpunkte der Erde entfernt sei. Liegen nun alle Punkte einer Linie oder einer Fläche gleich hoch, wie dies z. B. an der ruhigen Oberfläche des Meeres der Fall ist, so nennt man jene eine wahre Horizontallinie, diese eine wahre Horizontalfläche. Denkt man sich daher, Figur 244, mit dem Erdhalbmesser C a = C h = r einen Kreis durch den an der Oberfläche liegenden Punkt a gezogen, so drückt die durch die Punkte c, a und h gehende Kreislinie c a h den wahren Horizont aus, während die den Berührungspunkt a tangierende gerade Linie e f der scheinbare Horizont genannt wird (§ 3). Hieraus ergiebt sich nun, daß der Punkt a der Erde offenbar höher liegen muß als b, eben weil er weiter vom Mittelpunkte C der Erde entfernt ist. Zieht man nun auch durch b einen Kreisbogen, so ist b i der wahre Horizont des Punktes b und der Höhenunterschied beider Punkte a und b ist jedenfalls dem Unterschiede des Abstandes der beiden wahren Horizonte a h und i b, nämlich dem Abstande a i = b h gleich.



Figur 244.

Das Abwägen oder Nivellieren hat daher, neben dem bereits § 102 angeführten allgemeinen Zwecke, noch die besondere Aufgabe, den Höhenunterschied der betreffenden Punkte aus ihren wahren Horizonten, d. h. die

Differenzen der Abstände jener Punkte von dem Mittelpunkte C der Erde zu bestimmen.

Zwei zu einem und demselben wahren Horizont gehörige Punkte c und h haben gar keine Gefälle, die Anziehungskraft der Erde wirkt auf beide gleich stark, so daß sie sich gegenseitig das Gleichgewicht halten; dagegen werden in dem erhöhten Punkte a befindliche Wasserteile das Bestreben zeigen, nach dem tieferen Punkt b hin abzufließen, d. h. sich zu nivellieren und mit b einen gemeinschaftlichen wahren Horizont zu bilden. Schon hieraus ergiebt sich die Notwendigkeit, das Gefälle immer nach dem wahren Horizonte zu bestimmen.

Die Aufgabe des Nivellements wäre hiernach nicht schwer, wenn uns die Mittel bekannt wären, etwa von dem Punkte a aus, einen wahren Horizont zu beschreiben und den senkrechten Abstand des Punktes b von demselben, nämlich b h zu bestimmen.

Hierzu dienen die Nivellierinstrumente mit ihren zugehörigen Gerätschaften. Da jedoch die wahren Horizonte immer Kreislinien wie c a h bilden, mit sämtlichen Nivellierinstrumenten aber nur scheinbare Horizontalebenen oder Horizontallinien, z. B. e f, d. h. gerade Linien beschrieben werden können, welche mit der gekrümmten Erdoberfläche an den fraglichen Punkten tangieren, so folgt hieraus, daß man bei dem Nivellement nie die wirklichen Abstände, z. B. b h, sondern immer den Abstand des Punktes vom scheinbaren Horizont, nämlich b f findet.

Dieser Abstand ist um die Abweichung des wahren vom scheinbaren Horizont, nämlich für die Punkte a und b um h f, zu groß, und muß daher um diesen Betrag vermindert werden, wenn der Höhenunterschied a i = h b zwischen dem Punkte a und b bestimmt werden soll.

Obgleich schon aus Figur 244 folgt, daß die Abweichung h f mit der Entfernung der zu nivellierenden Punkte wächst, so ist es doch notwendig, dieselbe in einer meßbaren Größe auszudrücken, was wie folgt geschieht:

A. Einfluß der Erdkrümmung.

Da aus der Geometrie bekannt ist, daß, wenn aus einem außerhalb des Kreises gelegenen Punkte f eine Sekante f d und eine Tangente f a gezogen wird, die Tangente die mittlere Proportionale zwischen der ganzen Sekante und ihrem außerhalb des Kreises

liegenden Abschnitte fh ist, so ergiebt sich zunächst folgende Proportion: $fd : af = af : fh$, oder wenn man $fd = fh + hd = fh + 2r$ ($2r = D =$ Erddurchmesser); ferner $af = E =$ der Entfernung der zu nivellierenden Punkte, und endlich $fh = \delta =$ der Abweichung des wahren Horizontes von dem scheinbaren setzt:

$$(2r + \delta) : E = E : \delta; \text{ daraus}$$
$$E^2 = (2r + \delta)\,\delta = 2r\delta + \delta^2.$$

Da nun δ im Verhältnis zum Erdhalbmesser r jedenfalls verschwindend klein ist, so kann um so mehr δ^2 ohne Fehler vernachlässigt werden, d. h. man hat, wenn man für den doppelten Radius 2 r den Erddurchmesser $D = 12\,733\,488$ m setzt: $E^2 = 2r \cdot \delta$ oder

$$\delta = \frac{E^2}{2r} = \frac{1}{2r} \cdot E^2 = \frac{1}{D} \cdot E^2 =$$

$$\frac{1}{12\,733\,488} \cdot E^2 = 0{,}0\,000\,000\,785 \cdot E^2;$$

d. h. man findet die Erhöhung des scheinbaren Horizontes über den wahren für jede beliebige Entfernung, wenn man das Quadrat dieser Entfernung mit 0,0 000 000 785 multipliziert.

Wäre z. B. die Entfernung der zu nivellierenden Punkte = 1000 m, so beträgt die abzuziehende Abweichung des scheinbaren von dem wahren Horizont:

$$\delta = 0{,}0000000785 \times 1000^2 = 0{,}0000000785 \times 1000000 = 0{,}0785\,\text{m} = 7{,}85\,\text{cm}.$$

Der Einfluß der Erdkrümmung auf die Abweichung des wahren von dem scheinbaren Horizonte läßt sich aus dem rechtwinkeligen Dreiecke a f C, Figur 244, noch kürzer wie folgt ableiten. Es ist nämlich:

$$fC^2 = af^2 + aC^2 = E^2 + r^2 \text{ und da } fC = r + fh = r + \delta \text{ ist:}$$
$$(r + \delta)^2 = E^2 + r^2; \text{ hieraus}$$
$$r^2 + 2r\delta + \delta^2 = E^2 + r^2 \text{ und}$$
$$2r\delta + \delta^2 = E^2$$
$$\delta(2r + \delta) = E^2$$
$$\delta = \frac{E^2}{2r + \delta};$$

da aber δ gegen $2r = D =$ Erddurchmesser eine verschwindend kleine Größe ist, so kann δ im Nenner des Bruches ohne Fehler vernachlässigt werden und man erhält wie oben:

$$\delta = \frac{E^2}{2r} = \frac{E^2}{D} = \frac{1}{D} \cdot E^2.$$

S. Stampfer schlägt in seiner Anleitung zum Nivellieren, Wien 1869, Seite 5, noch einen dritten Weg zur Berechnung von δ ein, welcher sich durch etwas größere Genauigkeit auszeichnet. Da jedoch diese Entwicklung zu demselben praktischen Resultate führt, so kann sie hier unberücksichtigt bleiben.

B. Einfluß der Strahlenbrechung.

An der soeben entwickelten Formel $\delta = 0{,}0\,000\,000\,785 \cdot E^2$ ist noch eine kleine Korrektion wegen der Brechung der Lichtstrahlen anzubringen, denn wie schon in § 109 angeführt wurde, scheinen nach dem Gesetze der Strahlenbrechung in der verschieden dichten Atmosphäre alle Gegenstände dem beobachtenden Auge höher zu liegen als sie wirklich sind.

So liegt z. B. der Punkt f der Horizontallinie a f um das Stück h f höher als der Anfangspunkt a, und der Gegenstand f, welcher von a aus gesehen wird, liegt daher in Wirklichkeit nicht in f, sondern etwas tiefer in g, d. h. es gelangt der Lichtstrahl in der Richtung der Kurve g a ebenso ins Auge, als käme er von der Geraden f a. Der Grad der Krümmung des Lichtstrahls hängt von dem Zustande der Atmosphäre ab und ist deshalb zu verschiedenen Zeiten verschieden. Deshalb weichen auch die über die Refraktion angestellten Versuche mehr oder weniger von einander ab. Nach Gauß beträgt der Refraktionswinkel f a g, Figur 244, im Mittel 0,0653 des Winkels a C f, d. h. des Winkels, welchen die Endpunkte a und b der zu nivellierenden Strecke mit dem Mittelpunkt der Erde bilden. Man kann jedoch, wenn man sich über diesen Punkt in keine tieferen Erörterungen einlassen will, ohne wesentlichen Fehler annehmen, daß jeder beliebige Punkt im scheinbaren Horizonte um $^1/_8$ seiner Erhöhung über dem wahren Horizont höher gesehen wird, um welchen Betrag daher δ zu vermindern bleibt.

Mit Berücksichtigung der Refraktion (Strahlenbrechung) beträgt daher die Erhöhung des scheinbaren über den wahren Horizont nur:

$$\delta = 0{,}0\,000\,000\,785 \cdot E^2 - \frac{0{,}0\,000\,000\,785 \cdot E^2}{8} =$$
$$0{,}0\,000\,000\,785 \cdot E^2 - 0{,}0\,000\,000\,098\; E^2 =$$
$$0{,}0\,000\,000\,687 \cdot E^2.$$

Wäre z. B. die Entfernung der zu nivellierenden Punkte = 1000 m, so beträgt:

$\delta = 0{,}0\,000\,000\,687 \cdot 1000^2 = 0{,}0\,000\,000\,687 \cdot 1\,000\,000 = 0{,}0687\,\mathrm{m} = 6{,}87\,\mathrm{cm}.$

Für 100 m Entfernung würde die Korrektion nur 0,0 000 000 687 · 100^2 = 0,000 687 m = 0,687 mm betragen, woraus sich ergiebt, daß die Abweichungen bei noch geringeren Entfernungen, selbst für die genauesten Arbeiten, verschwindend kleine Größen sind.

Nur bei größeren Distanzen und bei Arbeiten, welche eine große Genauigkeit erheischen, pflegt man daher die Korrektionen anzubringen.

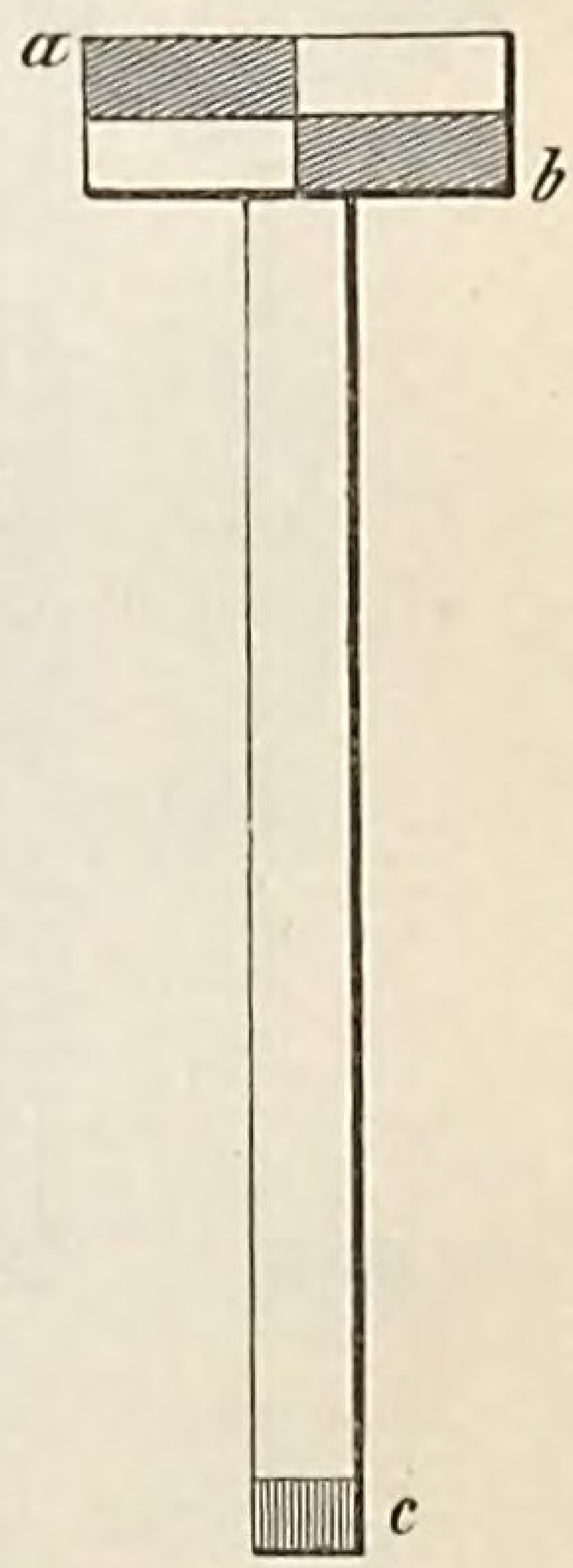
Um letztere jedoch nicht für jeden Fall besonders berechnen zu müssen, hat man die Abweichungen für die verschiedenen Entfernungen ermittelt und in besonderen Tafeln zusammengestellt. Es versteht sich von selbst, daß diese Tafeln für jedes landesübliche Maß besonders aufgestellt werden müssen.

I. Beschreibung des zum Nivellieren erforderlichen Nebenapparates.

1. Die Kreuzvisiere.

§ 112.

Es sind in der Regel 3 cm starke, 9—10 cm breite und 1—1,5 m lange, gleich hohe Holzstäbe, an deren einem Ende ein etwa 0,4 m langes und 12—15 cm breites Querbrettchen a b, Figur 245, befestigt ist. Um ein besseres Absehen zu haben, wird die vordere Seite des Querbrettchens a b entweder in vier gleiche Felder geteilt, von welchen die zwei diagonal gegenüber liegenden weiß, die anderen schwarz angestrichen werden, oder man streicht das ganze Brettchen a b schwarz, bei einem zweiten rot, bei einem dritten weiß an.



Figur 245.

Die beim Gebrauche zusammen gehörigen Kreuzvisiere sollen eine vollkommen gleiche Länge besitzen, auf welche Eigenschaft sie vor der Anwendung immer geprüft und nötigenfalls berichtigt werden müssen. Um ein Abnutzen der unteren Teile zu vermeiden, wird das Ende c mit starkem Eisenblech beschlagen.

Die Kreuzvisiere sind bei Abwägungen, besonders bei Weganlagen und Planierungen von Plätzen, sowie überhaupt bei Arbeiten, welche sich auf Abwägungen gründen, sehr nützliche und viel verbreitete Werkzeuge. Bei dem Gebrauche derselben zu irgend einer Arbeit sind immer mindestens drei Stück erforderlich, und behalten wir uns vor, später auf die Anwendung derselben nochmals zurückzukommen.

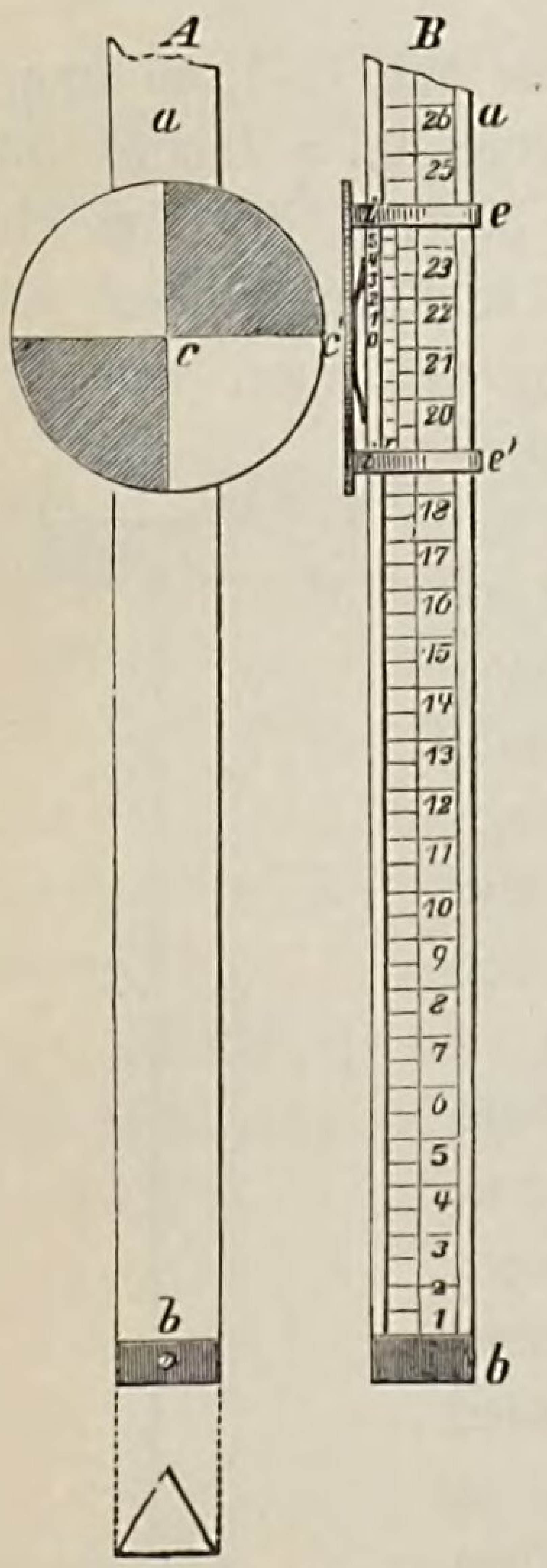
2. Die Nivellierlatten.

§ 113.

Wie bereits § 111 erwähnt, bedarf man bei dem Nivellement einer besonderen Vorrichtung, welche dazu dient, die zwischen den abzuwägenden Punkten und den durch die Nivellierinstrumente beschriebenen scheinbaren Horizonten liegenden senkrechten Abstände abzulesen. Die hierher gehörigen Werkzeuge werden Nivellierlatten genannt.

Die bei den verschiedenenen Nivellierungsarbeiten vorkommenden Nivellierlatten lassen sich in drei Gruppen bringen. Man unterscheidet nämlich: Latten mit beweglichen Zielscheiben oder Schieblatten; Latten mit nicht verschiebbaren, d. h. festen Zieltafeln und Latten ohne Zieltafeln. Wir wollen nun von jeder Gruppe eine Form kurz beschreiben.

A. Latten mit beweglicher Zielscheibe.



Figur 246.

Diese Nivellierlatte, Figur 246, besteht vielfach aus einem 2,5—3 m langen, 6 cm breiten, dreieckigen prismatischen Stabe von geradfaserigem Fichtenholze, welches gut ausgetrocknet sein muß und sich nicht werfen darf. An diesem Stabe a b, welcher unten und oben mit Eisenblech beschlagen ist, läßt sich ein kreisrundes, 15—18 cm im Durchmesser haltendes Scheibchen c von starkem Eisenblech sanft auf- und abbewegen.

Das Scheibchen ist, wie die vordere Ansicht A zeigt, ähnlich wie das Kreuzvisier, in vier abwechselnd weiß und schwarz angestrichene Felder geteilt und besitzt, wie aus der Seitenansicht B hervorgeht, zwei Öhren i e und i' e', durch welche der Stab a b gesteckt werden kann.

Im Centrum c' der hinteren Fläche des Scheibchens ist endlich noch eine einfache Stahlfeder angeschraubt, welche an den Stab a b drückt und so die Scheibe an jeder Stelle des Stabes festzuhalten vermag.

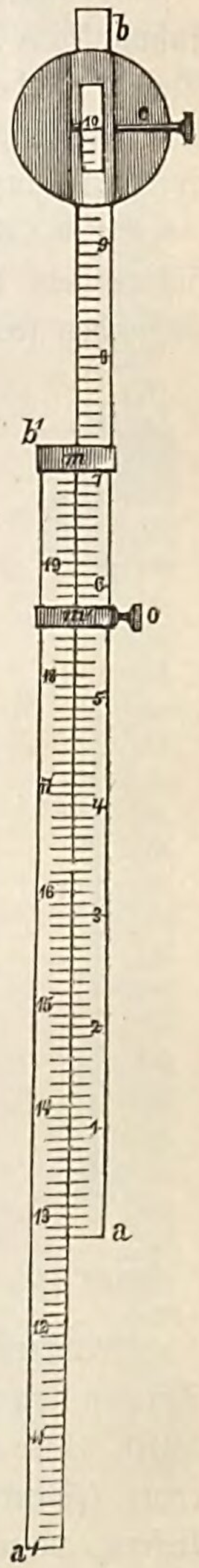
Um ein genaues Ablesen der senkrechten Abstände vornehmen zu können, ist der Stab a b an einer Seite in Centimeter eingeteilt und an dem

hinteren Teile des Scheibchens ein mit letzterem verschiebbarer Nonius i i' von solcher Einteilung angebracht, daß Höhen bis zu einem Millimeter bestimmt werden können. Selbstverständlich muß der Nullpunkt des Nonius genau dem Mittelpunkt des Scheibchens c entsprechen.

Wie aus der Theorie des Nonius hervorgeht, werden an dem Stabe a b die Centimeter und an dem Nonius die zugehörigen Millimeter abgelesen. Die Nivellierlatten werden am besten decimal eingeteilt.

Öfters wird die runde Scheibe durch eine rechteckige Tafel, ähnlich der am Kreuzvisiere, ersetzt. Diese ist dann in der Regel in ihrer Mitte c durchbrochen, wodurch die Einteilung der Latte sichtbar und ein bequemes Ablesen der Höhen möglich wird.

Es kommt bei steilem Terrain häufig vor, daß der an der Nivellierlatte zu messende vertikale Abstand größer als die Latte a b ist, daß letztere daher nicht ausreicht. In diesem Falle hilft man sich damit, daß man, wie aus Figur 247 hervorgeht, zwei Latten a b und a' b' durch die Metallhülsen m und m' in schicklicher Weise so mit einander verbindet, daß die Latte a b an der Latte a' b' auf- und abgeschoben und an jeder beliebigen Stelle mittelst der Klemmschraube o festgestellt werden kann. Man verwendet dann aber keine Stäbe von der Gestalt eines dreiseitigen Prismas, Figur 246, sondern gewöhnliche Latten von etwa 3 cm Dicke, 6 cm Breite und 3 m Länge.



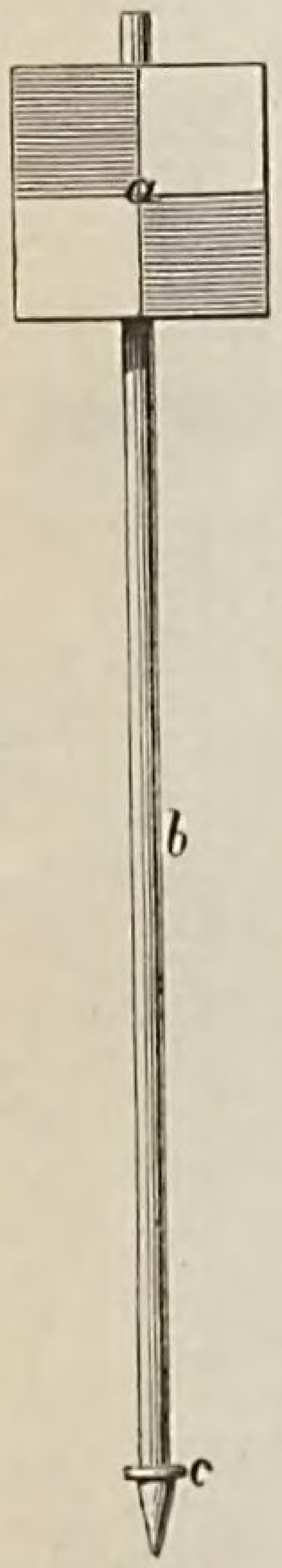
Figur 247.

In Figur 247 ist z. B. die Latte a b nach altem Maße noch in 10 einzelne Fuße und jeder Fuß wieder in 10 Zolle geteilt. Die hier auf der Rückseite durchbrochene Scheibe steht hier mit ihrem Centrum gerade auf 10 Fuß. Sollen nun noch größere Abstände gemessen werden, so teilt man noch eine zweite gerade so lange Latte a' b' ebenfalls in 10 einzelne Fuße und jeden Fuß wieder in 10 einzelne Zolle, beschreibt aber die Latte a' b fortlaufend an das Ende von a b anschließend; beginnt daher nicht mit 1, sondern hier z. B. mit 11, 12, 13 u. s. w. Soll nun mit diesem Instrumente richtig abgelesen werden, so muß die Zielscheibe c gerade auf der Zahl stehen, mit welcher der Anfang a' der Latte a' b' beginnt. Denn steht z. B. die Latte a b auf dem Boden auf, so daß a und a'

in gleicher Höhe liegen, während die Scheibe c z. B. auf 10 Fuß steht, so kann jetzt offenbar jede größere Höhe bis zu etwa 20 Fuß an der Latte a′ b′ an dem Punkte a abgelesen werden, wenn die Latte a b, ohne die Zielscheibe zu verrücken, nach Bedürfnis hinaufgeschoben wird.

Die Ablesung erfolgt bei diesen verlängerten Latten daher stets am Fußpunkte a der Latte a b. Damit aber auch bis auf Linien genau abgelesen werden kann, ist der erste Zoll bei a, der Latte a b, in einzelne Linien einzuteilen. Ganz ähnliche Latten können natürlich auch mit Metereinteilung angefertigt werden.

Bei der Nivellierlatte mit beweglicher Scheibe werden die betreffenden Höhen stets durch einen Gehilfen abgelesen, was mit Unannehmlichkeiten verbunden sein kann, wenn derselbe in seinen Angaben nicht zuverlässig ist.



Figur 248.

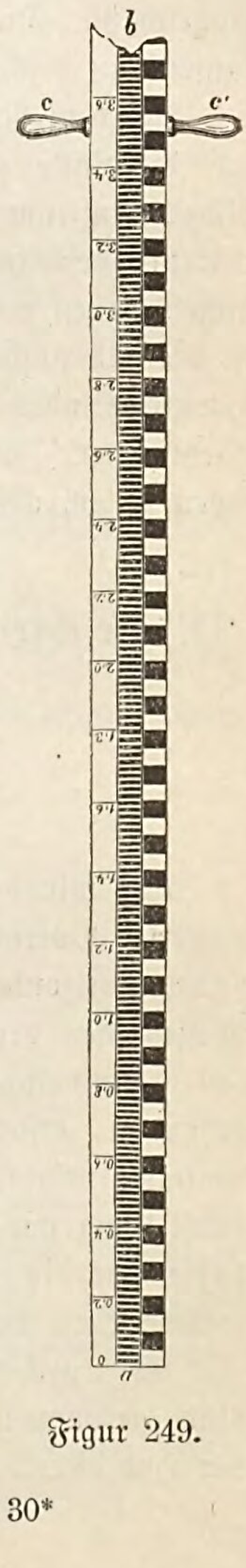
B. Latten mit nicht verschiebbarer Zielscheibe.

Die hierher gehörigen Nivellierlatten kommen nur bei einer besonderen Form einfacherer Nivellierinstrumente (sogenannten Pendel-Nivellierinstrumenten) in Anwendung. Sie bestehen aus einem einfachen, runden Holzstabe b, Figur 248, an dessen oberem Ende eine quadratförmige (auch runde) Zielscheibe a fest angeschraubt ist, und dessen unteres Ende meist in eine eiserne Spitze ausgeht, um das Instrument in den Boden bis zum Rande c einstecken zu können. Der Stab selbst ist hier nicht eingeteilt, wohl aber die Entfernung zwischen a und c eine konstante. Auf den Gebrauch dieser Instrumente werden wir später, namentlich bei dem Boseschen Nivellierinstrument, nochmals zurückkommen.

C. Latten ohne Zielscheibe.

Während die Latten mit beweglichen Scheiben bei allen möglichen Formen von Nivellierinstrumenten benutzt werden können, sind die Nivellierlatten ohne Zielscheiben nur für Instrumente mit Fernrohr und Fadenkreuz (Fernrohrinstrumente), welche die anvisierten Gegenstände vergrößert liefern, verwendbar, weil die Visierhöhe an den Latten unmittelbar durch das Fernrohr abgelesen werden muß.

Bei allen Nivellierinstrumenten, welche kein vergrößertes Bild liefern, können Latten ohne Zielscheiben nur dann verwendet werden, wenn die Entfernung der zu nivellierenden Punkte nicht größer ist, als daß die an der Latte angeschriebenen Zahlen noch deutlich abgelesen werden können. Ein wesentlicher Vorzug dieser Werkzeuge besteht daher auch darin, daß der Messende, welcher im Besitze eines Nivellierinstrumentes mit vergrößerndem Fernrohr ist, die Lattenhöhe selbst ablesen kann, während dieses Geschäft bei beweglicher Scheibe immer durch eine zweite Person geschehen muß. Auch wird das Einstellen der Scheibe erspart und die Arbeit geht rascher.



Figur 249.

Wesentlich ist bei diesen Latten eine Einteilung, welche ein möglichst leichtes und sicheres Ablesen durch das Fernrohr gestattet. Dieser Bedingung entspricht besonders die Reichenbachsche Nivellierlatte (Ertel in München), und wir wollen daher von den verschiedenen hierher gehörigen Formen, welche nicht sehr von einander abweichen, gerade diese jetzt kurz beschreiben.

Die Latte a b, Figur 249, ist meist 3—4 m lang, 10 cm breit und 3 cm dick. Am Bodenende a ist sie mit Eisenblech beschlagen und in 1,5 m über der Erde mit zwei Handhaben c, c′ versehen, um die Latte vertikal aufstellen zu können. Um den vertikalen Stand der Latte sicherer beurteilen zu können, befindet sich noch in der zweiten Hälfte derselben ein kleines Häkchen, an welches ein Lot angehängt wird. Auch lassen sich größere Latten öfters in der Mitte an einem Scharniere beim Transporte zusammenlegen und beim Gebrauche wieder aufrichten.

Die Einteilung der Latte ist folgende: Zunächst ist dieselbe in lauter gleiche Abstände von genau zwei Zoll eingeteilt und, wie dies auch aus der Figur 249 hervorgeht, an den betreffenden Stellen fortlaufend beziffert. Jeder solcher Hauptteil ist wieder am Rande der Latte in zwei schwarze und weiße Felder, welche mit einander abwechseln, von je 5 Linien Breite gleich ½ Zoll geteilt, so daß also jede Abteilung von zwei Zoll Länge wieder in 4 Unterabteilungen von je ½ Zoll = 5 Linien zerfällt, welche sehr leicht durch das Fernrohr abgelesen werden

können. Um jedoch auch Beträge bis zu 1 Linie ablesen zu können, teilt man jedes 5 Linien lange weiße und schwarze Feld wieder in 5 gleiche, mit weiß und schwarz abwechselnde Teile.

Bei einer in Meterteilung auszuführenden Nivellierlatte würde die Latte zunächst durch stark hervortretende Zeichen in lauter Dezimeter geteilt. Jeder Dezimeter zerfiele wieder durch abwechselnd weiß und schwarz angestrichene Felder in 10 gleiche Centimeter, die Millimeter würden am besten eingeschätzt. Die Grenzlinien der Dezimeter wären mit fetten Zahlen fortlaufend zu beschreiben.

Bei dem Nivellieren visiert man das Fadenkreuz des Fernrohrs einfach auf die Latte ein und liest die Beträge im Fernrohr ab. Da aber bei Nivellierinstrumenten mit astronomischem Fernrohr die Bilder in demselben verkehrt erscheinen, so müssen auch die Ziffern an der Latte verkehrt angeschrieben werden, damit sie im Bilde aufrecht stehen. Bei dem Ablesen ist deshalb auch darauf zu sehen, daß man sich zuerst die **oberhalb** des Horizontalfadens liegende Zahl merkt und dazu die kleineren Linienstücke (Centimeter, Zolle, Linien), welche zwischen die Zahl und den Horizontalfaden fallen, addiert.

II. Beschreibung, Prüfung und Berichtigung der wichtigsten Nivellierinstrumente.

Einteilung der Nivellierinstrumente.

§ 114.

Wie wir bereits § 111 gesehen haben, bedürfen wir zum Nivellieren zweierlei Vorrichtungen; nämlich Instrumente zum Bezeichnen der scheinbaren Horizonte (eigentliche Nivellierinstrumente) und Hilfswerkzeuge zum Messen der vertikalen Abstände zwischen den scheinbaren Horizonten und den abzunivellierenden Punkten (Nivellierlatten). Letztere wurden § 113 abgehandelt, erstere wollen wir jetzt in einem unseren Zwecken entsprechenden Umfange behandeln. So verschieden die Nivellierinstrumente, welche alle die Herstellung von wagerechten Linien bezwecken, auch sind, so lassen sich dieselben doch in drei verschiedene Gruppen bringen. Der Zweck, eine horizontale Linie herzustellen, kann nämlich in folgender Weise erreicht werden:

A. Durch Benutzung des Standes tropfbarer Flüssigkeiten, deren zur Ruhe gekommene Oberflächen in kommunizierenden Röhren nach den Gesetzen der Hydrostatik bekanntlich in einer horizontalen Ebene liegen.

B. Durch Benutzung der in § 35 beschriebenen Libellen, indem wir diese mit unsern Visiervorrichtungen in eine solche Verbindung bringen, daß die Absehlinien horizontal werden.

C. Indem wir zu dem vertikalen Lothe eine senkrechte Linie konstruieren, und letztere, welche dann eine horizontale Lage hat, als Visierlinie benutzen.

Hiernach kann man unterscheiden:

A. Röhreninstrumente.

B. Libelleninstrumente.

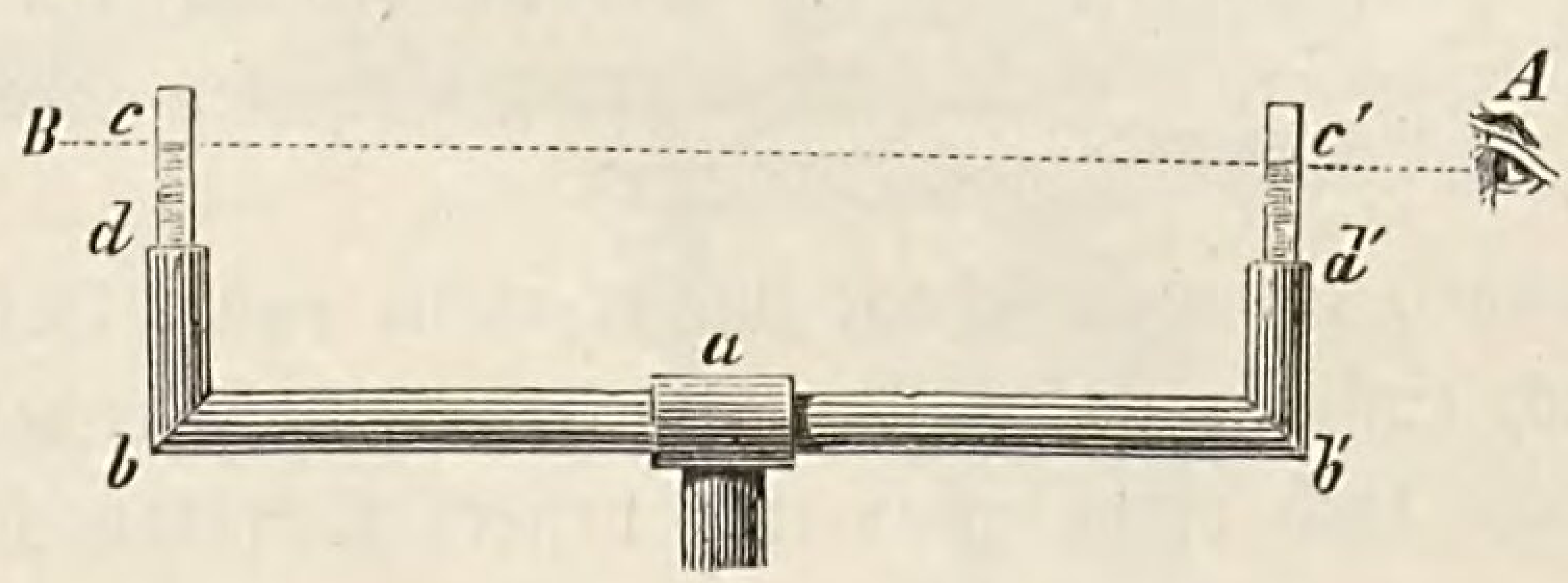
C. Pendelinstrumente.

A. Von den Röhreninstrumenten.

1. Die Kanalwage.

§ 115.

Das einfachste Instrument zur Herstellung eines scheinbaren Horizontes ist die Kanalwage oder kommunizierende Röhre, Figur 250, deren Konstruktion auf dem physikalischen Satz beruht, daß sich eine leicht bewegliche Flüssigkeit in nicht zu engen kommunizierenden Röhren gleich hoch stellt, und daß deren Oberflächen c c′ und ihre beiderseitigen Fortsetzungen scheinbare Horizontallinien bilden.



Figur 250.

Das Instrument besteht aus einer etwa 1 m langen und 3—4 cm weiten, an beiden Enden rechtwinkelig aufwärts gebogenen Blech-, Messing- oder Kupferröhre b b′, in deren Enden d und d′ etwas engere, oben offene Glascylinder c und c′ fest und so eingeschraubt oder eingekittet werden können, daß dieselben 12—15 cm über d und d′ hervorragen. An a wird die Röhre von einer Hülse umgeben, welche zum Aufschrauben oder Aufstecken des Instrumentes auf ein einfaches Stockstativ eingerichtet ist.

Beim Gebrauche wird in die Röhre gefärbtes Wasser gefüllt, welches, mag die Röhre b b′ eine wagrechte Lage haben oder nicht, unter allen Umständen eine horizontale Visierrichtung A B bilden wird, wenn man mit dem Auge A genau an den beiden Wasserspiegeln c und c′ der Röhre hinvisiert.

Eine eigentliche Prüfung und Berichtigung dieses Instrumentes ist natürlich nicht nötig, weil naturgemäß die beiden Wasserspiegel mit einander verbunden immer eine horizontale Linie darstellen müssen. Um jedoch den Einfluß der Adhäsion oder der Haarröhrchenkraft möglichst zu beseitigen, sollen die beiden Glasröhren hell, glatt und von gleicher Dimension sein.

Wegen der mangelhaften Visiervorrichtung dieses Instrumentes kann dasselbe immer nur auf kürzere Entfernungen und da angewendet werden, wo man sich mit einer geringeren Genauigkeit begnügt. Hierzu gesellen sich jedoch noch die weiteren Nachteile der Zerbrechlichkeit der Glasröhren, des leichten Verschüttens der Flüssigkeit und der gänzlichen Unbrauchbarkeit bei stärkerem Luftzug, wodurch die Flüssigkeit in eine solche zitternde Bewegung kommt, daß keine sichere Visur möglich ist.

Bei Beobachtung der notwendigen Aufmerksamkeit will man mit diesem höchst einfachen und billigen Instrumente das Gefälle bis auf $^1/_{2000}$ der Stationslänge, welche immer kurz angenommen werden muß, ermittelt haben (?). Bei einer Stationslänge von 10 m = 100 cm = 1000 mm könnte daher im günstigsten Falle das Gefälle bis auf $0{,}5$ mm genau bestimmt werden, was für viele Nivellierungsarbeiten des gewöhnlichen Lebens ausreicht.

Die Kanalwagen kommen jedoch immer mehr außer Gebrauch, weil es gelungen ist, auch einfache und billige Libellen- und Pendelinstrumente zu konstruieren, welche doch verhältnismäßig bessere Resultate liefern.

2. Die Quecksilberwage.

§ 116.

Dieses Instrument beruht auf demselben Prinzipe wie die Kanalwage, nur ist die kommunizierende Röhre von Holz und wird, statt mit Wasser, mit Quecksilber gefüllt. Auf die beiden Quecksilberspiegel werden Elfenbeinwürfelchen aufgesetzt; welche kleine Diopter zum Visieren tragen. Dieses Instrument liefert zwar etwas bessere Resultate als die Kanalwage, ist

aber auch ungleich teurer und komplizierter im Gebrauche, weshalb dasselbe ebenfalls ziemlich außer Gebrauch gekommen. Wir sehen daher auch hier, wo nur das Notwendigste mitgeteilt werden soll, von einer Abbildung und näheren Beschreibung der Quecksilberwage ab

---

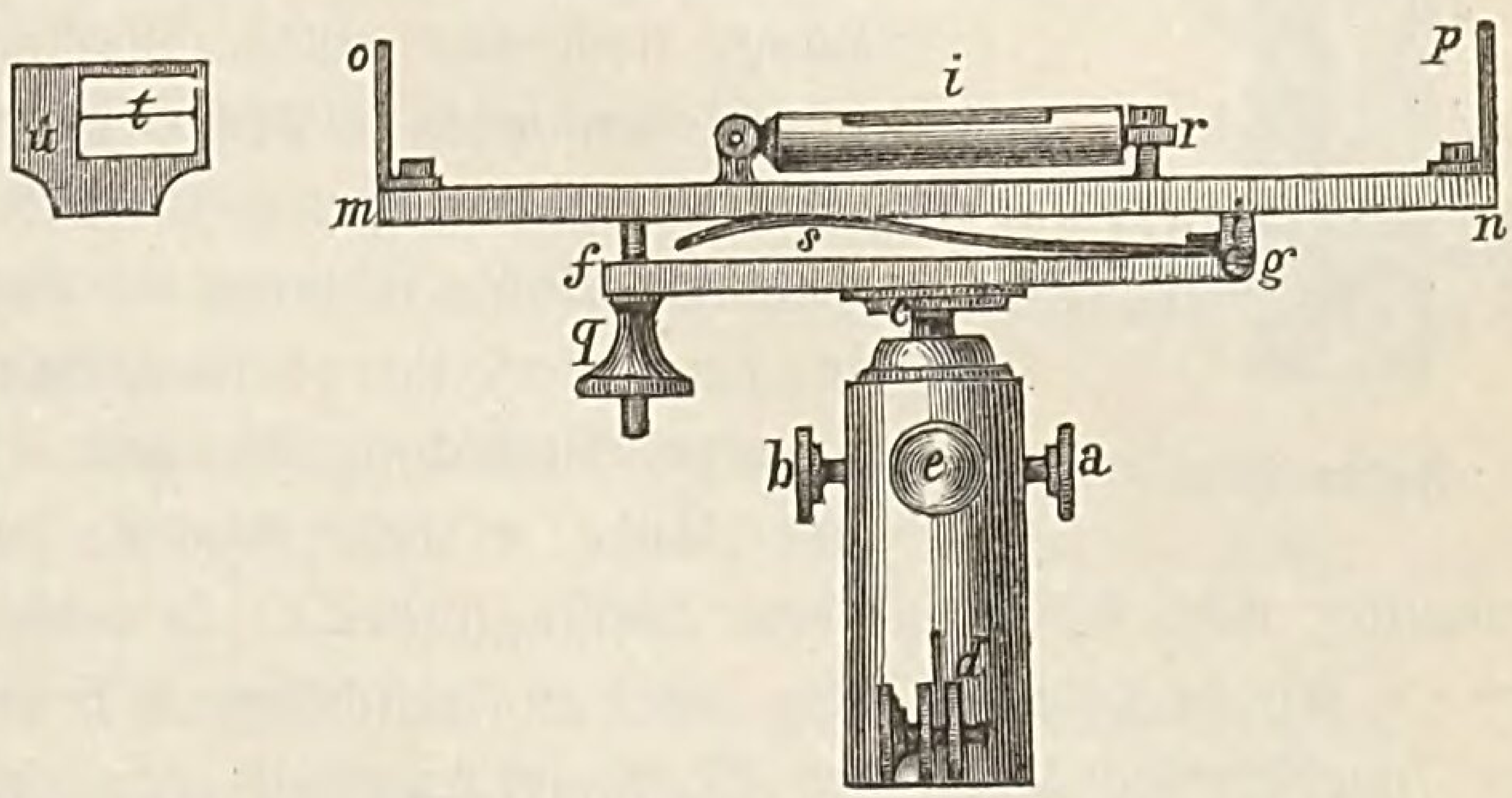
B. Von den Libelleninstrumenten.

Bei diesen Instrumenten wird, wie bereits § 114 kurz erwähnt wurde, die Herstellung scheinbarer Horizonte mit Hilfe von Dosen- oder häufiger Röhrenlibellen bewirkt. Je nachdem die Visierrichtung durch einfache Diopter (wie bei dem Diopterlineal § 36 A, dem bereits beschriebenen Faustmannschen oder Winklerschen Höhenmesser u. s. w.), oder durch ein Fernrohr hergestellt wird, unterscheidet man wieder Diopter- oder Fernrohrinstrumente.

1. Das Nivellier-Diopter.

§ 117.

Die hierher gehörigen Instrumente weichen hinsichtlich ihrer Form und der Art und Weise ihrer Verbindung mit dem Stativ von einander ab, doch läßt sich das Wesen derselben in folgenden Punkten zusammenfassen.



Figur 251.

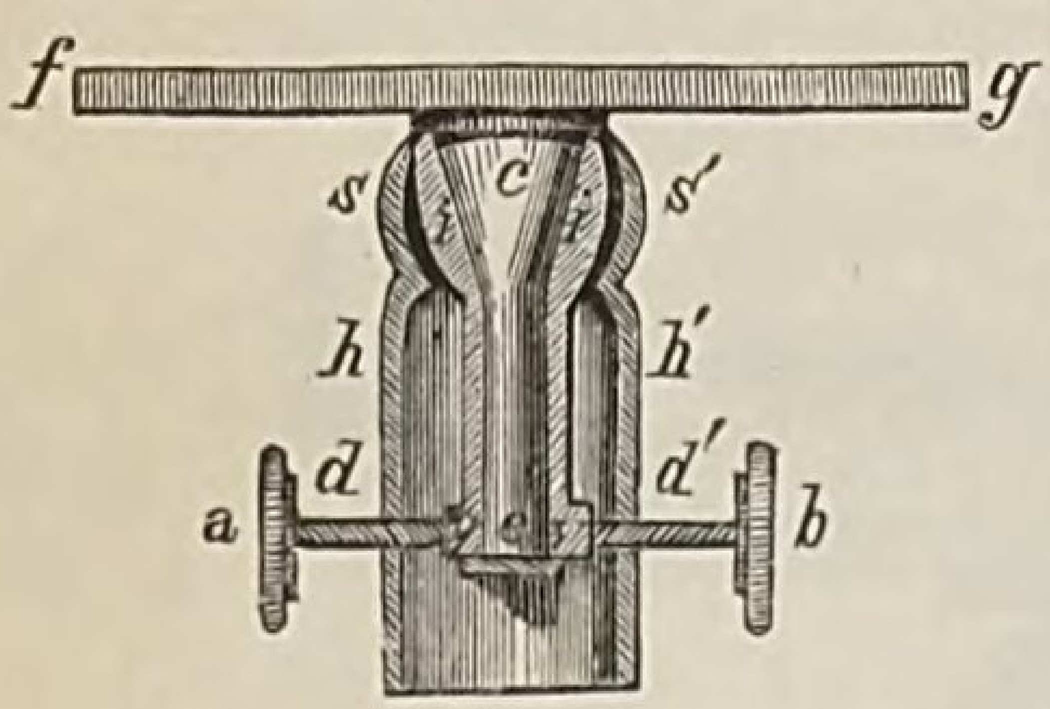
Aus den Enden eines 30—40 cm langen und 4—5 cm breiten Messingstabes m n, Figur 251, erheben sich zwei senkrechte Diopter m o und n p, welche beide zum Vorwärts- und Rückwärtsvisieren eingerichtet sind und darum einen horizontalen Objektivfaden t und eine kleine Okularöffnung u besitzen, deren Einrichtung aus dem linker Hand der Haupt-

figur gezeichneten Diopter hervorgeht. Die Verlängerung des Fadens t muß genau durch den Mittelpunkt des Okulars u gehen. Mitten auf dem Stabe m n ist eine Röhrenlibelle l angebracht, welche durch die Schraube r etwas gehoben und gesenkt und daher nach Erfordernis berichtigt werden kann.

Ein zweiter, kürzerer Stab f g ist durch den kurzen Metallansatz i mit dem Stabe m n in der Art verbunden, daß mittelst der Schraube q der Stab m n etwas auf- und abwärts bewegt werden kann, indem er sich um eine in g befindliche Achse dreht, s ist eine zur Vermeidung des toten Ganges angebrachte Feder Bei Nivellier-Dioptern, deren Visiervorrichtung beim Einspielen der Libelle aus ihrer horizontalen Lage gehoben und in ein beliebiges Prozent Gefälle oder Steigung eingestellt werden kann, wird die Libelle besser seitlich an der unteren Metallplatte f g angebracht.

Die Konstruktion des unteren Teiles des Instrumentes, welcher die Drehungsachse (Zapfen) c, die Vorrichtung a b e zur Horizontalstellung, sowie die Befestigung mit dem Stativ enthält, geht am besten aus dem vertikalen Durchschnitt, Figur 252, hervor.

Auf der Mitte der unteren Platte f g, Figur 252, erhebt sich nämlich senkrecht auf dieser ein etwa 4 Centimeter langer Stahlzapfen c e (die Drehungsachse), welcher nach unten (e) hin immer dünner wird und seiner ganzen Länge nach von einem Messingkörper i v umschlossen wird. Dieser Körper i v ist oben bei i kugelförmig verdickt (eine sogenannte Nuß), während er nach unten v in eine vierseitige prismatische (würfelförmige) Verdickung übergeht. Durch eine am Ende e des Zapfens angebrachte



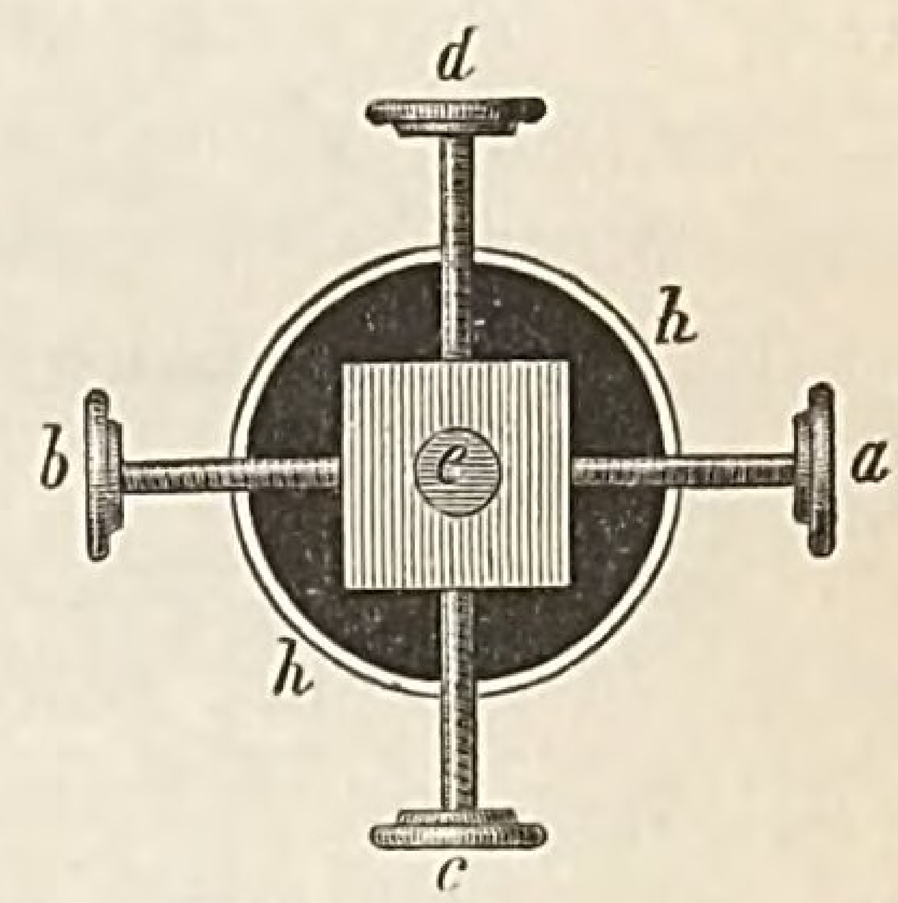
Figur 252.

Schraubenmutter wird dieser mit dem Messingkörper i v so verbunden, daß der Zapfen c e sich in i v vollständig aber eng anschließend herumbewegen läßt. Der kugelförmige Teil i des Messingskörpers ist von einer ähnlich geformten Messinghülse s s′ umgeben, welche bei h, h′ auf den hohlen Aufsatzcylinder d d′ aufgeschraubt ist.

Durch den Aufsatzcylinder d d′ gehen die sich rechtwinklig durchkreuzenden vier Horizontalstellschrauben a b e, Figur 252 und 253, und wirken auf die vier Seitenflächen des prismatischen Körpers v, wie dies aus dem Horizontaldurchschnitt, Figur 253, deutlich hervorgeht. Das ganze Instru-

ment kann nun entweder mittelst des hohlen Aufsatzcylinders d d', Figur 252, auf ein gewöhnliches Zapfenstativ aufgesteckt und mittelst der Schraube d, Figur 251, festgebremst werden, oder der Aufsatzcylinder endigt mit einem Schraubengewinde und kann durch letzteres auf ein Stativ aufgeschraubt werden.

Denkt man sich nun das Instrument in der einen oder anderen Weise mit einem Stative verbunden, so ist einleuchtend, daß dasselbe durch die Achse c e, Figur 252, in dem Körper i v horizontal im Kreise herumgeführt werden kann; es ist aber auch klar, daß mittelst des Teiles i v und der vier Horizontalschrauben a b c d, Figur 253, eine kleinere Bewegung in vertikaler Richtung, und somit eine Horizontalstellung möglich ist. Löst man z. B. die Schraube a, Figur 252, und zieht die entgegengesetzte Schraube b entsprechend an, so muß sich offenbar der Stab f g bei g senken und bei f heben. Bringt man daher den Metallstab m n oder f g abwechselnd über die Horizontalschrauben a b und dann wieder über c d und läßt immer ein Paar Schrauben entsprechend wirken, so kann leicht die Blase der Libelle l zum Einspielen und das Instrument dadurch horizontal gestellt werden.



Figur 253.

Ist so das Instrument horizontal gestellt, so muß die Drehungsachse c e vertikal und senkrecht zur Libellenachse, letztere aber parallel zur Visierebene der Diopter liegen. Das Nivellierdiopter muß daher folgenden Bedingungen entsprechen:

1. Die Achse der Libelle muß senkrecht zur Drehungsachse c e sein.
2. Der Horizontalfaden der Diopter muß wirklich horizontal liegen und
3. Die Visierachse muß parallel zur Libellenachse laufen.

Da dieselben Eigenschaften auch von Nivellierinstrumenten mit Fernröhren verlangt werden, so wollen wir die Prüfung und Berichtigung des Instrumentes im folgenden Paragraphen zeigen.

Daß man mit dem Nivellierdiopter schon weit genauere Resultate wie mit den Röhreninstrumenten erhalten wird, folgt daraus, daß mit demselben eine Röhrenlibelle verbunden ist, auch die Diopterverrichtungen zuverlässiger sind.

2. Nivellierinstrumente mit Fernrohr.

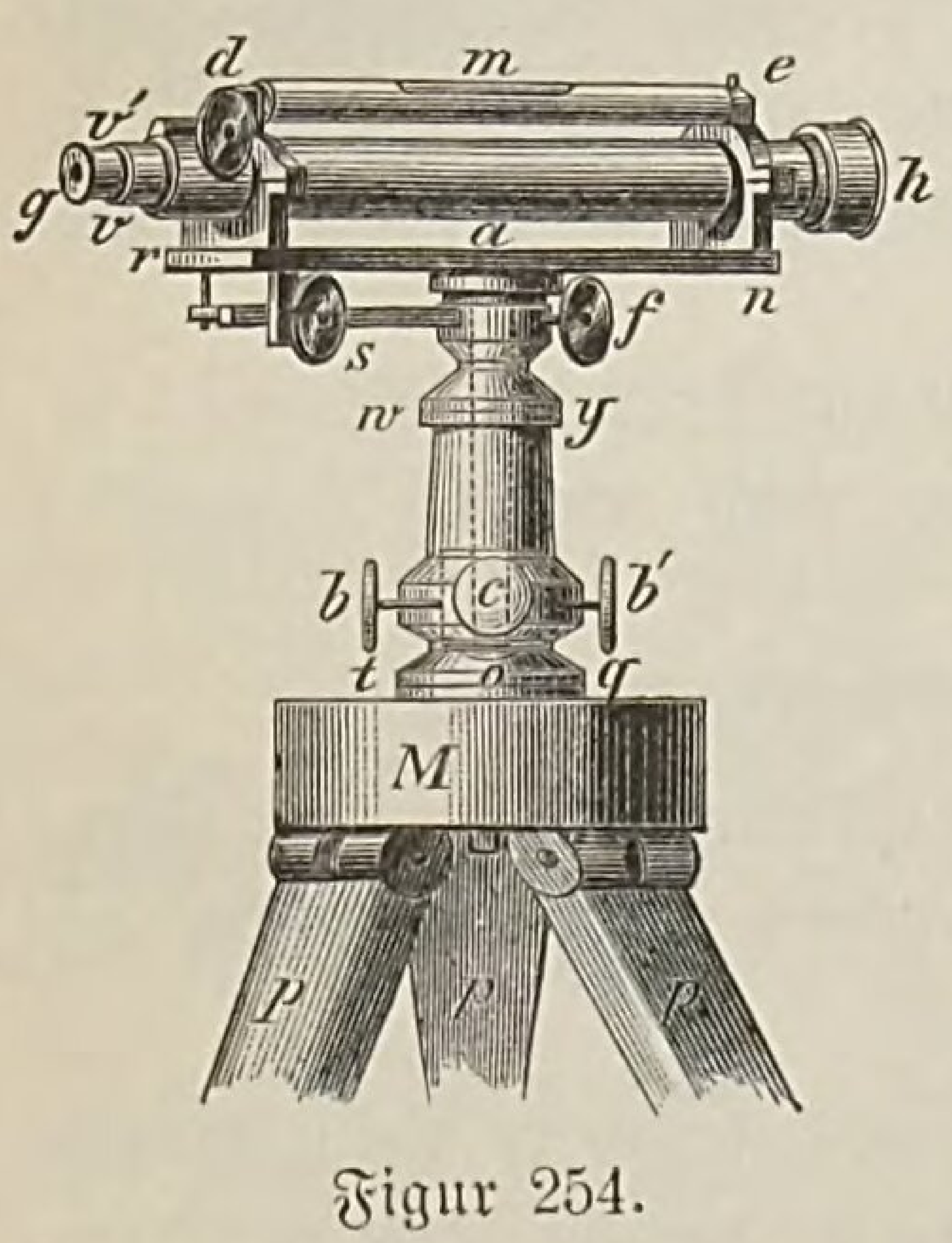
§ 118.

A. Das G. Sienersche Nivellierinstrument.

a) Beschreibung. Die vorzüglichsten Nivellierinstrumente sind jedenfalls diejenigen, welche die Horizontalstellung mittelst einer Röhrenlibelle und die Beschreibung der scheinbaren Horizonte durch ein achromatisches Fernrohr mit Fadenkreuz bewirken. Die hierher gehörigen Instrumente treten in sehr verschiedenen Formen und mit einem noch mannigfaltigeren Mechanismus auf, weil bei der Konstruktion derselben fast jeder Mechaniker seine eigenen Ideen verfolgt, und vielfach noch die Erreichung von Nebenzwecken, wie das Ablesen von Höhen- und Horizontalwinkeln u. s. w. angestrebt wird.

Nach unserer Ansicht muß den praktischen Forstbeamten und Landwirten, so wie allen denen, welche sich nur vorübergehend mit Nivellements beschäftigen, ein Instrument in die Hände gegeben werden, welches mit einfachster Konstruktion und solidem Bau, Billigkeit, leichte Handhabung und hinlängliche Genauigkeit vereinigt.

Wir sehen daher hier von einer Beschreibung der vielen größeren und vorzüglichen Nivellierinstrumente, wie sie namentlich von Breithaupt in Kassel, Ertel in München, Stampfer in Wien und anderen konstruiert wurden, hier ganz ab und beschränken uns nur auf wenige einfachere und billige Formen, die den uns hier gesteckten Zielen vollständig entsprechen.



Figur 254.

Das nebenstehende Instrument, Figur 254, welches in vorzüglicher Güte und Schönheit der nun verstorbene Hofmechanikus Georg Siener in Darmstadt für 80—90 M. anfertigte, und jetzt auch von Mechanikus Tesdorpf in Stuttgart in ähnlicher Form geliefert wird, vereinigt diese Vorzüge in vollem Maße in sich und reicht für alle Fälle land- und forstwirtschaftlicher Praxis und des gewöhnlichen Lebens vollkommen aus*).

*) Dieselbe Werkstätte fertigt noch verschiedene andere empfehlenswerte einfachere Nivellierinstrumente für 100—150 M.

Auf den beiden Enden einer 18 Centimeter langen, 3 Centimeter breiten und 6 Millimeter starken Messingplatte r n erheben sich zwei messingene Lager r d und n e, in welchen ein achromatisches Fernrohr g h von 25 Centimeter Brennweite dergestalt festliegt, daß zwischen dem Fernrohr und der Platte r n noch ein kleiner leerer Zwischenraum a bleibt.

In g befindet sich das Okular, in h die Objektivlinse. Durch zwei vertikal über einander liegende Schräubchen v und v′ wird ein Fadenkreuz mit der Okularröhre verbunden. Während die Okularlinse g mit den Fingern in der Okularröhre nach Bedürfnis heraus- und hineingeschoben werden kann, dient die Schraube (der Trieb) d zur gleichzeitigen Entfernung oder Näherung des Fadenkreuzes samt dem Okular von oder nach dem Objekte hin.

In der Richtung der optischen Achse des Fernrohres ist über letzterem eine 12—15 Centimeter lange Röhrenlibelle d e angebracht, welche bei d und e in den Lagern des Fernrohres ruht, bei m aufgeschnitten und nach beiden Seiten hin von der Mitte aus eingeteilt ist. Bei e befindet sich ein Korrektionsschräubchen, wodurch die Libelle an dieser Seite nach Bedürfnis gehoben und gesenkt, d. h. wirklich horizontal gestellt werden kann.

Senkrecht zur optischen Achse des Fernrohres ist in der Mitte a der Messingplatte r n ein Stahlzapfen a o eingelassen, welcher von einem hohlen aber ziemlich massiven Messinggehäuse w y q t umgeben ist, oben eng an dem Ansatz, durch welchen die Schraube f geht, anliegt und unten einen kleinen Stahlwürfel von etwa 15 Millimeter Seitenlänge so durchbohrt, daß sich das Fernrohr samt Platte r n und Zapfen a o, bei gelüfteter Schraube f, im Kreise herum bewegen läßt und bei richtiger Stellung des Instrumentes eine Horizontalebene beschreibt. Wird dagegen die Schraube f angezogen, so daß sie auf den Zapfen a o wirkt, so bleibt das Fernrohr unbeweglich fest mit dem Messinggehäuse verbunden, und nur mit der Mikrometerschraube s kann demselben, in horizontaler Richtung, noch eine kleine Bewegung erteilt werden.

Auf die vier Vertikalseiten des hier verdeckten Würfels c wirken, in derselben Weise wie im vorigen Paragraphen beschrieben wurde, die vier Stellschrauben b, b′, c und c′, von welchen jedoch c′ in der Figur verdeckt ist. Diese vier Schrauben, welche in dem unteren und dicksten Teile des Gehäuses eingelassen sind, dienen zur Horizontalstellung des Instrumentes; denn es ist klar, daß, wenn man z. B. das Fernrohr in die Richtung der beiden Schrauben b und b′ bringt und hierauf die Schraube b anzieht und b′ gleichzeitig löst, das Fernrohr sich in g senken und in h heben wird.

Zieht man dagegen b' an und löst b, so wird sich das Ende g des Fernrohres heben und h sich senken. Ganz dieselbe Erscheinung wird eintreten, wenn man das Fernrohr in die Richtung der Schrauben c und c' bringt. Da überdies der fest mit der Platte r n verbundene Zapfen a o eine beträchtliche Länge hat, so wird die Hebung und Senkung des Fernrohres nur sehr langsam und wegen der feinen Stellschrauben auch sehr regelmäßig stattfinden.

Das Instrument wird ganz wie bei der Waldboussole, § 85, auf den Stativkopf M eines dreifüßigen Stativs, in dessen Mittelpunkt sich eine kurze Schraubenspindel erhebt, aufgeschraubt. Das Stativ hat ganz dieselbe Größe, Gestalt und Konstruktion wie bei der Boussole. Die drei Füße p werden möglichst fest und so in die Erde gedrückt, daß die obere Fläche des Stativkopfes schon eine ziemlich horizontale Lage erhält.

b) Prüfung und Berichtigung der Wasserwage mit Fernrohr. — Bevor das soeben beschriebene Instrument verwendet werden darf, muß es auf seine Richtigkeit geprüft werden, welche an folgende Bedingungen geknüpft ist:

α) Die Achse der Libelle d e soll senkrecht auf dem Umdrehungszapfen a o stehen.

β) Das in dem Fernrohr entworfene Bild eines Gegenstandes soll genau in die Ebene des Fadenkreuzes fallen.

γ) Der eine Faden des Fadenkreuzes soll horizontal sein.

δ) Die durch die optische Achse des Fernrohres hergestellte Visierlinie soll, nachdem die Libelle richtig einspielt, bei der kreisförmigen Bewegung desselben eine horizontale Ebene beschreiben oder, was dasselbe ist, auch die optische Achse soll senkrecht auf dem Drehungszapfen a o stehen, d. h. mit der Libelle parallel laufen.

ad α) Um das Instrument auf diese Eigenschaft zu prüfen, schraube man es auf das Stativ auf, drücke die Füße entsprechend in die Erde ein, und gebe demselben nach dem Augenmaß eine grobe Horizontalstellung. Nun löse man die Bremsscheibe f, bringe das Fernrohr in die Richtung der Schrauben b und b', lasse letztere auf den Stahlwürfel c so lange wirken, bis die Blase der Libelle genau in der Mitte m derselben einspielt; hierauf drehe man das Fernrohr um 2 R, d. h. so lange, bis g nach h und h nach g zu stehen kommt, so wird, wenn die Libelle die richtige horizontale Lage hat, die Blase unverändert ihre Stelle beibehalten. Ist jedoch die Libelle geneigt, so wird die Blase aus der Mitte m heraus- und nach dem einen

der Enden d oder e so weit hintreten, daß die Abweichung, wie leicht einzusehen und bereits im § 35 B. auseinander gesetzt wurde, den doppelten Fehler beträgt Um letzteren zu verbessern, bringt man mittelst der Stellschrauben b und b' die Blase zur Hälfte und mittelst der Korrektionsschraube e ganz zum Einspielen.

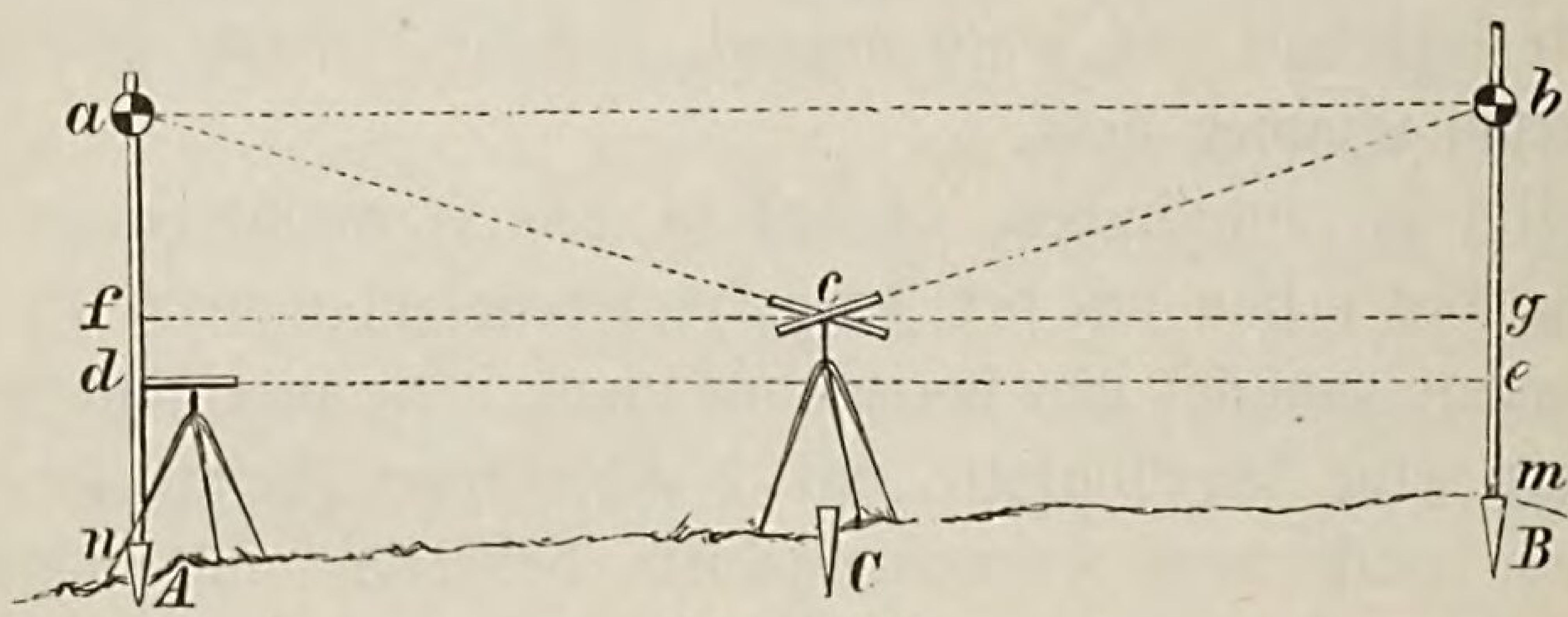
Nun bringt man das Fernrohr auch noch in die Richtung der beiden anderen Stellschrauben c und c', wiederholt dieselbe Operation und bringt den Umdrehungszapfen a o auch in dieser Stellung dem senkrechten Stande näher. Das Verfahren wird überhaupt so lange fortgesetzt, bis die Blase, bei vollständig kreisförmiger Bewegung des Fernrohrs, genau ihre Stellung in der Mitte beibehält und somit anzeigt, daß sie senkrecht auf dem vertikalen Umdrehungszapfen steht.

ad β) Um zu untersuchen, ob das in dem Fernrohr entworfene Bild des Gegenstandes genau mit der Fadenkreuzebene zusammenfällt, gebe man dem Instrumente zunächst eine horizontale Lage, stelle in einiger Entfernung von demselben eine Nivellierlatte mit verschiebbarer Zielscheibe auf, richte das Fernrohr nach dem Kreuzungspunkte derselben und verschiebe die Okularröhre samt Fadenkreuz mittelst der Schraube d so lange, bis die Fäden vollständig schwarz und das Bild scharf begrenzt erscheinen. Hierauf bewege man das Auge vor dem Okulare g auf- und abwärts, nach links oder rechts; bleibt der anvisierte Gegenstand hierbei unbeweglich, so steht die Bildebene in der Fadenkreuzebene; im anderen Falle muß jedoch das Okular g, ohne das Fadenkreuz zu verrücken, nach § 37 B. b) entsprechend verschoben werden.

ad γ) Da durch den Horizontalfaden die Visierebene bestimmt wird, so muß man sich vorher immer erst davon überzeugen, ob derselbe auch wirklich horizontal steht. Zu diesem Behufe stellt man den fraglichen Faden etwa wieder in den Kreuzungspunkt der senkrecht und sichtlich aufgestellten Nivellierlatte ein, bremst das Fernrohr alsdann mittelst der Schraube f fest und giebt ihm durch die Mikrometerschraube s eine sanfte Bewegung, bei welcher der Faden ständig in dem anvisierten Punkte verharren muß. Verläßt der Faden jedoch seine Stellung, so ist die Lage desselben nicht horizontal und der vordere Teil der Okularröhre muß samt Fadenkreuz so lange gedreht werden, bis die eben ausgesprochene Bedingung eintritt. An anderen Instrumenten können auch die Träger, in welchen das Fernrohr liegt, auf der einen Seite entsprechend gehoben oder gesenkt werden.

ad δ) Nachdem die drei ersten Bedingungen erfüllt sind, bleibt noch zu untersuchen, ob die Visierebene horizontal ist. Zu diesem Behufe schlägt

man in einem ziemlich ebenen Terrain, Figur 255, drei in einer geraden Linie liegende, oben flach abgeschnittene Pflöcke A, B und C derart ein, daß die Entfernungen A C und B C einander vollkommen gleich sind und etwa 50—100 Meter betragen. Alsdann stellt man das Instrument über dem Punkte C fest auf, bringt die Libelle zum genauen Einspielen und visiert die Scheibchen a und b der Zielscheiben a n und b m an, indem man das Fernrohr zuerst nach a und dann nach b richtet und die Scheibchen so lange hinauf- oder herunterrücken läßt, bis die Visierebene genau mit dem Kreuzungspunkt zusammenfällt.



Figur 255.

Nehmen wir nun an, die Visierlinie des Fernrohres sei nicht horizontal, sondern f g stelle die Horizontallinie vor, so muß offenbar die Neigung des Fernrohres während der Umdrehung dieselbe bleiben, da das Fernrohr ja fest mit dem Zapfen verbunden ist, d. h. die Winkel a c f und b c g, welche die Neigungen a c und b c mit der Horizontalen f g bilden, müssen gleich sein. Da ferner nach der Voraussetzung f c = c g ist, so müssen die rechtwinkeligen Dreiecke a c f und c b g einander gleich und daher auch a f = b g sein. Hieraus folgt aber auch noch, daß a b g f ein Rechteck und a b parallel f g, mithin auch horizontal ist.

Stellt man nun das Instrument dergestalt horizontal über A auf, daß der senkrechte Abstand n d von dem Mittelpunkte des Okulars bis zur oberen Fläche n des Pflockes an der Zielscheibe aufs Genaueste abgemessen werden kann, so ist offenbar a n — d n = a d = b e, d. h. es ergiebt sich das Stück b e, um welches die Zielscheibe über B herabgerückt werden muß, damit auch d e eine horizontale und zu f g parallele Linie werde.

Stellt man daher die Scheibe b jetzt genau in den Punkt e ein und sieht, ohne das Instrument im mindesten zu verrücken, durch das Fernrohr nach e hin, so muß der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes genau im

Durchschnittspunkt der Zielscheibe stehen, wenn die Visierlinie horizontal stehen soll. Trifft dieses nicht ein, so ist letztere geneigt und der Fehler wird am besten dadurch verbessert, daß man die optische Achse gegen den Zapfen des Fernrohres ändert, d. h. das Fadenkreuz mittelst der Korrektionsschräubchen v und v′ so lange hinauf- oder herunter bewegt, bis die Visur genau nach e hinzeigt.

Bei dem Nivellierdiopter, Figur 251, wird die Korrektion am besten mit der Schraube q bewirkt. Hierdurch kommt aber die Libelle l wieder in eine schiefe Stellung und muß daher durch das Schräubchen r wieder zum Einspielen gebracht werden.

Die Untersuchung, ob die optische Achse des Fernrohres mit der Achse der Libelle parallel liegt, kann aber auch noch auf folgende Weise vorgenommen werden.

Man stelle das Instrument in einem mäßig geneigten Terrain in dem Punkte A, Figur 255, die Nivellierlatte aber in dem Punkte B in einer Entfernung von 50—100 und mehr Meter auf, stelle das Instrument in A horizontal und messe genau die Instrumentenhöhe vom Pflock n bis zum Okular = I, visiere hierauf die Latte in B ein und lese die Lattenhöhe = L ab. Ist nun δ die Korrektion der Abweichung des scheinbaren Horizontes und x der Betrag, um welchen man die Latte infolge der fehlerhaften Visur zu hoch erhält, so ist offenbar die richtige Lattenhöhe $L - x - \delta$ und der richtige Höhenunterschied zwischen A und $B = I - (L - x - \delta) = I - L + x + \delta$.

Stellt man jetzt das Instrument in B, die Latte aber in A auf, und verfährt ganz in derselben Weise, indem man die Instrumentenhöhe $= I'$ und die Lattenhöhe $= L'$ bestimmt, so ist offenbar, da hier x und δ dieselben Werte haben müssen, der Höhenunterschied zwischen B und $A = I' - (L' - x - \delta) = I' - L' + x + \delta$.

Nun muß aber die Summe beider Gefälle = Null sein, d. h. Steigen und Fallen muß sich aufheben und man hat:

$$I - L + x + \delta + I' - L' + x + \delta = 0, \text{ daraus}$$

$$2x = (L + L') - (I + I') - 2\delta$$

$$x = \frac{(L + L')}{2} - \frac{(I + I')}{2} - \delta.$$

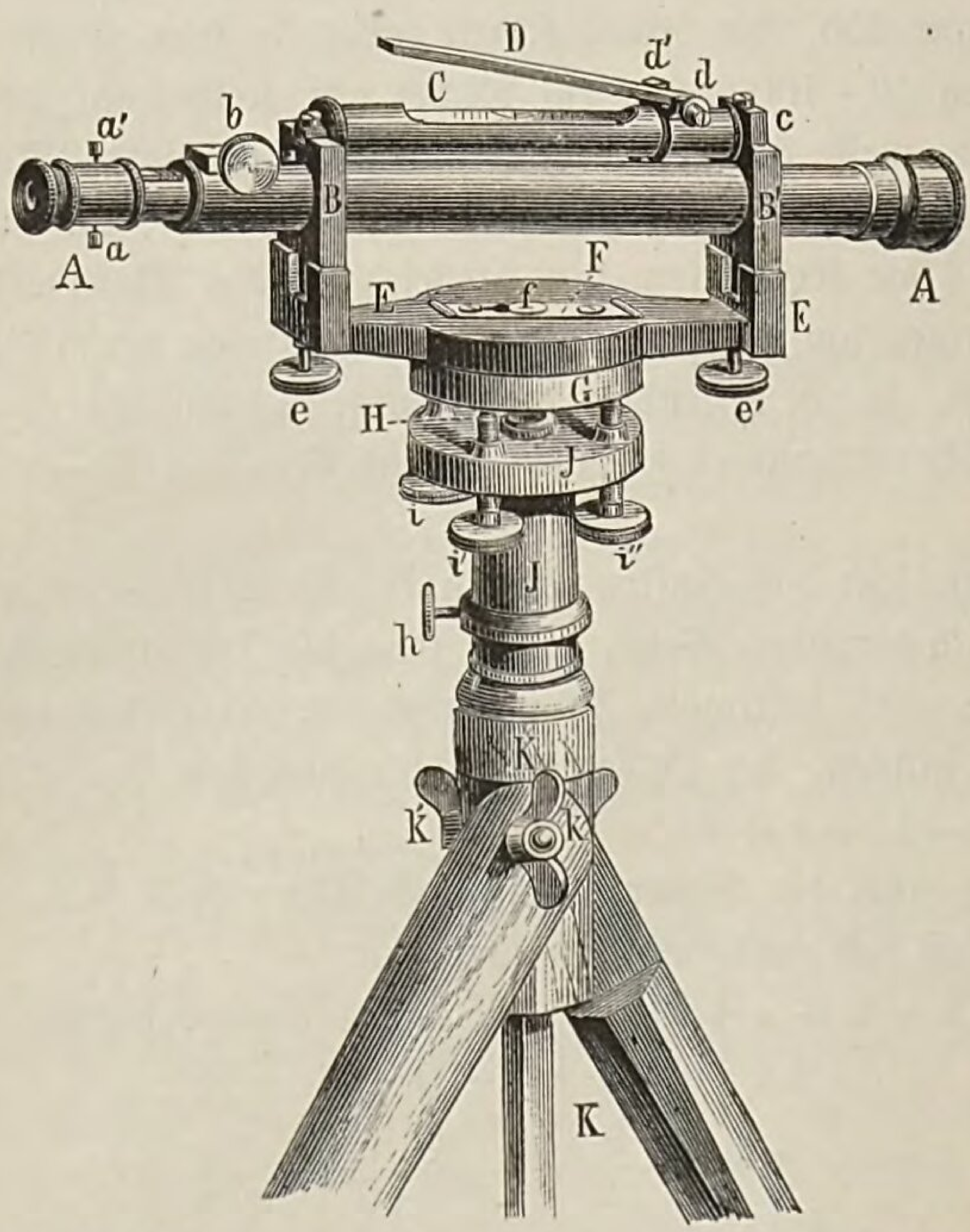
Ist nun das Instrument fehlerfrei, so muß, wenn man die gefundenen Werte in diese Formel einsetzt, $x = 0$ werden. Erhält man aber einen **positiven** Ausdruck, so geht offenbar die Visur an der Latte zu **hoch**, bei einem negativen Wert aber zu **niedrig**. Im ersten Falle muß die Ni-

vellierlatte um den Betrag x erniedrigt, im zweiten um dieselbe Größe erhöht werden. Ist dies geschehen, so muß die optische Achse durch Verrückung des Fadenkreuzes in der bereits angegebenen Weise so lange verschoben werden, bis die Visur genau mit dem festgestellten Punkte der Nivellierlatte zusammenfällt.

B. Nivellier-Instrument nach Kinzelbach.

Da das Nivellier-Instrument des bekannten Mechanikus Kinzelbach in Stuttgart noch vielfach in Gebrauch ist und in etwas verbesserter Form von Mechanikus Tesdorpf in Stuttgart um den Preis von 165 Mk. angefertigt wird, so wollen wir dasselbe kurz beschreiben:

Das mit Getrieb versehene Fernrohr A A′, Figur 256, ist zirka 32 Centimeter lang, astronomisch, mit einer 24maligen Vergrößerung. An dem



Figur 256.

Okular A befinden sich 2 Schräubchen a a′, welche zum Justieren des Fadenkreuzes dienen. Für den Okularauszug ist der Trieb b angebracht. Das

Fernrohr ist mit 2 sogenannten Würfeln (d. h. zwei quadratförmigen Messingplatten) B und B′ fest verbunden, welche mittelst 2 Anzugschrauben e und e′ an die Alhidade E befestigt werden können. Die Würfellager aus Lagermetall sind genau abgeglichen und läßt sich das Fernrohr durch Lösen der Schrauben e und e′ auf der Alhidade so umsetzen, daß das Okular A nach A′ und umgekehrt A′ nach A zu liegen kommt. Auch läßt sich das Fernrohr um seine Längenachse um 180° drehen, so daß die Justierung des Instrumentes ohne Wechsel des Standpunktes vorgenommen werden kann. Auf dem Fernrohr ist die Libelle C aufgeschraubt, die durch zwei Schrauben c und c′ (c′ auf der Zeichnung unsichtbar) justiert werden kann. Das Fernrohr besitzt ferner noch einen Spiegel D, welcher sich durch die zwei unverrückbaren Spitzenschräubchen d und d′ drehen läßt. Durch den angebrachten Spiegel ist es möglich, daß der Beobachter, ohne sich von der Stelle zu bewegen, den Stand der Libellenblase im Spiegel ablesen kann, was besonders bei weichem Terrain wünschenswert ist. Die Alhidade E dreht sich um eine nur an ihrem Ende sichtbare Rotgußachse f auf der Alhidadenschale G. Die verschiebbare Feder F dient zum Zusammenhalten und leichten Gang der Alhidade E E auf der Schale G. Unten in der Schale G ist ein kugelförmiges Lager, in welchem sich die Nuß H, die in die Hülse J eingeschraubt ist, drehen läßt. Die vier Nivellierschräuben i, i′, i″, i‴ dienen zur Horizontalstellung des Instrumentes.

Die Hülse J kann auf den Zapfen des zusammenlegbaren Zapfenstativs K gesteckt und mit der Anzugschraube h auf demselben festgeklemmt werden. Dreht man das Fernrohr um seine Achse f, so bewegt es sich gleichzeitig mit der Alhidade E E auf der Alhidadenschale G.

Will man das Instrument auf seine Richtigkeit prüfen, so kann dieses in ähnlicher Weise, wie vorhin beschrieben, geschehen. Um sich zunächst davon zu überzeugen, ob die Achse der Libelle senkrecht auf der Umdrehungsachse f steht, stellt man das Instrument horizontal, d. h. bringt die Libelle zum Einschieben. Hierauf dreht man das Fernrohr um 180°; verläßt hierbei die Libelle ihren Stand, so wird aus bereits bekannten Gründen die eine Hälfte des Fehlers an den Justierschräubchen c c′, die andere Hälfte aber an den Horizontalschrauben i i′ berichtigt.

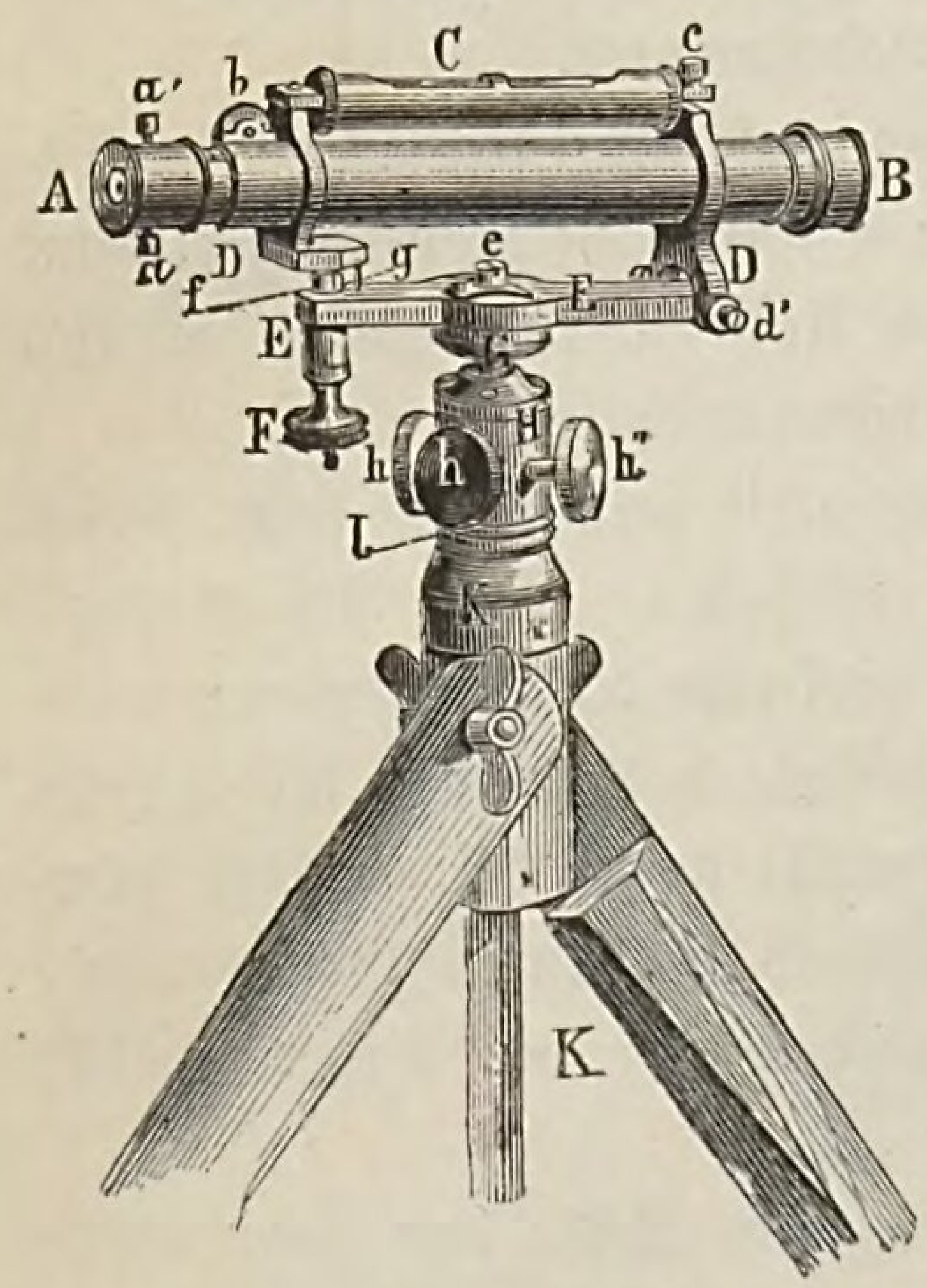
Ähnlich kann man untersuchen, ob die optische Achse des Fernrohres senkrecht auf der Drehungsachse steht. Man stellt das Instrument horizontal und visiert mit dem Fernrohr einen bestimmten Gegenstand, etwa den Kreuzpunkt einer Nivellierscheibe, an. Hierauf schraubt man die Schrauben e e′ auf, dreht das Fernrohr, ohne die Alhidade zu verrücken, um 180° um,

so daß die Libelle, welche vorher oben lag, jetzt unter dem Fernrohr sich befindet, und visiert den gleichen Punkt nochmals an. Zeigt sich jetzt eine Abweichung, so wird die Hälfte des Fehlers an den Korrektionsschräubchen des Fadenkreuzes, die andere Hälfte aber an den Nivellierschrauben i, i', i'' berichtigt.

C. Das Taschen-Nivellierinstrument nach Starke.

Dieses Fernrohrinstrument kann in verschiedener Größe ausgeführt werden. Mechanikus Tesdorpf in Stuttgart fertigt dasselbe mit einem Fernrohre von 16 Centimetern Brennweite und 12maliger Vergrößerung, ohne Trieb an der Okularröhre, um den Preis von 70 Mk., mit Trieb für 80 Mk. und mit einem Horizontalkreis mit Noniusablesung bis auf 1 Minute gehend, eingerichtet, um 108 Mk

Die Konstruktion des Instrumentes ergiebt sich aus Figur 257. In dem Fernrohr A B befindet sich zwischen den Justierschräubchen a a' das Fadenkreuz, auf demselben die Libelle C, mit Justierschraube c, an demselben endlich der Trieb b für die Okularröhre A. Das Fernrohr läßt sich in vertikaler Ebene mittelst der Elevationsschraube F um die Spitzen zweier Schrauben d d' (d hier unsichtbar) drehen, welche in die Alhidade eingreifen. Die Alhidade E E liegt auf der kreisförmigen Alhidadenschale G auf, beide werden durch eine auf der Alhidade und unter der Schraube e liegende Feder mit einander so in Berührung gehalten, daß die Alhidade E E samt Fernrohr um die Achse e G gedreht werden kann. Eine mit G verbundene Nuß hat in dem oberen cylindrischen Körper H ihr Lager und endigt unten in einem vierkantigen Zapfen (Würfel), auf welchen die vier zur Horizontalstellung dienenden Horizontalschrauben h, h', h'' wirken. Das ganze Instrument wird auf ein Zapfenstativ K aufgeschraubt. Zur Vermeidung des toten Ganges der Elevationsschraube F ist eine Schraubenfeder f angebracht. Die Horizontalstellung geschieht ganz wie bei dem Sienerschen Instrumente. Zur Bezeichnung der Stellung der Elevationsschraube F, bei welcher die Libelle senkrecht zur Umdrehungsachse



Figur 257.

der Alhidade steht, dient der Stift g. Ist nämlich die Elevationsschraube so eingestellt, daß der Stift g die obere Alhidadenplatte E E gerade berührt und ein an der Schraubenmutter der Elevationsschraube befindlicher Punkt in der Verlängerung des Instrumentes liegt, so steht die Libelle senkrecht zur Umdrehungsachse.

D. Das Nivellierinstrument von Sickler in Karlsruhe.

Schon Professor Stampfer in Wien hat das § 117 beschriebene Nivellierdiopter in der Art verbessert, daß er die an demselben vorhandenen Diopter durch ein kleines Fernrohr ohne Vergrößerung ersetzt und dabei neben dem Vorteile des deutlicheren Sehens noch die weitere Bequemlichkeit erreicht hat, daß man mit dem Instrumente, ohne dessen Stellung zu verändern, vorwärts und rückwärts sehen, d h. das Okular als Objektiv und umgekehrt das Objektiv auch als Okular gebrauchen kann. Das Fernrohr besteht nämlich aus zwei ganz gleichen Konvexlinsen und einem Fadenkreuze, welches in der Mitte des Abstandes beider Linsen sich befindet.

Durch diese Einrichtung ist man im stande, sich auch sofort davon zu überzeugen, ob die optische Achse senkrecht zur Drehungsachse oder parallel zur Achse der Libelle liegt Nachdem nämlich, wie bereits unter A beschrieben, Fadenkreuz und Libelle korrigiert sind, visiert man das Fadenkreuz des Fernrohrs auf einen festen Punkt, etwa die Nivellierscheibe, ein und dreht dasselbe alsdann um 2 R, so muß das Fadenkreuz wieder in demselben Punkt stehen, im Falle das Instrument richtig ist; gewiß eine Prüfungsmethode, wie man sich keine einfachere denken kann.

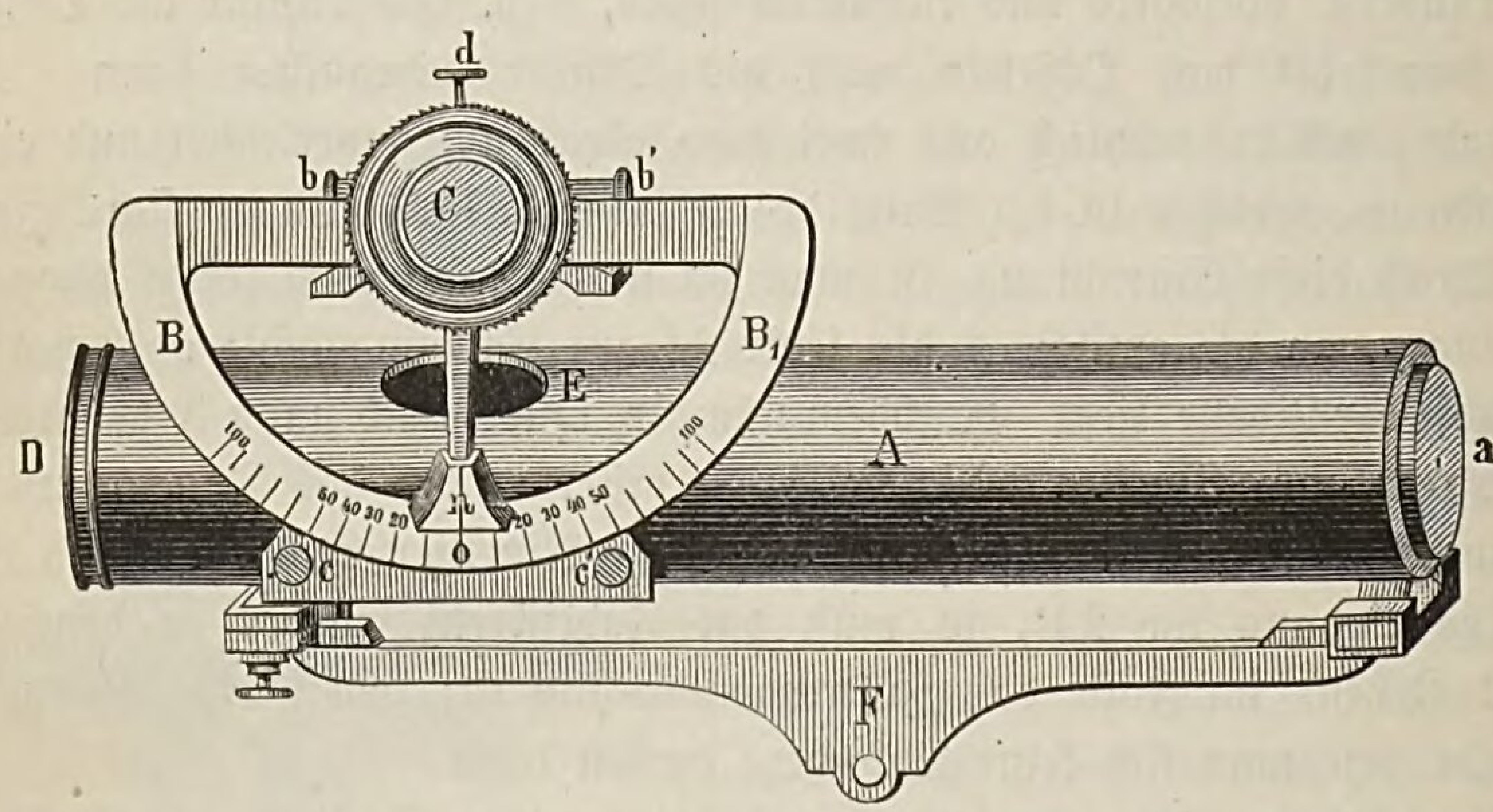
Nach dieser Idee fertigt nun Hofmechanikus Sickler in Karlsruhe ein sehr niedliches Nivellierinstrument um den geringen Preis von 50 Mk., welches statt der Diopter des Nivellierdiopters, § 117, ein kleines, nur 15 Centimeter langes Fernröhrchen von der oben angegebenen Konstruktion besitzt, dabei aber noch weiter die bequeme Einrichtung hat, daß das Fernrohr mittelst einer Elevationsschraube, nachdem das Instrument horizontal gestellt wurde, aus seiner horizontalen Lage gehoben und mittelst einer angebrachten Skala auf jedes beliebige Gefälle zwischen 1 bis 10 pCt. bis auf $^1/_{10}$ pCt. genau eingestellt werden kann.

Durch diese Einrichtung eignet sich das Instrument sehr gut zur Absteckung von Feld- und Waldwegen nach einem bestimmten Gefälle, zu Wiesenanlagen, Drainierungsarbeiten u. s. w. Die Vorrichtungen zum Horizontalstellen, so wie die Art und Weise der Befestigung mit dem Stative sind ganz wie bei dem Nivellierdiopter § 117.

E. Das verbesserte Spiegeldiopter von Abney.

Dieses in England unter dem Namen „Abneys level" bekannte praktische und sinnreiche Instrument wurde nach Angaben der Herren Oberforstrat von Dorrer und Baurat Reinhardt in Stuttgart von dem Mechanikus „Gebrüder Zimmer" (jetzt Tesdorpf) daselbst für die forstlichen Bedürfnisse entsprechend umgearbeitet. Wir beschreiben dasselbe zunächst in seiner einfachsten Gestalt wie es zu Messungen von Baumhöhen und zum Abstecken von Wegen besonders geeignet ist.

Dasselbe besteht (Figur 258) aus einer mit einem Okularauszug a versehenen Fernrohrhülse A von Messing, an deren Objektivende D sich ein Fadenkreuz befindet, welches in der Zeichnung unsichtbar ist. Mit der



Figur 258.

Fernrohrhülse, welche keine Linsen enthält, ist ein mit zwei lösbaren Schrauben c c' befestigter Höhenbogen B B' verbunden, welcher weiter mit einem Zeiger n (Nonius) und einer Libelle b b' versehen ist. Durch einen Knopf C ist der Nonius n und gleichzeitig die Libelle b b' drehbar, während die Schraube d dazu dient, Nonius und Libelle an dem Bogen B B' festzuklemmen. Die in Messing gefaßte Libelle ist oben und unten aufgeschnitten, so daß auch von unten die Blase derselben sichtbar ist. Ebenso ist der obere Teil der Fernrohrhülse bei E aufgeschnitten und enthält daselbst in ihrem Innern einen kleinen Spiegel, welcher nur bis fast in die Mitte der Hülse reicht und gegen die Achse a D um einen Winkel von 45° geneigt ist. Hierdurch kann neben dem Spiegel noch gerade der Durchschnitt des Fadenkreuzes erblickt werden. Stellt man nun den Nullpunkt des Nonius

in den Nullpunkt der auf dem Höhenkreis B B′ angebrachten Teilung ein und hebt oder senkt die Fernrohrhülse so lange, bis die Blase der Libelle einspielt, so wird dieselbe Licht auf den Spiegel werfen und ein in a befindliches Auge wird ein Spiegelbild der Libellenblase gerade neben dem Durchschnittspunkte des Fadenkreuzes erblicken. In diesem Momente liegt die durch den Okularpunkt a und das Fadenkreuz bei D dargestellte Visierlinie horizontal, und man kann das Instrument jetzt zum Nivellieren verwenden. Dreht man nun z. B. die Libelle b b′ um x°, so wird sich auch der Nonius n von dem Nullpunkte der Teilung um x° entfernen, aber die Libelle wird jetzt natürlich nicht mehr einspielen; hebt man aber nach Feststellung der Libelle und des Nonius durch die Schraube d, die Fernrohrhülse um den gleichen Winkel x°, so wird jetzt sofort die Libelle wieder einspielen und die Blase im Spiegel neben dem Fadenkreuz erscheinen, d. h. man kann mit dem Instrumente in sehr einfacher Weise in Graden oder Prozenten ausgedrückte Winkel und daher auch Baumhöhen u. s. w. messen.

Die Teilung des Höhenkreises wird von Tesdorpf je nach Wunsch in Graden oder Prozenten ausgeführt. Bei Gradeinteilung sind natürlich die Teilstrichelchen gleich, bei Prozentteilung sind sie ungleich, da x Grade nicht auch x Prozenten entsprechen. Die Zeichnung stellt ein Instrument mit Prozentteilung dar. Soll nun mit diesem Instrumente die Höhe eines Baumes gemessen werden, so stellt man sich in schicklicher Entfernung E vom Baume auf, visiert nach der Spitze des Baumes, dreht mit dem Knopfe C die Libelle und damit den Zeiger (Nonius) n so lange, bis die Libelle einspielt, d. h. die Blase derselben mit dem Horizontalfaden des Fadenkreuzes zusammenfällt und liest die Anzahl Prozente p an n ab. Die Höhe H bis zur Horizontalen ist dann $H = E \cdot p$. Wäre z. B. die Standlinie $E = 30^m$, das Prozent 60, d. h. $p = 0{,}60$, so ist $H = 30 \times 0{,}60 = 18^m$.

Visiert man nun auch nach dem Fußpunkte des Baumes, so wird, im Falle der Augenpunkt über dem Fußpunkt liegt, der Zeiger auf die andere Seite der Teilung treten und es werden sich jetzt p_1 Prozente ergeben. Die Höhe H_1 zwischen der Horizontalen und dem Fußpunkt des Baumes ist dann: $H_1 = E \cdot p_1$. War $p_1 = 10$ pCt. $= 0{,}10$, so ist $H_1 = 30 \times 0{,}1 = 3^m$.

Die ganze Höhe H_2 setzt sich nun zusammen aus $H_2 = E\,(p + p_1) = 30 \times 0{,}70 = 21^m$.

Befindet sich der Augenpunkt unter dem Fußpunkt, so werden beide Ablesungen an einer Seite des Höhenkreises stattfinden, und es muß dann die zweite Ablesung von der ersten abgezogen werden.

Bei Instrumenten, welche in Grade geteilt sind, ergeben sich die Ablesungen in Graden und man findet die Höhe H, wenn man x Grade bei der ersten Visur abgelesen hat, $H = E \cdot \text{tang} \cdot \alpha$. Besitzt man nun eine Tafel, welche die Tangenten aller Winkel für die Standlinie = 1 enthält, so braucht diese Zahl nur mit E multipliziert zu werden, um die Höhe H zu finden u. s. w.

Selbstverständlich können mit einem solchen Instrumente auch Waldwege in jedem beliebigen Prozente abgesteckt werden. Das Verfahren wird keiner weiteren Beschreibung bedürfen. Das eben beschriebene Instrument wird aus freier Hand gebraucht und in einem Etui von 17 Centimetern Länge aufbewahrt. Es kann aber auch mittelst des Ansatzes F an einem ein- oder dreifüßigen einfachen Stative befestigt werden. Auch bringt Tesdorpf auf Wunsch noch einen Horizontalkreis an, so daß das Instrument dann auch einen Theodoliten bei einfacheren Horizontalwinkel-Messungen ersetzen kann. Schraubt man Höhenkreis mit Libelle ab, so dient das Spiegeldiopter auch als Winkelspiegel zum Abstecken rechter Winkel.

Die Preise stellen sich bei Mechanikus Tesdorpf, loco Stuttgart, wie folgt: Spiegeldiopter mit Nivellierlibelle und Höhenkreis in einfachem Etui zur Benutzung in freier Hand 42 Mk.; dasselbe auf Holzstab nebst Vorrichtung zum Horizontal- und Vertikaldrehen samt Etui 55 Mk.; dasselbe mit Horizontalkreis, $^1/_1{}^\circ$ und 1 Nonius 2 Minuten angebend, auf leichtem Dreifußstativ und Holzetui 81 Mk.

C. Von den Pendelinstrumenten.

Allgemeines.

§ 119.

Wie bereits § 114 bemerkt wurde, beruhen die Pendelinstrumente darauf, daß man mittelst eines Lotes eine vertikale Linie darstellt und auf diese eine senkrechte Absehlinie konstruiert, welche bei richtiger Konstruktion horizontal liegen muß. Alle hierher gehörigen Instrumente können keinen Anspruch auf sehr große Genauigkeit machen, weil selbst bei ruhiger Luft die horizontale Absehlinie nur so genau eingestellt werden kann, daß kaum noch eine Bestimmung der Höhen bis auf $^1/_{1000}$ der Entfernung des Instrumentes vom anvisierten Punkte möglich wird. Rechnet man dazu

noch die Unsicherheiten, welche die Dioptervorrichtungen selbst mit sich bringen, denn alle Pendelinstrumente haben keine Fernröhre, so wird man die Genauigkeit nicht höher als $^1/_{500}$ annehmen dürfen. Trotzdem sind die Pendelinstrumente ziemlich verbreitet, weil sie für gewöhnliche Fälle des praktischen Lebens doch hinreichend genau arbeiten, und bei einem mäßigen Preise gerne angeschafft werden.

Es existieren eine große Menge Pendel-Nivellierinstrumente, welche alle mehr oder weniger ihrem Zwecke entsprechen. Wir beschränken uns hier darauf, von den vielen in diese Gruppe gehörigen Instrumenten, nur das von Bose, Desaga, Hurth und den Nivellierstock zu beschreiben, weil diese zu den bekannteren gehören. Daß die Höhenmesser von Winkler-Großbauer, Sanlaville, Faustmann und Klaußner*) zugleich als Pendelinstrumente zum Nivellieren gebraucht werden können, wurde bereits §§ 106, 107 und 108 hervorgehoben.

1. Das Nivellierinstrument von Bose**).

§ 120.

A. Beschreibung und Theorie des Boseschen Instrumentes.

Das Bosesche Nivellierinstrument eignet sich besonders zum Nivellieren von Wald- und Feldwegen, sowie zum Messen von Baumhöhen. Für den Bau von Kunststraßen, Eisenbahnen u. s. w., welche eine größere Genauigkeit beanspruchen, ist es nicht konstruiert.

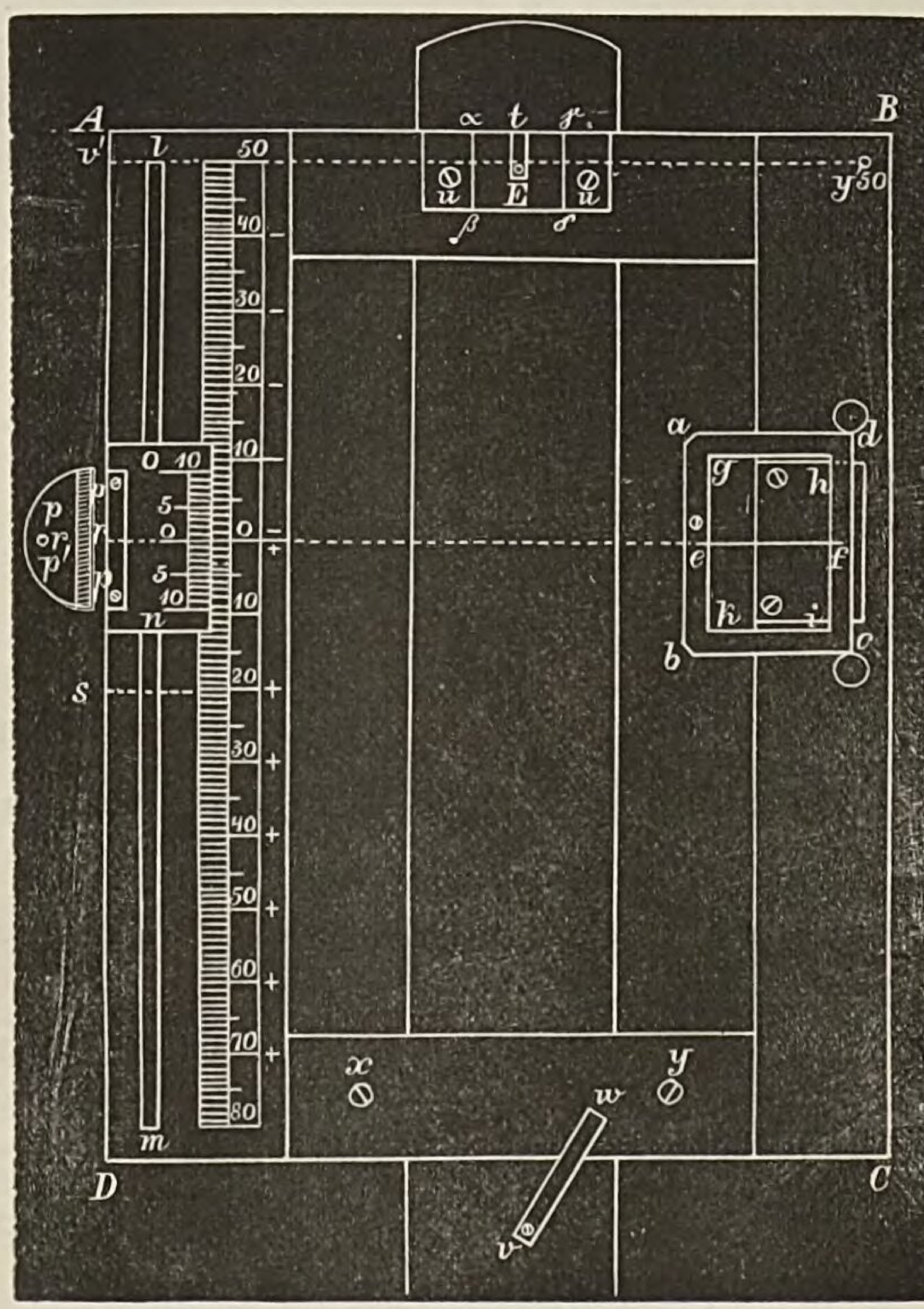
Figur 259 stellt das Instrument in der Hälfte seiner wirklichen Dimensionen vor. Es besteht aus vier gleich breiten, an ihren Enden zu einem Rechtecke zusammengelöteten Messingstreifen A D, A B, C D und B C. Auf letzterem ist eine durchbrochene, geschwärzte Messinplatte a b c d angebracht, über deren Öffnung g h i k in den Punkten e und f ein Pferdehaar horizontal gespannt ist. Die um das Scharnier c d bewegliche Platte a b c d wird bei dem Gebrauch senkrecht auf die Fläche B C aufgestellt und durch eine Feder festgehalten.

---

*) Eine Beschreibung und Gebrauchsanweisung des Klaußnerschen Instrumentes findet sich in F. Baur, Forstwissenschaftliches Centralblatt 1883 S. 485.

**) Man vergleiche: „Beschreibung zweier Instrumente zum Nivellirren der Waldwege und Messen der Baumhöhen von Heinrich Ludwig Bose, Großh. Hess. Oberforstrate." Mit vielen Tabellen und zwei lithographierten Tafeln. Darmstadt 1863. Verlag von G. Jonghaus, Hofbuchhändler.

In dem B C gegenüberliegenden Streifen A D befindet sich ein überall gleicher Spalt l m, in welchem der Nonius o n auf- und abbewegt werden kann. Während sich auf der Rückseite desselben eine zum Feststellen des Nonius an jeder beliebigen Stelle der Linie l m dienende Stellschraube befindet, ist auf der Vorderseite in senkrechter Stellung zum Nonius und zum Streifen A D ein Plättchen p p' angebracht, dessen



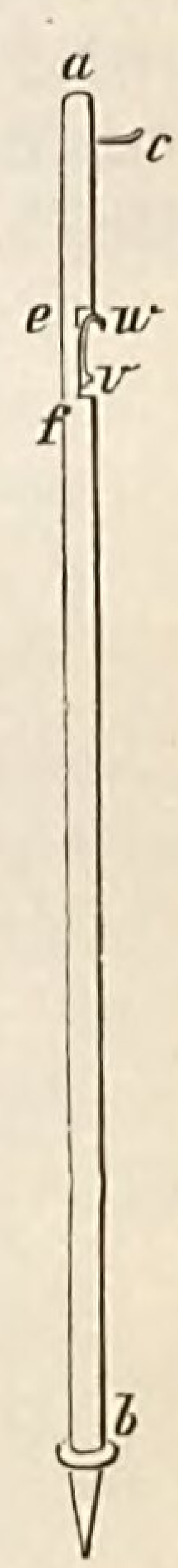
Figur 259.

Mitte mit einer kleinen Diopteröffnung versehen ist. Hiernach stellt die durch die Öffnung r und das Roßhaar e f gedachte gerade Linie die Visierrichtung der Instrumentes dar.

Die auf A D ausgeführte Einteilung ist derart, daß 100 Teile derselben der Entfernung des Augenpunktes r vom Objektivfaden e f gleich sind, und da ein solcher Teil durch den Nonius o n wieder in 10 weitere gleiche Teile geteilt wird, so ist man im stande mittelst des Nonius, da

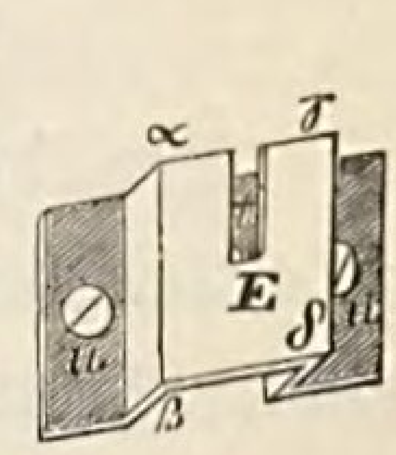
der Augenpunkt r mit dem Nullpunkt der Skala genau zusammenfällt, an letzterer Entfernungen bis auf Tausenteile oder $^1/_{10}$ Prozent der Linie r f angeben zu können. So ist z. B. r s = 20 Prozent von r f = 0,200 r f.

In der Mitte des oberen Messingstreifens A B befindet sich ein rundes Loch t, durch welches der etwas dünnere Stift c des Stativs a b, Figur 260, so hindurch gesteckt wird, daß das Instrument um c frei wie ein Pendel schwingen und sich allmählich beruhigen kann. Zur Vermehrung des Gewichts des Instrumentes und zur besseren Regulierung desselben ist auf der Rückseite des Streifens C D, Figur 259, ein circa 15 Centimeter dickes, parallelepipedisches Stück Eisen x y angeschraubt. Das Stativ selbst besteht aus einem gewöhnlichen Meßkettenstab a b, Figur 260, über dessen Spitze ein flacher eiserner Rand b hervorsteht. Der Kettenstab ist auf der einen Seite von a bis f etwas abgehobelt und bei e noch mit einem Einschnitte versehen, in welchen man während des Transports des Instruments den Eisenstab x y eindrückt und dann den Riegel v w wie bei einem Fenster vorschiebt. Bei dem Gebrauche wird dieser Riegel so weit zurück-, das Instrument aber an dem Stifte so weit vorgeschoben, daß dasselbe freihängend den Stab a b nicht berührt Um jedoch ein zu starkes Schwanken des Instrumentes zu verhüten, sind bei der Öffnung t an die Messingstäbchen u u die Plättchen $\alpha\ \beta$ und $\gamma\ \delta$, Figur 261, derart befestigt, daß, wenn die ganze Vorrichtung durch die Schrauben u u an den Streifen A B angeschraubt wird, $\alpha\ \beta\ \delta\ \gamma$ sich in paralleler Stellung zur oberen Fläche des Instrumentes und circa 1,5 Centimeter von derselben befindet. Der Stativstift c wird hiernach bei dem Gebrauch wieder durch die Öffnung t und den Einschnitt E hindurch gesteckt.



Figur 260.

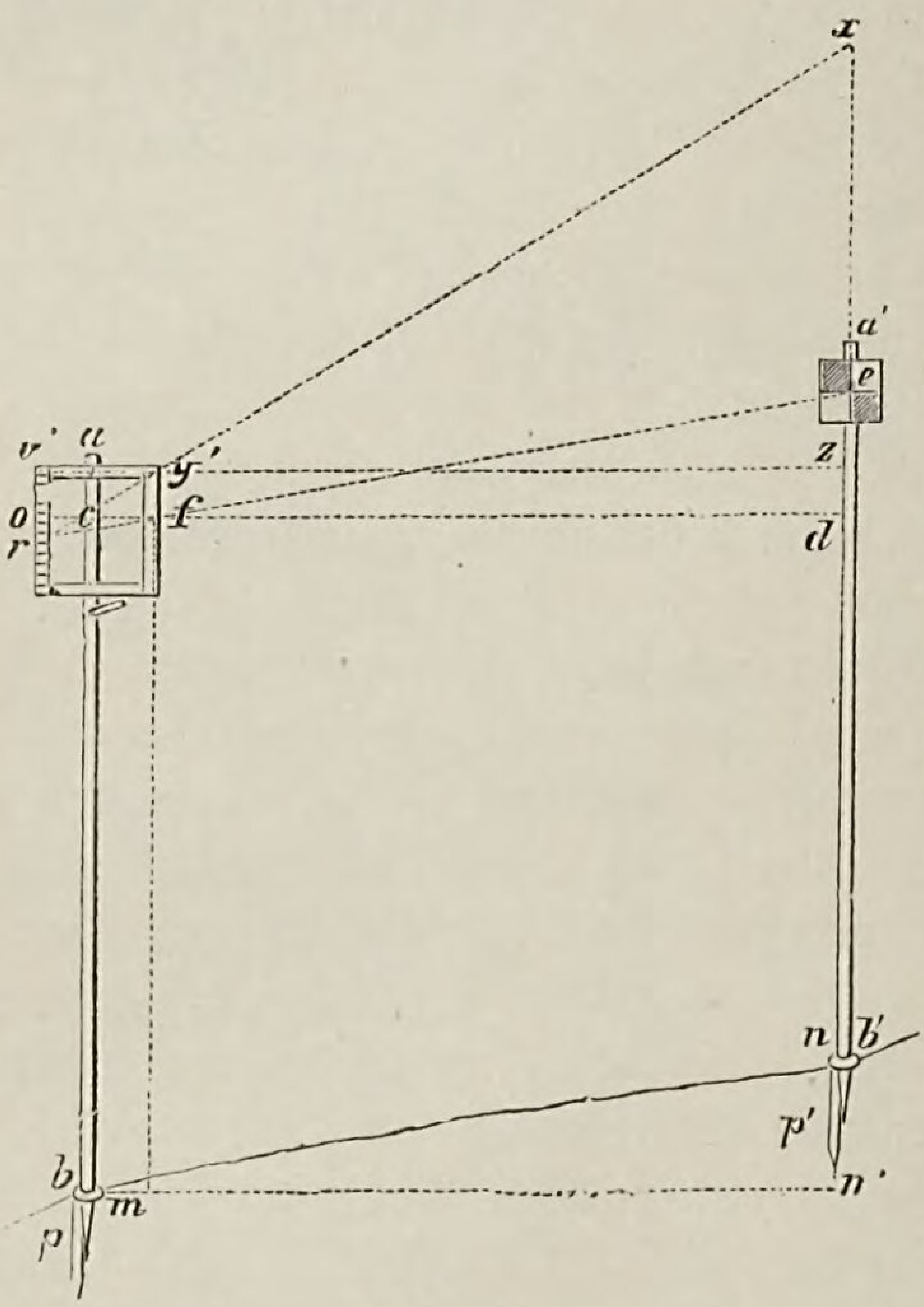
Dieses Instrument muß nun, sich selbst überlassen, so konstruiert sein, daß die durch den Augenpunkt r, den Nullpunkt der Skala und den Faden e f gehende Visierlinie vollkommen horizontal liegt. Da der Nonius an der Skala nur in senkrechter Richtung auf- und niedergeschoben werden kann, so muß die Stellung des Instrumentes dieselbe bleiben, gleichviel an welcher Stelle der Skala sich der Nonius befindet.



Figur 261.

Zu dem Instrument gehört noch ein Visierstab a' b', Figur 262, an welchem das Scheibchen e derart befestigt ist, daß die Entfernung von e

bis zur unteren Fläche des bei b′ befindlichen Ansatzes gerade so groß ist, als das Stück c b des Instrumentes. Die horizontale Linie o f des Instrumentes wird daher genau so hoch über dem Kopfe des bei m in den Boden eingeschlagenen Pflockes sein, als der Visierpunkt e am Scheibchen über dem Kopf des Pflockes p′, vorausgesetzt, daß das Stativ und die Visierlatte so in den Boden eingesteckt sind, daß sie mit den unteren Flächen der eisernen Ansätze b, b′, auf den Köpfen der Pfähle aufsitzen.



Figur 262.

Um das Einstecken des Instrumentes im festen oder steinigen Boden zu erleichtern, führt der Gehilfe ein nagelförmiges Eisen mit sich, welches etwa $1\frac{1}{2}$ mal so lang als die Spitze des Stativs, jedoch von gleicher Dicke mit derselben ist, und schlägt dasselbe mit einem Beile, das er ohnehin bei sich führen muß, an den Stellen, wo das Visierscheibchen und das Instrument aufgestellt werden sollen, in den Boden ein. In das hierdurch entstehende Loch kann dann das Instrument leicht aufgestellt werden. Auf weichem Boden ist jedoch diese Maßregel überflüssig.

Um auf steinigem Terrain auch diesen Mißstand zu beseitigen, hat Herr Oberforstdirektor Bose in neuester Zeit an seinem Instrumente eine Verbesserung in der Art angebracht, daß man die Spitzen des Stativs nur etwa 6 Centimeter lang macht, an letzterem einen 5—6 Centimeter breiten eisernen Ring anbringt, welcher sich leicht auf- und niederschieben läßt und an einer jeden Stelle mittelst einer daran befindlichen Schraube festgestellt werden kann. An diesem Ringe sind ferner noch drei unten zugespitzte Eisendrähte von etwa 8 Millimeter Dicke und 1,2—1,4 Meter Länge so befestigt, daß sie sich wie Beine eines dreifüßigen Stativs auf- und niederbewegen und in den Boden eindrücken lassen. Bei dieser Vorrichtung kann das Instrument auch an jenen Stellen, an welchen die Spitze des Stativs gar nicht in den Boden eindringt, fest und bequem aufgestellt werden.

Handelt es sich nun um die Bestimmung der senkrechten Erhebung des Punktes n über m, Figur 262, so stellt man die Visierscheibe a′ b′ über n und das Instrument a b über m, und schiebt den Nonius an der Skala so weit herunter, daß die Visierlinie r f bei e einschneidet, wenn das Instrument, frei hängend, sich selbst überlassen bleibt. Es wird dann d e = n n′ die gewünschte Höhe sein, denn da die Dreiecke d e f und f o r ähnlich sind, so hat man:

$$of : or = fd : de \text{ und}$$

$$de = \frac{or \cdot fd}{of}.$$

Nach der bereits gegebenen Erläuterung ist jedoch bei der gegenwärtigen Stellung des Nonius:

$$or = 0{,}200\ of, \text{ daher}$$

$$de = \frac{0{,}200 \cdot of \cdot fd}{of} = 0{,}200\ fd.$$

Nun ist aber bei senkrechter Stellung des Stativs und der Visierscheibe f d + c f gleich der horizontalen Entfernung der Punkte m und n von einander und da der Fehler, der dadurch entsteht, daß man c f außer Acht läßt und f d der Stationsentfernung gleich setzt, ganz verschwindet, so giebt das Instrument die Höhe eines Punktes n über einem andern m in Tausendteilen der horizontalen Entfernung dieser Punkte von einander an. Daß der bei dieser Annahme entstehende Fehler unerheblich ist, erhellt daraus, daß die halbe Breite c f des Instrumentes beiläufig 8 Centimeter beträgt, die horizontale Entfernung c d der beiden Punkte m und n von einander daher = f d + c f = f d + 8 Centimeter ist.

Die berechnete unrichtige Höhe d e wird also in dem vorliegenden Falle sein: 0,200 (f d + 8 Centimeter) = 0,200 · f d + 0,200 · 8 Centimeter. Der wahre Wert von d e' ist aber 0,200 · f d, und es beträgt mithin der begangene Fehler bei 20 Prozent Steigung 0,200 · 8 = 1,6 Centimeter, um welchen Betrag die gefundene Höhe zu groß ist.

Hiernach berechnet sich daher der Fehler

bei	einem	Gefälle	von	1	Prozent	der	Stationsentfernung	auf	0,1 Ctm.
"	"	"	"	5	"	"	"	"	0,4 "
"	"	"	"	10	"	"	"	"	0,8 "
"	"	"	"	15	"	"	"	"	1,2 "
"	"	"	"	20	"	"	"	"	1,6 "
"	"	"	"	30	"	"	"	"	2,4 "
"	"	"	"	40	"	"	"	"	3,2 "

u. s. w.

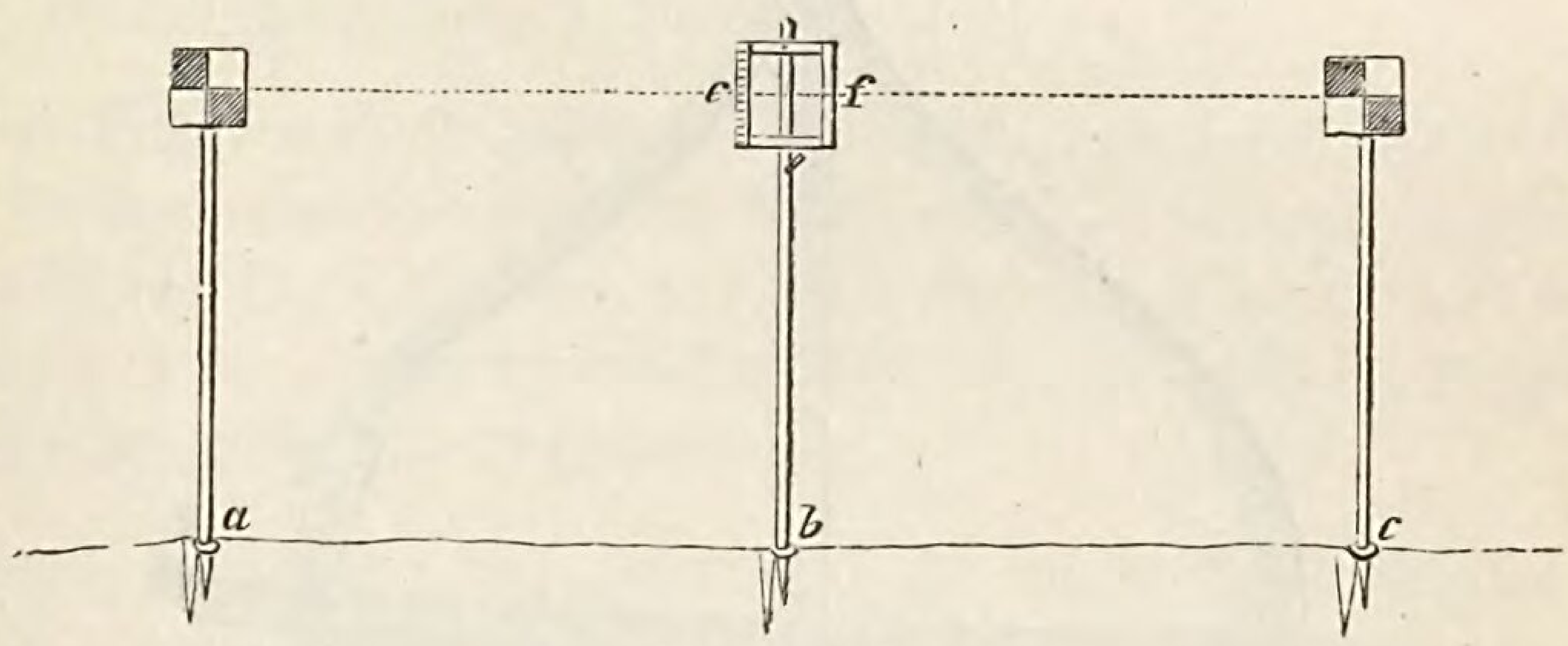
Der Fehler ist demnach selbst bei einem sehr starken Gefälle, wie es bei Waldwegen fast nie vorkommt, noch unerheblich und bis zu einer Steigung von 10 Prozent so unbedeutend, daß er gegen die stets vorkommenden, sogenannten unvermeidlichen Fehler vollkommen verschwindet. Hieraus folgt auch, daß der wegen nicht vollständig senkrechter Stellung des Instrumentes entstehende Fehler sehr unerheblich ist. Wem jedoch an der Vermeidung dieser Fehler liegt, der ziehe nach jeder Aufstellung des Instrumentes die auf vorstehende Weise zu berechnenden Beträge von den gefundenen Höhen ab.

B. Prüfung und Berichtigung des Boseschen Nivellierinstrumentes.

Um sich von der Richtigkeit des Instrumentes, d. h. von der horizontalen Lage der Visierrichtung zu überzeugen, stelle man dasselbe, nachdem man den Nullpunkt des Nonius auf den Nullpunkt der Teilung eingestellt und festgeschraubt hat, in einem ziemlich ebenen Terrain über dem Punkte b, Figur 263, auf, und schlage in einer Entfernung von 20—40 Meter einen Pflock a so ein, daß die Visierlinie die Mitte der Visierscheibe genau trifft. Hierauf bestimme man, indem man das Instrument in b herumdreht, auf der entgegengesetzten Seite in gleicher Entfernung bei c einen Pflock auf dieselbe Weise. Wird nun das Instrument über a aufgestellt und nach dem in c befindlichen Scheibchen visiert, so muß, im Falle der Richtigkeit des Instrumentes, das Pferdehaar genau auf den Visierpunkt

des Scheibchens zeigen. Ist dies nicht der Fall, so feilt man an dem einen oder anderen Ende den Eisenstab x y, Figur 259, so lange, bis das genaue Zusammenfallen der Visierlinie mit der Mitte des Scheibchens erfolgt.

Ein anderes Verfahren der Prüfung des Instrumentes besteht darin, daß man an einem etwas steilen Abhange zwei Pfähle einschlägt, zuerst durch Visieren von unten nach oben die Steigung und dann durch Visieren von oben nach unten den Fall bestimmt. Stimmen Steigung und Fall überein, so ist das Instrument richtig, im anderen Falle nimmt man aus



Figur 263.

beiden Ergebnissen das arithmetische Mittel, stellt den Nonius auf dieses ein und feilt schließlich an dem auf der einen Seite zu schweren oder leichten Eisenstabe so lange, bis die Visierrichtung mit dem Mittelpunkt des auf dem oberen oder unteren Pflock stehenden Scheibchens genau zusammenfällt.

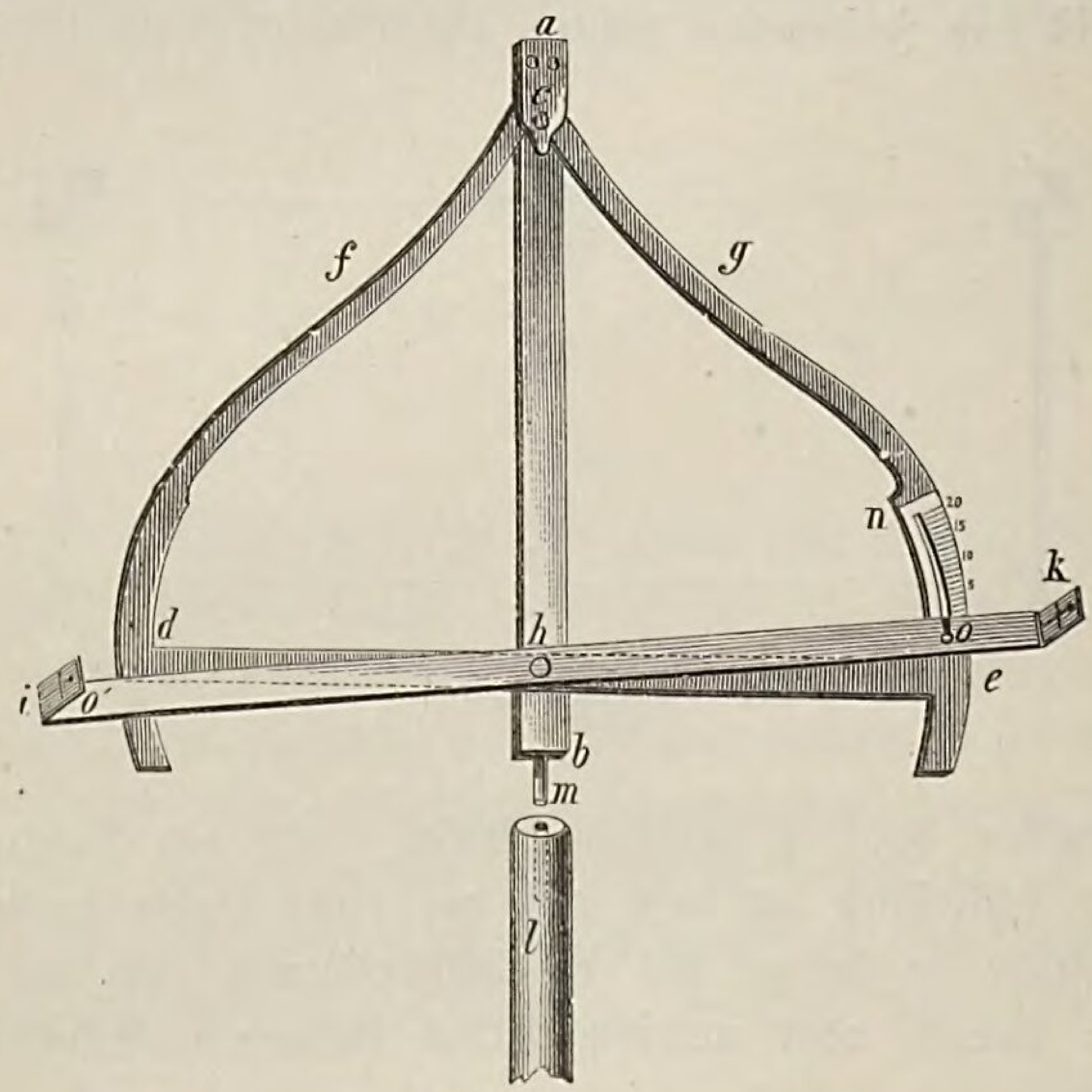
Die neuesten Boseschen Instrumente sind zum Vor- und Rückwärtsvisieren eingerichtet, wodurch die Prüfung sehr einfach wird. Man visiert einen Punkt (etwa die Visierlatte) an, dreht das Instrument um 2 R und visiert denselben Punkt wieder an. Decken sich beide Visuren, so ist das Instrument richtig, im anderen Falle ist es, wie beschrieben, zu berichtigen.

2 Das Nivellierinstrument von Hurth.

§ 121.

Dieses von Revierverwalter J. Hurth in Hechingen erfundene einfache Pendelinstrument findet sich im Jahrgang 1863 der von uns redigierten Monatschrift für Forst- und Jagdwesen beschrieben, hat aber inzwischen einige Verbesserungen erfahren, welche in der nachfolgenden Beschreibung Berücksichtigung fanden.

Ein herzförmig geformter Messingrahmen c f d e g, Figur 264, ist bei c an eine kleine Messingplatte a c, welche wieder an einen parallelepipedischen Holzstab a b angeschraubt ist, in der Art befestigt, daß derselbe wie ein auf einer scharfen Zunge liegender Wagebalken, frei und leicht an der Schraube c und vor der Seite a b des Stabes schwingen kann. Der Rahmen ist bei d und e kreisförmig gebogen und hier etwa 2 Centimeter,



Figur 264.

bei f und g nur 1,5 Centimeter breit und überall 3 Millimeter dick. Der Stab a b ist etwa 35 Centimeter lang und 3 Centimeter breit und dick, und endigt bei b in einem 3 Centimeter langen Messingzapfen m, so daß das ganze Instrument leicht auf ein gewöhnliches Stockstativ (gewöhnlichen Stock l, welches oben dem Zapfen entsprechend ausgehöhlt ist, aufgesteckt werden kann.

Die Entfernung d e beträgt etwa 30 Centimeter. Genau in der Mitte zwischen d e befindet sich eine Schraube h, durch welche ein 35 Centimeter langes Messinglineal o o' über dem ersten gerade so breiten Messingstreifen d e so befestigt werden kann, daß sich das Lineal o o' um den Punkt h beliebig auf- und abwärts bewegen läßt. An den beiden Enden des Lineals

befindet sich ein Diopter i und k, welches zum Vor- und Rückwärtsvisieren eingerichtet sind.

Endlich ist der kreisförmig gebogene Teil n e des Messingrahmens zwischen n o durchbrochen und so eingeteilt, daß die Teilstriche einzelne Prozente der Steigung oder des Gefälles direkt angeben Die richtige Einstellung der Visiervorrichtung in die Prozente ist dadurch ermöglicht, daß an dem Lineal o o′ eine Schraube o angebracht ist, welche sich mit dem Lineale bewegt, so daß die obere Kante des Lineals an jeder beliebigen Stelle der Teilung festgeschraubt werden kann.

Das Instrument ist weiter so konstruiert, daß wenn die obere Kante des Lineals o o′ genau mit dem Nullpunkt o der Teilung zusammenfällt, oder, was dasselbe ist, wenn das obere Lineal o o′ genau das untere d e deckt (was in der Zeichnung nicht der Fall ist), die durch die Diopter i und k dargestellte Visierlinie horizontal liegt.

Wenn man daher das Instrument auf das möglichst vertikal stehende Stockstativ l aufsteckt und frei an dem Punkte c schwingen läßt, bis es nach und nach zur Ruhe kommt, so muß die Visierlinie horizontal sein, wenn das Lineal die oben angegebene Lage hat. Das Instrument stellt sich daher bei richtiger Behandlung und nicht zu bewegter Luft von selbst horizontal.

Die Prüfung des Instrumentes auf diese Eigenschaft und die Berichtigung desselben geschieht in derselben Weise wie bei dem Bose schen Nivellierinstrumente.

Zu dem soeben beschriebenen Instrumente, welches ohne Stock nur 10 Mk. kostet, gehört noch eine einfache Nivellierlatte mit beweglicher Scheibe und können mit demselben folgende Arbeiten leicht verrichtet werden:

1. Kann man mit demselben ohne alle Rechnung einen Weg, eine Wasserleitung u. s. w. mit jedem beliebigen vorgeschriebenen Prozente Steigung oder Fall leicht abstecken

2. Läßt sich umgekehrt mit dem Instrumente ohne alle Rechnung untersuchen wie viel Prozent Steigung oder Fall eine gewisse Wegstrecke u. s. w. hat.

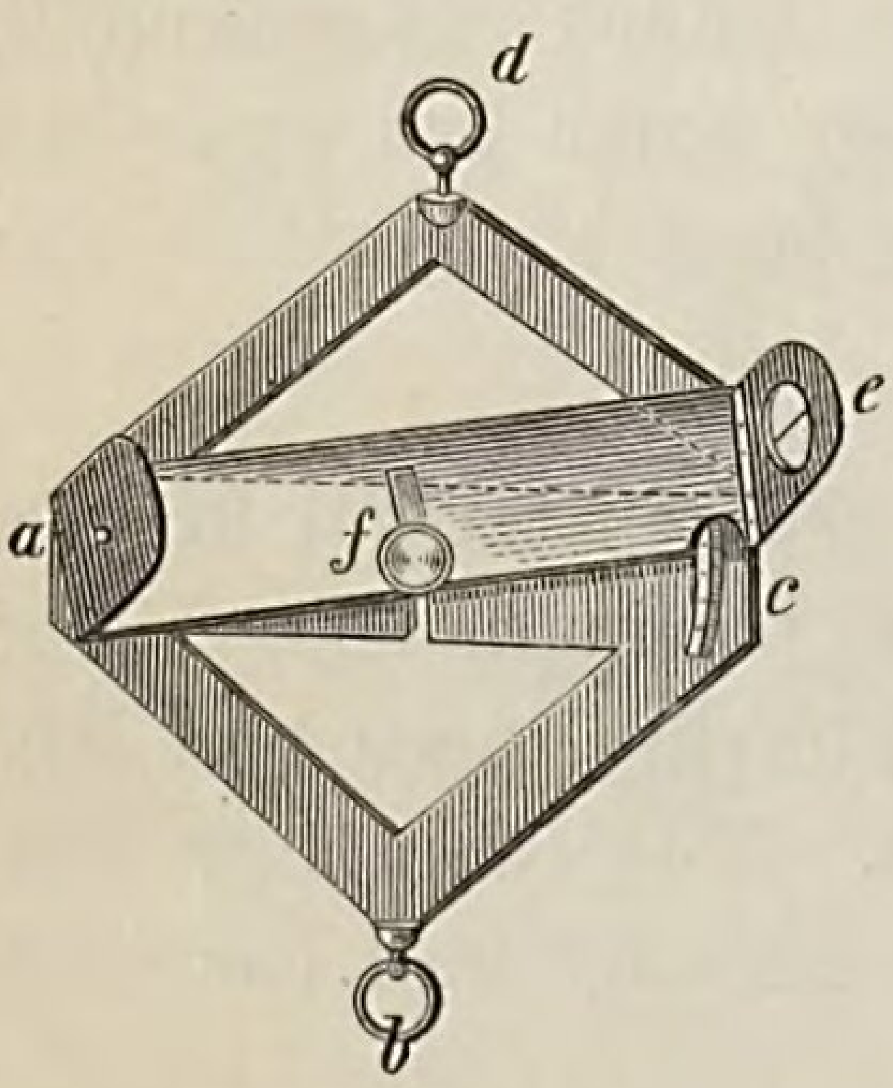
3. Kann mit demselben, ähnlich wie bei den Röhren- und Libelleninstrumenten, auch der Höhenunterschied zweier oder mehrerer Punkte nach den noch zu beschreibenden Nivelliermethoden bestimmt werden.

Das Instrument ist einfach, billig und handlich, und läßt, da man mit demselben vor- und rückwärts visieren kann, eine leichte Kontrolle der Arbeit zu.

3. Das Nivellierinstrument von Desaga.

§ 122.

Dieses Instrument, welches der Universitätsmechaniker P. Desaga in Heidelberg um 10 Mk fertigt, besteht aus einem quadratförmigen Metallrahmen a b c d, Figur 265, dessen Seiten etwa 18 Centimeter lang und 2,5 Centimeter breit sind. An zwei gegenüberstehenden Ecken sind Ringe b und d angebracht, die beiden anderen Ecken sind mit einer Eisenschiene a c verbunden, welche in der Zeichnung nur teilweise sichtbar ist. Am Ende c dieser Schiene ist eine Teilung auf einem Messingbogen, ähnlich wie bei dem Hurthschen Instrumente, angebracht, welche ganze und halbe Prozente Steigung oder Fall von 1 bis 20 angiebt. Vor der Schiene a c liegt eine zweite a e, welche durch eine bei a angebrachte Schraube mit der hinteren Schiene befestigt ist und um diese Schraube gedreht werden kann. An den Enden der Schiene a e sind kleine Diopter, nämlich ein Okular a und ein Horizontalfaden e angebracht, die als Visierlinie dienen. Durch eine zweite Klemmschraube f kann die Schiene a e in jedes beliebige Prozent eingestellt und festgeschraubt werden. Deckt die vordere Schiene die hintere vollkommen, so daß die untere Kante der vorderen Schiene auf dem Nullpunkt der Teilung steht, dann ist die Visierlinie horizontal, wenn das Instrument richtig aufgehängt ist.



Figur 265.

Zu dem Instrumente gehört nämlich noch ein etwa 1,6 Meter langer Stab (Stockstativ), welcher etwa bei 1,4 Meter einen 5 Centimeter langen eisernen Stift mit einer kleinen Vertiefung besitzt, in welchen das Instrument an den oberen der beiden Ringe d aufgehängt werden kann, während man an den unteren Ring b ein Gewicht hängt, damit das im Anfang wie ein Pendel schwingende Instrument leichter zur Ruhe kommt und weniger vom Winde bewegt wird.

Die Prüfung und Berichtigung dieses Instrumentes, zu welchem endlich noch eine einfache Nivellierlatte mit beweglicher Scheibe gehört, geschieht ähnlich wie bei dem Boseschen Instrumente. Selbstverständlich lassen sich mit dem Desagaschen Pendelinstrumente dieselben Zwecke wie mit dem Hurthschen erreichen.

In neuerer Zeit giebt Desaga seinem Instrumente noch eine einfachere Gestalt (Taschenformat). Zwei parallel über einander liegende, 18 Centimeter lange und 2,5 Centimeter breite eiserne Schienen, von welchen die eine an beiden Enden Ringe, die andere abgerundete, feststehende Diopter hat, können um eine im Mittelpunkt angebrachte Achse gedreht und in einen Winkel gebracht werden, der sich mehr oder weniger dem rechten Winkel nähert, beziehungsweise ihn erreicht. Eine zwischen den beiden eisernen Schienen befindliche, 12 Centimeter lange, 1 Centimeter breite Messingschiene kann, nach außen gedreht, mit dem losen Ende zwischen einen kleinen Ansatz und eine Klemme gebracht und mit einer Klemmschraube festgestellt werden. Endlich hat die Messingschiene eine in Prozente geteilte Skala, und auf dem Ansatze befindet sich eine kleine Marke, bei welcher die Skala eingestellt werden kann.

Von dem Gebrauche dieses Instrumentes werden wir später handeln.

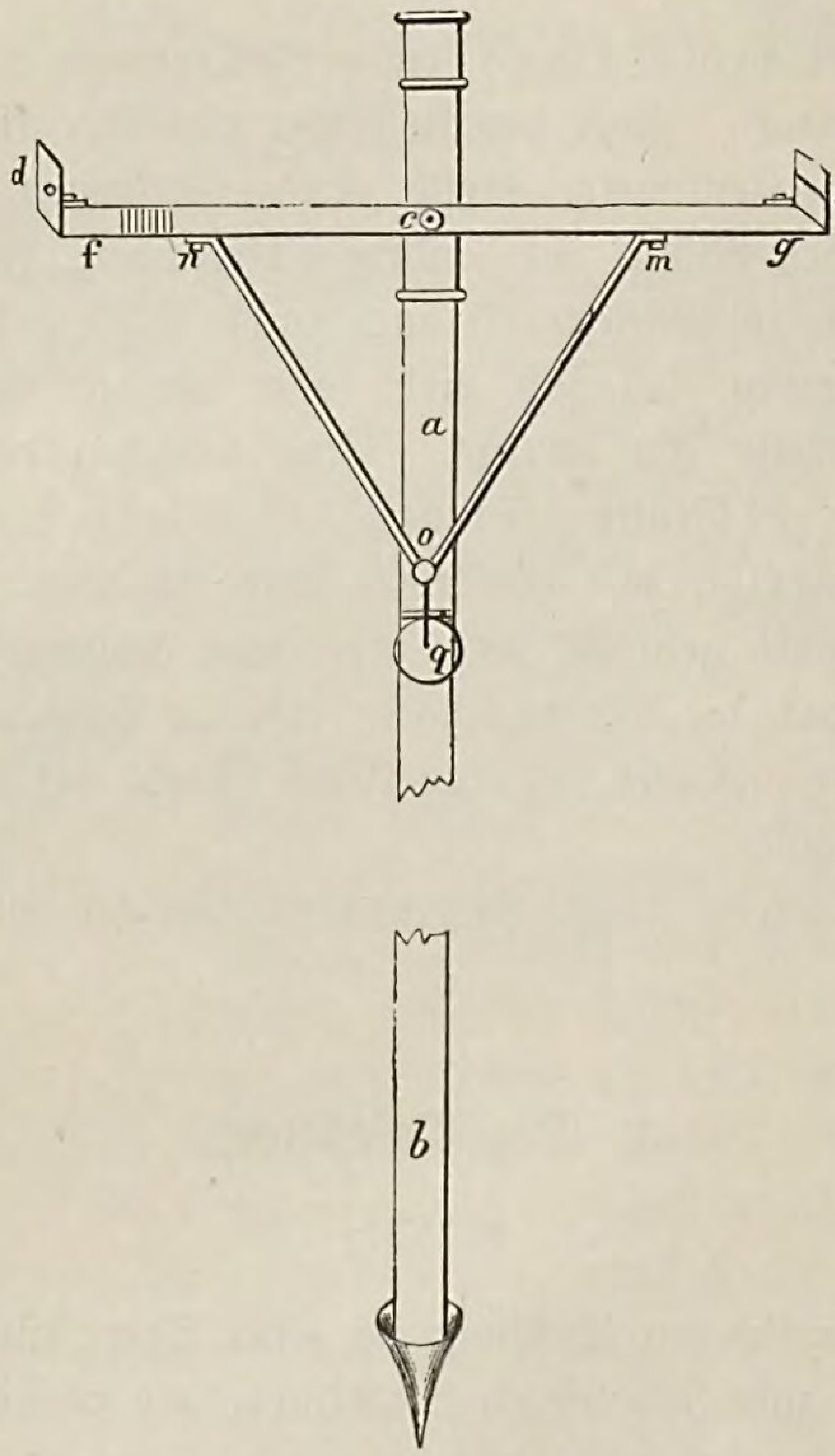
4. Der Gefällstock.

§ 123.

Er dient namentlich zur Bestimmung einer Trace für einen Weg oder eine Straße, sowie zum Nivellieren überhaupt, wo es sich um keinen sehr hohen Grad von Genauigkeit handelt.

An einem Stabe a b, Figur 266, der oben eine messingene Hülse mit einem Gewinde, unten eine Spitze hat, befindet sich eine kleine horizontale Schraube c mit genau abgedrehter Spindel, welche als Drehachse für ein vierkantiges Stäbchen f g dient, an dessen Enden die Diopter d und e angebracht sind, welche als Visierlinie dienen. An dem Stäbchen f g befinden sich weiter zwei Schienen m und n, von welchen zwei in o scharnierartig verbundene Messingstäbchen in der Art ausgehen, daß m n o ein gleichschenkeliges Dreieck bildet. Damit das um c schwingende Instrument sich leichter beruhigt und weniger vom Winde bewegt wird, ist bei o ein Gewicht q angehängt.

Werden nun die Schieber m und n beide gleichweit von der Drehungsachse c eingestellt, so nimmt das von beiden Seiten gleich stark angezogene Stäbchen f g eine horizontale Lage an, und die Visierlinie d e stellt einen scheinbaren Horizont dar. Verrückt man aber den Schieber in der Richtung



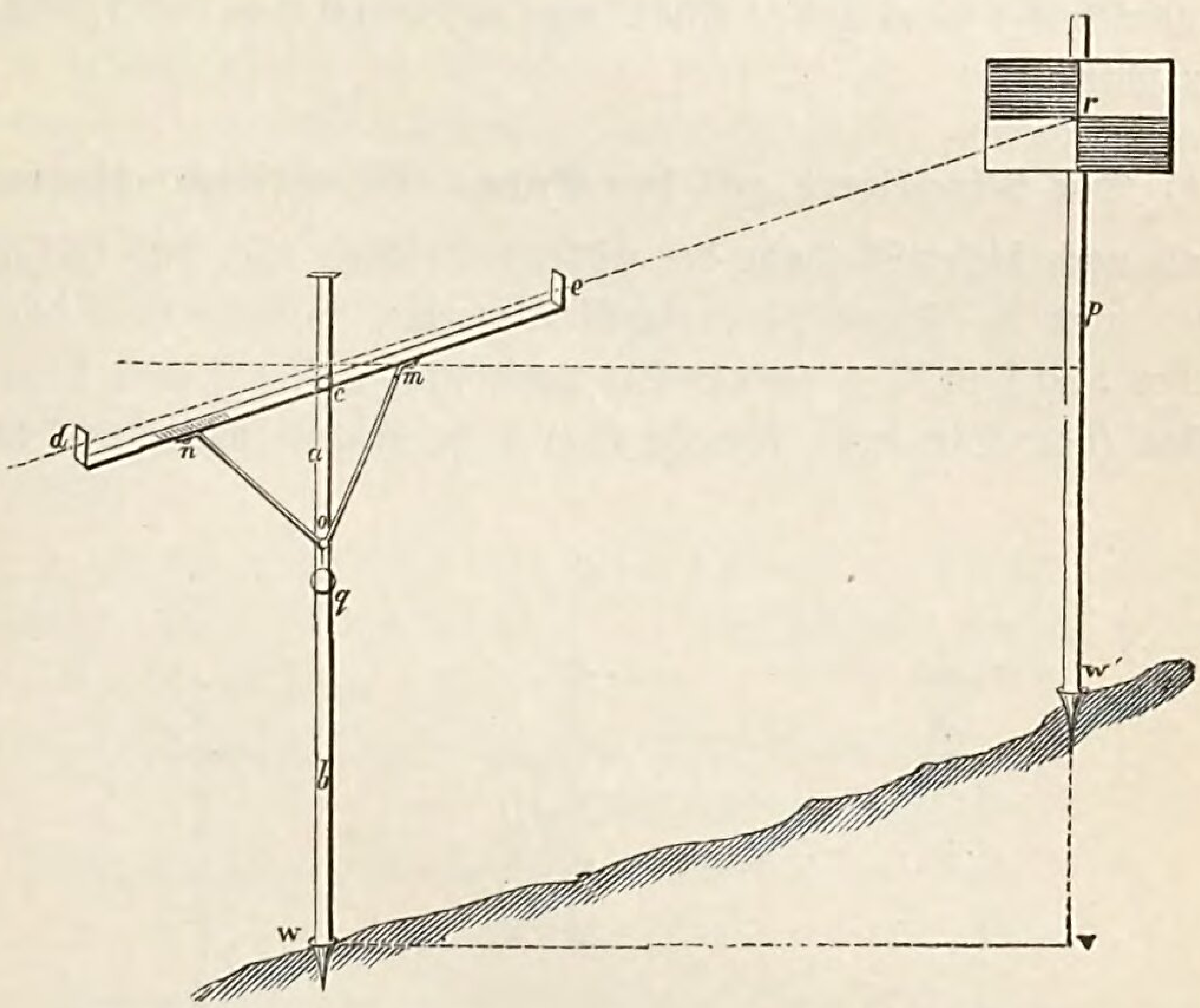
Figur 266.

nach f so, daß c n größer als c m wird, so erhält das Stäbchen f g und somit die Visierlinie d e eine gegen den Horizont geneigte Lage, und man kann daher, wenn man dem Teile zwischen n und f eine entsprechende Einteilung giebt, auch dieses Instrument auf jedes beliebige Prozent Steigung einstellen.

Um endlich das Instrument auch für den Transport bequem zu machen, kann man es in den hohlen Stock a b einschieben, dessen Knopf das Gewicht q bildet.

Zu dem Instrumente gehört noch eine einfache Nivellierlatte p mit verstellbarer Scheibe, Figur 267.

Will man mit dem Gefällstocke z. B. einen Weg von 6 Prozent Steigung anlegen, so richte man denselben im Anfangspunkt w, Figur 267, vertikal auf, stelle den Schieber n auf 6 Prozent ein, mache die Nivellierlatte gerade so hoch als die Instrumentenhöhe vom Fußpunkte w bis zur



Figur 267.

Visierlinie und gehe mit der Latte p ein ganz beliebiges Stück am Berghange hinauf. Ist der Gehilfe z. B. in w′ angekommen, so rückt er hier die Latte so lange auf- und abwärts, bis die Visierlinie d e mit dem Punkte r der Zielscheibe zusammenfällt, so wird der Punkt w′ um 6 Prozent der Linie v w höher als w liegen. Hierauf stellt man das Instrument in w′ auf, schickt den Gehilfen wieder ein Stück weiter hinauf und fährt in der beschriebenen Weise bis zu Ende fort.

III. Von der Ausführung der Nivellierungsarbeiten.

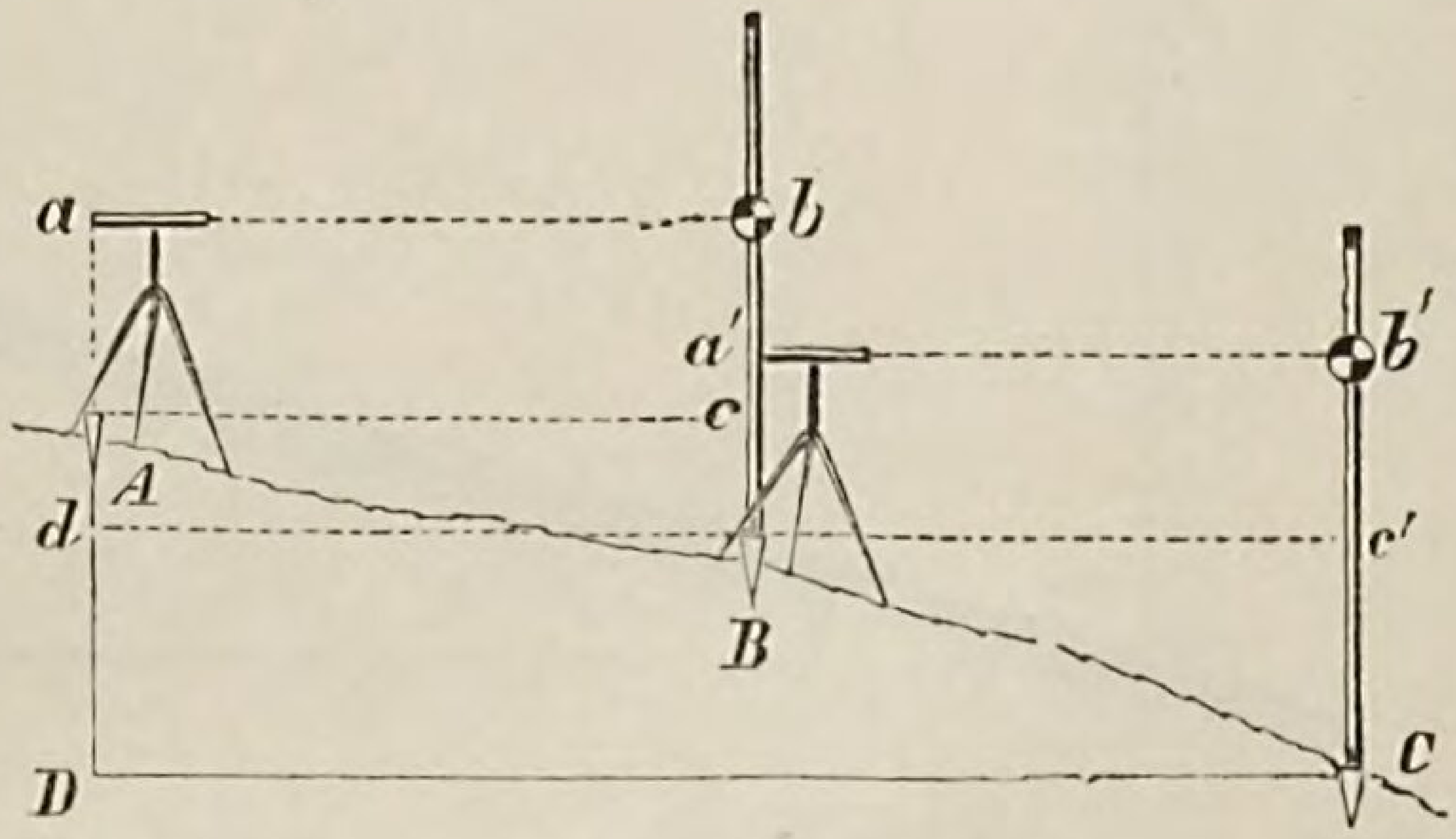
1. Von den Nivelliermethoden*).

§ 124.

Mit den in den letzten Paragraphen beschriebenen Nivellierinstrumenten kann im allgemeinen nach zwei verschiedenen Methoden gearbeitet werden. Man unterscheidet nämlich das Nivellieren aus den Enden und das Nivellieren aus der Mitte.

A. Das Nivellieren aus den Enden (Vorwärtsnivellieren).

Soll nach dieser Methode der Höhenunterschied oder das Gefälle zweier Punkte A und B, Figur 268, ermittelt werden, so stellt man das Instrument über dem Punkte A in der Art horizontal auf, daß das Okular a des Fernrohrs (oder Diopters), lotrecht über A zu liegen kommt und läßt einen



Figur 268.

Gehilfen die Zielscheibe B b vertikal über den Endpunkt B aufstellen. Hierauf läßt man die Scheibe b, wenn sie verschiebbar ist, so lange auf- und abrücken, bis der Mittelpunkt derselben genau mit der horizontalen

*) Da es auf die Nivelliermethoden gar keinen Einfluß übt, ob man mit Röhren-, Libellen- oder Pendelinstrumenten arbeitet, so können wir uns, ohne unklar zu werden, darauf beschränken, die Verfahrungsweise nur an dem besseren Fernrohrinstrumente zu zeigen, wobei wir jedoch nochmals in Erinnerung bringen, daß sich die verschiedenen Instrumente im Wesen nur darin unterscheiden, daß bei Röhreninstrumenten die Visierrichtung durch zwei kleine horizontale Flüssigkeitsspiegel, bei Libelleninstrumenten durch Diopter oder Fernrohr mit Fadenkreuz und bei den Pendelinstrumenten durch horizontalliegende Diopter dargestellt wird.

Visierlinie a b zusammenfällt. Wird nun die Lattenhöhe B b = L abgelesen und die Instrumentenhöhe A a = l dadurch bestimmt, daß man eine Zielscheibe auf A stellt und den Betrag bei a (Mittelpunkt des Okulars) abliest, so ist offenbar der Höhenunterschied oder das Gefälle (G) zwischen A und B, nämlich:

$$G_{A,B} = B\,b - A\,a = L - I = B\,c.$$

Ist die zu messende horizontale Entfernung zwischen A und B, nämlich B d, so groß, daß die Krümmung der Erde und die Brechung der Lichtstrahlen zu berücksichtigen ist, so muß an dem gefundenen Gefälle noch die der Entfernung entsprechende Korrektion nach § 111 angebracht werden, d. h. das wahre Gefälle ist:

$$G_{A,B} = L - \delta - I;$$

d. h. man erhält das Gefälle zwischen den Punkten A und B, wenn man von der wegen der Krümmung der Erde und der Strahlenbrechung korrigierten Lattenhöhe die Instrumentenhöhe abzieht.

Wäre z. B. die Lattenhöhe L = 2,974 Meter, die Instrumentenhöhe I = 1,483 Meter und die Entfernung A B = 100 Meter gefunden worden, so beträgt die Korrektion nach § 111:

$$\delta = 0{,}0\,000\,000\,687 \cdot E^2 = 0{,}0\,000\,000\,687 \cdot 100^2 = 0{,}000\,687 \text{ Meter; daher}$$

$$G_{A,B} = L - \delta - I = 2{,}974 - 0{,}001 - 1{,}483 = 2{,}974 - 1{,}484 = 1{,}490 \text{ Meter.}$$

Wie schon früher bemerkt, ist die Korrektion δ bei kurzen Strecken sehr unbedeutend und kann daher bei allen Nivellements, welche keinen sehr hohen Grad von Genauigkeit fordern, ganz hinweg bleiben.

Ist die Entfernung zweier zu nivellierenden Punkte so groß, daß eine einzige Aufstellung des Instrumentes in dem Anfangspunkte nicht genügt, so muß man auf der zu nivellierenden Strecke mehrere Zwischenpunkte annehmen, das Gefälle zwischen je zwei dieser Punkte, wie eben angegeben, bestimmen und sämtliche Gefälle addieren, um das Gefälle der ganzen Strecke zu erhalten.

In Figur 268 genügt z. B. zur Berechnung des Gefälles von A nach C der einzige Zwischenpunkt B. Nachdem man daher das Gefälle von A nach B gefunden hat, stellt man das Instrument in dem nächsten Punkte B und die Zielscheibe in dem Punkte C auf, mißt wieder die Lattenhöhe

$L' = C\,b'$, die Instrumentenhöhe $I' = B\,a'$ und die horizontale Entfernung von B nach C, so ergiebt sich das Gefälle von B nach C, nämlich:

$$G_{B,C} = L' - \delta' - I' = C\,c'.$$

Das Gesamtgefälle von A nach C ergiebt sich nun offenbar durch Addition der einzelnen Gefälle B c und C c', man hat daher:

$$G_{A,B} = L - I - \delta \text{ und}$$
$$G_{A,B} = L' - I' - \delta'. \text{ Werden nun beide addiert, so ist:}$$
$$G_{A,B} + G_{B,C} = L + L' - I - I' - \delta - \delta' \text{ oder}$$
$$G_{A,C} = L + L' - (I + I' + \delta + \delta');$$

d. h. man findet das Gesamtgefälle zwischen einer gewissen Strecke AC, wenn man sämtliche Lattenhöhen summiert und davon die Summe sämtlicher Instrumentenhöhen und Korrektionen wegen der Erdkrümmung und Strahlenbrechung abzieht.

Im Falle der Punkt B oder C höher als A liegen sollte, so würde, wie man sich dies leicht figürlich vorstellen kann, die Instrumentenhöhe in A größer als die Lattenhöhe in B oder C sein. Wäre z. B. erstere = I = 1,474 Meter und die letztere = L = 0,112 Meter, so würde nach der vorigen Formel und bei derselben Entfernung A B = 100 Meter das Gefälle von A nach B sein:

$$G_{A,B} = L - I - \delta = L - (I + \delta) = 0{,}112 - (1{,}474 + 0{,}001) =$$
$$0{,}112 - 1{,}475 = -1{,}363 \text{ Meter};$$

d. h. man erhält dann 1,363 Meter als negatives Gefälle oder Steigung. Kommt nun auf einer längeren Strecke positives und negatives Gefälle, d. h. wirkliches Gefälle und Steigung vor, und man wünscht den gesamten Höhenunterschied zwischen dem Anfangs- und Endpunkte des Nivellements zu erfahren, so hat man, da Gefälle und Steigung einander vollständig entgegengesetzte Größen sind, nur die positiven und negativen Größen zu addieren und die kleinere Zahl dann von der größeren zu subtrahieren, um in der positiven oder negativen Differenz das Gefälle oder die Steigung zu erhalten.

Bei der praktischen Ausführung eines Nivellements aus den Enden bedient man sich am besten des nachstehenden Formulars, in welches man die Entfernungen der Stationen, die Latten- und Instrumentenhöhen einträgt und in welchem man auch die Berechnung der einzelnen und summarischen Gefälle nach folgendem Beispiele vornimmt:

Der Station			Instrumentenhöhe in Metern	Lattenhöhe in Metern	Gefälle		Korrektion wegen der Erdkrümmung und Strahlenbrechung	Verbessertes summarisches Gefälle	Bemerkungen
Anfang	Ende	Länge in Metern			einzeln	zusammen			
					Meter		Meter	Meter	
0	1	150	1,324	2,646	+ 1,322	+ 1,322			
1	2	170	1,361	1,968	+ 0,607	+ 1,929			
2	3	160	1,383	0,121	− 1,262	+ 0,667			
3	4	180	1,342	1,902	+ 0,560	+ 1,227			
4	5	200	1,303	0,440	− 0,863	+ 0,364			
0	5	860	6,713	7,077		0,364	0,051	0,313	

Zur Erklärung des vorstehenden Formulars sei nur noch bemerkt, daß man die Einzelgefälle durch Subtraktion jeder Instrumentenhöhe von der nebenstehenden Lattenhöhe erhält. So ist z. B. das Gefälle von 2 nach 3 = 0,121 — 1,383 = — 1,262° u. s. w. Die summarischen Gefälle ergeben sich jedoch durch algebraische Addition der Einzelgefälle, so daß die in der Rubrik „Gefälle zusammen", eingetragenen Zahlen der Reihe nach die Gefälle von 0 nach 1, von 0 nach 2, von 0 nach 3, von 0 nach 4 und von 0 nach 5 bezeichnen.

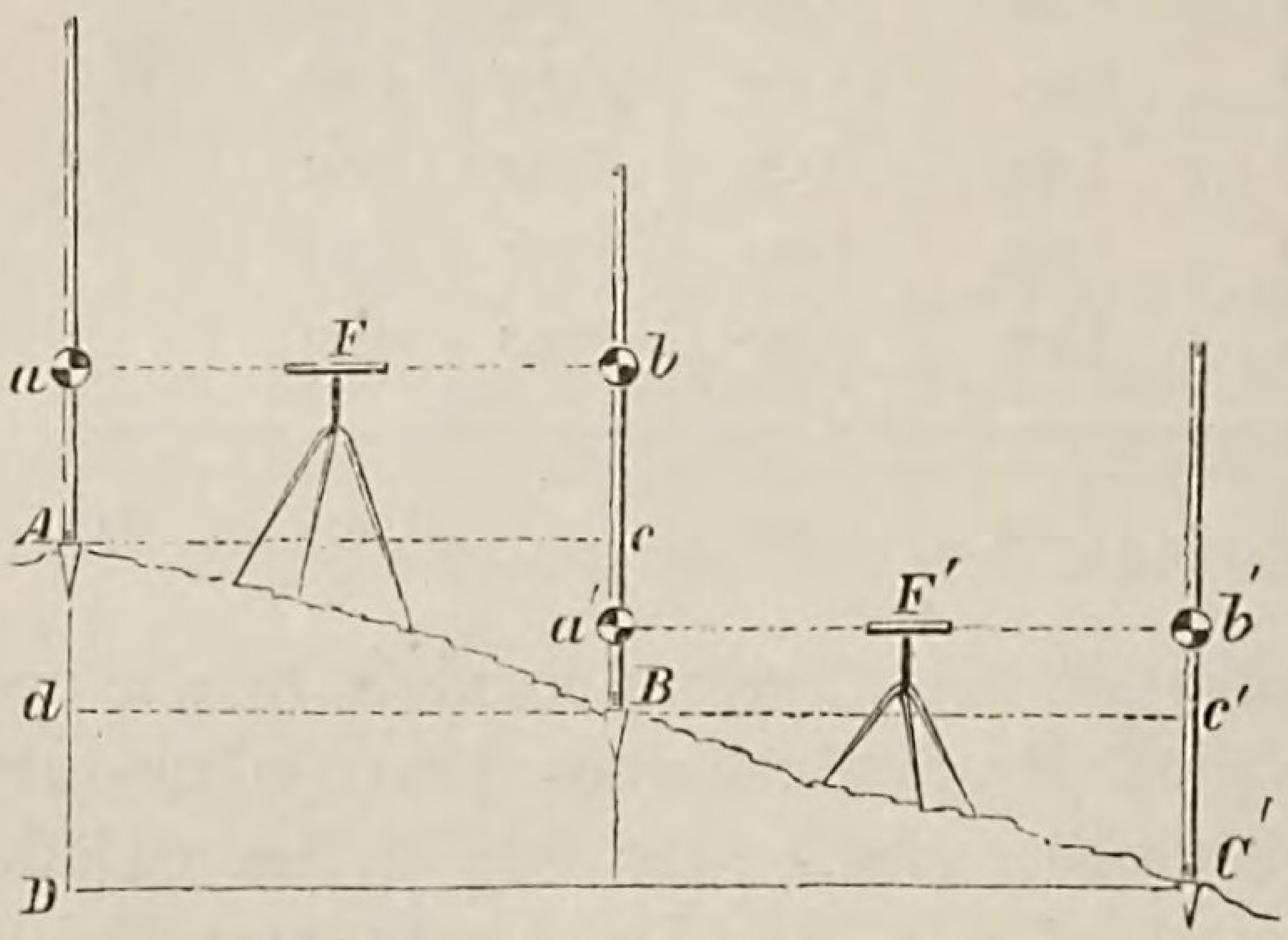
Die den einzelnen Stationslängen entsprechenden Zahlen für die Korrektion δ müssen nach der Formel $\delta = 0{,}0\,000\,000\,687 \cdot E^2$ abgeleitet oder besser aus vorher berechneten Tabellen abgeschrieben werden. Es genügt jedoch bei geringeren Entfernungen, dieselbe erst, wie in vorstehendendem Beispiele, bei dem summarischen Gefälle in Rechnung zu bringen.

Wird von der Summe aller Lattenhöhen (7,077 Meter) die Summe der Instrumentenhöhen (6,713 Meter) abgezogen, so muß die Differenz 7,077 — 6,713 = 0,364 Meter natürlich mit der Summe des summarischen Gefälles auf der letzten Zeile (0,364 Meter) übereinstimmen; wodurch man zugleich eine Kontrolle für die Richtigkeit der Rechnung hat.

Es bedarf wohl kaum noch der Erwähnung, daß, wenn es sich z. B. nur um das Gesamtgefälle von 0 bis 5 handelt, die Rubriken für die Einzelfälle nicht ausgefüllt zu werden brauchen, sondern daß man alsdann nur nötig hat, sämtliche Instrumentenhöhen von den Lattenhöhen abzuziehen, um das Gesamtgefälle zu erhalten.

B. Das Nivellieren aus der Mitte.

Diese Nivelliermethode weicht von der vorigen darin ab, daß man das Instrument nicht über jedem Punkte, sondern immer nur in die Mitte zwischen zwei Punkten einer abzuwägenden Strecke aufstellt. Wäre z. B. nach dieser Methode der Höhenunterschied oder das Gefälle zwischen den Punkten A und B, Figur 269, zu bestimmen, so stellt man das Instrument



Figur 269.

in der Mitte der beiden abzuwägenden Punkte A und B horizontal auf, läßt sowohl in A als B eine Zielscheibe durch einen Gehilfen senkrecht aufrichten, visiert alsdann mittels des Fernrohrs F den Mittelpunkt des Scheibchens a an und läßt sich den senkrechten Abstand A a an der Zielscheibe ablesen und zurufen. Bei Nivellierlatten ohne Zielscheibe wird die Lattenhöhe kurzer Hand durch das Fernrohr abgelesen. Hierauf dreht man das Fernrohr nach dem Punkte B herum, visiert auch das Scheibchen b der Zielscheibe B b ein und notiert sich auch diesen senkrechten Abstand B b.

Da nun a b jedenfalls eine horizontale Linie bildet, so ist offenbar der Höhenunterschied der beiden Punkte A und B, nämlich:

$$A\,d = B\,c = B\,b - c\,b = B\,b - A\,a,$$

d. h. man erhält das Gefälle zweier Punkte A und B, wenn man von der vorwärtigen Lattenhöhe B b die rückwärtige A a abzieht.

Ist jedoch die rückwärtige Lattenhöhe größer als die vorwärtige, so wird die Differenz der Latten negativ, d. h. man hat ein negatives Gefälle oder eine Steigung.

Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn man zuerst B und dann A anvisiert, mithin B b als rückwärtige, A a aber als vorwärtige Lattenhöhe betrachtet, wo dann die Steigung von B nach A ebenfalls gleich A d ist.

Ist die abzuwägende Strecke so groß, daß eine einzige Aufstellung des Instrumentes nicht genügt, so muß dasselbe noch in einer zweiten, dritten, vierten u. s. w. Station, aber immer so aufgestellt werden, daß es stets zwischen die Mitte von je zwei auf einander folgenden Punkten zu stehen kommt. Wäre z. B., Figur 269, die Strecke von A nach C′ zu nivellieren, so stellt man sich, nachdem man zwischen A und B fertig ist, mit dem Instrumente zwischen B C′ horizontal auf, läßt ferner die in A befindliche Zielscheibe über C′ bringen, die in B stehende aber nur dem Instrumente F′ zukehren und alsdann, wie vorhin, wieder das Scheibchen der Zielscheibe B b nach a′ und dasjenige von C′ b′ nach b′ so lange verschieben, bis die Mittelpunkte beider mit der Visierebene a′ b′ des Fernrohrs F′ genau zusammenfallen. Hierauf werden die Lattenhöhen B a′ und C′ b′ abgelesen und es ergiebt sich offenbar der Höhenunterschied zwischen B und C′, nämlich: C′ c′ = D d, wenn man, wie vorhin, die rückwärtige Lattenhöhe B a′ von der vorwärtigen C′ b′ abzieht, d. h. es ist C′ c′ = C′ b′ — B a′. Das Gesamtgefälle A D zwischen A und C′ setzt sich nun offenbar aus den Einzelgefällen zwischen A B und B C′ zusammen. Mag sich nun auch ein Nivellement noch über eine ganze Reihe von Punkten fortsetzen, so bleibt das Verfahren immer dasselbe und das Gesamtgefälle wird stets erhalten werden: wenn man von der Summe aller vorwärtigen Lattenhöhen diejenige aller rückwärtigen abzieht.

Hinsichtlich der Korrektion δ wegen der Erdkrümmung und Strahlenbrechung bleibt noch zu bemerken, daß, wenn das Instrument immer in der Mitte zwischen zwei Punkten aufgestellt wird, die Entfernungen a F und b F gleich sind, weshalb der an den rück- und vorwärtigen Lattenhöhen anzubringende Abzug δ natürlich auch gleich sein muß und sich daher beiderseits aufhebt. Aus demselben Grunde muß sich nach dieser Methode auch der Fehler aufheben, welcher entsteht, wenn die Visierebene des Fernrohres nicht horizontal ist; denn der Betrag, welcher hierdurch an der vorderen Zielscheibe mehr oder weniger abgelesen wird, ist gerade so groß als derjenige an der hinteren Latte, und muß daher auf die Richtigkeit des Resultates ohne Einfluß bleiben.

Das Nivellement aus der Mitte gewährt daher gegenüber dem Nivellement aus den Enden folgende Vorteile:

a) Wird die wegen der Strahlenbrechung und Krümmung der Erde sonst nötige Korrektion entbehrlich.

b) Können mit einem fehlerhaften Instrumente, welches keinen richtigen scheinbaren Horizont beschreibt, doch fehlerfreie Resultate erhalten werden.

c) Fällt die immerhin etwas ungenaue und mehr Zeit erfordernde Messung der Instrumentenhöhe ganz hinweg, und

d) Kann man bei dieser Methode die Länge der Stationen zwischen den zu nivellierenden Punkten entfernter annehmen, weil man mit dem Instrumente doch immer nur in der halben Entfernung steht und daher auf ebenem Terrain das Einvisieren der Zielscheiben noch unter Umständen vornehmen kann, wo dies bei dem Nivellieren aus den Enden nicht mehr möglich ist.

Aus diesem Grunde ist das Nivellement aus der Mitte in der Regel vorzuziehen, und wie leicht einzusehen, hat man bei kürzeren Strecken, namentlich steilen Lokalitäten, nicht einmal nötig, das Instrument genau in die Mitte zu stellen, weil für kurze Entfernungen der Einfluß der Erdkrümmung und Strahlenbrechung verschwindend klein ist. Auch ist es nicht nötig, das Instrument immer in gerader Linie zwischen den beiden abzuwägenden Punkten aufzustellen, man kann vielmehr auch jeden anderen außerhalb gelegenen Punkt benutzen, wenn von demselben aus die Zielscheiben nur noch von der Visierlinie des Fernrohrs getroffen werden.

Das Nivellement aus den Enden hat jedoch auch seine Vorzüge und muß jedenfalls in all den Fällen angewendet werden, wo das Instrument nicht zwischen den Stationspunkten aufgestellt werden kann, wie dies z. B. bei Nivellements von einem Fluß-, Sumpf- oder Teichufer nach dem anderen häufig vorkommt.

Bei der praktischen Ausführung des Nivellements aus der Mitte bedient man sich zweckmäßig des folgenden Formulars, dessen Einrichtung und Gebrauch aus dem darin durchgeführten Beispiele ersichtlich ist:

Der Stationen			Lattenhöhe		Gefälle		Bemerkung
Anfang	Ende	Länge in Metern	nach rückwärts	nach vorwärts	einzeln	zusammen	
			Meter		Meter		
0	1	120	0,327	1,786	+ 1,459	+ 1,459	
1	2	80	0,674	1,418	+ 0,744	+ 2,203	
2	3	75	1,840	0,800	− 1,040	+ 1,163	
3	4	90	1,486	0,742	− 0,744	+ 0,419	
4	5	50	0,211	1,423	+ 1,212	+ 1,631	
5	6	30	0,422	2,124	+ 1,702	+ 3,333	
		445	4,960	8,293		+ 3,333	

Zur Erklärung dieses Formulars diene, daß sich die Einzelgefälle zwischen zwei Punkten durch Subtraktion der rückwärtigen Lattenhöhen von den nebenstehenden vorwärtigen ergeben. Durch stufenweise algebraische Addition erhält man endlich die summarischen Gefälle. So ist z. B. das summarische Gefälle von 0 bis 4 = 0,419°, dasjenige von 0 bis 6 aber = 3,333 Meter.

Zur Kontrolle der Rechnung dient auch hier wieder der Umstand, daß die Summe der rückwärtigen Lattenhöhen (4,960), von derjenigen der vorwärtigen (8,293) abgezogen, gleich sein muß dem aus den einzelnen Gefällen abgeleiteten summarischen Gefälle, nämlich 8,293° — 4,960° = 3,333°.

Es versteht sich ganz von selbst, daß, wenn es sich nur um die Ermittlung des gesamten Höhenunterschiedes zweier Punkte, nicht aber auch um die Bestimmung der einzelnen Steigungsverhältnisse handelt, man von der Messung der Stationslängen und der Berechnung der Einzelgefälle Umgang nehmen kann.

C. Vom einfachen und zusammengesetzten, vom Contre-, General- und Detail-Nivellement.

Wenn der Höhenunterschied zweier Punkte nur ein so großer ist, daß derselbe von einer Station aus ermittelt werden kann, so wird diese Operation ein einfaches Nivellement genannt. Ist die zu nivellierende Strecke dagegen so groß, oder der Höhenunterschied so bedeutend, daß der-

selbe nur durch mehrmalige Aufstellungen nach und nach ermittelt werden kann, so heißt eine solche Arbeit ein zusammengesetztes Nivellement.

Will man vollständige Gewißheit haben, daß bei der Ermittlung des Höhenunterschiedes zweier Punkte A und B kein Fehler eingeschlichen ist, so führt man das Nivellement zuerst in der Richtung von A nach B und dann umgekehrt noch einmal von B nach A aus. Beide Ergebnisse müssen dann gleich sein, oder doch innerhalb der erlaubten Fehlergrenze liegen. Das zweite in entgegengesetzter Richtung ausgeführte Nivellement heißt dann Contrenivellement.

Generalnivellements werden ausgeführt, wenn es sich darum handelt, vorläufig die zweckmäßigste Richtung einer neu zu bauenden Straße, einer Eisenbahn u. s. w. zu bestimmen (Probe- oder Rekognoszierungsnivellement), oder in einem bereits gegebenen Straßenzug u. s. w. einzelne Fixpunkte festzulegen, welche dann dem Detailnivellement als Anhalte dienen, oder endlich, wenn die Aufgabe vorliegt, ein bereits ausgeführtes Nivellement zu kontrollieren. Die Generalnivellements werden stets mit den besten Fernrohrinstrumenten ausgeführt, mit welchen man möglichst weit sehen und die Stationen möglichst lang machen kann.

Bei dem Detailnivellement handelt es sich um die Aufnahme aller Einzelheiten, welche bei dem Nivellieren einer längeren Strecke zu kennen von Wert sind. Man macht hierbei selbstverständlich die Stationen viel kleiner, oft nur 5—10 Meter lang, und verwendet hierbei auch einfachere Nivellierinstrumente, welche für den gerade vorliegenden Zweck noch den hinlänglichen Grad von Genauigkeit gewähren. Weil mit Detailnivellements in der Regel auch Profilzeichnungen und Kostenberechnungen verbunden sind, so müssen schon aus diesem Grunde die Stationen so kurz angenommen werden, daß alle erheblicheren Änderungen im Terrain Berücksichtigung finden können.

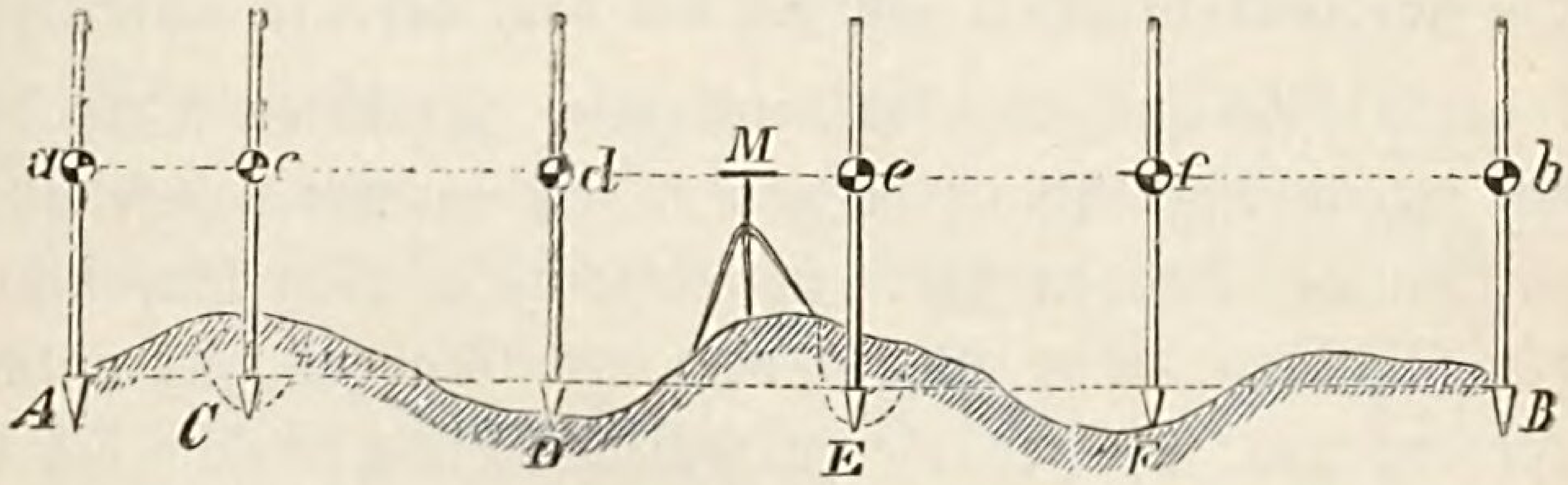
2. Durch einen in der Natur gegebenen Punkt eine horizontale Linie abzupflöcken.

§ 125.

Es sind hier zwei Fälle denkbar, welche beide im praktischen Leben vorkommen. Entweder ist die Richtung der Linie, welche horizontal gelegt werden soll, schon im voraus gegeben und es sind dann Bodenauftragungen oder -Abtragungen unvermeidlich; oder letztere sollen vermieden werden, in welchem Falle die Richtung der Linie sich an die Terrainverhältnisse anschließen muß. Wir wollen nun beide Fälle kurz betrachten.

A. Die Richtung der Linie ist im voraus gegeben.

Stellt A, Figur 270, den gegebenen Punkt in der Natur vor, durch welchen die gegebene Linie AB horizontal abgepflöckt werden soll, so bezeichnet man diesen Punkt zunächst durch einen senkrecht einzuschlagenden Pflock, steckt die Richtung der Linie über das unebene Terrain hin durch Absteckstäbe ab, stellt alsdann das Nivellierinstrument M beiläufig in der Mitte der Linie AB horizontal auf, läßt durch einen Gehilfen eine Zielscheibe senkrecht in A aufstellen, und das Scheibchen a derselben so lange auf- oder abschieben, bis der Mittelpunkt desselben genau mit dem Fadenkreuz des Fernrohres (oder dem Wasserspiegel bei der Kanalwage u. s. w.) zusammenfällt. Die Höhe, welche nun die Zielscheibe zeigt, wird genau angemerkt und, ohne das Scheibchen im mindesten zu verrücken, die Zielscheibe jetzt über jedem der in der Richtung AB in beliebigen Entfernungen lose eingeschlagenen Pflöcke C, D, E und F aufgestellt.



Figur 270.

Da nun ab eine horizontale Linie vorstellt, so wird auch die Linie AB nur dann horizontal sein, wenn sie parallel zu ab ist, d. h. wenn die Lattenhöhen Aa, Bb, Cc, Dd, Ee und Ff alle einander gleich sind. Stellt man daher die Zielscheibe über C auf und es ist an dieser Stelle das Terrain höher als bei A, so muß der Pflock so lange in die Erde eingetrieben werden, bis das unverrückt wie in A gebliebene Scheibchen wieder genau mit der Visirebene des Fernrohres ab zusammenfällt. An der Stelle C wird man daher ein entsprechend tiefes Loch in die Erde graben, von Zeit zu Zeit zur Probe die Zielscheibe hineinstellen und endlich, wenn die Öffnung tief genug ist, den Pflock C zur Genüge einschlagen.

Liegt jedoch, wie in D, das Terrain tiefer wie A, dann muß der Pflock D noch teilweise über die Erde hervorstehen, und darf nur so weit eingeschlagen werden, bis das Scheibchen d genau mit der Horizontallinie

a b zusammenfällt. Dasselbe gilt auch von dem Punkt F, während E wie C zu behandeln ist.

Sollte jedoch die Linie A B sehr lang oder das Terrain so uneben sein, daß von einer einzigen Station M aus nicht sämtliche Punkte anvisiert werden können, so wählt man zwei oder mehr Stationen, betrachtet einen schicklich gelegenen und schon von der ersten Station aus bestimmten horizontalen Punkt als A und fährt sonst ganz in der soeben beschriebenen Weise bis zu Ende fort.

Nachdem in der Linie A B nur eine geringe Anzahl Punkte C, D, E und F durch das Nivellierinstrument bestimmt sind, können dann mittels Anwendung mehrerer Kreuzvisiere (§. 112) leicht noch eine beliebige Anzahl von Zwischenpunkten festgelegt werden. Soll die Linie nicht nur abgepflöckt, sondern auch planiert werden, so müssen selbstverständlich alle in dieselbe fallenden Erhöhungen abgetragen und alle Vertiefungen, Figur 270, ausgefüllt werden.

B. Die horizontale Linie soll sich an das Terrain anschließen.

Man denke sich an einen wellenförmig gestalteten Bergabhang versetzt. Durch irgend einen Punkt desselben, den wir mit A bezeichnen wollen, soll ein horizontaler Graben oder ein horizontaler Weg hingeführt werden, so kann die Richtung dieses Weges oder des Grabens hier natürlich nicht voraus bestimmt sein, sondern die zu suchende Linie, welche sich der Oberfläche des Terrains anschließen soll, wird eine von der Beschaffenheit des Terrains abhängende mehr oder weniger gekrümmte Kurve bilden.

Soll nun die durch den Punkt A gehende Linie an dem Hange abgesteckt werden, so schlägt man zunächst in A einen glatt abgeschnittenen Pflock bis zur Bodenoberfläche ein, stellt alsdann unmittelbar daneben ein beliebiges Nivellierinstrument horizontal auf, mißt, indem man die Nivellierlatte über A aufrichtet, die Instrumentenhöhe von der Oberfläche des Pflockes bis zum Okular des Instrumentes und merkt sich dieselbe. Hierauf bewegt sich der Gehilfe auf der muthmaßlichen Richtung der zu suchenden Horizontalen am Abhange um ein Stück (5—10 und mehr Meter) vorwärts und stellt die Nivellierlatte, ohne die vorher in A eingerichtete Scheibe im mindesten zu verrücken, an einer beliebigen Stelle des Hanges vertikal auf und läßt dieselbe von der über A beim Instrumente stehenden Person einvisieren. Findet nämlich Letztere beim Durchsehen durch das Instrument, daß der Horizontalfaden desselben unter der Scheibe durchschneidet, so muß der Gehilfe die Nivellierlatte am Hange entsprechend

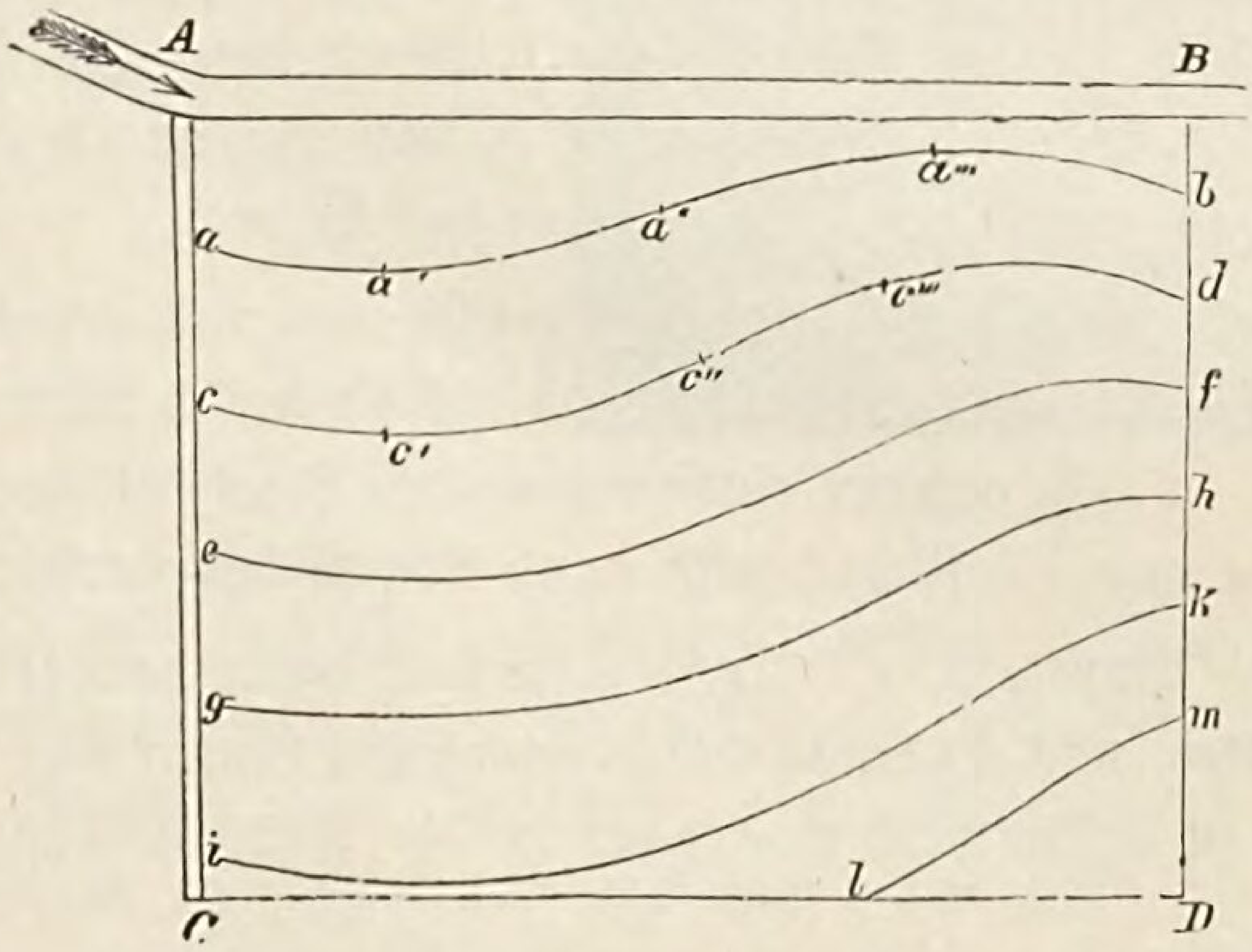
herabrücken; fände aber die umgekehrte Erscheinung statt, so muß die Latte am Hange entsprechend höher hinaufgestellt werden, bis der Horizontalfaden des Instrumentes mit dem Mittelpunkte der Scheibe endlich zusammenfällt. Ist auf diese Art ein Punkt in gleicher Höhe mit dem Punkte A festgelegt, so schreitet der Gehilfe wieder weiter am Hange vor und es können so nach und nach eine beliebige Anzahl Punkte bestimmt werden, die mit einander verbunden, eine horizontale Linie vorstellen.

Besitzt der Hang bedeutende Krümmungen, so daß von A aus nicht die ganze Linie abgesteckt werden könnte, so stellt man das Instrument später in einem bereits festliegenden entfernteren Punkte auf, mißt die Instrumentenhöhe von neuem, stellt die Scheibe der Latte in die gemessene neue Höhe ein und fährt in der angegebenen Weise bis zu Ende fort.

3. An einem Berghange eine Anzahl Horizontallinien in gleichen vertikalen Abständen abzustecken.

§ 126.

Diese Aufgabe kommt z. B. dem Land- und Forstwirt bei der Anlage von Wiesen vor, welche möglichst gleichmäßig mit Wasser überrieselt werden sollen. Auch in der Bergsituationszeichnung, welche im dritten Teile be-



Figur 271.

sprochen wird, handelt es sich um die Festlegung von Horizontalkurven auf der Karte in gleichen Abständen. Es sei z. B. A B C D, Figur 271, eine an einem Hange liegende Wiese, welche durch den hinlänglich mit Wasser versehenen Graben A B überieselt werden soll. Überzieht man nun die

Fläche, etwa in vertikalen Abständen von 5 zu 5 Meter, mit horizontalen, überall gleich tiefen Gräbchen a b, c d, e f u. s. w. und leitet alsdann das Wasser aus dem Hauptgraben A B zuerst in den horizontalen Graben a b, so muß dieser, eben weil er horizontal und gleich tief ist, sich überall gleich hoch füllen, schließlich überlaufen und so die Fläche zwischen a b und c d überrieseln. In gleicher Weise kann vom Graben c d aus wieder die Fläche zwischen c d und e f bewässert werden.

Es fragt sich daher, wie man diese horizontalen Gräben in gleichen vertikalen Abständen von z. B. 5 zu 5 Meter abstecken kann. Zunächst müssen die Punkte a, c, e, g und i so festgelegt werden, daß jeder nachfolgende Punkt um 5 Meter tiefer als der vorhergehende liegt.

Um den Punkt a der ersten horizontalen Linie a b zu finden, stellt man etwa in der Mitte zwischen A a ein Nivellierinstrument horizontal und in A eine Nivellierlatte vertikal auf, visiert letztere an und findet z. B. die (vorwärtige) Lattenhöhe 0,200 Meter. Nun stellt man, da eine Latte selten länger wie 3—4 Meter lang ist, zwei an einander verschiebbare Latten auf zusammen 5,200 Meter ein und schickt den Gehilfen nach a und läßt hier die Latte in der Richtung der Linie A C am Hange so lange auf- und abbewegen, ohne die Scheibe im geringsten zu verändern, bis der Horizontalfaden des Instrumentes mit dem Mittelpunkt der Scheibe genau zusammenfällt. Es muß dann der Punkt a um 5 Meter tiefer als A liegen, denn zieht man die Lattenhöhe 0,200 Meter in A von derjenigen in a, d. h. von 5,200 Meter ab, so erhält man 5,200 — 0,200 = 5 Meter.

Hierauf stellt man das Instrument zwischen a und c und die Nivellierlatte in a auf, mißt letztere wieder, vermehrt sie um 5 Meter und stellt sie dann in c auf, wo sie wieder einvisiert wird. In derselben Weise können die Punkte e, g und i bestimmt und dann abgepflöckt werden.

Sind so die Punkte a, c, e, g, i gefunden, dann handelt es sich weiter darum, durch diese nach und nach die horizontalen Linien a b, c d, e f u. s. w. am Hange hin zu bestimmen, was ganz in der § 125 B. angegebenen Weise geschieht.

Sollen die horizontalen Kurven nicht in vertikalen Abständen von 5 zu 5, sondern von 10 zu 10 Metern abgesteckt werden, dann sind auch zwei mit einander verbundene Nivellierlatten zu kurz, um die gleichen Abstände auf einmal zu bestimmen. Man nivelliert dann, um zunächst den ersten Punkt a festzulegen, von A aus 8—9 Meter, z. B. 8,6 Meter ab, so daß noch 1,4 Meter fehlen. Hierauf stellt man das Instrument zwischen

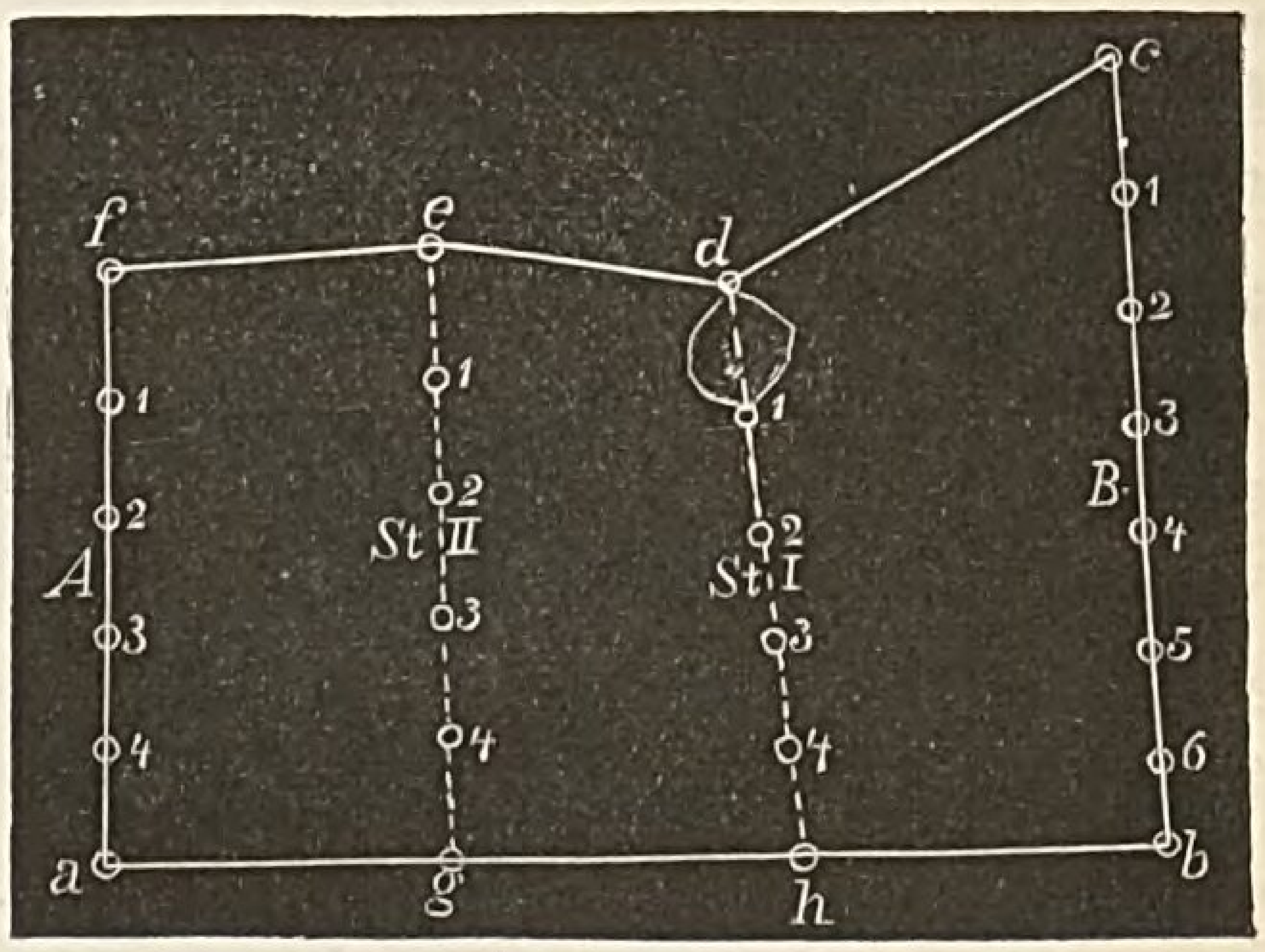
dem Punkte der 8,6 m unter A liegt und a auf, visiert die Lattenhöhe rückwärts, z. B. auf 0,8 m ein, vermehrt sie dann um den fehlenden Betrag 1,4 m, so daß sie auf 0,8 + 1,4 = 2,2 m steht, richtet sie endlich vorwärts bei a auf, wo sie so lange am Hange auf- und abgerückt werden muß, bis der Mittelpunkt der Nivellierscheibe mit dem Horizontalfaden des Instrumentes zusammenfällt, so wird a um 10 m tiefer als A liegen.

4. Vom Abwägen kleiner Flächen.

§ 127.

A. Vom Abpflöcken der Fläche.

Sollen von der abzuwägenden Fläche die erforderlichen Profile dargestellt werden, so muß dem Nivellement immer eine genaue Aufnahme, und Verzeichnung der fraglichen Figur vorausgehen. Stellt nun a b c d e f, Figur 272, das verjüngte Bild der Fläche vor, welche etwa zur Anlage eines Entwässerungsgrabens abgewogen werden soll, und wäre beiläufig in der Richtung von A nach B schon eine Vertiefung bemerklich, so legt man über die letztere möglichst senkrecht zu AB eine entsprechende Anzahl von Querprofilen a f, e g, d h und c b, welche jedoch vor der Abwägung wie folgt abzupflöcken sind: Man steckt in die beiden Endpunkte eines jeden Querprofils einen Absteckstab senkrecht ein und visiert zunächst zwischen die Linie a f, in gleichen Abständen von 5, 8, 10 Meter, je nach den Terrainverhältnissen und je nachdem man eine mehr oder minder genaue Abwägung wünscht, eine Anzahl von glatt und horizontal abgeschnittenen Pflöcken ein, welche mit einem Beile oder Hammer so bis an die Oberfläche der Erde eingeschlagen werden, daß ihre horizontalen Schnittflächen noch deutlich sichtbar sind. Ist dies geschehen, so wird auch in a und f noch ein Pflock eingeschlagen. Hierauf besorgt man die Abpflöckung der Profile e g, d h und c b ganz in derselben Weise und nimmt die Nummerierung der Pflöcke, wie dies aus Figur 272 ersichtlich ist, vor.



Figur 272.

B. Vom Abwägen der Fläche.

Das Abwägen wird am zweckmäßigsten alsbald nach vollendeter Abpflöckung vorgenommen, weil sich da die einzelnen Pflöcke am leichtesten wieder auffinden lassen. Man stellt das vorher zu berichtigende Nivellierinstrument in St. I so auf, daß das Fernrohr bei der Drehung um seine Achse eine scheinbare Horizontalebene über der Fläche beschreibt, und es können dann leicht die vertikalen Abstände der abgepflöckten Punkte mittelst der Nivellierlatte bestimmt werden. Zu diesem Behufe stellt der Gehilfe die Nivellierlatte senkrecht über den in c eingeschlagenen Pflock auf und rückt nach den Winken, welche er von dem Beobachter in St. I erhält, das Scheibchen an der Latte so lange auf und ab, bis der Horizontalfaden des Fadenkreuzes genau in der Mitte des Scheibchens einsteht. Der Gehilfe liest nun die Lattenhöhe ab und ruft sie dem Beobachter in St. I zu, welcher sie in diesem Falle am besten in eine hierzu vorzubereitende Handzeichnung, Figur 273, oder auch an die betreffende Pflocknummer selbst einträgt. Bei Nivellierlatten ohne bewegliche Scheibe würde die Höhe kurzer Hand an der Latteneinteilung durch das Fernrohr abgelesen werden. Der Gehilfe begiebt sich hierauf über den Punkt 1 des Profils b c, woselbst dieselbe Operation des Einstellens der Nivellierlatte, des Ablesens und Einschreibens der Lattenhöhe erfolgt. Nun geht der Gehilfe nach und nach zu den Punkten 2, 3, 4, 5 und schließlich zu 6, und der Beobachter schreibt die Lattenhöhe eines jeden Punktes sorgfältig auf. In gleicher Weise wird auch in der Bestimmung der Lattenhöhen der einzelnen Punkte der Profile d h, e g und f a von St. I aus fortgefahren und es ist einleuchtend, daß man auf diesem Wege in kurzer Zeit sämtliche Profile abwägen kann. Da ferner hier die Entfernungen von St. I bis zu den einzelnen abzuwägenden Punkten nicht bedeutend sind, es überdies im vorliegenden Falle meist auch nicht auf die größte Genauigkeit ankommt, so kann die Korrektion wegen der Brechung der Lichtstrahlen und der Abweichung des scheinbaren von dem wahren Horizonte unberücksichtigt bleiben.

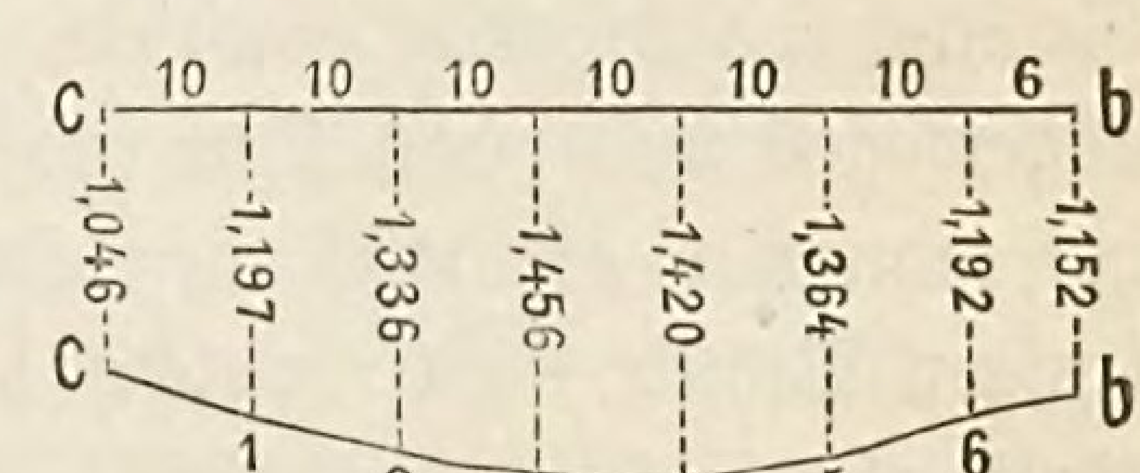
Sind die Unebenheiten in der Fläche so beträchtlich oder das Gefälle von A nach B so bedeutend, daß man von der St. I aus nicht sämtliche Punkte beobachten kann, so muß man die übrigen Punkte etwa noch von der St. II aus beobachten. In diesem Falle ist es jedoch immer nötig, einige bereits in der St. I abgewogene Punkte nochmals in der St. II abzuwägen, damit man den Abstand der in St. I und II durch das

Fernrohr beschriebenen scheinbaren Horizonte von einander bestimmen und die Punkte sämtlicher Profile auf einen Horizont reduzieren kann, was zur leichteren Übersicht der ganzen Abwägung immer als rätlich erscheint. Denn beobachtet man von St. II aus z. B. die Punkte 1, 2, 3 und 4 des Profils eg nochmals, so werden, wenn das Instrument in St. II höher steht als in St. I, jetzt natürlich sämtliche Lattenhöhen der Punkte 1, 2, 3 und 4 größere Beträge liefern als vorher, und es müssen, im Falle einer richtigen Arbeit, die Differenzen der einzelnen Punkte alle einander gleich sein. Kommen jedoch geringe Abweichungen vor, so nimmt man aus den verschiedenen Differenzen das arithmetische Mittel, um welchen Betrag alsdann sämtliche Ablesungen aus der St. I vermehrt werden müssen, wenn diese auf denselben Horizont wie die Beobachtungen in St. II reduziert werden sollen.

Hat die Fläche, wie im vorliegenden Falle, keine große Ausdehnung und verlangt die Arbeit überdies nur einen geringeren Genauigkeitsgrad, so können an die Stelle der Wasserwage mit Fernrohr auch die verschiedenen Formen von Röhren- und Pendelinstrumenten treten. Das Verfahren weicht dann von dem soeben beschriebenen natürlich nur darin ab, daß jetzt die scheinbare Horizontalebene nicht mit dem Fernrohr, sondern durch die beiden Flüssigkeitsspiegel der Kanalwage oder durch eine am Instrument angebrachte horizontal liegende Dioptervorrichtung beschrieben wird.

C. Vom Auftragen der Querprofile.

Nachdem die einzelnen Punkte der Fläche, Figur 272, abgewogen und für den Fall der Abwägung von mehreren Stationen aus, auf einen Horizont reduziert sind, schreitet man, um die Ergebnisse des Nivellements besser überblicken und beurteilen zu können, zur Zeichnung der einzelnen Querprofile. Um z. B. das Querprofil der Linie cb zu erhalten, trägt man Figur 273, die Linie bc in irgend einem Verjüngungsverhältnis in horizontaler Lage auf das Papier auf und greift auf derselben, bei c anfangend, die 5, 10, 15, im vorliegenden Falle 10 m von einander entfernten gleichen Abstände 1, 2, 3, 4, 5 und 6 ab, errichtet in diesen Punkten Senkrechte, trägt auf diese die korrespondierenden, gemessenen Lattenhöhen



Figur 273.

auf und verbindet die Endpunkte schließlich durch die krumme Linie c, 1, 2 . . . 6, b, so ist das Querprofil fertig und gewährt eine genaue Einsicht in die

Höhe und Tiefe der einzelnen Punkte des Profils c b. So folgt z. B. aus Figur 273, daß die tiefste Stelle des Querprofiles c b der Punkt 3 ist, weil er den größten Lattenabstand hat. Ganz in derselben Weise verfährt man auch bei der Anfertigung der anderen Querprofile. Sucht man nun auch an diesen die tiefsten Stellen auf, so findet man, in welcher Richtung und zwischen welchen Punkten der einzelnen Querprofile hindurch der Abzugsgraben zweckmäßig geführt wird. Bei dem Auftragen der Lattenergebnisse (Ordinaten) ist jedoch noch zu bemerken, daß letzteres mindestens in einem zehn Mal größeren Maßstabe als bei den Horizontallinien c b u. s. w. geschehen muß, weil sonst die oft nur sehr geringen Höhenunterschiede der einzelnen Punkte zu wenig in das Auge fallen würden.

D. Vom Berechnen des Gefälles.

Wäre das Gefälle von zwei beliebigen Punkten der Fläche a b c d e f, Figur 272, zu berechnen, so hat man nur nötig, die Lattenergebnisse dieser beiden Punkte von einander abzuziehen, wodurch man in der bleibenden Differenz das gewünschte Gefälle oder die Steigung erhält. Wollte man z. B. das Gefälle von c nach b wissen, so zieht man die Lattenhöhe von c = 1,046 m von der Lattenhöhe von b = 1,152 m ab, so ist die Differenz 0,006 m das Gefälle von c nach b. Bei Berechnung des Gefälles jedes beliebigen anderen Punktes wird natürlich gerade so verfahren.

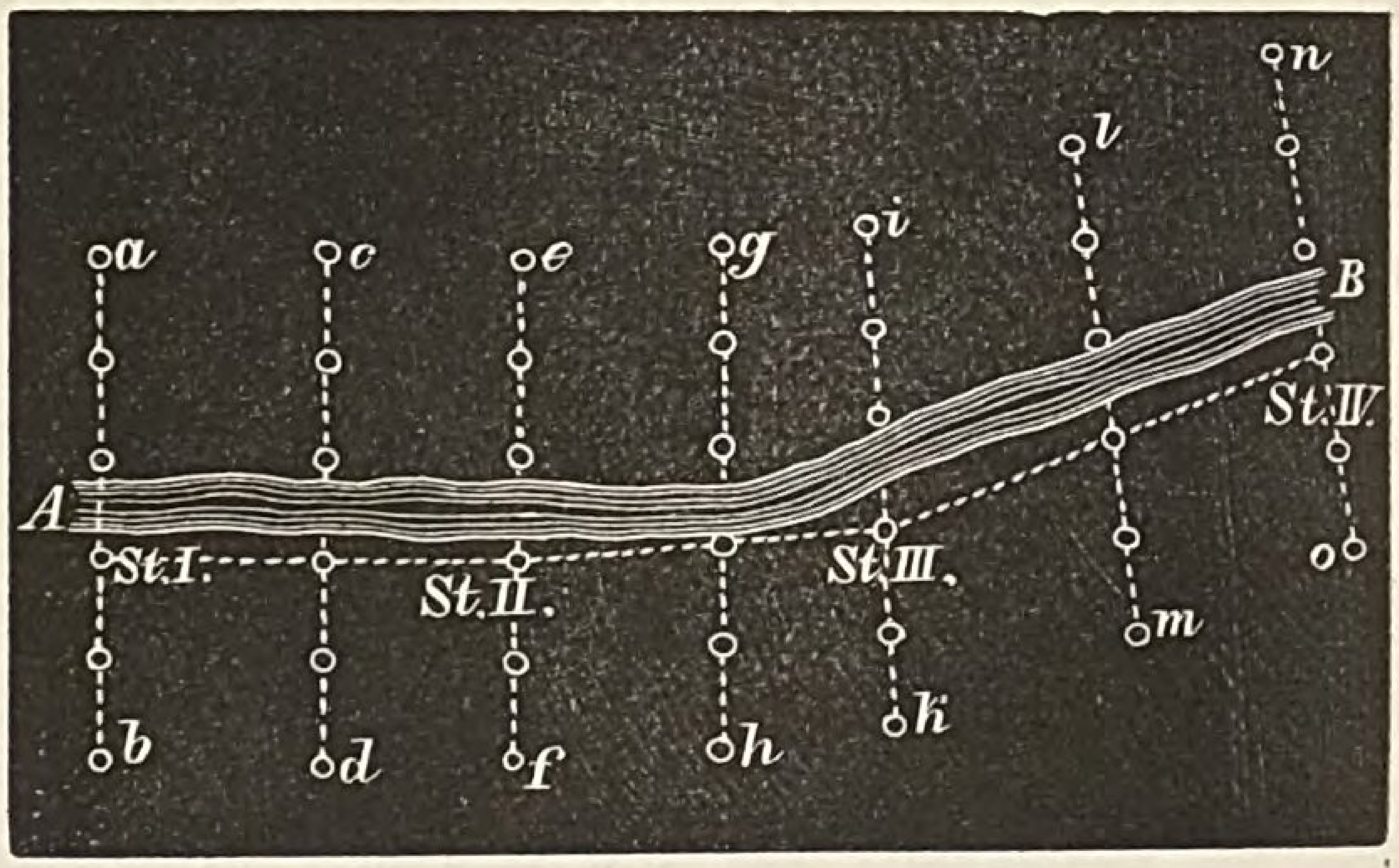
5. Vom Abwägen eines Flusses oder Baches aus den Enden.

§ 128.

A. Vom Abpflöcken.

Stellt A B, Figur 274, einen Teil eines Baches (Flusses) dar, welcher abgewogen werden soll, so ist zuerst die Vorfrage zu entscheiden, ob nur das Gefälle des Baches ermittelt, oder auch die nächste Umgebung desselben abgewogen und durch Querprofile dargestellt werden soll. Im ersten Falle hat man nur die wirklichen Stationspunkte I, II, III und IV, d. h. diejenigen Punkte, über welche das Nivellierinstrument aufzustellen ist, mit glatt abgesägten, senkrecht bis über die Erde einzuschlagenden Pflöcken zu bezeichnen. Im anderen Falle hat man jedoch, außer den Stationen noch eine Anzahl möglichst senkrecht zur Richtung des Baches laufender Querprofile a b, c d, e f . . . n o abzustecken und zwischen denselben, in gleichen Entfernungen von 5, 10 oder mehr Metern, noch eine Anzahl

von Pflöcken in gleicher Weise einzuschlagen, wie dies aus Figur 274 ersichtlich ist. Je näher die Querprofile und die innerhalb derselben befind-



Figur 274.

lichen Punkte gelegt werden, um so genauer wird natürlich das Nivellement. Der beabsichtigte Zweck der Genauigkeit ist daher in dieser Beziehung allein entscheidend.

B. Vom Abwägen.

Dasselbe beginnt damit, daß man das Nivellierinstrument horizontal in St. I aufstellt, die senkrechte Höhe von der Oberfläche des Pflockes bis zum Fadenkreuze (Mittelpunkte des Okulars) mit Hilfe der Nivellierlatte aufs schärfste bestimmt und in das hierzu vorbereitete Formular oder Brouillon einträgt (§ 124 A.). Hierauf stellt der Gehilfe die Nivellierlatte senkrecht über den Pflock in St. II auf und rückt das Scheibchen nach den Winken des in St. I sich befindenden Beobachters so lange auf und ab, bis der Mittelpunkt desselben genau mit dem Horizontalfaden des Fadenkreuzes zusammenfällt. Schließlich liest der Gehilfe die entsprechende Lattenhöhe ab, ruft sie dem Beobachter zu, welcher den Betrag gleichfalls an den geeigneten Ort einschreibt. Sollen auch die Querprofile abgewogen werden, so erfolgt von St. I aus nun auch noch die Aufnahme der Profile a b und c d. Der Gehilfe begiebt sich zu diesem Behufe zunächst nach Punkt a und wird daselbst einvisiert. Nachdem die Lattenhöhe abgelesen und aufgeschrieben ist, begiebt er sich nach dem ersten, dann zweiten, dritten Zwischenpunkt und schließlich auf den Punkt b des Profiles a b. Über jedem Punkt wird die Nivellierlatte einvisiert, die Lattenhöhe abgelesen und aufgeschrieben. Ganz in derselben Weise erfolgt auch die Aufnahme des Profiles c d.

Hierauf verläßt der Beobachter die St. I und begiebt sich auf St. II, woselbst das Instrument wieder horizontal gestellt und die Instrumentenhöhe aufs genaueste gemessen und eingeschrieben wird. Nun eilt der Gehilfe mit der Zielscheibe nach St. III, worauf sich dieselbe Operation des Einvisierens, Ablesens und Aufschreibens der Lattenhöhe wiederholt. Von St. II aus erfolgt wieder zweckmäßig die Aufnahme der Profile e f und g h. Nachdem von St. II aus alle Erhebungen beendigt sind, begiebt sich der Beobachter nach St. III und dann nach St. IV, woselbst sich dieselben Arbeiten, wie auf den beiden ersten Stationen, wiederholen. Ferner erscheint es noch rätlich, bei der Abwägung eines jeden Querprofils in dem hierfür vorgesehenen Brouillon immer zu bemerken, von welcher Station aus dasselbe aufgenommen wurde, und endlich ist es oft von Nutzen, auch in jedem Profile die Lattenhöhe bis zur Bachsole aufzunehmen, wie dies bei der Zeichnung der Profile auch angedeutet werden wird.

C. Von dem Auftragen der Profile und der Berechnung des Gefälles.

Nachdem alle zur fraglichen Arbeit gehörigen Punkte abgewogen, auch die horizontalen Entfernungen von Station zu Station mittels Meßlatte oder Meßkette gemessen sind, wird zur Berechnung des Gefälles und zur Zeichnung der Profile geschritten.

Angenommen, man habe folgende Instrumenten- und Lattenhöhen gefunden.

Instrumentenhöhe in Station I = 1,440 m,
" " " II = 1,460 m,
" " " III = 1,398 m;
Lattenhöhe " " II = 2,854 m,
" " " III = 2,782 m,
" " " IV = 2,589 m,

so ist:

das Gefälle von I nach II = 2,854 — 1,440 = 1,414 m,
" " " II " III = 2,782 — 1,460 = 1,322 m,
" " " III " IV = 2,589 — 1,398 = 1,191 m,

und da die summarischen Gefälle sich durch Addition der Einzelgefälle ergeben, so ist:

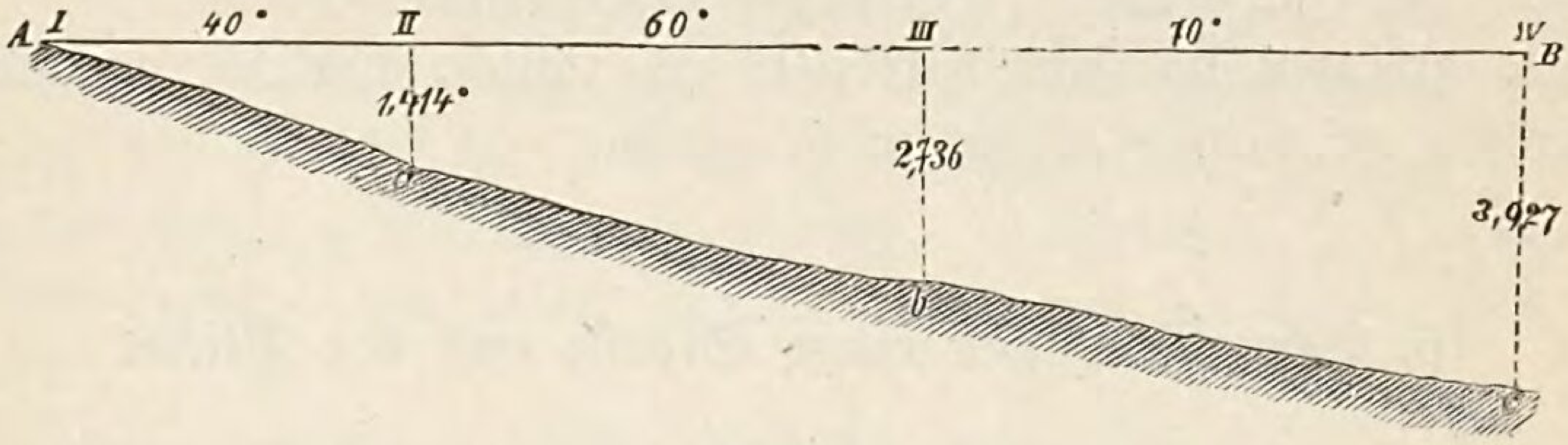
das Gefälle von I nach II . . . . = 1,414,
" " " I " III = 1,414 + 1,322 = 2,736,
" " " I " IV = 2,736 + 1,191 = 3,927.

Sind ferner die Entfernungen

von I bis II = 40 m,
" II " III = 60 m und
" III " IV = 70 m,

so kann mit Hilfe dieser Zahlen jetzt leicht ein Längenprofil, welches die Terrainverhältnisse bildlich vor Augen führt, gezeichnet werden.

Man zieht zunächst eine horizontale Linie A B, Figur 275, von beliebiger Länge und trägt auf diese nach und nach die Längen der einzelnen Stationen in einem schicklichen Maßstabe, wie solches aus der Zeichnung ersichtlich ist, auf. Hierauf errichtet man in den so dargestellten Stationspunkten II, III und IV abwärts gehende senkrechte Linien IIa, IIIb und IVc, auf welche dann die den einzelnen Stationen entsprechenden, summarischen Gefälle ebenfalls aufgetragen werden. Es ergeben sich so die Punkte a, b und c, welche, durch einen freien Linienzug mit einander verbunden, das Längenprofil darstellen. Da in dem Anfangspunkte A das Gefälle offenbar gleich Null ist, so beziehen sich alle aufgetragenen Zahlen auf den gemeinschaftlichen Horizont A B.

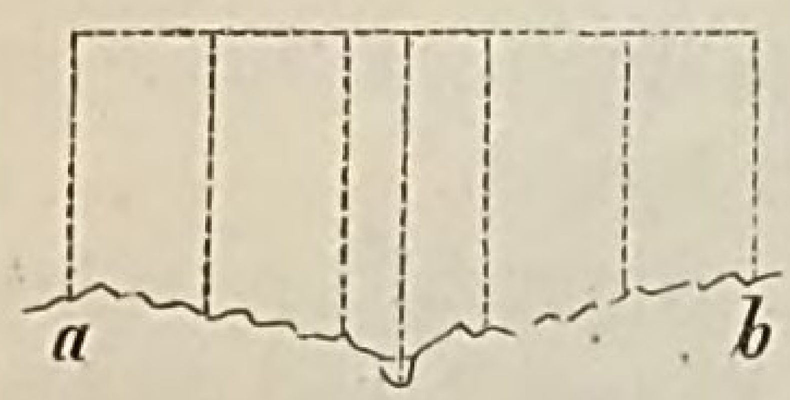


Figur 245.

Damit einerseits die Längenprofile nicht allzu lang ausfallen und andererseits die im Verhältnis zur Länge der Stationen meist geringen Höhendifferenzen noch in die Augen springend dargestellt werden können, wählt man für die Längen nicht gern einen sehr großen Maßstab und trägt dafür die Höhen lieber in einem größeren, etwa 10mal größeren Maßstabe auf.

In dem vorstehenden Beispiele haben wir, da es sich nur darum handelte, das Verfahren der Zeichnung von Längenprofilen auseinander zu setzen, die Stationen etwas groß angenommen. In der Wirklichkeit wird man dieselben, je nach den Terrainverhältnissen und dem beabsichtigten Grade der Genauigkeit, meist kürzer annehmen.

Hinsichtlich der Zeichnung der Querprofile ist zu bemerken, daß diese in derselben Weise wie im vorhergehenden Paragraphen erfolgt. Wäre z. B. das Profil a b, Figur 276, zu zeichnen, so trägt man die Länge desselben auf eine horizontale Linie, Figur 276, auf, sticht die gleichen Entfernungen zwischen den einzelnen abgepflöckten Punkten, sowie die Entfernung bis zum abgewogenen Punkte der Bachsole, ab, errichtet in diesen Punkten abwärts laufende senkrechte Linien und trägt die aus St. I beobachteten, korrespondierenden Lattenhöhen auf dieselben auf. Werden nun die sich hierdurch ergebenden Fußpunkte mit einander verbunden, so ergiebt sich eine deutliche Ansicht des Querprofiles a b.



Figur 276.

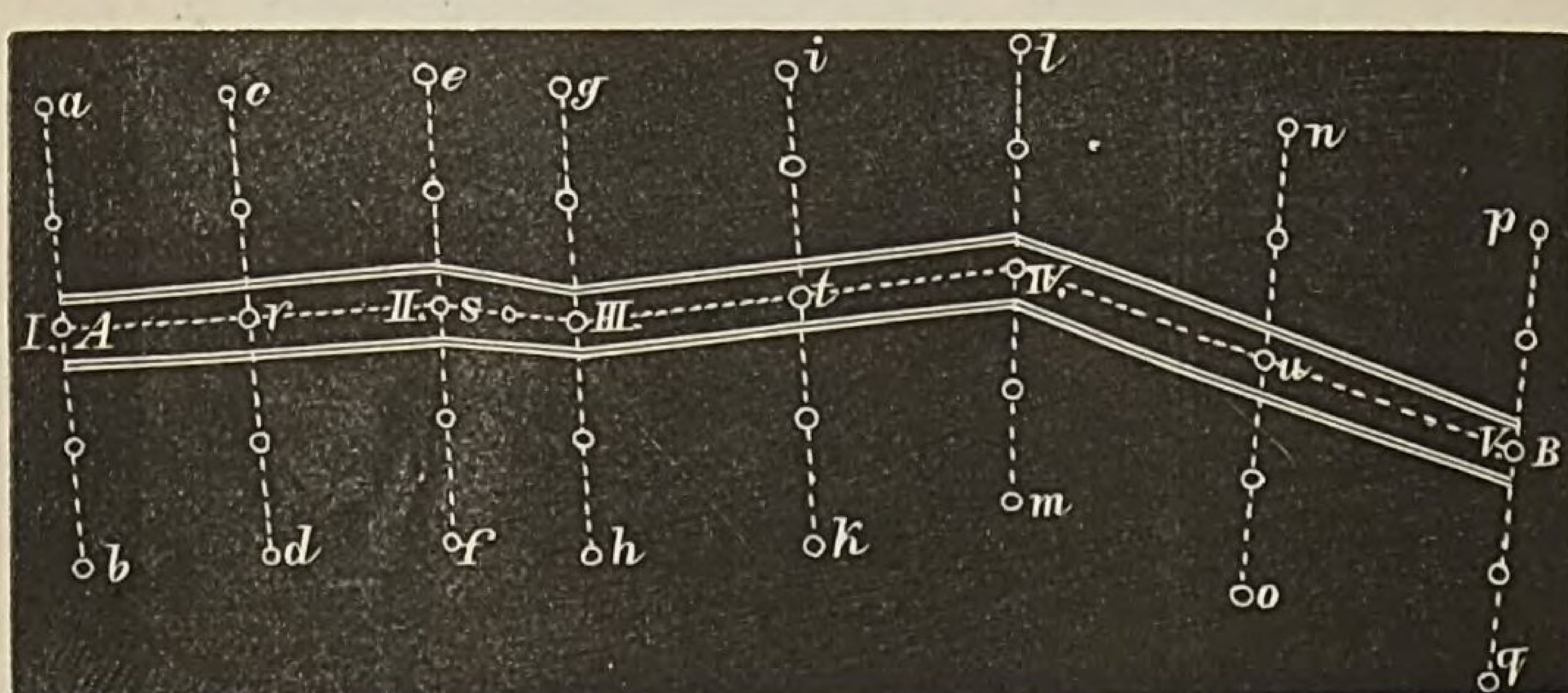
Der größeren Übersicht halber ist es rätlich, auch die verschiedenen Querprofile auf einen Horizont zu reduzieren.

6. Vom Abwägen einer Straße aus der Mitte.

§ 129.

A. Vom Abflöcken.

Ist die Straße A B, Figur 277, aus der Mitte abzuwägen, so müssen zuerst die wirklich abzuwägenden Punkte I, II, III, IV und V, wie bereits mehrfach erwähnt, abgepflöckt, nebenbei aber auch noch die Mitten r, s, t und u zwischen je zwei Punkten, über welche das Instrument zu stehen kommt, bezeichnet werden.



Figur 277.

Bei dem Abpflöcken ist auf die Bildung möglichst langer Stationslinien, namentlich dann Rücksicht zu nehmen, wenn man nur die Ermitt-

lung des Gesamtgefälles beabsichtigt, weil natürlich mit der Länge der Stationen die Anzahl der Aufstellungen kleiner, die Genauigkeit aber größer wird.

Beabsichtigt man bei dem Nivellement nur die Ermittelung des Gefälles, so genügt ein einfaches Abpflöcken längs der Straße hin; wünscht man aber noch überdies die nächste Terrainbeschaffenheit zu beiden Seiten der Straße, so müssen noch die Querprofile a b, c d, e f, g h u. s. w. abgepflöckt und dann abgewogen werden. Die Genauigkeit der Querprofile wächst mit der Anzahl der in jedem einzelnen abgepflöckten Punkte, weshalb die Abstände der letzteren von einander 2, 5 und mehr Meter betragen können. Endlich ist es nicht nötig, die Zwischenpunkte r, s, t und u genau in gerader Linie mit den Punkten I und II, II und III u. s. w. zu bezeichnen, sie können vielmehr auch auf der Seite angenommen werden, wenn man nur darauf sieht, daß die Entfernungen bis zu den zwei abzuwägenden Punkten ziemlich gleich bleiben. So kann z. B. der Punkt r mehr nach c oder d hin verlegt werden, wenn nur die Entfernung I r = II r bleibt.

Ist jedoch das Nivellierinstrument berichtigt und sind die Stationen so kurz, daß die Krümmung der Erde und die Strahlenbrechung unberücksichtigt bleiben kann, so können auch die Entfernungen vom Instrument bis zu den abzuwägenden Punkten ungleich sein.

Dasselbe gilt für den Fall, wenn das Nivellement nur von minderer Genauigkeit zu sein braucht.

B. Vom Abwägen.

Beim Abwägen der Straße A B, Figur 277, aus der Mitte wird das Instrument jedesmal in der Mitte r, s, t und u zwischen den abzuwägenden Punkten I, II; II, III; III, IV und IV, V horizontal aufgestellt, die rückwärtige und vorwärtige Lattenhöhe abgelesen und in das hierzu vorbereitete Formular (§ 124 B.) eingetragen. Im vorliegenden Falle würde über r die erste Aufstellung des Instrumentes, in I die erste rückwärtige und in II die erste vorwärtige Ablesung der Lattenhöhen stattfinden Die Messung der Stationsentfernungen mittelst Kette oder Latte findet entweder schon bei der Abflöckung statt oder wird mit dem Abwägen selbst verbunden.

Sollen Querprofile ermittelt werden, so sind in den Punkten r, s, t und u auch noch die immer zunächst liegenden Querprofile nach dem vorigen Paragraphen abzuwägen und die Instrumentenhöhen bis zum Fadenkreuze genau zu messen. Eine genaue Führung des Brouillons ist hierbei erste

Bedingung. Hängt von der vollständigen Richtigkeit der Arbeit viel ab, so empfiehlt sich immer eine ein- oder zweimalige Wiederholung der Abwägung (Contrenivellement).

Bei neuen Straßenanlagen und namentlich bei Beurteilung der etwa vorzunehmenden Ausgleichung der Erhöhungen und Vertiefungen genügt es in der Regel nicht, die Gefälle von einer Hauptstation zur andern, etwa von I nach II oder II nach III u. s. w. zu kennen; man benötigt vielmehr auch noch die Abwägung einer Anzahl Zwischenpunkte, um die Gestaltung des Längenprofils vollständig richtig bemessen zu können. Zu diesem Behufe bestimmt man daher auf der ganzen Straßenlänge hin, in gleichen Entfernungen von 5 oder 10 Metern, von den Punkten r, s, t und u aus, die einzelnen Lattenhöhen in derselben Weise wie bei den übrigen Punkten.

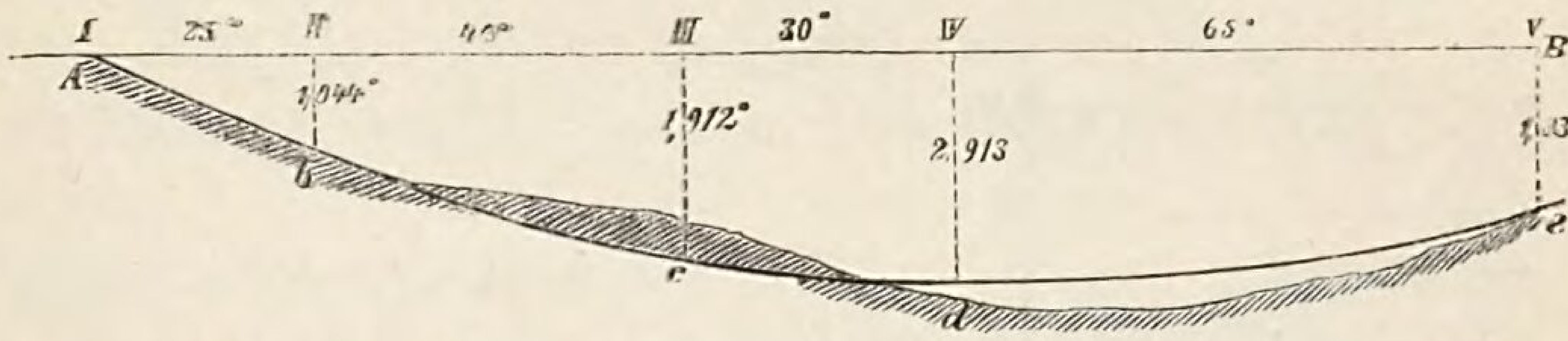
C. Von der Berechnung des Gefälles und vom Auftragen der Profile.

Nachdem die Straße nivelliert ist, schreitet man zur Berechnung der Gefälle und, wenn es verlangt wird, zur Zeichnung der Profile. Die Ergebnisse des Längennivellements seien in der nachfolgenden Tabelle enthalten und auch die einzelnen und summarischen Gefälle darin nach § 124 B. berechnet.

Der Stationen			Lattenhöhe		Gefälle		Bemerkungen
Anfang	Ende	Länge in Metern	nach rückwärts	nach vorwärts	einzeln	zusammen	
			in Metern		in Metern		
I	II	25	0,024	1,068	+ 1,044	+ 1,044	
II	III	40	0,112	0,980	+ 0,868	+ 1,912	
III	IV	30	0,142	1,143	+ 1,101	+ 2,913	
IV	V	65	1,242	0,162	− 1,080	+ 1,833	
		160	1,520	3,353		+ 1,833	

Es ergiebt sich aus vorstehender Tabelle das Gefälle von I bis II = 1,044 Meter, das Gefälle von I bis III = 1,912 Meter, das Gefälle von I bis IV = 2,913 Meter und dasjenige von I bis V = 1,833 Meter.

Will man aus diesen Zahlen und den gemessenen Längen der einzelnen Stationen ein Längenprofil konstruieren, so trägt man wieder, wie in § 128 **C**, auf eine horizontale Linie A B, Figur 278, die gemessenen Stationsentfernungen in einem schicklichen Maßstabe auf, errichtet, indem man I als Nullpunkt annimmt, in II, III, IV und V abwärts gehende senkrechte Linien und überträgt auf diese die zugehörigen summarischen Gefälle aus vorstehender Tabelle in einem etwa 10mal größeren Maßstabe, so ergeben sich die Punkte b, c, d und e, welche durch einen Linienzug aus freier Hand mit einander verbunden, das Längenprofil darstellen.



Figur 278.

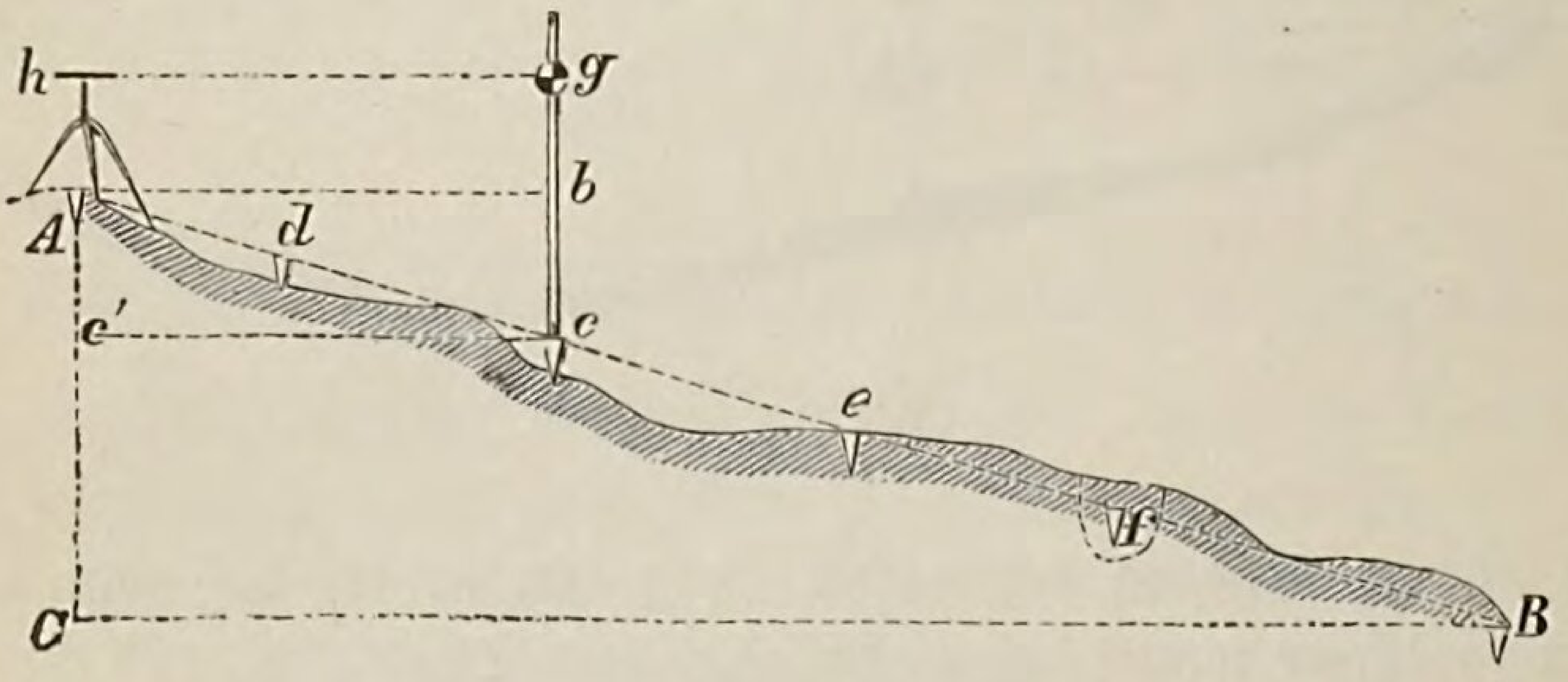
Auch hier versteht es sich wieder ganz von selbst, daß man die Stationen um so kürzer macht, je wechselnder das Terrain ist und je genauer das Längenprofil werden soll. Dies gilt insbesondere dann, wenn auf der nivellierten Wegstrecke auch Planierungen, d. h. Auf- und Abtragungen von Erdmassen, stattfinden sollen.

Nachdem die Profile mit schwarzen Tuschlinien vollständig ausgezogen sind, kann der gegenwärtige Zustand der Straße oder des Weges an jeder Stelle genau bemessen werden, und es lassen sich dann die erforderlichen Abänderungen, Abhebungen und Ausfüllungen in das Längenprofil selbst einzeichnen. In Figur 278 ist der ursprüngliche Zustand durch die schraffierte krumme Linie, die zu verändernde Lage der einzelnen Punkte aber durch die regelmäßig gebogene stärkere Linie vorgestellt. Die Veränderungen sind womöglich so zu treffen, daß die abzuhebende Erdmasse sich mit der Auffüllmasse vergleicht. Die senkrechten Höhen der anzubringenden Erhöhungen oder Vertiefungen können von dem Längenprofil abgegriffen und in die Natur übertragen werden. An denjenigen Stellen, wo Abhebungen stattzufinden haben, wird solches durch entsprechend tiefe Löcher angezeigt, während bei Ausfüllungen Pflöcke in senkrechter Stellung bis zu dem beabsichtigten Grade der Erhöhung eingeschlagen werden.

7. Nach einer gegebenen Richtung eine Gerade von bestimmter Neigung abzustecken.

§ 130.

Stellt z. B. die krumme, schraffierte Linie A B, Figur 279, die gegenwärtige Richtung und Lage eines derart umzugestaltenden unebenen Weges vor, daß er künftig in allen Punkten ein gleiches Gefälle erhält, so handelt es sich zunächst um eine solche Absteckung der dieser Anforderung entsprechenden schiefen punktierten Linie A B, daß eine Zahl Pflöcke d, c, e und f mit ihren Köpfen genau mit letzterer zusammenfallen.



Figur 279.

Um nun diese Linie A B unter einer bestimmten Neigung abstecken zu können, muß zunächst das Gesamtgefälle von A nach B = A C auf bekannte Weise ermittelt und die horizontale Entfernung B C der fraglichen Linie, welche sich aus der Summe der Entfernungen der einzelnen Stationen zusammensetzt, gemessen werden. Ist nun zunächst, etwa bei c, ein Pflock in der geraden schiefen Linie A B zu bestimmen, so mißt man die horizontale Länge der schiefen Linie A c, nämlich A b, und es läßt sich dann, da die Dreiecke A B C und A c b ähnlich sind, aus den bekannten Längen B C, A C und A b das der letzteren Länge entsprechende Gefälle b c = A c′ leicht mittels der Proportion B C : A C = A b : b c finden.

Es ist nämlich:

$$b\,c = \frac{A\,C \cdot A\,b}{B\,C}.$$

Soll nun der Kopf des Pflockes c in A B liegen, so muß, wenn man die meßbare Höhe des über A horizontal aufgestellten Instrumentes mit I und die in c aufgestellte Höhe der Nivellierlatte mit L bezeichnet, das Gefälle von A nach c, nämlich b c = L — I sein.

Daraus folgt nun L = b c + I, d. h. das Scheibchen g muß an der Zielscheibe so hoch geschoben werden, daß die Höhe c g dem um die Instrumentenhöhe vermehrten Gefälle von A nach c gleichkommt. Ist z. B. die über A befindliche Höhe des Instrumentes = 1,382 m und das berechnete Gefälle b c = 0,851 m, so wäre die Zielscheibe auf 1,382 + 0,851 = 2,233 m zu stellen.

Um schließlich beurteilen zu können, wie weit der Pflock c einzuschlagen ist, stellt man das Scheibchen g genau auf 2,233 m, läßt die Nivellierlatte senkrecht über c aufrichten und visiert durch das Fernrohr h. Fällt der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes im Fernrohr genau mit dem Mittelpunkt des Scheibchens zusammen, dann steht der Pflock c richtig; steht das Scheibchen aber höher als die horizontale Visierrichtung h g, so muß der Pflock entsprechend eingeschlagen, im entgegengesetzten Falle aber erhöht werden.

Nachdem in der Linie A B ein Pflock c richtig bestimmt ist, können zwischen A und c noch einige beliebige Anzahl von Pflöcken d u. s. w. mittels der gewöhnlichen Kreuzvisiere, § 112, einvisiert werden.

Man stellt nämlich, um den Punkt d zu bestimmen, über A, d und c die gleich hohen Kreuzvisiere auf und schlägt den Pflock d alsdann so lange in die Erde, bis die oberen Kanten der in A, d und c befindlichen Kreuzvisiere genau in eine gerade schiefe Linie zusammenfallen. Ebenso verfährt man mit der Bestimmung noch anderer zwischen A und c liegenden Punkte. Kann endlich in der Höhe der Kreuzvisiere von c nach B gesehen werden, dann lassen sich mittels derselben auch noch zwischen c und B eine beliebige Anzahl von Punkten, wie soeben gezeigt wurde, bestimmen. Sind jedoch die Unebenheiten beträchtlicher, so legt man, indem das Instrument über c aufgestellt wird, ganz wie bei der Bestimmung des Punktes c, vorher noch einen oder den anderen Punkt e oder f fest.

8. Von der Berechnung des Gefälles in Prozenten und von der Absteckung von Linien nach einem gegebenen Prozente.

§ 131.

A. Berechnung des Prozentes.

Nach Beendigung eines Längennivellements ist es öfters noch von Interesse, zu untersuchen, um wie viele Prozente die nivellierte Strecke steigt oder fällt, d. h. festzustellen, welches Verhältnis zwischen dem Höhen=

unterschiede zweier Punkte und der horizontalen Entfernung derselben besteht. Dieses prozentische Verhältnis kann sowohl zwischen je zwei auf einander folgenden Stationen, als auch für die ganze Länge einer nivellierten Strecke berechnet werden.

Nach dem in § 129 C. mitgeteilten Muster ist z. B. das Gefälle der 25 m langen Station zwischen I und II = 1,044 m, während das gesamte Gefälle der ganzen nivellierten Strecke von 160 m zwischen I und V = 1,833 m beträgt.

Soll nun das Gefälle zwischen I und II in Prozenten ausgedrückt werden, so hat man, wenn p das zu suchende Prozent bezeichnet, die Proportion:

$$25 : 1{,}044 = 100 : p \text{ oder}$$

$$p = \frac{1{,}044}{25} \times 100 = 0{,}042 \times 100 = 4{,}2;$$

d. h. es kommen auf eine horizontale Entfernung von 100 Längeneinheiten 4,2 Einheiten Steigung.

Man findet daher die Prozente des Gefälles, wenn man den gefundenen Höhenunterschied einer nivellierten Strecke durch die horizontale Entfernung derselben dividiert und den Quotienten mit 100 multipliziert.

Drückt man allgemein den Höhenunterschied (das gefundene Gefälle) mit h und die horizonte Entfernung der nivellierten Strecke mit l aus, o ist:

$$p = \frac{h}{l} \times 100.$$

Hiernach ist das Prozent der oben erwähnten Strecke zwischen I und V von l = 160 m und h = 1,833 m:

$$p = \frac{h}{l} \times 100 = \frac{1{,}833}{160} \times 100 = 0{,}011 \times 100 = 1{,}1;$$ d. h. es kommen auf 100 m Länge 1,1 m Gefälle.

B. Abstecken von Linien nach einem gegebenen Prozente.

Es kommt im praktischen Leben sehr häufig vor, daß man z. B. zum Zwecke einer Weg- oder Straßenanlage Linien abzustecken hat, welche nach einem gegebenen Prozente gleichmäßig ansteigen sollen.

Es sind hierbei zwei Fälle denkbar:

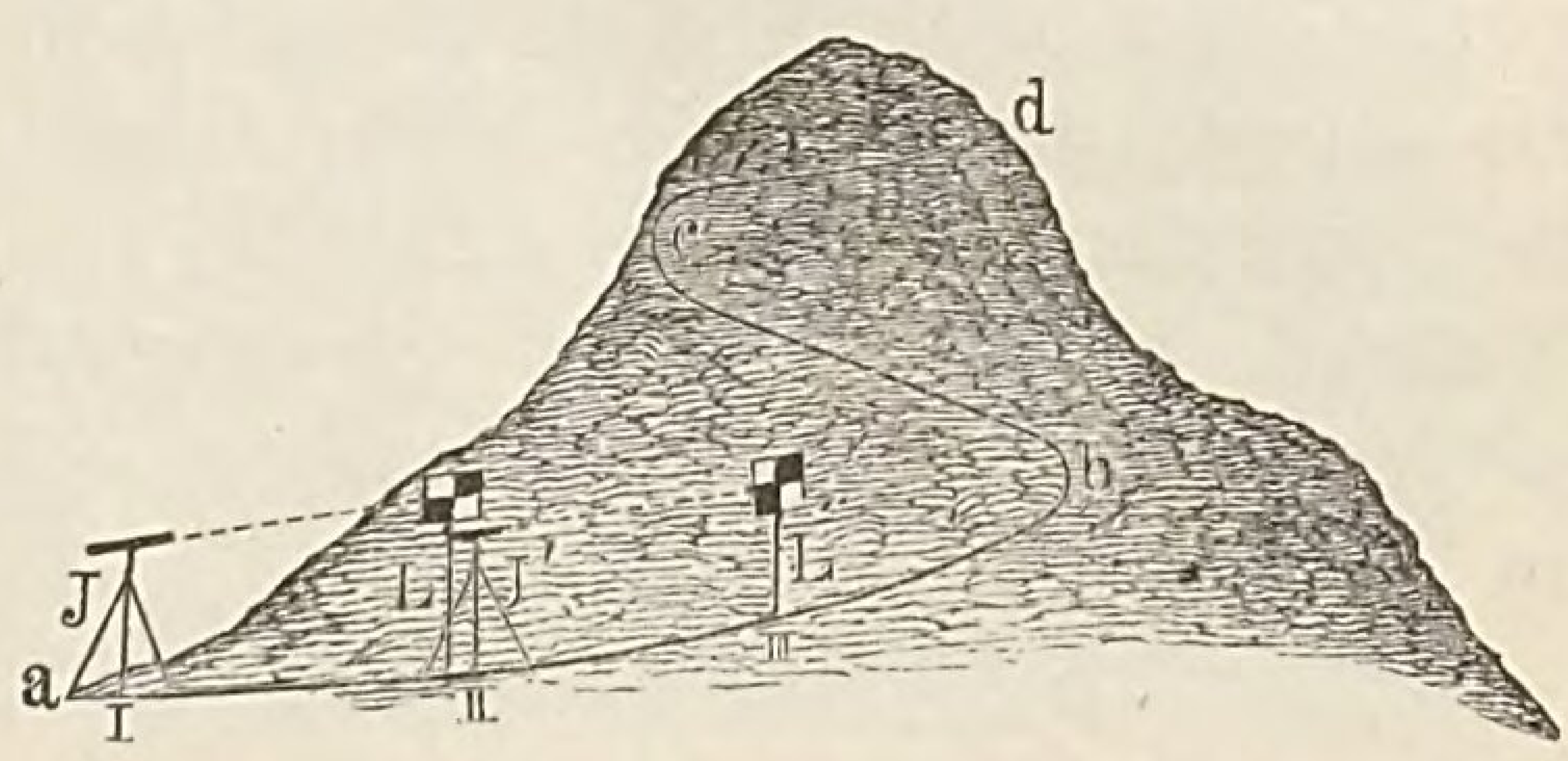
a) Die Richtung des Weges ist bereits gegeben und darf nicht verändert werden, oder

b) Die Richtung des Weges kann beliebig gewählt werden und soll sich den äußeren Terrainverhältnissen anschließen.

ad a) Ist die Wegrichtung gegeben, der Weg selbst soll aber nach einem überall gleichen Prozente ansteigen, so ist die Strecke zunächst abzustrecken und zu nivellieren, worauf eine Berechnung des Prozentes aus der horizontalen Weglänge und dem gesamten Gefälle nach A. dieses Paragraphen vorzunehmen ist. Es handelt sich dann nur noch darum, die Unebenheiten (Erhöhungen und Vertiefungen) so auszugleichen, daß der Weg überall nach dem gefundenen Prozente ansteigt.

Diese Arbeit wird entweder ganz wie in § 130 ausgeführt, wenn nämlich die Visierlinien der Nivellierinstrumente nicht aus ihrer horizontalen Lage gerückt und auf ein beliebiges Prozent eingestellt werden können, oder man stellt die Visierlinie des Nivellierinstrumentes auf das berechnete Prozent ein und verfährt dann ganz wie wir es jetzt unter ad b lehren werden.

ad b) Ist die Richtung eines an einem Bergabhange anzulegenden Weges erst zu suchen und handelt es sich nur darum, daß derselbe überall nach einem gleichen Prozente ansteigt, so hat dies den Vorzug, daß keine kostspieligen Erdarbeiten (Auffüllungen und Abtragungen) notwendig werden, weil man dann die Wegrichtung dem Terrain anbequemen kann, denn bekanntlich läßt sich auch an steilen Hängen ein Weg mit geringer Steigung anlegen, wenn derselbe, wie z. B. in Figur 280, die entsprechenden Umwege macht und etwa in Form von Serpentinen a b c d angelegt wird.



Figur 280.

Soll nun z. B. an dem Berge, Figur 280, eine Weglinie mit gewissen, z. B. 5 Prozenten, angelegt werden, so eignen sich hierzu ganz besonders diejenigen Formen von Nivellierinstrumenten, bei welchen die Visierlinie veränderlich ist und in jedes beliebige Prozent eingestellt werden kann.

Dieses ist z. B. bei den bereits beschriebenen Instrumenten von Sickler, Hurth, Desaga, Bose, auch bei dem Hypsometer von Faustmann und dem von Großbauer verbesserten Dendrometer von Winkler der Fall.

Ein solches Instrument stellt man, wenn es sich um Ausführung der Arbeit handelt, am Anfang I der Weglinie horizontal auf und richtet alsdann die Visierlinie desselben (Fernrohr oder Diopter) auf das gewünschte (z. B. 5) Prozent ein. Hierauf stellt man neben dem Instrument eine Nivellierlatte vertikal auf und verschiebt die bewegliche Scheibe derselben so lange, bis die Lattenhöhe L genau so groß wie die Instrumentalhöhe J (vom Fußpunkt I bis zur Visierlinie) ist. Nun geht ein Gehilfe mit der Latte eine beliebige Strecke in der mutmaßlich richtigen Steigung bergauf, stellt dieselbe in der Gegend von II auf und läßt sich von dem Messenden in I anvisieren. Geht die Visur jetzt unter dem Mittelpunkte der Zielscheibe der Latte hindurch, so muß der Gehilfe die Latte entsprechend tiefer, im anderen Falle entsprechend höher am Berge hinauf stellen, ohne jedoch die Scheibe selbst im mindesten zu verrücken. In der Weise wird so lange fortprobiert, bis endlich an irgend einem Punkte Visierline und Mittelpunkt der Scheibe L zusammenfallen, wo dann der Punkt II um 5 Prozent höher als I liegen wird.

Hierauf wird das Instrument in II horizontal aufgestellt, die Instrumentenhöhe J′ aufs neue gemessen und diese gleich der Lattenhöhe L′ gemacht. Alsdann begiebt sich der Gehilfe wieder ein beliebiges Stück bergauf, läßt sich in der bereits beschriebenen Weise einvisieren und so wird ein neuer Punkt III der Weglinie gefunden. In derselben Weise fährt man fort und es entsteht so die Weglinie a b c d, welche in einem ganz gleichen Prozente ansteigt, ohne daß beträchtliche Auftragungen von Erde notwendig würden. Hackt man endlich am oberen Teile der Linie die Erde auf die halbe Wegbreite herunter, und setzt sie unterhalb an der andern Hälfte der Wegbreite an, so entstehen ebene und billige Fahrbahnen, wie sie namentlich in Waldungen oft angelegt werden.

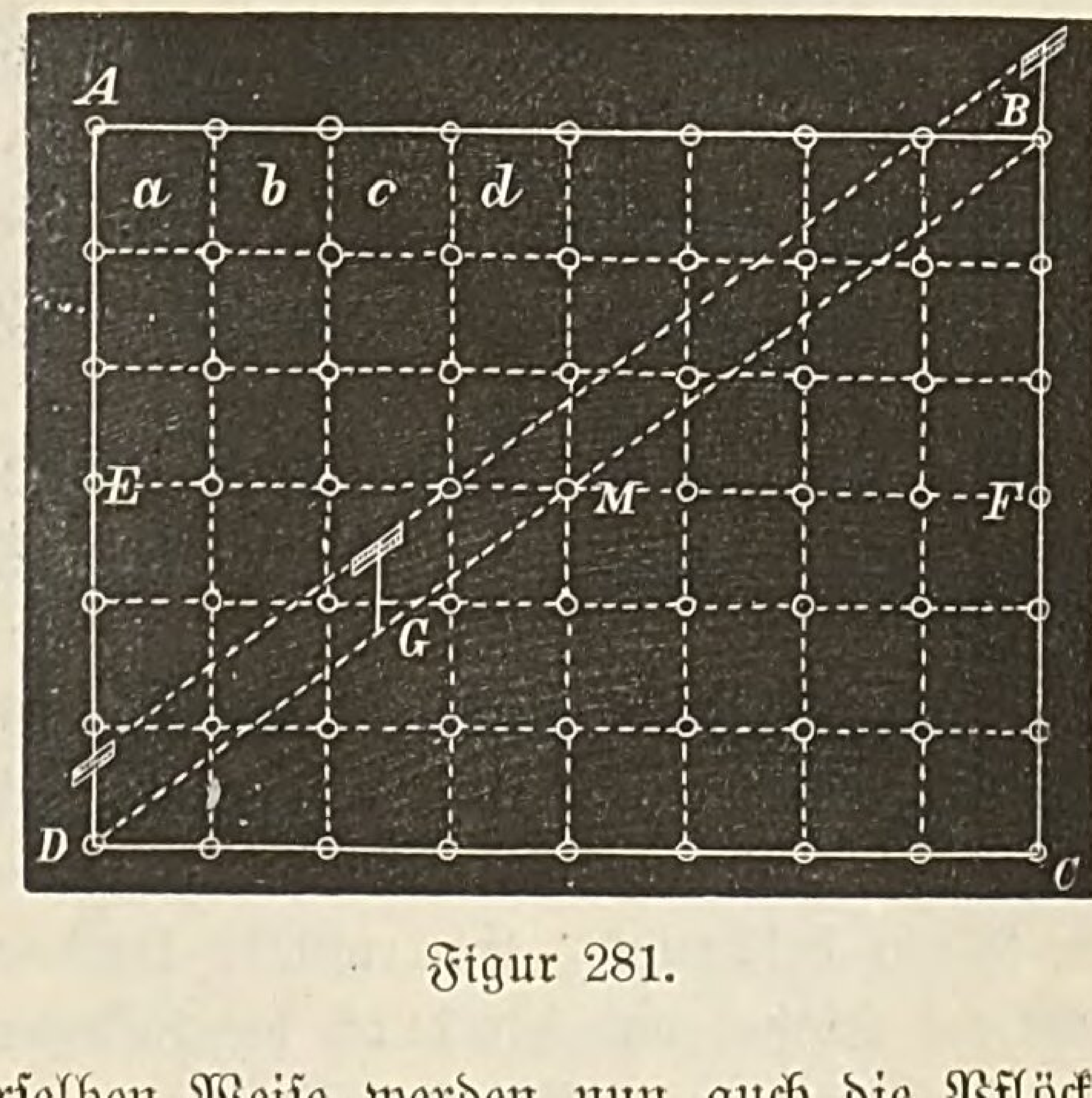
9. Einen unebenen Platz in eine horizontale Ebene umzuwandeln.

§ 132.

Bezeichnet A B C D, Figur 281, den unebenen Platz und E den Punkt, durch welchen die horizontale Ebene gelegt werden soll, so stellt man das Nivellierinstrument beiläufig in der Mitte M des Platzes und

in einem solchen Punkte auf, daß von demselben wo möglich die ganze zu ebnende Fläche übersehen werden kann. Nachdem das Instrument in eine solche Stellung gebracht ist, daß die Visierlinie desselben eine horizontale Lage hat, wird auf dem in E eingeschlagenen Pflocke eine Nivellierlatte senkrecht aufgestellt und das Scheibchen nach den Winken des Beobachters in M so lange verschoben, bis der Mittelpunkt desselben genau mit der Visierebene (Fadenkreuz, Wasserspiegel) zusammenfällt.

In dieser Stellung des Scheibchens, welche während der ganzen Arbeit nicht im geringsten verändert werden darf, richtet der Gehilfe die Nivellierlatte nun über dem vorerst nur lose eingeschlagenen Pflocke A auf. Der in M befindliche Beobachter visiert nun, bei unveränderter Stellung des Instrumentes, nach dem Scheibchen in A. Geht hierbei die Visierlinie unter dem Scheibchen hindurch, so ist der Pflock so lange einzuschlagen, bis beide in vollständige Übereinstimmung gebracht sind. Im Falle die Visierlinie über dem Scheibchen vorübergehen sollte, muß eine entsprechende Erhöhung des Pflockes stattfinden. Im letzteren Falle muß unter Umständen ein kleiner Erdhaufen aufgeschüttet, und in denselben der Pflock eingeschlagen werden, im andern Falle dagegen ist eine entsprechend tiefe Grube anzufertigen.



Figur 281.

Ganz in derselben Weise werden nun auch die Pflöcke B, F, C und D mit denselben gleichen Lattenhöhen, und darum in derselben Horizontalebene des Punktes E bestimmt. Es werden alsdann die oberen Flächen sämtlicher Pflöcke, sowie die über dieselben gespannten Schnuren, in einer horizontalen Ebene mit E liegen. Sollten die wenigen bestimmten Punkte

zur Planierung des Platzes noch nicht hinreichen, so können an jeder beliebigen Stelle noch weitere Punkte nach demselben Verfahren festgelegt werden.

Bei derartigen Arbeiten leisten aber auch die mehr erwähnten Kreuzvisiere, § 112, vortreffliche Dienste. Man hat nämlich nur nötig, in zwei bereits bestimmten beliebigen Punkten, z. B. B und D, je ein Kreuzvisier aufzurichten, über eines derselben hinzusehen und zwischen der hierdurch angezeigten Visierrichtung ein drittes Kreuzvisier an einer beliebigen Stelle G aufzustellen, so ergeben sich noch weitere Punkte. Natürlich müssen hierbei sämtliche Pflöcke, über welche das Kreuzvisier G zu stehen kommt, auch so lange eingeschlagen oder erhöht werden, bis die oberen Kanten sämtlicher drei Kreuzvisiere genau in eine horizontale Linie zu liegen kommen. Jede Veränderung der Pflöcke B und D ist während der Arbeit sorgfältigst zu vermeiden.

Ist endlich eine zureichende Anzahl Punkte in der horizontalen Ebene bestimmt, so werden die Erderhöhungen abgetragen und mit der gewonnenen Erde tiefere Stellen so lange aufgefüllt, bis die Köpfe sämtlicher Pflöcke gerade mit Erde bedeckt werden. Überflüssige Erde muß in diesem Falle abgefahren, fehlende zugeführt werden.

Wäre in dem zu planierenden Platze kein Punkt E, durch welchen die horizontale Ebene gelegt werden soll, gegeben, läge es vielmehr in der Absicht, die Planierung in der Art zu bewirken, daß die abzutragenden Erdmengen gerade zur Ausfüllung der Vertiefungen hinreichen, so ändert sich das Verfahren wie folgt ab:

Man pflöckt über dem ganzen unebenen Platz A B C D, Figur 281, ein Netz kleiner, aber gleich großer Quadrate ab, deren Seitenlängen, je nachdem die Unebenheiten größer oder geringer sind, 5, 8, auch 10 Meter betragen können. Hierauf wird das Instrument in einem schicklich gelegenen Punkt M, innerhalb des Platzes in der Art aufgestellt, daß die Visierlinie des Instrumentes, bei der Drehung um die Achse, eine horizontale Ebene über dem unebenen Platze beschreibt. Es entsteht hierdurch zwischen der unebenen Oberfläche des Platzes und der durch die Visierlinie beschriebenen horizontalen Ebene ein Luftraum, dessen Kubikinhalt man praktisch richtig in der Summe aller Parallelepipeden erhält, welche entstehen, indem man sich aus den Endpunkten aller kleinen Quadrate des Platzes Senkrechte bis zur Horizontalebene errichtet denkt. Der Kubikinhalt eines einzigen solchen Parallelepipedes ergiebt sich aber aus dem Produkte seiner quadrat=

förmigen Grundfläche, multipliziert mit seinem senkrechten Abstande, welchen man erhält, indem man die Lattenhöhe des betreffenden Quadrates bis zur Visierlinie des Fernrohrs auf bekannte Weise mißt. Bezeichnet man daher die gleichen Grundflächen der einzelnen Quadrate mit g und die einzelnen Lattenhöhen der Quadrate a, b, c, d u. s. w. mit h, h′, h″, h‴ . . ., so setzt sich der ganze Kubikraum C zusammen aus:

$$C = g \cdot h + g \cdot h' + g \cdot h'' + g \cdot h''' + \ldots\ldots =$$
$$g\,(h + h' + h'' + h''' + \ldots\ldots),$$

d. h. man erhält den Kubikinhalt des fraglichen Luftraumes, indem man den Flächeninhalt eines der gleich großen Quadrate mit der Summe der Lattenhöhen in den einzelnen Quadraten multipliziert.

Nun soll aber die Planierung so vorgenommen werden, daß keine Erde hinzu und keine abgeführt zu werden braucht, und es muß daher auch nach der Planierung der zwischen der Visierebene des Instrumentes und der Bodenoberfläche liegende Raum noch derselbe sein. Ferner müssen aber auch nach der Planierung sämtliche zwischen den genannten zwei Ebenen liegenden Lattenhöhen einander gleich sein, sonst wäre die Fläche des Platzes nicht horizontal. Aus demselben Grunde ist der zwischen dem geebnet gedachten Platze und der Ebene des Fernrohrs gelegene Luftraum auch gleich einem Parallelepipede, dessen Inhalt sich aus der Grundfläche A B C D des ganzen Platzes multipliziert mit der überall gleichen Lattenhöhe ergiebt. Sollen daher die Kubikinhalte der Lufträume vor und nach der Ebnung noch gleich sein, so ist dies nur dann möglich, wenn man aus sämtlichen in den einzelnen Quadraten gemessenen Lattenhöhen das arithmetische Mittel nimmt, die Zielscheibe auf dieses arithmetische Mittel einstellt, die Nivellierlatte alsdann in senkrechter Stellung nach und nach über alle Quadratpflöcke bringt, und letztere so lange erhöhen und erniedrigen läßt, bis der Mittelpunkt des Scheibchens überall genau in die Höhe der Visierebene zu liegen kommt.

Ist dies geschehen, so werden die Köpfe aller Pflöcke in einer horizontalen Ebene liegen, und die von den Erhöhungen abzutragenden Erdmengen gerade hinreichen, die Vertiefungen auszugleichen.

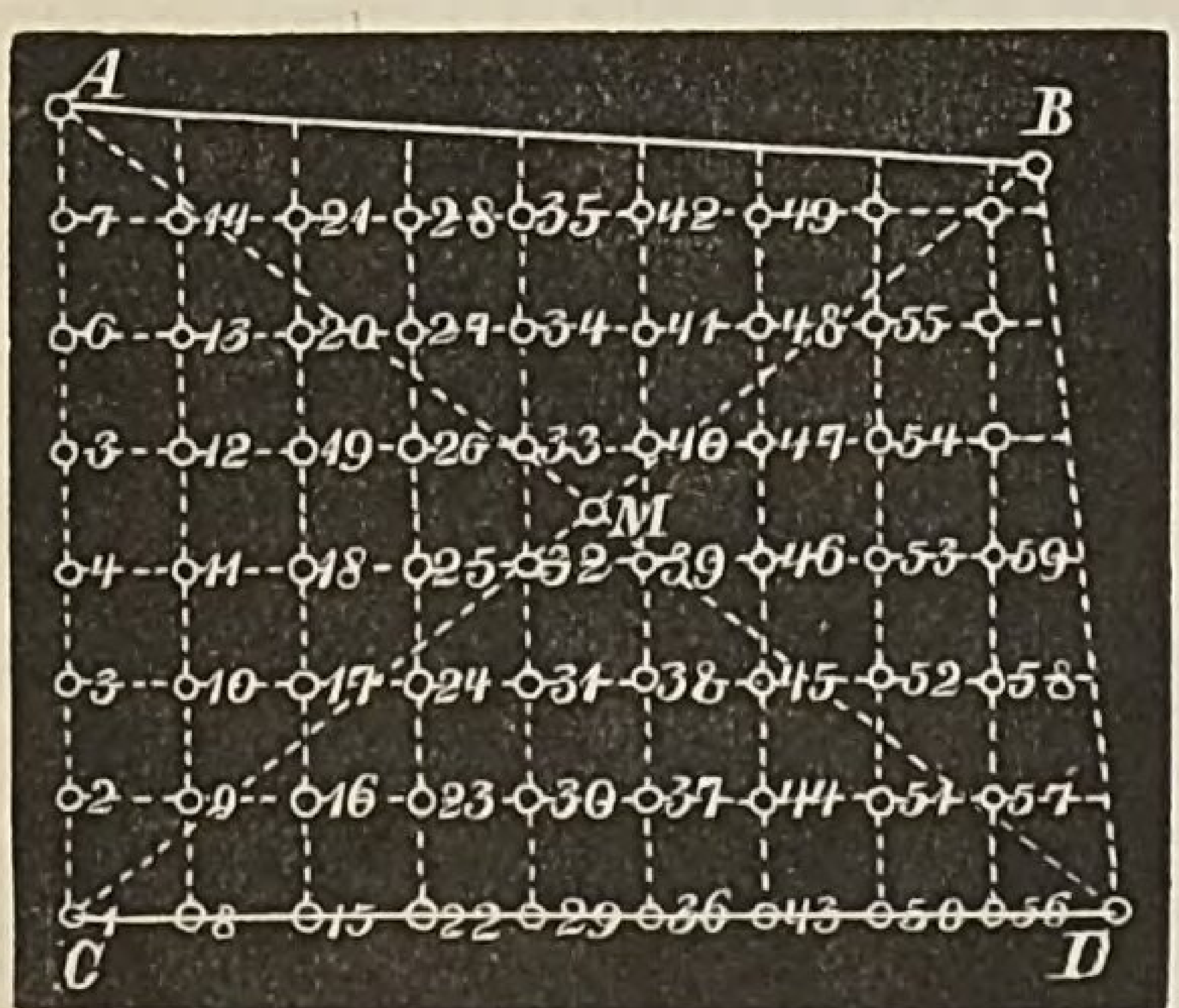
Der ganze Vorgang besteht daher kurz darin, wo möglich von einer einzigen Stelle M aus sämtliche Lattenhöhen in den einzelnen Quadratpunkten mittels des Instrumentes zu ermitteln, dieselben zu addieren, die Summe durch die Anzahl der Lattenmessungen zu dividieren, die Zielscheibe auf dieses

berechnete arithmetische Mittel einzustellen und schließlich die Lattenhöhen in allen einzelnen Punkten auf letzteres durch Erhöhung oder Vertiefung der einzelnen Pflöcke, wie bereits angedeutet, abzuändern.

10. Eine unebene Fläche in eine geneigte Ebene zu verwandeln.

§ 133.

Bei der Lösung dieser Aufgabe, welche mit der vorhergehenden in vielen Punkten übereinstimmt, gehen wir von dem gewöhnlichsten Falle aus, die Ebnung in der Art zu bewirken, daß die von den erhöht liegenden Teilen abzutragende Erdmenge gerade hinreicht, die Vertiefungen damit auszufüllen.



Figur 282.

Sind nun, was in der Regel der Fall ist, zwei Punkte A und B der Fläche A B C D, Figur 282, an welche sich die schiefe Ebene anlehnen soll, gegeben und soll letztere weiter noch eine solche Lage erhalten, daß sie sich nach A, C und D hinneigt, so beginnt die Arbeit damit, daß man zunächst über die ganze Fläche ein Netz kleiner und gleich großer Quadrate legt. Diese werden um so kleiner angenommen, je größer die Unebenheiten sind, und je genauer die ganze Arbeit werden soll.

Nachdem die Abpflöckung richtig erfolgt ist, wird das Nivellierinstrument dergestalt beiläufig in der Mitte M des Platzes an einem schicklichen Punkte aufgestellt, daß das Fernrohr, wenn man es um seine Achse bewegt, eine scheinbare Horizontalebene beschreibt. Hierauf wird über jedem Quadrat mittelst der Nivellierlatte der senkrechte Abstand bis zur scheinbaren Horizontalebene ermittelt und aufgezeichnet, so daß man im vorliegenden Falle, außer den Punkten A und B, noch 59 Beobachtungen zu machen hat; denn die Teilquadrate, welche die Fläche eines halben Quadrates nicht erreichen, können unberücksichtigt bleiben. Die senkrechten Abstände der höher gelegenen Punkte werden hierdurch natürlich kürzer, als diejenigen der tieferen Stellen erhalten. Multipliziert man nun den in einem jeden Quadrate gemessenen senkrechten Abstand mit dem Flächeninhalte eines

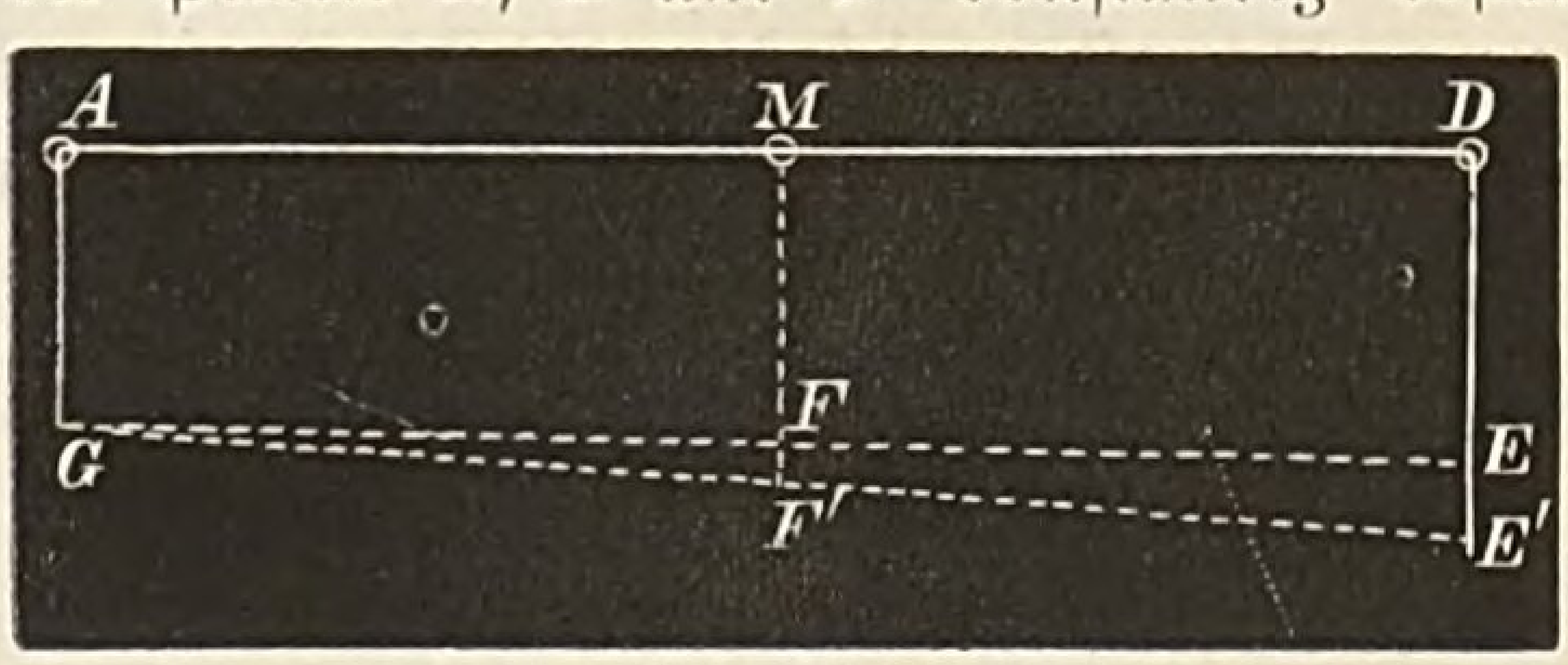
Quadrates und addiert alle hierdurch entstehenden Räume, so erhält man den zwischen der unregelmäßigen Fläche A B C D und der scheinbaren Horizontalebene liegenden Raum.

Letzterer ergiebt sich aber noch einfacher durch Multiplikation der ganzen Fläche A B C D mit dem arithmetischen Mittel aus sämtlichen Abständen.

Soll nun die Fläche A B C D so geebnet werden, daß die Abtragungen von den höheren Stellen zum Ausfüllen der Niederungen gerade hinreichen, so ist dieses nur dann möglich, wenn die vertikalen Abstände der Punkte A, B, C und D so bestimmt werden, daß das arithmetische Mittel derselben genau demjenigen gleichkommt, welches aus der Summe der Lattenhöhen in den einzelnen Quadraten erhalten wurde, denn nur dann wird auch nach der Ebnung der zwischen der geebneten Fläche und der scheinbaren Horizontalebene liegende Raum noch dem zuerst berechneten gleich sein.

Da nun die Punkte A und B unverrückbar gegeben sind, so reduziert sich die ganze Aufgabe dahin, die Abstände C und D so zu bestimmen, daß der mittlere Abstand aus den vier Eckpunkten A, B, C und D gerade so groß wird, als das arithmetische Mittel aus den vielen Abständen in den verschiedenen Quadraten der ungeebneten Fläche.

Zu diesem Behufe nimmt man den Punkt D einstweilen an derjenigen Stelle an, wohin die geebnete schiefe Fläche der Wahrscheinlichkeit nach fallen wird, und mißt gleichfalls seinen senkrechten Abstand bis zur mehrerwähnten scheinbaren Horizontalebene. Da nun die Lage einer Fläche A B C D durch die Punkte A, B und D vollständig bestimmt ist, so muß



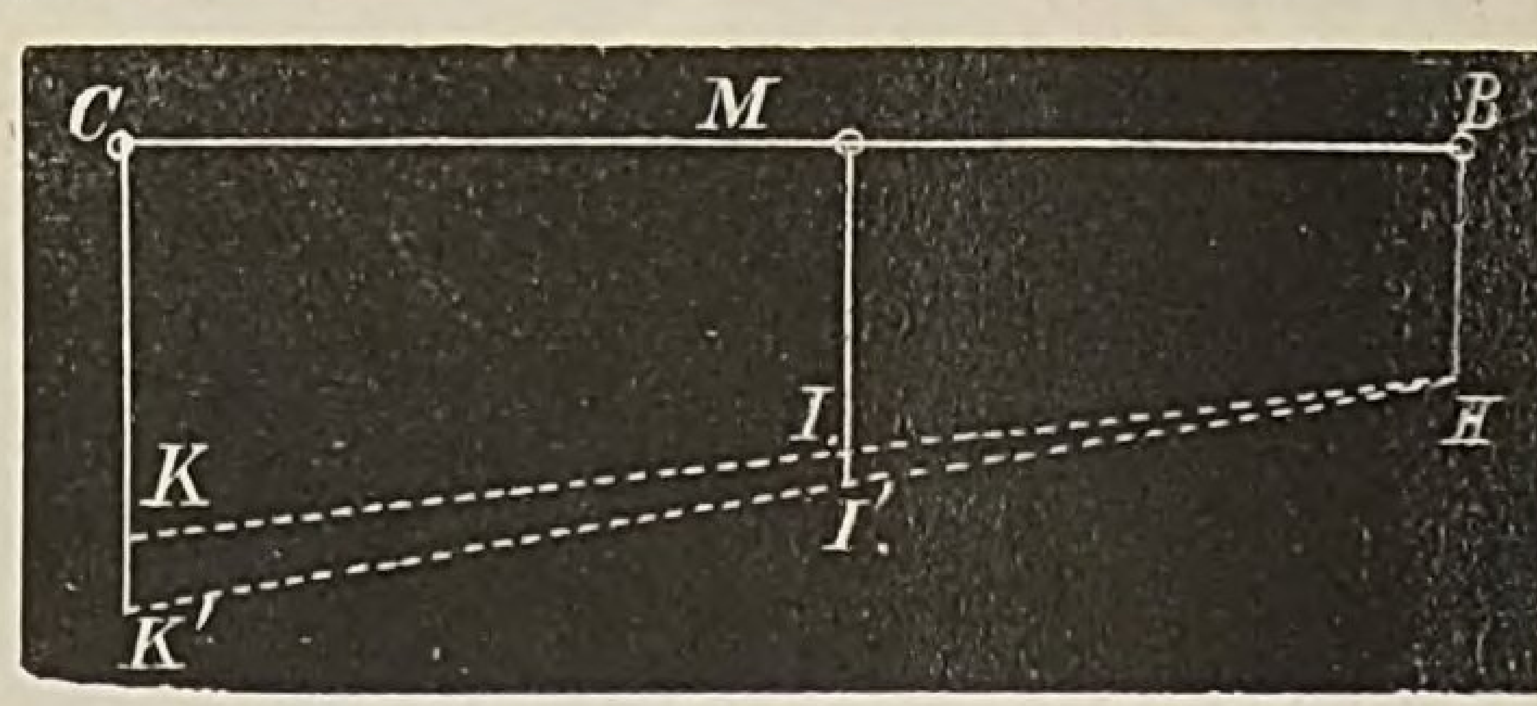
Figur 283.

sich aus letzteren auch der vierte Abstand C leicht ermitteln lassen. Dieses geschieht am einfachsten durch folgende Konstruktion:*)

Man verbindet zunächst den Punkt A mit D, und B mit C, so ergiebt sich der Durchschnittspunkt M. Hierauf trägt man die Entfernungen A M

*) Der Abstand C läßt sich jedoch auch durch Rechnung und auf dem Lokale selbst mittelst der Kreuzvisiere bestimmen.

und M D aus Figur 282 auf die Linie A D, Figur 283, errichtet in A, M und D Senkrechte, und trägt auf A und D die gemessenen senkrechten Abstände bis G und E auf, verbindet alsdann E mit G, so wird die Senkrechte M F in F durchschnitten und es stellt jetzt M F den Abstand des Punktes M vom scheinbaren Horizont vor. Nunmehr überträgt man aus Figur 282 die Entfernungen C M und M B auf die Linie C B in Figur 284, errichtet gleichfalls in C, M und B Senkrechte, trägt in B den gemessenen und in M den soeben durch Konstruktion gefundenen Abstand M F (Figur 283) auf, verbindet alsdann H mit I und verlängert H I bis K, so ist C K der senkrechte Abstand der geebnet gedachten schiefen Fläche A B C D von der scheinbaren Horizontalebene.



Figur 284.

Nachdem auf diese Weise die senkrechten Abstände der vier Eckpunkte der schiefen Fläche ermittelt sind, bleibt noch zu untersuchen übrig, ob der Punkt D auch so angenommen wurde, daß der mittlere Abstand der schiefen Ebene demjenigen der unregelmäßigen Fläche gleichkommt. Da man aber den mittleren Abstand der schiefen Ebene aus den vier Eckabständen hinreichend genau dadurch erhält, daß man zu der Summe derselben den größten und kleinsten dieser Abstände nochmals addirt, und das Ganze durch sechs dividiert, so hat man den auf diese Weise ermittelten mittleren Abstand nur noch mit demjenigen der unregelmäßigen Fläche zu vergleichen*). Stimmen beide genau überein, so ist die Auf-

*) Setzt man nämlich die Lattenhöhen in den vier Eckpunkten, Figur 282, a, b, c und d, so ist der mittlere Abstand des Dreieckes A B C $= \frac{a + b + c}{3}$ ebenso der mittlere Abstand des Dreieckes B C D $= \frac{b + c + d}{3}$; folglich das arithmetische Mittel von diesen beiden mittleren Abständen, oder das arithmetische Mittel der vier Abstände:

$$\frac{\frac{a+b+c}{3} + \frac{b+c+d}{3}}{2} = \frac{\frac{a+b+c+b+c+d}{3}}{2} = \frac{a+2b+2c+d}{6}$$

gabe gelöst, im anderen Falle kann folgendes Näherungsverfahren eingeschlagen werden.

Bezeichnet man mit a, b, c und d die zu den Eckpunkten A, B, C und D gehörigen senkrechten Abstände, bis zum scheinbaren Horizonte, und mit M den berechneten mittleren Abstand, so ist:

$$M = \frac{a + 2b + 2c + d}{6} \text{ oder}$$

$$6M = a + 2b + 2c + d \text{ und}$$

$$6M - a - 2b = 2c + d \; \ldots\ldots\ldots \; \mathrm{I}$$

Die Größe (2 c + d) läßt sich nun auf zweierlei Weise bestimmen, nämlich aus dem mittleren Abstande der unregelmäßigen Fläche und den bekannten Abständen a und b, also aus 6 M — a — 2 b und aus den durch Konstruktion gefundenen Abständen c und d, also aus (2 c + d). Beide Werte müßten nach letzter Gleichung I, die Richtigkeit des Abstandes d vorausgesetzt, einander gleich sein. Im Falle einer Abweichung findet man daher den zu D gehörigen Näherungsabstand d′ nach folgender Proportion:

$$(2c + d) : (6M - a - 2b) = d : d'.$$

Zu dieser Proportion ist nur noch zu bemerken, daß, wenn der mittlere Abstand der schiefen Fläche kleiner oder größer gefunden wurde, auch d′ größer oder kleiner werden muß, wonach in den ersten zwei Gliedern der Proportion das kleinere entweder an die erste, oder an die zweite Stelle gesetzt werden muß. Müßte darum der mittlere Abstand größer werden, dann würde man ein richtiges d′ nach der Formel

$$d' = \frac{(6M - a - 2b)\, d}{2c + d} \text{ erhalten.}$$

Dieser neugefundene Abstand d′ wird nun im Punkte D, Figur 283, bis E′ aufgetragen, und alsdann G mit E′ verbunden. Den sich hierdurch ergebenden neuen Abstand des Punktes M, nämlich M F′, überträgt man hierauf in Figur 284, wodurch sich nach Wiederholung derselben Konstruktion der neue Abstand des Punktes C = C K′ = c′ ergiebt.

Berechnet man schließlich aus den alten unveränderlichen Abständen a und b, und den verbesserten neuen Abständen c′ und d′, nochmals den mittleren Abstand der schiefen Ebene, so wird dieser in der Regel schon mit demjenigen der unregelmäßigen Fläche übereinstimmen. Im entgegengesetzten Falle muß das Näherungsverfahren in derselben Weise nochmals wiederholt werden.

Stehen endlich die senkrechten Abstände der vier Eckpunkte der Fläche A B C D richtig, so können dieselben etwa vom Punkte M aus, auf dem

Lokale abgepflöckt werden, indem man nur die Zielscheibe auf die betreffenden Abstände einstellt. Die weitere Ebnung der Fläche geschieht dann durch Bestimmung neuer Punkte mittelst der Kreuzvisiere nach dem vorigen Paragraphen.

11. Von dem Gebrauche des Boseschen Instrumentes.

§ 134.

Beschreibung und Theorie dieses Instrumentes haben wir bereits § 120 geliefert. Da der Gebrauch des Boseschen Instrumentes sich von anderen Nivellierinstrumenten in verschiedenen Punkten unterscheidet, so wollen wir zum Schluß noch eine kurze Gebrauchsanweisung zu diesem Instrumente geben.

A. Das Nivellieren mit dem Boseschen Instrument.

Im § 120 wurde gezeigt, daß das Instrument die Erhebung eines Punktes über einen andern in Tausendteilen der horizontalen Entfernung beider von einander, d. h. bis auf $^1/_{10}$ pCt. angiebt. Beträgt die Entfernung daher 1000 Centimeter = 100 Dezimeter = 10 Meter, so giebt der Nonius das Gefälle ohne weitere Rechnung unmittelbar in Centimeter. Die an der Skala des Instrumentes stehenden Zahlen stellen daher im verjüngten Maße die Anzahl der Einheiten dar, welche der in gleichen Einheiten gemessenen horizontalen Entfernung entsprechen. Steht der Nullpunkt des Nonius zwischen zwei Strichen der Skala, so werden an demselben noch $^1/_{10}$ Einheiten abgelesen.

Bei dem Nivellieren einer Wegstrecke ist nun der ganze Vorgang der, daß man dieselbe in lauter gleiche Stationen etwa von 1000 Centimeter = 10 Meter Länge abteilt, und das Gefälle von einer Station zur anderen an dem Nonius des Instrumentes abliest. Hierauf beruht namentlich die Einfachheit und Bequemlichkeit desselben. Befindet sich, nachdem man die Visierlinie in der Mitte der Zielscheibe eingerichtet hat, der Nullpunkt des Nonius unterhalb des Nullpunktes der Teilung, so findet ein Steigen, im umgekehrten Falle ein Fallen des Terrains in der Richtung, nach welcher hin man visiert hat, statt. Das erstere ist auf der Skala mit +, das letztere mit — bezeichnet. Die gefundenen Resultate trägt man am besten in folgendes Formular ein.

Von	Nach	Größe der Stationen	Steigung +	Fall −
Nummer der Station		Centimeter	Centimeter	Centimeter
1	2	1000	30	
2	3	1000	26	
3	4	1000	—	45
4	5	1000	27	
5	6	1000	36	
6	7	1000	80	
7	8	1000	66	
8	9	1000	—	8
		8000	265	53

Es steigt mithin der Weg von Nr. 1 bis zu Nr. 9 um 265 − 53 = 212 Centimeter oder durchschnittlich per Centimeter $= \frac{212}{8000} = 0{,}0265$ Centimeter und auf 100 Centimeter = 2,65 Centimeter oder Prozent.

Soll nun der Weg in der Weise an einem Bergabhange hingeführt werden, daß sich das Gefälle desselben gleichmäßig verteilt, so stellt man den Nonius auf + 2,6 Prozent = 0,026 mit der Stellschraube fest, richtet das Instrument über dem Pflocke Nr. 1 auf, und läßt in der Richtung des Weges, in einer beliebigen Entfernung von Nr. 1, den Gehilfen die Zielscheibe in einem solchen Punkt aufstellen, daß die Visierlinie in deren Mitte einschneidet, wenn der über der Spitze der Visierlatte befindliche Ansatz auf dem Kopfe eines an diesem Punkte dem Erdboden gleich eingeschlagenen Pflockes aufsitzt. Hierauf stellt man das Instrument an diesem Pflocke auf und fährt in gleicher Weise bis zum Ende des Weges fort. Sind auf diese Weise eine hinlängliche Anzahl Punkte festgelegt, so braucht man den Weg etwa nur mit seiner halben Breite in den Bergabhang einzugraben und die gewonnene Erde unten anzusetzen.

Die Länge der gewählten Stationen bleibt hierbei natürlich ganz gleichgiltig, da infolge der eigentümlichen Konstruktion des Instrumentes das Gefälle von einer Station zur anderen immer 2,6 Prozent der Stationslänge beträgt. Man kann deshalb mittelst desselben auf die leichteste und bequemste Weise an einem Bergabhange hin eine Wegrichtung mit einem

bestimmten ganz gleichen in Prozenten der Weglänge ausgedrückten Gefälle abstecken, eine Arbeit, welche, mit gewöhnlichen Fernrohrinstrumenten und Kanalwagen ausgeführt, umständlicher und zeitraubender ist.

Die Entwerfung eines ganzen Wegsystems in Gebirgsgegenden, wo es darauf ankommt, den einzelnen Wegen eine solche Lage zu geben, daß sie ein bestimmtes Maximum des Gefälles nicht überschreiten, wird durch die Anwendung des leicht transportablen Instrumentes sehr erleichtert.

Sollte die Stationslänge nicht gleich 1000 Centimeter angenommen werden können, was häufig am Ende einer zu nivellierenden Strecke vorkommen wird, so multipliziert man dieselbe mit der Angabe des Instrumentes und dividiert durch 1000, um das Gefälle zu finden; denn man hat, wenn z. B. die Stationslänge 1220 Centimeter und der Stand des Nonius 80 beträgt, folgende Proportion:

$$1000 : 1220 = 80 : x;$$

daraus das Gefälle

$$x = \frac{1220 \cdot 80}{1000} = \frac{97\,600}{1000} = 97{,}6 \text{ Centimeter.}$$

Es ist überhaupt nicht notwendig, die Länge der Stationen immer gleich 10 Meter = 1000 Centimeter zu machen; man kann sie gerade so gut auch 20 oder 30 Meter lang machen, denn immer giebt der Nonius den Höhenunterschied in Tausendteilen der horizontalen Entfernung an. Wäre z. B. die Länge der Station = 20 Meter = 2000 Centimeter, und man hätte an dem Nonius 150 abgelesen, so betrüge der Höhenunterschied 0,150 $\times$ 2000 = 300 Centimeter, also die doppelte Anzahl Teile, als man ablas.

Kann man die Richtung eines Weges an einem Bergabhange hin auf die erwähnte Weise nicht so wählen, daß man nur die halbe Wegbreite in denselben einzugraben und die gewonnene Erde unten anzusetzen braucht, besteht vielmehr die Aufgabe darin, zu ermitteln, um wie viel die einzelnen Stationspunkte eines seiner Richtung nach bereits gegebenen Weges erhöht oder vertieft werden müssen, um eine gleiche Verteilung des Gefälles herbeizuführen, so verfährt man am besten auf die aus folgendem Formular ersichtliche Art.

Von	Nach	Größe der Station	Steigung +	Fall −	Die Steigung oder der Fall beträgt von Nr. 1 bis		Bei gleicher Verteilung des Gefälles muß der Weg steigen von Nr. 1 bis zu Nr. sub f	Die Stationspunkte in Spalte f sind also zu erhöhen	Die Stationspunkte in Spalte f sind also zu erniedrigen
Nummer der Station		Centimeter			Nr.	Centimeter	Centimeter	Centimeter	
a	b	c	d	e	f	g	h	i	k
1	2	1000	77	—	2	+ 77	18	—	− 59
2	3	1000	—	86	3	− 9	36	+ 45	—
3	4	1000	—	57	4	− 66	54	+ 120	—
4	5	1000	38	—	5	− 28	72	+ 100	—
5	6	1000	25	—	6	− 3	90	+ 93	—
6	7	1000	46	—	7	+ 43	108	+ 65	—
7	8	1000	65	—	8	+ 108	126	+ 18	—
8	9	675	29	—	9	+ 137	138	0,00	—
Summe		7675	+ 280	− 143					
1	9		137						

Auf die ganze Wegstrecke von 7675 Centimetern beträgt hiernach die Steigung 137 Centimeter, daher durchschnittlich auf 1 Centimeter $= \frac{137}{7675} =$ 0,0178 und auf 100 Centimeter = 1,78 Centimeter oder Prozent. In runder Summe beträgt daher auf eine ganze Stationslänge von 1000 Centimetern die Steigung 18 Centimeter, auf zwei Stationslängen $2 \times 18 = 36$ Centimeter, auf drei Stationslängen $3 \times 18 = 54$ Centimeter u. s. w.

Die Einträge in den Spalten i und k zeigen, um wie viel der Weg in den einzelnen Stationspunkten abgetragen oder aufgefüllt werden muß. In solchen Fällen handelt es sich jedoch selten um eine ganz gleichmäßige, sondern eine solche Verteilung des Gefälles, daß die Auf- und Abtragungsarbeiten nicht zu groß werden und die bei letzteren gewonnene Erde zur ersteren ausreicht. Dies geschieht bekanntlich durch Aufnahme von Querprofilen nach § 129 und mit dem Boseschen Nivellierinstrument in der Weise, daß man den Nullpunkt des Nonius auf den Nullpunkt der Skala einstellt und festschraubt und nun unter Zuhilfenahme einer Zielscheibe ganz wie bei den gewöhnlichen Wasserwagen verfährt.

Ist die Wegrichtung nicht fest gegeben, sondern dürfen an derselben noch kleinere Verrückungen vorgenommen werden, so kann man im Gebirge die einzelnen Stationspunkte an dem Hang, den Einträgen in den

Spalten i und k des vorstehenden Formulars entsprechend, herauf- und herunterrücken.

Nach vorstehender Darstellung müssen die gleichen Stationen in horizontaler Projektion mittelst Staffelmessung ermittelt werden. Da hierdurch die Arbeit etwas vermehrt wird, es bei dem Wald- und Feldwegbaue ohnehin nicht auf eine skrupulöse Genauigkeit ankommt, weil kleinere Abweichungen von einem bestimmten Gefälle in der Praxis vollständig verschwinden, so kann man die Entfernungen der einzelnen Stationen von einander nach dem Terrain abmessen. Die hierdurch entstehenden Fehler enthält die folgende Übersicht; sind dieselben so groß, daß die praktische Richtigkeit durch sie gestört wird, so braucht man von den gefundenen Höhen bei jeder Station von 1000 Centimetern Länge nur die in der Spalte e enthaltenen Beträge abzuziehen.

Neigung der Terrainlinie gegen den Horizont in Prozenten der horizontalen Projektion derselben	Die Größe der Terrainlinie beträgt 1000 Centimeter	Die Größe der horizontalen Projektion der Terrainlinie beträgt Centimeter	Unterschied zwischen b und c	Der begangene Fehler beträgt in Centimeter
a	b	c	d	e
1	1000	999,9	0,1	0,001
2	1000	999,8	0,2	0,004
3	1000	999,5	0,5	0,015
4	1000	999,2	0,8	0,032
5	1000	998,8	1,2	0,060
6	1000	998,2	1,8	0,108
7	1000	997,6	2 4	0,168
8	1000	996,8	3,2	0,256
9	1000	996,0	4,0	0,360
10	1000	995,0	5,0	0,500
11	1000	994,0	6,0	0,660
12	1000	992,9	7,1	0,852
13	1000	991,7	8,3	1,079
14	1000	990,3	9,7	1,358
15	1000	988,9	11,1	1,665
16	1000	987,4	12,6	2,016
17	1000	985,9	14,1	2,397
18	1000	984,2	15,8	2,844
19	1000	982,4	17,6	3,344
20	1000	980,6	19,4	3,880
21	1000	978,7	21,3	4,473
22	1000	976,6	23,4	5 148
23	1000	974,6	25,4	5,842
24	1000	972,4	27,6	6,624
25	1000	970,1	29,9	7,475

Schließlich sei noch bemerkt, daß, wenn die Hauptstationspunkte einer Wegrichtung bestimmt sind, das Instrument bei Bestimmung einer beliebigen Anzahl von Zwischenpunkten nicht nur vollkommen die Stelle der Kreuzvisiere vertritt, sondern in bezug auf Genauigkeit und Förderung der Arbeit den letzteren noch vorzuziehen ist. Man hat nämlich nur das Instrument auf der einen und das Zielscheibchen über der anderen Station aufzustellen, den Riegel, welcher das Instrument an das Stativ andrückt, so wegzuschieben, daß dasselbe frei schwingen kann, den Nonius alsdann so einzustellen, daß die Visierlinie den Kreuzungspunkt des Scheibchens trifft und ihn in dieser Stellung festzuschrauben. Hierauf läßt man den Gehilfen eine beliebige Anzahl von Zwischenpunkten durch Aufstellung der Zielscheibe aufsuchen und in der Weise mit Pflöcken bezeichnen, daß die Visierlinie in der Mitte der Scheibe einschneidet, wenn die Visierlatte mit dem eisernen Ansatze auf den Köpfen der Pfähle aufsitzt. (Eine Visierlatte ohne Spitze ist hierbei vorzuziehen*).

B. Die Messung von Baumhöhen mit dem Boseschen Instrumente.

Mit dem Boseschen Nivellierinstrumente können auch Baumhöhen bis auf Centimeter genau, bequem und sicher gemessen werden. Zu diesem Behufe ist an der oberen Ecke B, Figur 259, ein senkrecht auf der Fläche des Instrumentes stehender Stift y', welcher genau dem Punkte 50 der Skala entspricht, in der Art angebracht, daß die Entfernung $y'v' = rf$ ist und $y'f$ genau 50 Teile der Skala enthält. Visiert man nun, Figur 262, von dem Punkte $r = 20$ statt nach dem Roßhaare über den Stift y' hinaus nach der Spitze des Baumes x, so wird die Höhe von x über dem Punkte z, welcher mit y' in derselben Ebene liegt $20 + 50 = 70$ Prozent oder $\frac{700}{1000}$ der Entfernung des Instrumentes von dem Fuße des Baumes betragen.

Man stelle deshalb bei der Messung von Baumhöhen das Instrument z. B. in einer Entfernung von 1000 cm von dem Baume auf, und schiebe den Nonius so, daß die Visierlinie über den Faden f nach dem Fuße des Baumes geht, so erhält man die Höhe d n (Figur 262) unmittelbar in Centimeter. Hierauf schiebe man den Nonius herunter, so

*) Mechanikus Weingarten in Darmstadt fertigt das größere Bosesche Nivellierinstrument samt Kästchen zur Aufbewahrung, nebst Stativ und Visierstab für 30 Mk.

daß die Visierlinie über den Stift y′ nach der Spitze des Baumes geht, so erhält man, indem man zu der gefundenen Zahl an dem Nonius noch 500 cm hinzu addiert, die Höhe x z und diese um den Betrag d n vermehrt, giebt schließlich die ganze Baumhöhe n x, welche jedoch um den Betrag d z = $2^1/_2$ cm zu klein ist. Dieser Fehler kann jedoch ganz außer Acht bleiben, weil er fast vollständig durch den in der Überschrift des § 120 A. berechneten Fehler aufgehoben wird, denn man stellt sich ja in einer Entfernung auf, welche durchschnittlich von den meisten Baumhöhen nicht sehr beträchtlich abweichen wird. Selbstverständlich kann man bei Baumhöhenmessungen die Standlinien ganz beliebig lang annehmen, denn immer wird man die Höhe finden, wenn man die Standlinie mit den am Nonius abgelesenen Tausendteilen multipliziert.

Herr Oberforstdirektor Bose hat das soeben abgehandelte Instrument auch in Taschenformat von 14 cm Höhe und 9,5 cm Breite und 0,6 cm Dicke in Form einer nicht durchbrochenen Messingplatte, ohne Stativ anfertigen lassen, welche einfachere und bequemere Form sich mehr für Baumhöhenmessungen empfiehlt. Dieses Instrumentchen kostet bei Weingarten in Darmstadt 15 Mk.

In neuester Zeit läßt Bose dieses kleinere Instrumentchen so ausführen, daß der Messingrahmen durch ein gleich großes Holzbrettchen ersetzt wird. Hierdurch kann der Höhenmesser, welcher vortreffliche Dienste leistet, um den sehr mäßigen Preis von 6 Mk. geliefert werden*).

---

*) Vergleiche des Verfassers Monatschrift für Forst- und Jagdwesen, Jahrgang 1877, Seite 539.

Dritter Abschnitt.

Grundzüge der Tachymetrie.

---

§ 135.

In der Regel geben die in der Horizontalprojektion dargestellten Ergebnisse der Vermessung zwar genügende Anhaltspunkte für die Flächenberechnung, jedoch sind sie für viele andere Zwecke z. B. für Projektionsarbeiten der Ingenieure, für militärische oder forstliche Topographie unvollkommen, weil die gegenseitige Höhenlage der verschiedenen Punkte daraus nicht entnommen werden kann. Man war früher für diesen letzteren Zweck ausschließlich auf die mittelst besonderer Meßoperationen herzustellenden „Profile" oder „Aufrisse" angewiesen, welche die Projektion der Terrainoberfläche auf Vertikalebenen nach bestimmten Durchschnitts-Richtungen darstellen.

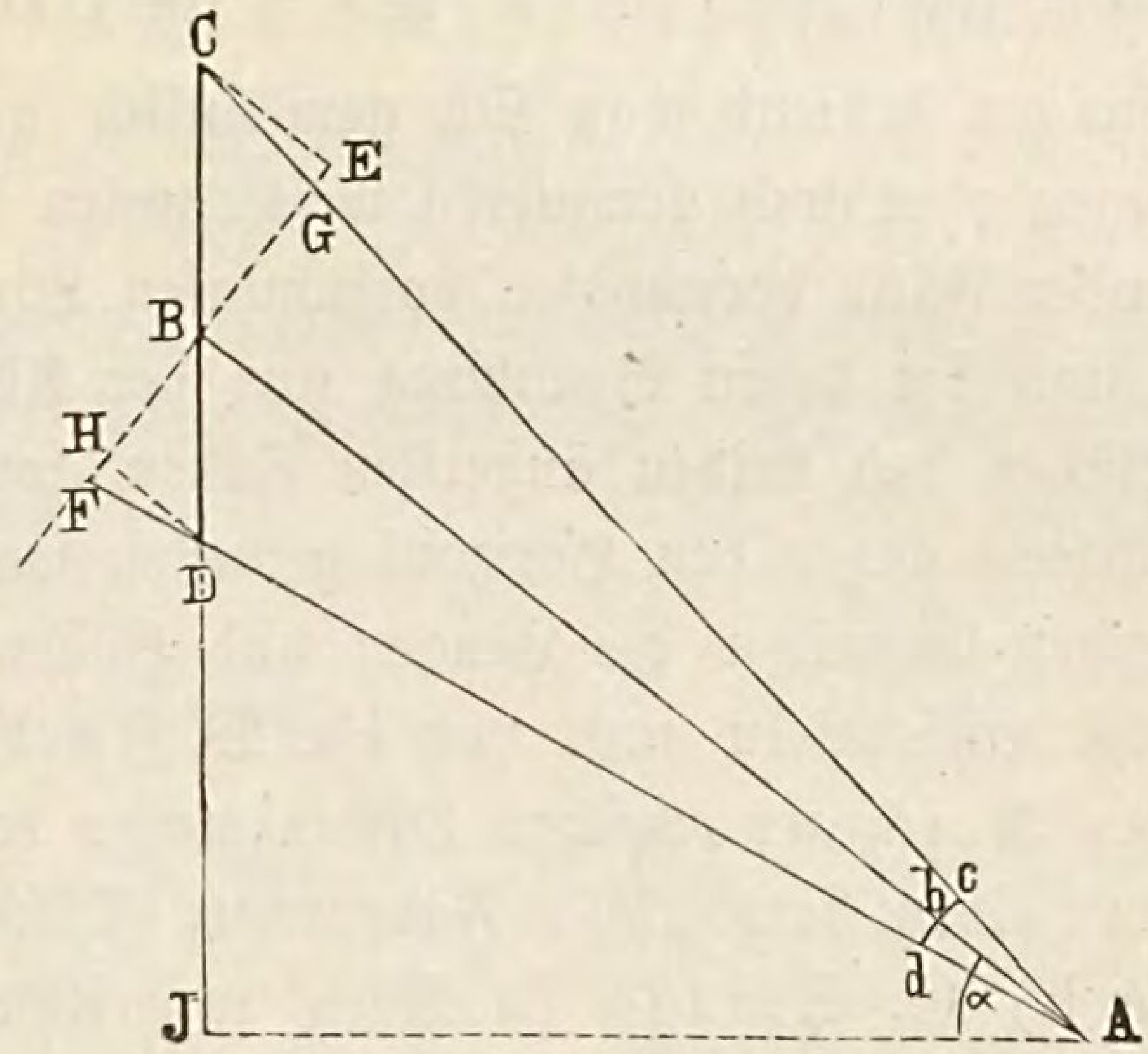
Um die Lage aller Punkte, sowohl bezüglich der Horizontal- als der Vertikalprojektion, in einer Karte bildlich darzustellen, wendet man nach dem Vorgange des französischen Geographen Buache (1737) und des Genfer Ingenieurs Ducaila (1771) Linien an, welche alle Punkte von gleicher absoluter Höhe in der Horizontalprojektion verbinden und welche das Terrain in gleichem Vertikalabstande durchziehen — sogen. „äquidistante Horizontalkurven". Sollen die zur Konstruktion dieser Linien erforderlichen Höhenmessungen sogleich mit der planimetrischen Messung verbunden werden, so muß zu den bereits oben besporchenen horizontalen Koordinaten noch ein besonderes System vertikaler Ordinaten hinzutreten, welche man Quoten oder auch „Koten" nennt.

Außer dem Nivellieren (§ 111—134) und der barometrischen Höhenmessung, (§ 110) kommt hier hauptsächlich die trigonometrische Höhenmessung (§ 109) in Anwendung und diese kann sowohl mittels Theodoliten als auch mittels der Kippregel des Meßtisches oder der Bussole mit Höhenkreis erfolgen. Man hat daher alle diese Instrumente so eingerichtet, daß sie zur optischen Distanzmessung (§ 37 A. b.) und gleichzeitig zur hin-

reichend genauen Messung der Elevations- und Depressionswinkel geeignet sind. Je nach dem durch den Zweck gebotenen Genauigkeitsgrade und nach dem wirtschaftlich zulässigen Kostenpunkte für Herstellung solcher Terrainkarten hat man nun verschiedene Aufnahme-Methoden entwickelt und Instrumente für diese speziellen Zwecke angepaßt, da begreiflicherweise der Genauigkeitsgrad für Messungen zu Eisenbahn- oder Kanal-Bauzwecken ein viel größerer ist, als für topographische Karten zu Militärzwecken. Instrumente, welche sowohl für Theodolitenmessung als für Nivellements dienen können und Distanzmesser enthalten, heißen Universalinstrumente; dieselben tragen häufig noch Bussolen und sind zuweilen mit besonderen Vorrichtungen zur direkten Reduktion der schief gemessenen Längen auf den Horizont und zur Angabe der Höhenquoten ausgerüstet und führen dann verschiedene Bezeichnungen wie Tachymeter, Tacheometer, Vielmesser, Homolograph, Omnimeter, Klepszykel u. s. w.

Bei der großen Mannigfaltigkeit in der Konstruktion dieser Instrumente ist ein Eingehen in das Detail derselben nach dem Plane dieses Werkes ausgeschlossen, zumal viele Konstruktionen nur eine historische Bedeutung haben, andere nur von Ingenieuren einzelner Länder mit Vorliebe benutzt werden. Im allgemeinen liegt diesen Instrumenten der Gedanke zu Grunde, daß die Messung der Höhenunterschiede verschiedener Punkte rascher von statten geht, wenn, statt der horizontalen Ziellinie der gewöhnlichen Nivellierinstrumente, solche von jeder beliebigen Neigung, jedoch von genau zu messendem Elevations- oder Depressionswinkel, Anwendung finden. Die horizontale Visur läßt nämlich in stark geneigtem Terrain nur sehr kurze Stationslängen zu, weil die Ziellinie in den Boden geht, sobald die Steigung größer ist als die Instrumentenhöhe, oder in die Luft, sobald das Gefälle der Station die Lattenhöhe übertrifft. Mißt man dagegen nur die Höhenwinkel, welche eine schiefe Ziellinie entweder mit der Horizontalen oder mit der Zenithlinie bildet, so kann man auch in stark abhängigem Terrain noch Stationen von solcher Länge machen, als die von der Vergrößerung und Helligkeit des Fernrohrs abhängige Deutlichkeit die Ablesung an der Distanzlatte gestattet. Dabei ist zu bemerken, daß die meisten Tachymeter (mit Ausnahme jenes von Kreuter) in Verbindung mit vertikal stehenden Latten gebraucht werden, um den von den beiden Horizontalfäden des Distanzmessers abgeschnittenen Lattenabschnitt zu messen und aus diesem die Entfernung zu ermitteln. Letzteres geschieht im Gegensatze zu dem in § 37 A. b beschriebenen Reichenbachschen Distanzmesser nach folgender Formel:

Stellt in Figur 285 der Punkt A den Achsenpunkt eines anallatischen distanzmessenden Fernrohres vor, in welchem über die beiden äußeren Horizontalfäden c und d die Visuren A D und A C an der vertikal stehenden Latte gehen, während jene über das mittlere Fadenkreuz b nach B an der Latte geht und ist die Neigung dieser Mittelvisur, d. h. der Fernrohrseele



Figur 285.

A B gegen den Horizont A J durch den Winkel α ausgedrückt, so ist offenbar auch der Winkel, welchen die vertikale Latte C D mit der auf A B rechtwinkelig gedachten Reichenbachschen Latte F G bilden würde $= \alpha$, da der Winkel A B J $+ \alpha =$ R und zugleich nach der Konstruktion F B D $+$ A B J $=$ R ist. Demnach ist, sobald man die Hilfslinien C E $\perp$ B E und D H $\perp$ B F zieht

$$BG = BC \cdot \cos\alpha - EG$$
$$BF = BD \cdot \cos\alpha + FH,$$

also $FG = CD \cdot \cos\alpha - EG + FH$. Da aber die Differenz zwischen E G und F H eine sehr kleine ist, so kann man sie vernachlässigen und kurz setzen $FG = CD \cdot \cos\alpha$, oder mit anderen Worten: die Ablesung an der lotrechten Distanzlatte wird auf die normal zur Fernrohrseele stehende Latte reduziert, indem man sie mit dem Kosinus des Elevationswinkels vom Fernrohr multipliziert.

Ist nun die Distanzlatte so geteilt, wie es die Multiplikationskonstante des distanzmessenden Fernrohres angiebt, z. B. daß die schiefe Entfernung $AB = 100\ FG$ beträgt, so hat man sie nur noch auf den Horizont A J

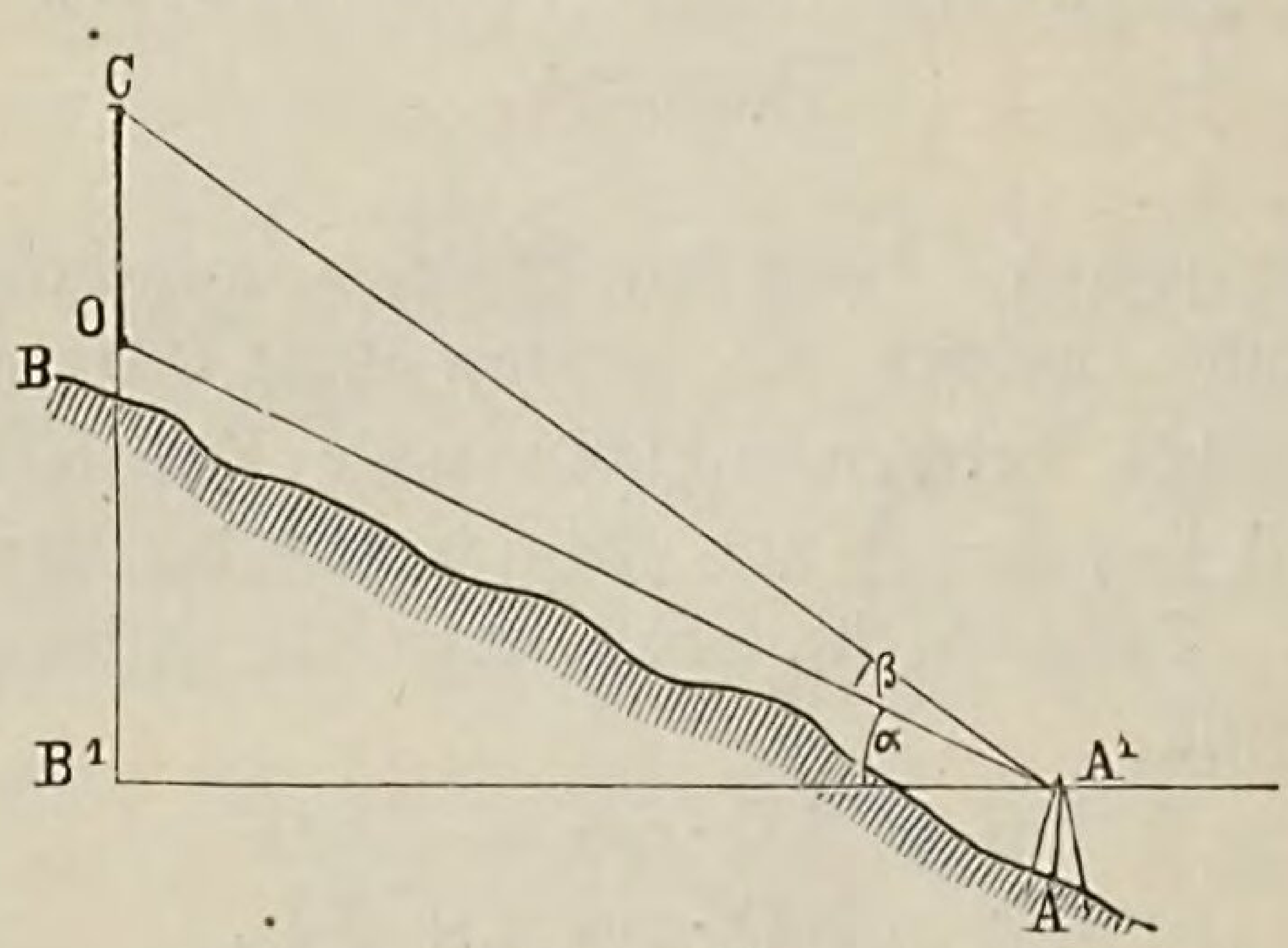
zu reduzieren, indem man $AJ = AB \cdot \cos\alpha = 100\, FG \cdot \cos\alpha$ oder unter Einsetzung des obigen Wertes für F G:

$$AJ = 100 \cdot CD \cos^2\alpha \text{ berechnet.}$$

Da $\frac{BJ}{AJ} = \text{tg}\,\alpha$ und $BJ = AJ \cdot \text{tg}\,\alpha$ ist, so ergiebt sich die Höhe B J, wenn man für A J den gefundenen Wert: $100 \cdot CD \cdot \cos^2\alpha$ einsetzt.

$$BJ = AJ \cdot \text{tg}\,\alpha = 100 \cdot CD \cdot \cos^2\alpha \cdot \text{tg}\,\alpha = 100\, CD \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha.$$

Bei den Messungen bedient man sich gewöhnlich gedruckter Tabellen, welche die nach obigen oder noch genaueren weiter unten folgenden Formeln für alle vorkommenden Fälle berechneten horizontalen Längen und Vertikalabstände angeben und bei deren Benutzung nur der Abschnitt der lotrecht stehenden Latte zwischen den beiden äußersten Fäden, sowie der Neigungswinkel der Fernrohrseele gegen den Horizont gemessen werden muß, um in den korrespondierenden Rubriken die Längen und Höhen zu finden. Derartige tachymetrische Hilfstafeln sind von Dr. W. Jordan, von Marcks und Balke für den Reichenbach'schen Distanzmesser konstruirt, während für Distanzmesser mit einem beweglichen Fadenkreuz (Okularfilar-Schraubenmikrometer § 37 A b) G. Starcke in Wien logarithmisch-tachymetrische



Figur 286.

Hilfstafeln publiziert hat. Die Formeln für die horizontale Distanz und und die Höhenkote leiten sich beim beweglichen Fadenkreuz des Schraubenmikrometers aus Figur 286 trigonometrisch ab.

Ist nemlich im Punkte A des Terrains der Tachymeter aufgestellt, dessen anallatischer Punkt in A′ liegen soll, während die Latte im Punkte B des Terrains lotrecht gestellt ist, schneidet ferner die Visierlinie über den fixen orizontalfaden genau bei O der Latte, der bewegliche Faden aber bei Punkt C derselben und bedeutet B′ die Projektion des Stationspunktes B

auf den Horizont von A′, so mißt man am Höhenkreis des Instrumentes den Elevationswinkel α ab, während β der diastometrische Winkel ist, dessen Schenkel den Lattenabschnitt O C einschließen. In dem rechtwinkeligen Dreiecke A′B′C ist die Winkelsumme $\alpha + \beta + B'CA' = R$, folglich findet in dem Dreiecke A′CO folgende Proportion statt:

$$A'O : OC = \sin\,[R - (\alpha + \beta)] : \sin\beta = \cos\,(\alpha + \beta) : \sin\beta$$

oder $$A'O : OC = (\cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta) : \sin\beta;$$

also ist $$A'O = \left(\frac{\cos\alpha}{\operatorname{tg}\beta} - \sin\alpha\right) OC.$$

Reduziert man die schiefe Länge A′O auf die horizontale Distanz A′B′ durch Multiplikation mit $\cos\alpha$ so erhält man in analoger Weise wie oben $A'B' = \left(\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{tg}\beta} - \sin\alpha \cdot \cos\alpha\right) OC$ und für die Höhe $OB' = \left(\frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\operatorname{tg}\beta} - \sin^2\alpha\right) OC.$

Für letztere Art der Distanzmessung hat Oberförster A. Tichy statt der gewöhnlichen metrisch geteilten Latten eine besondere logarithmische Lattenteilung in Vorschlag gebracht, deren Einteilung auf dem gleichen Prinzip beruht, wie die in § 11 geschilderten Rechenmaßstäbe und bei welchen der fixe Horizontalfaden auf den Nullpunkt eingestellt wird, während der Schnittpunkt des beweglichen Fadens den gemeinen Logarithmus des hundertfachen in Metern ausgedrückten Lattenabschnittes bis auf Einheiten der zweiten Dezimalstelle abzulesen gestattet. In Verbindung mit den vierstelligen logarithmisch-tachymetrischen Tafeln läßt sich dann die Horizontaldistanz und die Höhenkote sehr rasch ermitteln, noch schneller führt aber die von A. Tichy angegebene Methode zu diesem Ziele, nach welcher am Höhenkreise des Instrumentes außer der Gradteilung noch zwei besondere, diamentral gegenüberliegende Teilungen angebracht sind. Von diesen letzteren beiden giebt die erste Teilung an, wie groß der Fadenabstand mittels der Mikrometerschraube gemacht werden muß, damit bei Nullstellung des fixen Fadens der bewegliche Faden die horizontale Distanz an der Latte unmittelbar anzeigt, während die zweite diesen Fadenabstand für die Höhenablesung vorschreibt. Wie aus obiger Formel hervorgeht, hängen diese Werte von der Größe des Elevations- oder Depressionswinkels $\pm\alpha$ ab und werden daher statt dieser am Höhenkreise abgelesen, um sofort zur Einstellung des Fadenkreuzes mittels des Zählrechens und der Zähltrommel benützt zu werden. Außerdem hat Professor A. Schell eine trigono-

metrische Methode zur Berechnung der Horizontaldistanz und Höhe aus dem ganzen sichtbaren Lattenstücke angegeben, bezüglich deren auf seine Broschüre*) verwiesen wird, weil das Detail hier zu weitläufig würde.

Unter dem Begriffe Tachymetrie faßt man auch gleichzeitig diejenige Organisation der Meßarbeiten, der Personal-Dislokation und der schriftlichen Arbeiten zusammen, welche für die rasche und zweckmäßige Terrainaufnahme sich am besten bewährt hat. Hierbei ist zu bemerken, daß die tachymetrischen Arbeiten sich in der Regel auf vorausgegangene Fixpunkt-Nivellements und genaue Triangulierung der wichtigsten Punkte stützen, so daß sie eigentlich nur die Detailaufnahme nach der Horizontal- und Vertikalprojektion ausführen. Als Grundsatz bei der Feldarbeit ist festzuhalten, daß niemals verschiedene Operationen gleichzeitig, sondern immer die gleichartigen Arbeiten in ihrer zweckmäßigsten Aufeinanderfolge durchgenommen und zuletzt auf ihre Richtigkeit kontrolliert werden, ehe man zu den folgenden Arbeitsteilen übergeht. Dieselbe rationelle Arbeitsteilung muß auch in der Verwendung des Personales stattfinden, indem z. B. oft ein besonderer Beobachter die Ablesungen durch das distanzmessende Fernrohr, ein anderer jene am Horizontal- und Vertikalkreis besorgt, ein dritter die kontrollierenden Aufschreibungen in das Notizbuch einträgt, während ein das Ganze leitender Ingenieur die Stationspunkte für Aufstellung des Tachymeters sowie jene für die Postierung der Lattenträger, deren 2 bis 3 beschäftigt sind, mit Umsicht auswählt. Durch zweckmäßiges Ineinandergreifen der einzelnen Arbeitsteile sucht man den größten Grad von Zuverlässigkeit und Schnelligkeit zu erreichen und vermeidet hierbei namentlich die kostspieligere Zeit der Arbeit im Felde mit Berechnungen zu verlieren, welche besser zu Hause, bei schlechtem Wetter und bei anderweitiger Beschäftigung der Meßgehilfen ausgeführt werden. Eine fortlaufende Führung einer in großem Maßstabe gezeichneten Broullion-Skizze und die ständige Kontrolle durch Anschluß an die Resultate der Triangulation und des Fixpunkt-Nivellements sind unerläßlich für eine genaue Arbeit. Bei der Berechnung der Resultate bedient man sich der verschiedenen Hilfsmittel, welche in Form der oben erwähnten Tabellen, von Diagrammen (§ 37 A b) oder von Rechenschiebern (§ 11) für eine rasche und fehlerfreie Erledigung der rechnerischen Arbeiten gegeben sind. Selbstverständlich ist diese Organisation der Arbeit wieder verschieden, je nachdem es sich um genaue Auf-

*) A. Schell, Die Methode der Tachymetrie. Wien 1883. Seidel u. S.

nahme eines schmalen Terrainstreifens wie bei Bahntracen oder eines ganzen Gebietes handelt, wie bei allgemeinen topographischen Messungen, ferner je nach dem Maßstabe, in dem die Resultate zu zeichnen und dem Abstande, in welchem die Äquidistanten zu legen sind. Ein weiteres Eingehen in das Detail der Tachymetrie läßt sich daher nur unter Berücksichtigung der Eisenbahn- und Straßenprojektierung geben, was außerhalb unserer Aufgabe liegt.

Dritter Teil.

Von der Planzeichnung.

Vorbemerkungen.

§ 136.

Unter einer Karte, einem Plane, versteht man die bildliche Darstellung irgend einer aufgenommenen Fläche durch Zeichnung. Ist die aufgenommene Fläche nur so groß, daß man bei Darstellung der Aufnahme auf einem Kartblatte die Krümmung der Erde unberücksichtigt lassen kann, so heißt eine solche Zeichnung eine topographische Karte, ist dagegen das vermessene Objekt so groß, daß bei der Zeichnung die Erdkrümmung nicht unberücksichtigt bleiben darf, so wird die Darstellung eine geographische Karte genannt. In einem Lehrbuche der niederen Geodäsie haben wir es selbstverständlich nur mit topographischen Karten zu thun.

Da die geographischen Karten ganze Länder und Weltteile umfassen, das Kartblatt aber wegen der Bequemlichkeit der Handhabung eine gewisse Größe nicht übersteigen darf, so müssen natürlich dieselben in einem weit kleineren Maßstabe gezeichnet werden und können weit weniger auf die Darstellung des Details eingehen. Auf den geographischen Karten sind daher die wichtigsten Objekte nur angedeutet und zur Darstellung derselben gewisse Zeichen gewählt, während bei topographischen Karten, welche in einem weit größeren und jedem beliebigen Maßstabe gezeichnet werden können, das Detail der Fläche, wie Wälder, Flüsse, Bäche, Seen, Teiche, Wiesen, Wege, Gebäude u. s. w. deutlich unterscheidbar zur Darstellung gelangen.

Je nach den Zwecken, welche man mit den topographischen Karten zu erreichen sucht, unterscheidet man wieder:

Situationskarten, sie stellen in kleinerem Maßstabe die Lage der wichtigsten äußeren Objekte einer Gegend dar. Geognostische Karten,

sie geben Aufschluß über die in einer Gegend vorkommenden geognostischen Formationsglieder nach Umfang und Lage. Forstliche und ökonomische Karten, sie enthalten das in Wäldern und landwirtschaftlichen Gütern vorkommende forst- und landwirtschaftliche Detail, soweit es den Land- und Forstwirt interessiert. Militärische Karten bringen namentlich die Terrainverhältnisse, die Lage der Straßen, Bäche, Sümpfe, Überbrückungen u. s. w. zur Darstellung. Hydrographische Karten stellen die Gewässer des Landes, Baupläne aber in großem Maßstabe die einzelnen Teile von Gebäuden im Grundriß dar u. s. w.

Die Plan- oder Situationszeichnung ist die Kunst topographische Karten oder Pläne in dem ausgesprochenen Sinne darzustellen. Die Zeichnung derselben kann wieder in verschiedener Weise geschehen. Entweder begnügt man sich damit, die auf einer Fläche vorkommenden Gegenstände nach ihrer Lage in horizontalen Dimensionen darzustellen (Horizontalpläne), oder man verlangt, daß sich der Charakter des Terrains auch in vertikaler Richtung aus dem Plane sofort genau erkennen läßt. Letzteres kann wieder durch Darstellung des Terrains im Grundrisse (Bergsituationszeichnung) und im Aufrisse (Profilzeichnung) geschehen. Da wir von der Zeichnung der Profile bereits in der Lehre vom Nivellement gehandelt haben, wo sie namentlich praktisch wird, so haben wir hier nur noch die Zeichnung von Horizontalplänen und die Bergsituationszeichnung kurz zu berühren.

Erster Abschnitt.

Von der Zeichnung von Horizontalplänen.

1. Vom Zeichnen der Karten.

§ 137.

Die nach irgend einer der im ersten Teile beschriebenen Vermessungsmethoden erhaltenen Aufnahmeblätter bedürfen, nachdem die Flächeninhaltsberechnungen derselben beendigt sind, in der Regel noch einer weiteren Auszeichnung in der Art, daß man aus der Karte möglichst leicht die Kulturart u. s. w. der einzelnen Parzellen beurteilen kann. Besondere Situationszeichnungsschulen enthalten die Regeln für die Zeichnung solcher Karten, auch erlassen meist die Regierungen noch besondere Instruktionen, wenigstens für die Herstellung von Katasterplänen, Forstkarten u. s. w.

Indem wir auf beide verweisen, wollen wir hier nur kurz beifügen, daß die Pläne entweder mit Tusche schwarz, oder mit Farbe koloriert, ausgeführt werden.

In schwarzem Tone pflegt man die Karten meist dann auszuführen wenn die Einzeichnung der Bergsituation gewünscht wird, von welcher wir im folgenden Abschnitt handeln werden; im Farbenton zeichnet man in der Regel die Katastral- und Wirtschaftskarten schon aus dem Grunde, weil die Erkennung verschiedenfarbig angelegter Kulturarten leichter und die Herstellung der Karten selbst weit billiger ist.

Bei dem Zeichnen kolorierter Pläne befolgt man folgenden Gang:

Zuerst werden die Konturen der Aufnahme, wie Umfangs- und Parzellengrenzen, Wege u. s. w. aufs sorgfältigste mittelst der Reißfeder in feinen Tuschlinien ausgezogen; wobei besonders auf gleiche Feinheit der Linien und präzises Absetzen derselben in den Eckpunkten zu sehen ist. Hierauf ist die Zeichnung von Bleilinien, Staub und sonstigen Unreinlichkeiten zu befreien, wozu man am besten eine trockene Brot- oder Semmelkrume verwendet, mit welcher man die Karte unter mäßigem Drucke, am besten nach einer Richtung hin, überfährt. Etwa noch bleibende Bleilinien

können schließlich mit Gummielastikum beseitigt werden, wobei jedoch ein Aufreiben des Papieres sorgsamst zu vermeiden ist.

Da die mit manchen Tuschen gezogenen Linien oft die Farbe gehen lassen, wenn man sie mit einem nassen Pinsel berührt, überdies auch das feine Papiergewebe bei der Reinigung der Karte immer etwas aufgerieben wird, so erscheint es rätlich, die Pläne vor dem Kolorieren bei geneigter Haltung derselben mit reinem Wasser zu übergießen und die sich hierbei teilweise auflösende Tusche wegzuschwemmen. Läßt man nun die Pläne, bei horizontaler Lage derselben, nicht zu rasch trocknen, so kann dann mit weit größerer Beruhigung zur Farbenanlage selbst geschritten werden.

Hierbei hat man namentlich auf gute Bereitung der Farben, reine Pinsel, genaue Einhaltung der Kulturgrenzen bei der verschiedenen Farbenanlage und ganz besonders auf vollständige Gleichmäßigkeit der letzteren zu achten.

Die in Stücken in den Handel kommenden Farben sollen nicht in dem Farbenschälchen angerieben, sondern mit dem angefeuchteten Pinsel allmählich aufgelöst, mit Wasser entsprechend verdünnt und sorgfältig gemischt werden. Sind größere Flächen mit einer Farbe anzulegen, so achte man besonders darauf, daß die Farbe auf dem Papier nicht vertrocknet, ehe man die Anlage beendigt hat, weil sonst leicht die Zeichnung entstellende Flecken und Streifen entstehen. Es ist daher stets rätlich, sich vorher immer einen Plan über die Art und Weise der Durchführung der Anlage zu entwerfen, wobei man am besten an einer Seite der Fläche beginnt, nach rechts hin arbeitet, das Kartblatt immer so verschiebt, daß es für die Hand bequem liegt und eine von Tuschlinien eingefaßte Parzelle nach der andern vornimmt, nicht aber über die Grenzen hinaus arbeitet. Da die grauen Tuschanlagen am leichtesten fleckig werden, so empfiehlt sich besonders hier ein mehrmaliges Auftragen von schwachen Tönen, um schließlich den stärkeren zu erhalten. Nie beginne man aber die Anlage einer neuen, namentlich anders gefärbten Parzelle, bevor die angrenzenden vollständig abgetrocknet sind, weil sonst die Farben leicht in einander fließen, sich verbinden und so vielfach zu Flecken Veranlassung geben. Der Pinsel soll nicht zu voll, noch weniger aber zu trocken sein, und muß bei jedem Farbenwechsel aufs sorgsamste in reinem Wasser ausgewaschen werden. Ein zweiter im andern Ende des Pinselhalters eingesteckter Pinsel soll ständig mit Wasser angefeuchtet sein, damit ein etwa zu starkes stellenweises Auftragen der Farben schnell aufgesogen werden kann, was namentlich am Schlusse der Anlage einer Parzelle in den Ecken zu geschehen pflegt.

Hat man in dieser Weise die Farbenanlage beendigt, so beginnt die Auszeichnung, namentlich der Grenz- und Schattenlinien, der einzelnen Objekte mit Tusche. Ein Überfüllen der Karte mit Bäumen, wie man es häufig findet, um etwa Wald- oder Obstanlagen zu bezeichnen, beansprucht nicht allein viele Zeit und Mittel, sondern trägt nicht einmal zur Verschönerung der Karte bei.

Dasselbe gilt von dem Zeichnen der Wein- und Hopfenpfähle, Grasbüschchen, dem sogenannten Übertupfen u. s. w. Weit mehr empfiehlt sich in dieser Hinsicht eine möglichste Sparsamkeit und ein mehr gruppenweises Einzeichnen der die Kulturart bezeichnenden Gegenstände.

Schließlich ist die Karte noch zu beschreiben und mit dem Zeichnungsmaßstabe zu versehen. Die Schrift bildet einen wesentlichen Bestandteil der Karten; denn die schönste Zeichnung wird durch schlechte, unregelmäßige Schriftzüge entstellt, eine schlechte Zeichnung aber durch eine gute Schrift gehoben.

Bei allen ökonomischen und Katastralkarten sind sehr komplizierte Schriften, welche mühsam zu erlernen sind, und zuerst mit der Bleifeder vorgezeichnet werden müssen, im allgemeinen zu verwerfen, und darum die billiger auszuführenden einfachen Schriften vorzuziehen. Zu Überschriften, sowie zum Beschreiben der Städte, Dörfer, Gebäude u. s. w., dürfte sich vorzugsweise die Lateinschrift, zur Benennung der Fluren, Grenzen, Wege, Abteilungen u. s. w. die elliptisch abgerundete englische Schrift empfehlen.

2. Von dem Kopieren der Karten.

§ 138.

Sollen die Karten, was in der Regel geschieht, in mehreren Exemplaren gefertigt werden, so müssen von der Originalzeichnung Kopieen genommen werden, wobei folgende Methoden eingeschlagen werden können.

A. Die Kopier- und Pikiernadeln sind feine, mit Knöpfen von Siegellack, Holz, Horn oder Metall versehene englische Nähnadeln, welche zum Durchstechen der Hauptpunkte der Originalzeichnung auf ein anderes Kartblatt dienen. Bei der Anwendung der Kopiernadel legt man das Original über den Zeichenbogen und befestigt beide mit Heftstiftchen auf einem Zeichenbrette oder Tische derart übereinander, daß während der Arbeit keine Verrückung der beiden Kartblätter stattfinden kann. Nun werden die Hauptpunkte des Originals so tief durchstochen, daß sich die

Spitzen der Stiche noch in das unterlegte weiße Blatt einbohren, worauf die Heftstifte und das Original beseitigt werden. Verbindet man nun die durchstochenen Punkte der wirklichen Karte entsprechend, zieht die Linien mit Tusche aus und besorgt endlich die weitere Auszeichnung, so erhält man auf kürzestem Wege eine genaue Kopie des Originals. Ist es jedoch nicht gestattet, letzteres durch Nadelstiche zu verletzen, dann greift man zu nachstehenden Kopierungsmitteln.

B. Der Kopierrahmen oder Kopierpult besteht seinem Wesen nach aus einer in einen Holzrahmen gefaßten, ebenen und vollkommen durchsichtigen Glasplatte, meist in der Größe eines Meßtischblattes, welcher, mit einem schreibpultähnlichen Gestelle in Verbindung gebracht, jede beliebige schiefe oder horizontale Lage erteilt werden kann. Diese Vorrichtung wird in ein möglichst helles Fenster gestellt, und damit das Licht noch vermehrt wird, kann man hinter derselben noch einen Spiegel in der Art anbringen, daß die von demselben reflektierten Strahlen gerade die Glasplatte treffen. Will man nun diesen Apparat zum Kopieren eines Grundrisses benutzen, so legt man letzteren mit einem darüber ausgebreiteten Zeichenbogen auf die Glasplatte und heftet beide etwa mit Wachs an letztere an, damit während der Arbeit keine Verrückungen vorkommen. Von dem durchscheinenden Lichte unterstützt, zeichnet man nun mit der Bleifeder die Umrisse des genügend beleuchteten Originals auf das Kartblatt durch, und die Kopie ist fertig, ohne daß an der Karte die geringste Verletzung stattfindet. Diese Kopierungsmethode ist natürlich nicht anwendbar, wenn das Original undurchsichtig ist. In letzterem Falle verwendet man zur Kopie am besten:

C. Das Öl- oder Strohpapier, welches so durchsichtig ist, daß man es auf die zu kopierende Karte legen und durchzeichnen kann. Hat man auf diese Weise die Kopie auf dem Ölpapier, so kann man dieselbe entweder mittels der Pikiernadel oder des Kopierahmens auf das eigentliche Kartblatt nach den bereits bekannten Methoden übertragen. Will man dieses nicht, so schwärzt man die eine Seite des die Kopie enthaltenden Ölpapiers mit geschabtem Reißblei oder schwarzer Kreide, legt diese dann auf das reine Kartblatt und fährt mittels eines spitzen Stiftes die Konturen der Kopie nach, so drückt sich dieselbe auf dem unterlegten Kartblatt ab und kann alsdann weiter ausgezeichnet werden.

D. Ein Quadratnetz, welches man in beliebiger Größe über die zu kopierende Karte legt, ist ein weiteres Kopierungsmittel. Will man von demselben Gebrauch machen, so konstruiert man nur auf das leere Kartblatt ein mit den Dimensionen des Originals genau übereinstimmendes Quadrat-

netz, in welches man sämtliche Linien, wie sie in den zugehörigen einzelnen Quadraten des Originals vorkommen, entweder nach dem Augenmaß oder, wenn es auf größere Genauigkeit ankommt, mit Hilfe des Zirkels einzeichnet. Es ist einleuchtend, daß man sich auf diese Weise, wenn gleich mit etwas mehr Mühe, eine getreue Kopie von einer jeden Karte verschaffen kann.

3. Von dem Vergrößern und Verkleinern der Karten.

§ 139.

Da die Aufnahmsblätter bei dem Meßtische immer, bei anderen Aufnahmsmethoden aber häufig auch zu Flächeninhaltsberechnungen benutzt werden, so müssen dieselben in einem so großen Maßstabe angefertigt werden, daß solche Teile, welche auf die Resultate der Rechnung von größerem Einfluß sind, noch bequem abgegriffen werden können. Hierdurch werden die Karten zwar richtiger, gestatten aber bei größeren Komplexen nicht die genügende Übersicht, weshalb sie häufig noch in einem kleineren Maßstabe gezeichnet werden. Diese Operation wird das Reduzieren der Karten genannt. Umgekehrt wird aber auch oft die Darstellung einer Karte in einem größeren Maßstabe als das Original gefordert.

Die Mittel, welche man beim Reduzieren der Karten gebraucht, sind folgende:

A. Der Transversalmaßstab. Sind etwa die Umfangs- und Abteilungspunkte einer Karte aus den berechneten Koordinaten aufgetragen worden, wie dies bei der polygonometrischen Aufnahme mittels des Theodoliten immer geschieht, und man wünscht die Karte z. B. in dem halben oder viertel Maßstabe zu erhalten, so hat man nur nötig, einen Transversalmaßstab zur Hand zu nehmen, auf welchem eine Einheit nur $^1/_2$ oder $^1/_4$ so groß ist, als auf dem Maßstabe des zu reduzierenden Originals, im übrigen aber ganz das Verfahren einzuhalten, aus den gegebenen Koordinaten die Karte zu verzeichnen (§ 75). Dieselbe Methode kann auch befolgt werden, wenn eine Figur etwa mittels der Kreuzscheibe oder des Winkelspiegels und mit Kette und Stäben aufgenommen wurde.

Sind jedoch die Koordinaten nicht berechnet oder gemessen worden, wie dies z. B. bei der Meßtisch- oder Boussolenaufnahme zu geschehen pflegt, so erleidet das Reduktionsverfahren einige Abänderungen. Man legt nämlich über die Originalaufnahme mit der Bleifeder und dem Lineale ein der Größe der Karte entsprechendes feines Quadratnetz. Soll nun etwa die neue Karte in $^1/_3$ des Maßstabes gezeichnet werden, so konstruiert man auf

das hierzu dienende Papier ein ähnliches Quadratnetz, jedoch nur mit $1/3$ der Dimensionen des Originalnetzes und trägt schließlich sämtliche in die einzelnen Quadratnetze des Originals fallenden Punkte in $1/3$ des Maßstabes in die entsprechenden Quadrate der zu reduzierenden Karte in folgender Weise nach der Koordinatenmethode (§ 75) über. Besitzt man nämlich nur den Maßstab des Originals, und es wäre eine Entfernung in irgend einem Quadrat des letzteren in das entsprechende reduzierte Quadrat zu übertragen, so nimmt man die fragliche Entfernung in den Zirkel, liest dieselbe auf dem Maßstabe ab, dividiert sie durch drei, greift den Quotienten dann wieder von demselben Maßstabe ab und überträgt die dieser entsprechende Zirkelöffnung in das gleichnamige Quadrat der zu reduzierenden Karte.

Besitzt man jedoch neben dem Originalmaßstab (etwa 1 : 2500) auch den reduzierten Maßstab (etwa 1 : 5000), so hat man nur nötig, die fragliche Entfernung von dem Originalmaßstabe in Metern und Dezimalteilen abzulesen, diese von dem reduzierten Maßstabe abzunehmen und in das zugehörige reduzierte Quadrat zu übertragen.

Das Vergrößern der Karten erfolgt natürlich gerade in der umgekehrten Weise, weicht jedoch sonst von der soeben beschriebenen Verfahrungsweise nicht ab.

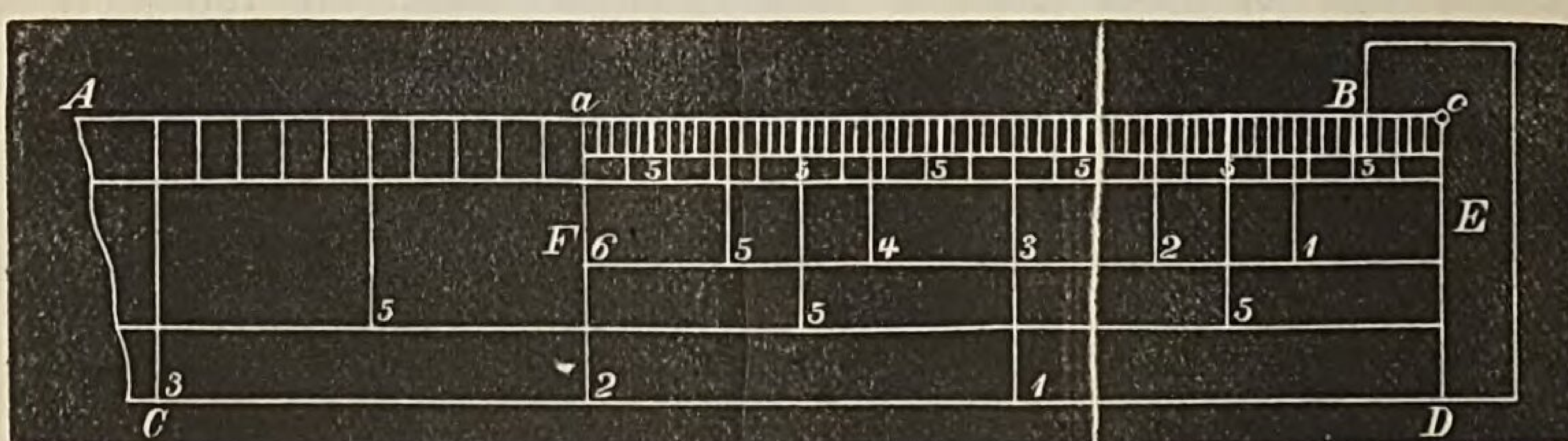
B. Der Reduktionszirkel ist seines leichten Gebrauchs und seiner Einfachheit halber ein für gewöhnliche Zwecke recht brauchbares Reduktionsmittel. Er bildet eigentlich einen doppelten Zirkel, indem die Schenkel desselben noch über das Gewinde hinaus verlängert sind und in zwei Zirkelspitzen auslaufen, welche sich mit dem Öffnen und Schließen des Hauptzirkels gleichfalls proportional öffnen und schließen. Stehen nun die Schenkellängen des einen Zirkels zu denjenigen des anderen in einem gewissen Verhältnis, so werden, wie die Proportionalität der Linien und Dreiecke lehrt, auch die Zirkelöffnungen in demselben Verhältnisse stehen. Sind z. B. die Schenkellängen des einen Zirkels dreimal größer als die des anderen, so ist auch die Zirkelöffnung des ersteren dreimal größer als die des letzteren.

Soll nun mit diesem Instrument eine Karte in dem n-ten Teile des Maßstabes reduziert werden, so muß der eine Teil des Zirkels n mal so lange Schenkel besitzen als der andere. Nimmt man daher irgend eine Entfernung der Originalkarte zwischen der längeren Zirkelspitzen, so ergiebt sich der n-te Teil dieser Entfernung unmittelbar aus dem Abstande der kürzeren Zirkelspitzen.

Soll umgekehrt eine Karte mittels des Reduktionszirkels n-mal vergrößert werden, so nimmt man nur die n mal kürzeren Schenkel für das Original und die längeren Schenkel für die Kopie.

Damit schließlich ein und derselbe Zirkel für verschiedene Reduktionen benutzt werden kann, hat man an demselben eine Vorrichtung angebracht, wodurch die Schenkellängen nach Belieben verrückt und in dem gewünschten Reduktionsverhältnis festgestellt werden können.

c. Das Reduktionslineal*) ist ein treffliches Mittel zum Reduzieren der Karten, weil man es mit großer Leichtigkeit gebrauchen und sehr billig und mit geringer Mühe selbst anfertigen kann. Es besteht seinem Wesen nach aus einem 0,7—1 m langen und 6—9 cm breiten Lineale A B C D, Figur 287. Die Seite C D des Lineals hat eine Dicke von 7 mm, welche jedoch in der Richtung von C nach A und von D nach B immer dünner



Figur 287.

wird und schließlich in eine scharfe, vollständig gerade Kante A B ausläuft. An dem einen Ende B D des Lineals ist ein etwa 3 mm starker Holzansatz E angebracht und genau in der Ecke c eine feine Öffnung eingebohrt, durch welche eine Kopiernadel gesteckt werden kann. Die obere Fläche des Lineals wird ferner noch mit Zeichenpapier überzogen, und, nachdem dasselbe gründlich abgetrocknet ist, mit folgender Einteilung versehen: Besitzt nämlich das Lineal, ohne den Ansatz E, etwa eine Länge von 36″, so wird letztere in der Richtung von D nach C zunächst in 36 einzelne Zolle und dann jeder Zoll wieder in $^1/_{10}$″ abgeteilt, wie dies aus Figur 287 ersichtlich ist, in welcher die Teilung für 3″ ausgeführt ist.

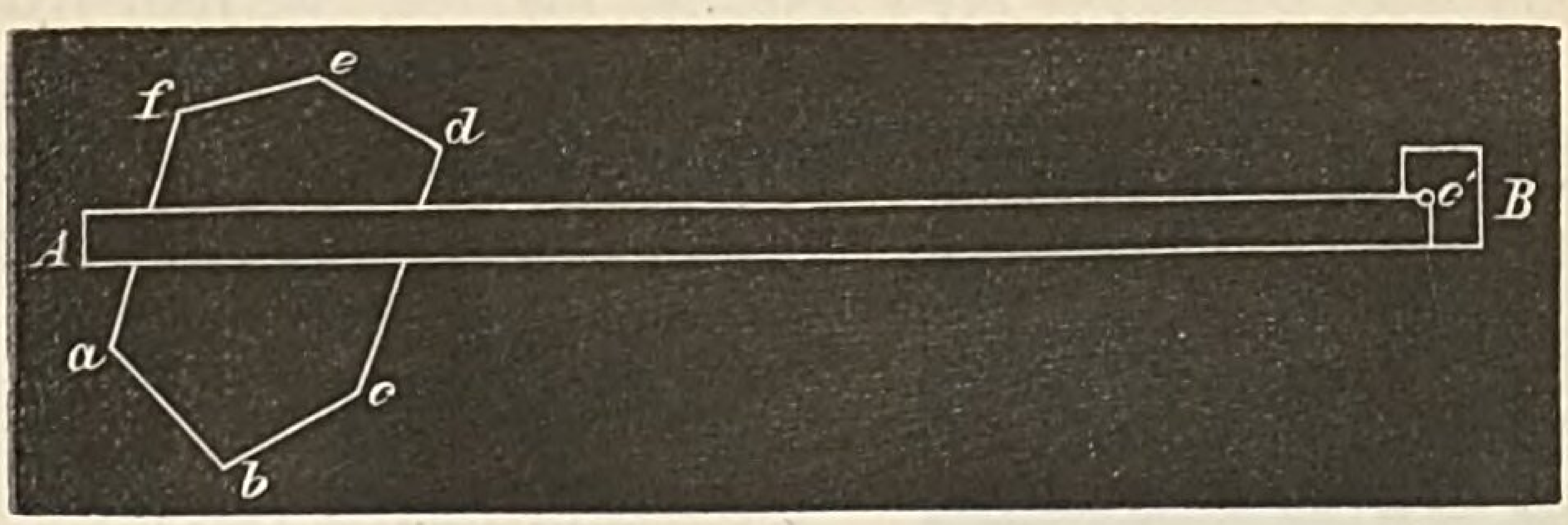
Sollen sich nun die zu reduzierenden Linien zu den Linien der Originalkarte etwa wie 1 : 3, die Flächen daher wie 1 : 9 verhalten, so werden $^1/_3$ der Länge des ganzen Lineals, also 12″, in der Richtung von E nach F

*) Beschrieben im Septemberheft der „Allgemeinen Forst- und Jagdzeitung“ von 1855.

wieder in 36 gleiche Teile und jeder solche Teil wieder in 10 gleiche Intervalle von c nach a hin geteilt. In der Figur ist die Teilung nur für 2″ durchgeführt, welche in Wirklichkeit also noch auf 10 weitere Zoll auszudehnen ist. Auf diese Weise wird ein Intervall der ersten Teilung nämlich $^1/_{10}$″, gerade 3 Intervallen der kleinen Einteilung a c gleich. Ganz analog kann auch die Einteilung in Metermaß ausgeführt werden, wie man sich überhaupt als Einheit jede beliebige Größe denken kann. Hauptsache ist nur, daß sich die größeren Einheiten zu den kleineren genau wie die gewünschten Verjüngungsverhältnisse verhalten.

Hätte z. B. das Lineal nur eine Länge von 24″ und sollten mit demselben Reduktionen im viertel Maßstabe des Originals ausgeführt werden, so müßte zunächst das Lineal in 24 gleiche Zoll, und jeder Zoll in $^1/_{10}$ Zoll, alsdann aber die 6 ersten Zoll wieder in 24 gleiche Teile, und ein jeder solcher Teil wieder in 10 Teile geteilt werden u. s. w.

Soll nun mit dem soeben beschriebenen Reduktionslineale ein Polygon, Figur 288, reduziert werden, so legt man über dasselbe das Lineal A B



Figur 288.

so, daß, wenn man durch den Punkt c′ eine Kopiernadel feststeckt und um diese das Lineal dreht, die Einteilung auf dem Lineale alle Punkte der Figur trifft.

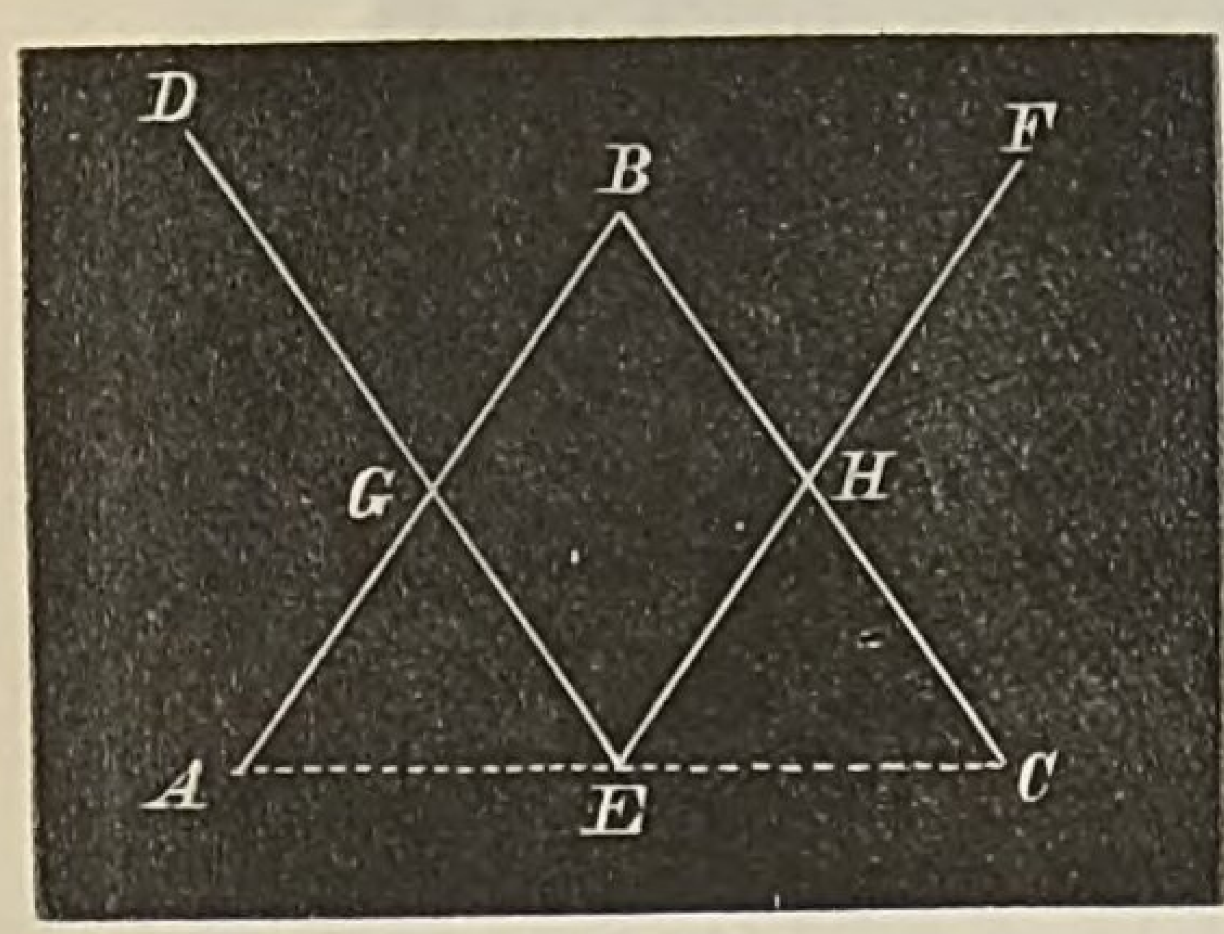
Hierauf dreht man das Lineal so lange, bis die scharfe Kante desselben den Punkt a genau in der Mitte durchschneidet, worauf man an der großen Einteilung die ganzen und $^1/_{10}$ Einheiten abliest, auf der kleinen Einteilung die korrespondierende Zahl aufsucht und an dieser Stelle, ohne das Lineal zu verrücken, mit der Kopiernadel an der schiefen Kante den Punkt auf das untergelegte Papier durchsticht. Verfährt man mit den Punkten b, c, d, e und f gerade so und verbindet schließlich die durchstochenen Punkte dem Original entsprechend, so erhält man die reduzierte Karte rasch und mit der erwünschten Genauigkeit. Ganz in derselben Weise kann jede andere und beliebig gestaltete Figur reduziert werden.

Natürlich dürfen während der Operation weder Karte noch Papier eine Verrückung erfahren.

Dieses Reduktionslineal ist wegen seiner Billigkeit und bequemen Handhabung jedem zu empfehlen, welcher mit Kartenreduktionen zu thun hat.

D. Der Pantograph oder Storchschnabel ist jedenfalls das vollendetste Instrument zum Verkleinern und Vergrößern der Karten, wegen seiner Kostspieligkeit eignet er sich jedoch mehr für Vermessungs- und Kartierungskanzleien. Für denjenigen, welcher selten und in kleinerer Ausdehnung Reduktionen vorzunehmen hat, ist daher jedenfalls das soeben beschriebene Reduktionslineal mehr zu empfehlen.

Obgleich wir hier keine vollständige Beschreibung, theoretische Erklärung und Gebrauchsanweisung über den Pantographen liefern können, so soll das Wesen desselben doch im allgemeinen kurz auseinandergesetzt werden. Er besteht aus vier Stäben AB, BC, DE und EF, Figur 289, von Holz oder besser von Messing, welche durch Stifte in B, E, G und H in der Art mit einander verbunden sind, daß sie sich um dieselben frei bewegen und drehen lassen. Bei A wird das Stabsystem durch einen im Tisch befindlichen unbeweglichen Stift so festgehalten, das dasselbe sich noch frei um den Punkt A drehen läßt. Bei anderen Pantographen steht der Stift A auf einer schweren Bleiplatte, welche auf den Tisch gestellt wird, und so gleichfalls als unbeweglich angesehen werden kann. Ferner befindet sich in C ein Grabstift, mit welchem man die Grenzlinien des Originals genau umfahren muß, worauf ein in E senkrecht eingestecktes Bleistiftchen die Kopie in verkleinertem Maßstabe auf das untergelegte Papier zeichnet. In B ruht das Instrument auf einem mit dem Stifte in A, C und E in gleicher Höhe liegenden Fuße. Um dem Instrument eine größere Beweglichkeit zu erteilen, findet man an den besseren Pantographen noch mehrere Füße angebracht, welche mit kleinen, sich nach allen Seiten bewegenden Rädchen endigen, die bei dem Gebrauche leicht über den Pantographiertisch hinrollen. Die Stäbe A B, B C, D E und E F sind so zusammen gefügt, daß G E = B H = A G und G B = H E = C H ist; woraus folgt, daß G B H E ein Parallelogramm ist und der Winkel A G E immer gleich



Figur 289.

dem Winkel A B C bleiben muß, mag auch das Parallelogramm durch die Bewegung des Stiftes C jede beliebige verschobene Form annehmen*). Aus demselben Grunde bleiben auch die ähnlichen gleichschenkeligen Dreiecke A G E und A B C fortwährend ähnlich und müssen daher auch durch die Stifte C und E stets ähnliche Bilder erzeugt werden. Da endlich noch der Weg, den bei der Thätigkeit des Instrumentes der Stift E durchläuft, sich zu dem Weg des Stiftes C wie A G : A B verhält, so ist man im stande, einen und denselben Pantographen zu verschiedenen sechs, acht und mehr Reduktionen einzurichten, wenn man nur in den verschiedenen Stäben Öffnungen von der Größe der Stiftsdurchmesser anbringt, mittels welcher man die Verbindung der Stäbe untereinander durch die Stifte G und H der beabsichtigten Verjüngung entsprechend abändern kann.

Jeder, welcher sich in den Besitz eines Pantographen setzt, wird nun nach dieser kurzen Auseinandersetzung im stande sein, denselben anzuwenden. Die nötige Übung in der zweckmäßigsten Behandlung dieses Instrumentes, muß sich der Anfänger, wie überall, natürlich auch hier zu erwerben streben.

---

*) Werden nämlich zwei parallele Linien B C und D E von einer dritten Linie A B geschnitten, so sind, wie die Geometrie lehrt, die äußeren und inneren an einer Seite liegenden Winkel einander gleich, daher auch Winkel A G E = A B C.

Zweiter Abschnitt.

Von der Bergsituationszeichnung.

Vorbemerkungen.

§ 140.

Im vorigen Abschnitte wurde das Verfahren besprochen, wie beliebige Teile der Erdoberfläche auf einer horizontalen Ebene, dem Kartblatte, dargestellt und die einzelnen Kulturarten durch verschiedenartige Farbentöne oder sonstige Bezeichnungen ausgedrückt werden können. Wenn nun auch solche Pläne in vielen Fällen dem Zwecke entsprechen, so erscheinen sie doch unter jenen Verhältnissen unzureichend, in welchen man von dem Plane, neben den eben berührten Anforderungen, auch noch Aufschluß über die Gebirgszüge, deren Höhen, Rücken, Thäler, Böschungsgrade u. s. w. verlangt. Diese Verhältnisse in dem Grundrisse des Planes mit hinreichender Klarheit darzustellen, ist die Aufgabe der Bergsituations-Zeichnungslehre.

Da eine genaue Kenntnis der Bergsituation früher vorzugsweise nur für Militärpersonen von hohem Interesse war, denn erst in neuerer Zeit erregen gut gezeichnete Karten mit Horizontalkurven auch das Interesse des Land- und Forstwirtes und des Geognosten, so waren es besonders die Ingenieur-Korps, welche sich mit der Ausbildung dieser Lehre beschäftigten, verschiedene Methoden vorschlugen, die sich aber nicht sämtlich bewährten. Schon sehr frühe zeichnete man Karten von sehr gefälligem Aussehen mit Pinsel (die sogenannten Kammberge) und mit Feder (doppelt und einfach schraffierte Berge), aber diese Methoden waren so schwer auf haltbare Grundsätze zurückzuführen, daß man sie jetzt wohl allgemein verlassen hat.

Der königlich sächsische Major J. G. Lehmann*) führte zu Anfang dieses Jahrhunderts die Bergzeichnungslehre auf etwas haltbarere Grund-

---

*) Die Lehre der Situationszeichnung oder Anweisung zum richtigen Erkennen und genauen Abbilden der Erdoberfläche, in Karten und Plänen von Johann Georg Lehmann u. s. w. Dresden und Leipzig, Arnoldsche Buchhandlung, fünfte unveränderte Auflage, 1843. Die erste Auflage von 1815.

sätze zurück, indem er die Böschungen der Berge, nach Maßgabe der Beleuchtung bei verschiedenen Neigungswinkeln, durch das Verhältnis der schwarzen Schraffierstriche zu den weißen Zwischenräumen bestimmte. Obgleich nach dieser Methode gut gezeichnete Karten ein sehr gutes Aussehen haben, so hat dieselbe doch den großen Nachteil, daß die Brauchbarkeit der Karte vorzugsweise von der mechanischen Fertigkeit des Zeichners und dem richtigen Augenmaße Desjenigen abhängig bleibt, welcher die Böschungsgrade und Höhen aus der Zeichnung entnehmen will. Nur wenige ganz vorzügliche Zeichner werden daher im stande sein, die Lehmannsche Manier in der Art durchzuführen, daß man aus der Zeichnung, was doch die Hauptsache ist, neben der horizontalen Entfernung auch die relative Höhe der Objekte und ihre Böschungswinkel mit einem Blicke übersehen kann.

Methoden, welche weniger von der Fertigkeit des Zeichners abhängen und auf einer leicht ausführbaren, sicheren mathematischen Basis beruhen, verdienen daher unbedingt den Vorzug, und es empfiehlt sich in dieser Beziehung vorzüglich eine Manier, welche aus der Länge der Zeichenstriche die Höhen und Böschungen der Berge zu bestimmen sucht*).

In den folgenden Paragraphen werden wir daher auch letztere Methode darstellen, bei dem Überlegen des Planes mit Strichen, um der Zeichnung ein freundlicheres Aussehen zu geben, uns aber mehr an die Lehmannsche Methode anlehnen.

---

*) Die erste Idee zu dieser Zeichnungsmethode gab unseres Wissens der großherzoglich hessische Regierungsrat C. P. Eckhardt, welcher den königlich baierischen Ingenieur-Lieutenant Carl Louis anregte, in diesem Sinne Versuche zu machen. Derselbe hat dann im Jahre 1812 das erste Kärtchen nach dieser Methode ausgeführt, und, da dieses vollkommen befriedigte, im Jahre 1820 seine auf dieses Verfahren gestützte Anleitung zur Situations-Bergzeichnung herausgegeben. Georg Winkler, Professor der Mathematik an der k. k. Forstlehranstalt zu Mariabrunn, ließ schon im Jahre 1823 seine theoretisch-praktische Anleitung zur Bergsituationszeichnung folgen, welche in der Idee mit der Louisschen vollkommen übereinstimmt. Da es nicht im Charakter Winklers lag, sich mit fremden Federn zu schmücken, so läßt sich wohl vermuten, daß Winkler die Zeichnungsmethode von Louis nicht kannte, und Eckhardt und Winkler dieselbe Idee unbewußt von einander gefaßt haben.

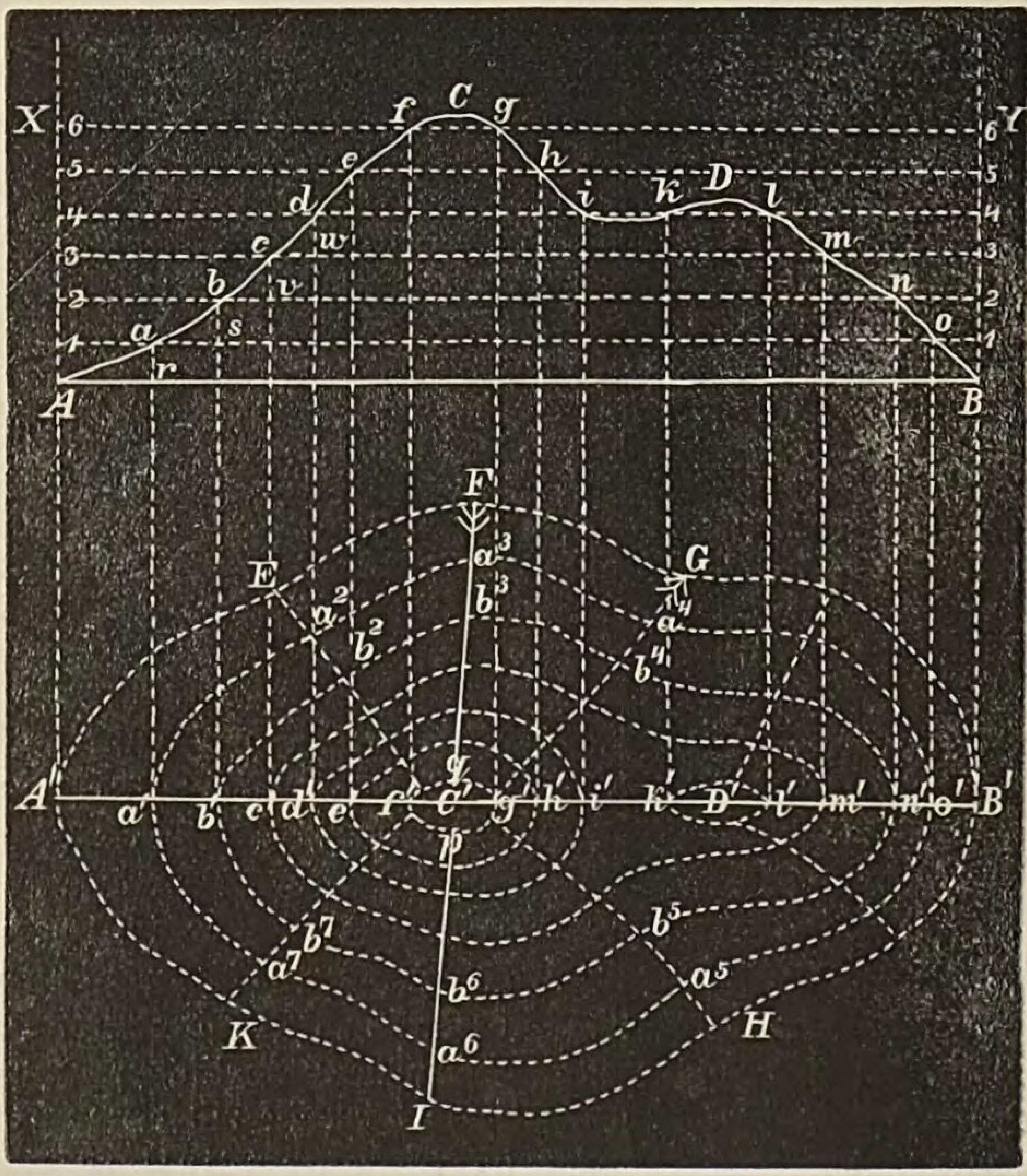
I. Darstellung der Louis-Winklerschen Bergzeichnungsmethode.

1. Theoretische Begründung dieser Methode.

§ 141.

Eine vollständige Abhandlung der Bergsituations-Zeichnungslehre würde die engen Grenzen dieses Lehrbuches überschreiten, weshalb wir hier nur die wesentlichsten Momente derselben hervorheben können, im übrigen aber auf die vorhandenen Schriften über Bergzeichnung verweisen müssen.

Stellt AB, Figur 290, eine horizontale Linie, ABC aber den vertikalen Durchschnitt eines Berges vor, welchen man sich in gewissen Abständen durch die horizontalen Ebenen a o, b n, c m u. s. w. in einzelne gleich



Figur 290.

hohe Schichten zerlegt denken muß, so werden an all den Punkten des Bergumfanges, wo eine solche Schnittebene an die Oberfläche der Bergabdachung heraustritt, ringförmige Linien von verschiedenen Krümmungen

entstehen. Die Krümmungen sind von den verschiedenen Bergformen abhängig und die Anzahl dieser ringförmigen Linien kommt der Anzahl der horizontalen Schichten gleich. Auch ist einleuchtend, daß in dem Falle, als die Bergform einen regelmäßigen Kegel oder einen Kugelabschnitt bildet, was jedoch in der Natur selten vorkommen wird, die Schichtenlinien am Umfange des Berges auf eine horizontale Ebene projiziert, aus lauter konzentrischen Kreisen bestehen würden.

Die nächste und Hauptaufgabe dieser Zeichnungsmethode besteht nun darin, die Schichtenlinien der verschiedenen Bergformen in ihrer horizontalen Projektion auf dem Kartblatt darzustellen. Errichtet man daher in den Endpunkten der Linie A B die Senkrechten A A′ und B B′, und zieht zu A B die Parallele A′ B′, so kann diese Linie als die horizontale Projektion des vertikalen Bergdurchschnittes A B C betrachtet werden, da nach § 3 bei jeder geometrischen Aufnahme stets nur die horizontalen Entfernungen mittelst Staffelmessung bestimmt und auf das fragliche Kartblatt aufgetragen werden. Fällt man nun auch noch aus allen Punkten a, b, c . . . . m, n, o, wo die horizontalen Schichtebenen die Oberfläche der Bergabdachung durchschneiden, senkrechte Linien a a′, b b′, c c′ u. s. w. auf die Linie A′ B′, so ergeben sich hierdurch die horizontalen Projektionen dieser Punkte auf die Ebene des Kartblattes. Legt man in derselben Weise durch die höchsten Gipfel C und D des Berges noch eine Anzahl anderer vertikaler Schnitte, behält aber sonst dieselbe Entfernung der Horizontalschichten bei, und fällt dann von allen sich ergebenden Umfangspunkten Senkrechte auf die unterlegte Horizontalebene, so ergiebt sich die horizontale Projektion auch dieser Punkte $a^2 b^2$, $a^3 b^3$, $a^4 b^4$ u. s. w. und es ist einleuchtend, daß, wenn man die zu gleichen Höhen gehörigen Schichtenpunkte a^1 a^2 a^3 a^4 a^5 . . ., b^1 b^2 b^3 b^4 b^5 . . . u. s. w. schicklich mit einander verbindet, man die fraglichen Schichtenlinien, wie dies aus Figur 290 hervorgeht, erhalten muß. Je mehr Punkte man auf diese Weise in den einzelnen Schichten bestimmt, umsomehr werden natürlich die Schichtenlinien mit denen in der Natur übereinstimmen, um so umständlicher wird aber auch die Arbeit sein*).

---

*) Modellierte Berge von Holz, Thon oder Gips, welche man in der angeführten Weise durch horizontale Schnitte in einzelne Schichten zerlegt, erleichtern dem Anfänger das Studium, und wird in dieser Beziehung „die theoretisch-praktische Schule des Situations-Zeichnens mit besonderer Berücksichtigung der Terraindarstellung nach Modellen“ von C. Ph. Reuße bestens empfohlen.

Jeder, der auch nur ein geringes Vorstellungsvermögen besitzt, kann sich aus den auf eine Horizontalebene projizierten Schichtenlinien nun schon ein genaues Bild von den Bergformen, auch ohne Schraffierstriche machen; denn die auf den Horizont projizierten schiefen Linien werden bei gleichen Schichtenhöhen, mit dem Steigen der Bergböschungen kürzer, mit dem Abnehmen derselben aber länger, so ist z. B. die Böschung von A nach a am geringsten, daher die horizontale Projektionslinie A′ a′, wie sie sich in der Karte darstellt, am größten, dagegen ist zwischen d e die Böschung am stärksten, mithin die Schichtenbreite an jenen Punkten am schmälsten u. s. w. Man kann daher schon aus der Entfernung der Schichtenlinien an verschiedenen Punkten der horizontalen Projektion auf die Beschaffenheit des Terrains schließen.

Diese Verhältnisse der verschiedenen Schichtenentfernungen sind aber, wie bei anderen Methoden, nicht schwankend, sondern sie lassen sich auf ein ganz bestimmtes mathematisches Gesetz zurückführen. Legt man nämlich die gleich hohen horizontalen Bergschichten in solchen Abständen über einander, daß die Linie A a, a b, b c u. s. w. ohne merklichen Fehler als gerade betrachtet werden können, so entstehen durch die senkrechten Linien a a′, b b′, c c′ u. s. w. lauter rechtwinklige Dreiecke A a r, a b s, b c v . . . mit den gleichen Katheten a r = b s = c v = d w u. s. w.

Bestimmt man nun mittelst eines einfachen Instrumentes, auf welches wir später zurückkommen werden, neben den bekannten Katheten noch die einzelnen Böschungswinkel, etwa nur von 5 zu 5 Grad, weil kleinere Winkel unter diesen Verhältnissen unberücksichtigt bleiben können, so lassen sich, wie die Geometrie lehrt, aus diesen beiden Stücken der rechtwinkligen Dreiecke die übrigen durch Konstruktion oder trigonometrische Rechnung leicht finden, d. h. man kann die auf den Horizont projizierten Hypotenusen A a, a b, b c . . ., welche durch die Linien A r = A′ a′, a s = a′ b′, b v = b′ c′ u. s. w ausgedrückt sind, zu jeder Zeit auf den betreffenden Kartplan, wie aus der Figur ersichtlich, übertragen.

Umgekehrt läßt sich aber auch wieder aus der Entfernung der Schichtenringe z. B. A′ a′ = A r (als eine Kathete) und aus der Schichtenhöhe a r = b s u. s. w. (als andere Kathete) der zugehörige Böschungswinkel mittelst Konstruktion oder Rechnung auf einfache Weise ermitteln. Endlich ergiebt sich aber auch, bei bekannter Schichtenhöhe, aus der Anzahl der Schichten, indem man letztere mit ersterer multipliziert, die Höhe eines Berges. Nimmt man nämlich, Figur 290, die Schichtenhöhe = 10 Meter an, so beträgt die Bergkuppe C′, da bis zum Fuße A′ sechs Schichten zu

zählen sind: $10 \times 6 = 60$ Meter. Die Bergkuppe D hat jedoch nur eine Höhe von $10 \times 4 = 40$ Meter, daher der Höhenunterschied beider Berge $60 - 40 = 20$ Meter.

Aus diesen kurzen Andeutungen dürfte schon die Einfachheit und Sicherheit gefolgert werden können, mit welcher man, selbst ohne Schraffierstriche, die Böschungen, Höhen und Höhendifferenzen der einzelnen Berge aus der Karte ableiten kann, in welche die Schichtenringe richtig eingetragen wurden.

Die weitere Ausführung dieser Theorie erhellet aus den folgenden Paragraphen.

2. Die Festlegung der Schichtenringe auf die Karte.

§ 142.

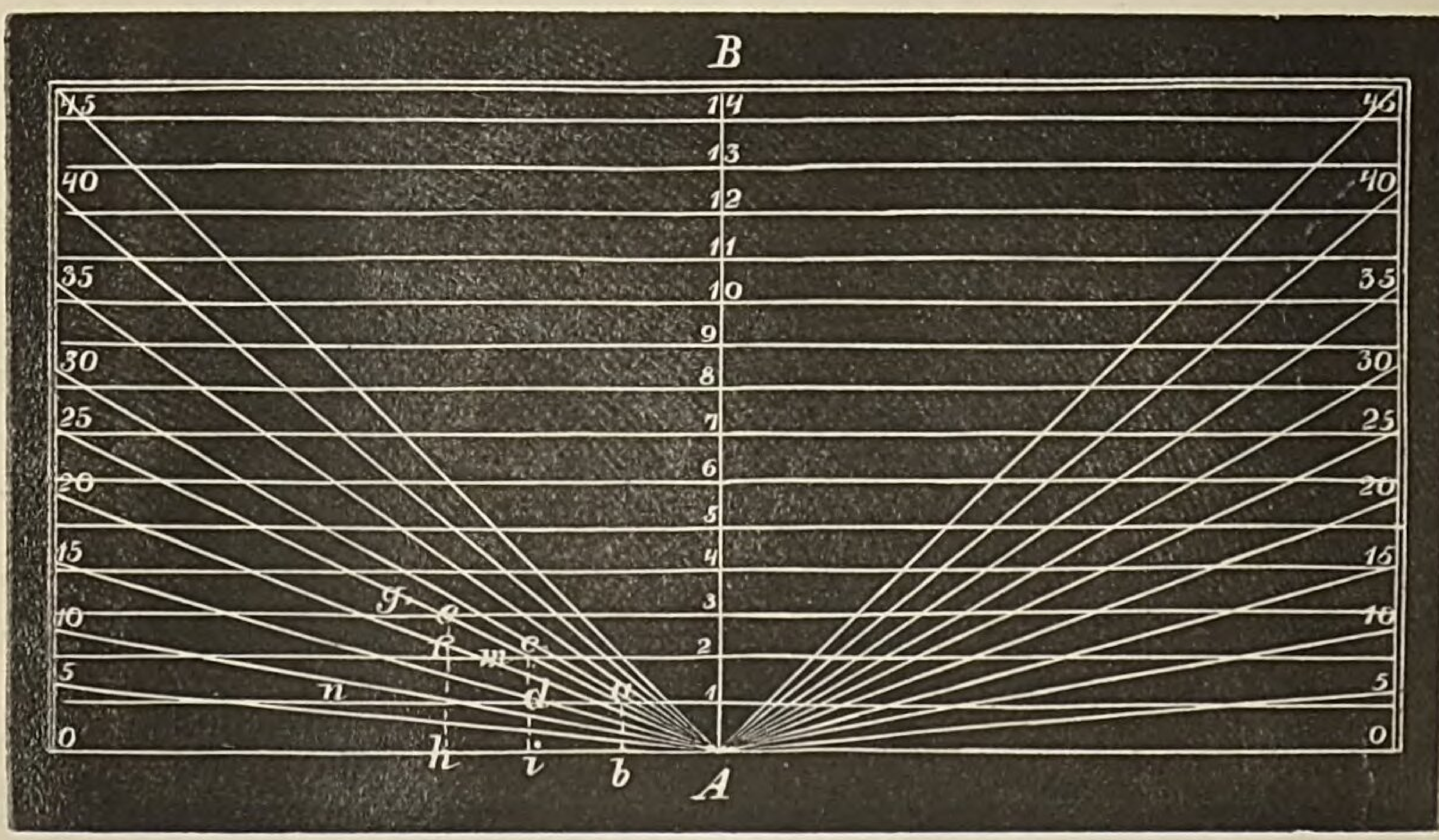
Bei Auseinandersetzung der Theorie der Bergzeichnung (§ 141) wurden die Bergprofile als gegeben vorausgesetzt und aus denselben die Schichtenringe im Grundrisse konstruiert.

In der Wirklichkeit kann jedoch, da wir die Berge nicht durchschneiden können, von dieser Annahme nicht ausgegangen werden, man ist vielmehr angewiesen, die Schichtenringe in die Natur mittelst Messung aufzunehmen, wobei wie folgt verfahren werden kann:

Da einer jeden Kartenzeichnung eine Aufnahme der fraglichen Fläche vorauszugehen hat, so merkt man sich schon bei der Umfangsmessung alle die Stellen, wo Bergrücken oder Thäler (Schluchten) in den Umfang einmünden, und bezeichnet die ersteren durch kleine, mit den Spitzen aufwärts gekehrten, die letzteren mit abwärts gekehrten Winkeln, wie dies an den Stellen F und G, Figur 290, ersichtlich ist. Bei der Detailaufnahme bestimmt man gleichfalls auch nach einer der im I. Theil abgehandelten Methoden die höchsten Punkte aller innerhalb der Fläche liegenden Bergkuppen. In Figur 290 wären dies die Punkte C′ und D′. Nachdem die Aufnahme und Karte so weit vorbereitet, zeichnet man sich am besten auf ein leichtes zum Umhängen eingerichtetes Zeichenbrett eine Kopie und begiebt sich mit derselben auf das Lokal, besichtigt dasselbe nach allen Richtungen und deutet die etwa noch nötigen Schluchten und Gebirgszüge je nach dem Laufe derselben in geraden oder gekrümmten Linien mit Blei möglichst genau an. Die Aufgabe besteht alsdann nur noch darin, an diesen einzelnen Linien die verschiedenen Schichtenpunkte a′ b′, a″ b″ u. s. w.

in dem Grundriß zu bestimmen und die zu gleichen Höhen gehörigen der Natur möglichst entsprechend zu verbinden.

Zur Bestimmung dieser Punkte bedient man sich am vortheilhaftesten des sogenannten Böschungsmaßstabes*), Figur 291, dessen Konstruktion vorerst noch zu beschreiben ist. Man zieht eine feine horizontale Linie 0 A 0, errichtet in den Enden und der Mitte A derselben die Senkrechten 0, 45 und A B, trägt auf letztere die als zweckmäßig erkannten gleichen Schichtenhöhen nach dem Kartenmaßstab eine beliebige Anzahl Mal (hier 14 mal) auf und führt alsdann durch diese Punkte parallele Linien zu 0 A 0.



Figur 291.

In Flach- und Mittelgebirgen dürften je nach den vorliegenden Zwecken Schichtenhöhen von 5—10 Meter am schicklichsten sein. Hat man sich z. B. für 10 Meter Schichtenhöhe entschieden, so trägt man nach dem gewählten Kartenmaßstabe immer 10 Meter von A nach B hin auf. Im Hochgebirge wählt man als Schichtenhöhen wohl auch 20—30 Meter, doch ist klar, daß man jede beliebige Höhe wählen kann, wenn man dieselbe nur immer richtig von A nach B aufträgt. Auf den so weit vorbereiteten Maßstab trägt man schließlich von der horizontalen Linie 0 A 0 ausgehend

*) Winkler umgeht den Böschungsmaßstab, indem er die einem jeden Böschungswinkel und der gegebenen Schichtenhöhe zukommende horizontale und schiefe Entfernung mittelst trigonometrischer Berechnung bestimmt und die Resultate in eine besondere Tabelle zusammenstellt.

nach beiden Seiten in Abständen von 5 zu 5 Graden noch Winkel bis zu 45 Grad und mehr auf, wenn größere Böschungen vorkommen sollten, und zieht und beschreibt die Linien wie aus Figur 291 ersichtlich.

Außer diesem Böschungsmaßstabe, auf dessen Rückseite zweckmäßig der Kartenmaßstab angebracht wird, bedarf man noch eines einfachen Böschungswinkelmessers und mehrerer Meßlatten. Zum Böschungswinkelmesser kann man z. B. den Winklerschen Dendrometer oder den Faustmannschen Spiegelhypsometer verwenden, wenn man auf letzterem noch eine Gradeinteilung wie bei dem Winklerschen anbringt, was man mittelst des Zirkels selbst ausführen kann. Um mit einem dieser Instrumente einen Böschungswinkel zu messen, steckt man nur einen mit dem Auge des Beobachters gleich hohen Stab an dem betreffenden Punkte am Abhange hin, läßt das am Instrument an einem Faden hängende Senkel freischweben und visiert alsdann nach dem oberen Ende des Stabes, so wird der Senkelfaden den fraglichen Winkel an der Gradteilung angeben. Wie bereits § 141 erwähnt wurde, genügt bei der Bergzeichnung eine Winkelbestimmung bis zu 5 Graden, weßhalb die Operation rasch und ohne große Ängstlichkeit vorgenommen werden kann. Winkel, welche nicht genau in 0 oder 5 aufgehen, werden wie die nächst kleineren oder größeren behandelt, je nachdem die Differenz kleiner oder größer als $2^1/_2°$ ist. So wird z. B. ein Winkel von 8° als ein 10gradiger und einer von 7° als 5gradiger betrachtet u. s. w.

Mit diesen Instrumenten versehen, begiebt man sich nun auf die höchste Kuppe C' des Berges, Figur 290, mißt daselbst die horizontalen Linien C' f', C' g', C' p und C' q, unter Umständen noch einige andere Linien nach anderen Richtungen, trägt die gemessenen Entfernungen im Kartenmaßstabe auf den Grundriß auf, verbindet die sich hierdurch ergebenden Punkte der Natur entsprechend und erhält auf diese Weise den Saum f' p g' q der Kuppe C'.

Um das Zeichenbrett gehörig orientieren zu können, ist es vorteilhaft, eine kleine Orientierungsboussole an dasselbe anzuschrauben. Hierauf schreitet man zur Bestimmung der weiteren Schichtenpunkte. Wären z. B. die Punkte a', b', c', d' in der Richtung A' C' zu bestimmen, so stellt man sich mit dem Böschungsmesser über dem bereits in der Natur und auf der Karte festliegenden Punkte f' auf, mißt in der Richtung von C' nach A' den Böschungswinkel bis zu einem solchen Punkte, wo die Abdachung des Berges sich so merklich zu ändern scheint, daß die Abweichung

fast 5 Grade beträgt. Gleichzeichtig wird auch die schiefe Entfernung bis zu jenem Punkte in Metern gemessen. Angenommen, der Böschungswinkel betrage 25 Grad, die schiefe Entfernung 37,5 Meter, so nimmt man die letztere in den Zirkel, und sticht sie, indem man die eine Zirkelspitze in A des Böschungsmaßstabes einsetzt, in der Richtung von A nach 25 ab, wodurch sich der Punkt g (Figur 291) ergiebt. Wäre die schiefe Linie um 2 Meter kürzer, so würde g mit e zusammenfallen und der schiefen Linie A e in der Natur würde dann genau die horizontale A h = e 3 auf der Karte entsprechen. Man nimmt deshalb zunächst die Linie e 3 vom Böschungsmaßstabe ab und trägt sie von f′ bis c′, Figur 290, auf. Nun aber schließt die Höhe h e = A 3 des Dreieckes A e h auf dem Böschungsmaßstabe drei Schichtenhöhen in sich. Um daher die hierzu gehörigen Schichtenpunkte zu bestimmen, hat man nur nötig, die zu einer Schichtenhöhe gehörige und einem Böschungswinkel von 25° entsprechende horizontale Entfernung A b = a d = e f, d. h. A b vom Böschungsmaßstabe abzunehmen und von f′, Figur 290, aus dreimal in der Richtung nach b′ aufzutragen, wodurch sich die Schichtenpunkte e′, d′ und c′ ergeben. Da die Böschung von f′ bis c′ dieselbe bleibt, so müssen natürlich die Schichtenpunkte in diesem Falle gleichweit von einander zu liegen kommen, d. h. man erhält dieselbe auch, wenn man auf der Karte die Entfernung f′ c′ in drei gleiche Teile teilt. Ehe man in der Bestimmung der übrigen Schichtenpunkte in der Richtung nach A′ weiter gehen kann, muß zuerst, da den drei soeben bestimmten Schichtenhöhen nicht die schiefe Entfernung A g (Figur 291), sondern A e auf dem Böschungsmaßstabe entspricht, das Stückchen e g (hier z. B. 2 Meter) in der Natur wieder zurückgemessen werden, d. h. man stellt sich genau über c′, Figur 290, auf und fährt von hier aus in der Bestimmung der Böschungswinkel und schiefen Entfernungen in der vorigen Weise fort. Angenommen, man habe den nächsten Böschungswinkel 20° und die schiefe Entfernung 29° gefunden, so greift man auf der Linie A 20 des Böschungsmaßstabes diese 29° ab und wird so den Punkt m finden, welchem genau zwei Schichtenhöhen entsprechen. Nimmt man daher schließlich die Entfernung m 2 vom Böschungsmaßstabe ab und überträgt dieselbe von c′ nach A′ des Grundrisses, Figur 290, und teilt sie endlich noch in zwei gleiche Teile, so erhält man noch die beiden Schichtenpunkte b′ und a′ in der Richtung C′ A′.

Ebenso bestimmt man, Figur 290, auch die Schichtenpunkte in den Richtungen C′ B′, C′ E, C′ F, C′ G u. s. w., wobei wie vorhin zu bemerken ist, daß, wenn die gemessenen schiefen Entfernungen nicht genau in einer

oder mehreren Schichtenhöhen aufgehen, man die fehlenden oder überschüssigen wenigen Längeneinheiten entweder in der Natur noch hinzu messen oder wieder zurückmessen muß. Bei der Messung der Böschungswinkel selbst sehe man darauf, daß dieselben immer nach der Richtung des natürlichen Wasserlaufes oder des Laufes einer vom Berge herabrollenden schweren Kugel bestimmt werden.

Sind sämtliche Schichtenpunkte einer Bergpartie bestimmt, so hat man die zu einer Schichte gehörigen nur noch möglichst entsprechend mit der Natur zu verbinden, um die Schichtenlinien auf der Karte zu erhalten.

Da man gleichzeitig mit den allgemeinen Landesvermessungen zweckmäßig auch die hervorragendsten Höhenpunkte eines Landes trigonometrisch bestimmt, so lassen sich auf diese Weise schon die auf die eben kurz angedeutete Art bestimmten Bergschichten und Schichtenpunkte kontrollieren, indem man die Höhe eines Berges, welche sich aus der Anzahl Schichten desselben, multipliziert mit der Höhe einer Schichte, ergiebt, mit der auf trigonometrische Weise bestimmten Höhe vergleicht. Sollten in dem aufzunehmenden Terrain nur kleinere Höhen etwa bis zu 100 Metern vorkommen, so kann man auch mittelst des Faustmannschen oder Winklerschen Höhenmessers rasch, und im vorliegenden Falle mit genügender Genauigkeit, die fraglichen Höhen ermitteln, und so die nötige Kontrolle herstellen.

Das soeben beschriebene Verfahren liefert natürlich keine ganz richtigen Resultate, dieselben sind jedoch für die meisten vorkommenden Fälle ausreichend.

Die in mehreren Lehrbüchern beschriebene Methode, sämtliche Schichtenpunkte, unter Anwendung genauer Nivellierinstrumente, zuerst in der Natur zu bestimmen und abzupflöcken, und alsdann die einzelnen Schichtenringe mittelst des Meßtisches aufzunehmen, dürfte sich wegen ihrer Umständlichkeit und Kostspieligkeit nur in einzelnen Fällen bewähren, hat aber überdies für gewöhnliche ökonomische Zwecke, bei denen es nur auf eine beiläufige Kenntnis des Terrains ankommt, wenig Bedeutung.

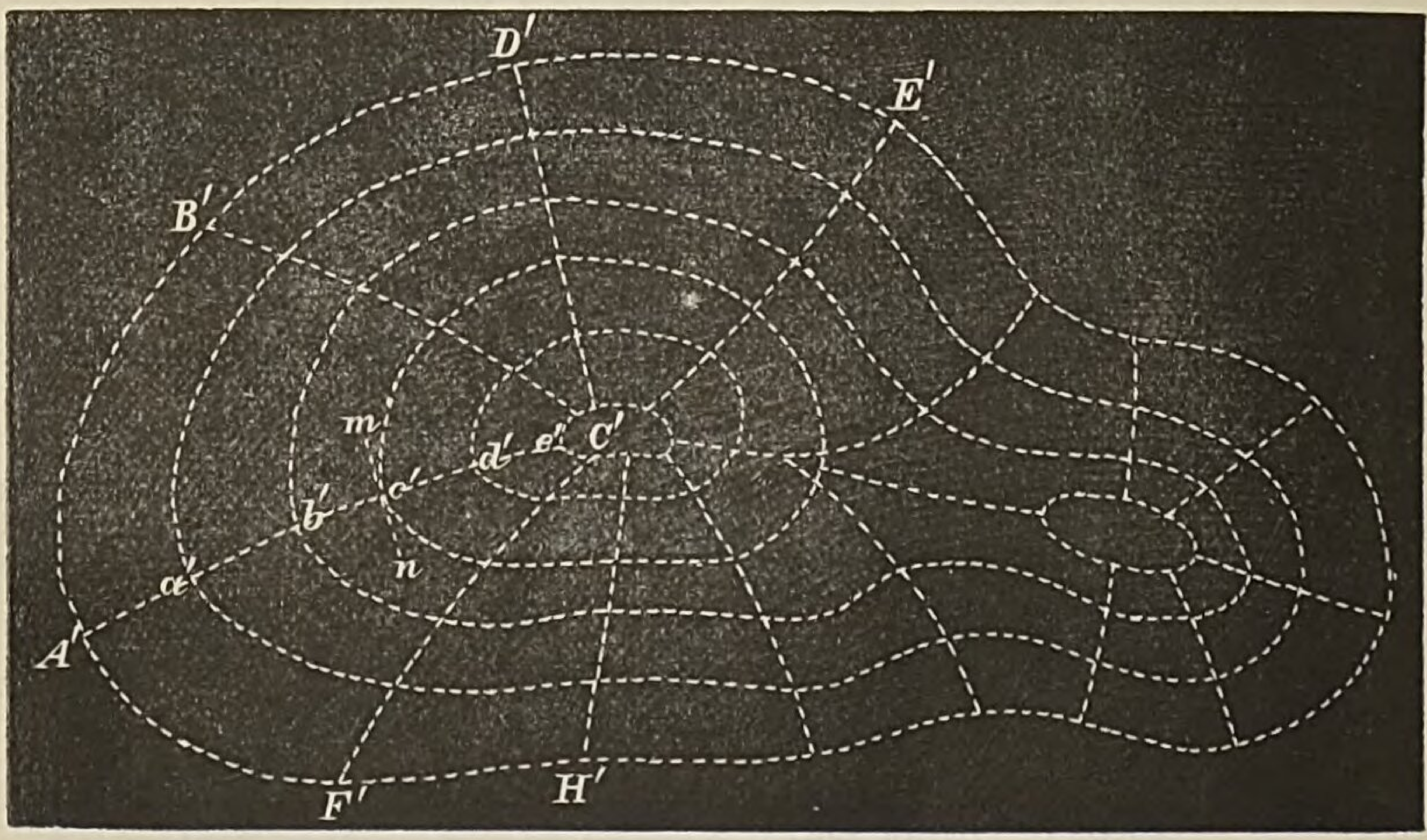
Weit eher und mit verhältnismäßig geringen Kosten läßt sich das in § 126 geschilderte Verfahren, eine Anzahl Horizontalkurven in gleichen vertikalen Abständen abzustecken, durchführen. Man würde dabei ganz wie soeben (§ 142) beschrieben, verfahren, die einzelnen Kurvenpunkte aber nicht mittelst des Böschungsmessers und Böschungsmaßstabes, sondern mittelst des Nivellierinstrumentes festlegen, wobei selbstverständlich mittelst Meß-

latten die horizontalen Entfernungen von einem Punkte zum anderen abgemessen werden müßten, um sie mittelst des gewöhnlichen Zirkels und Maßstabes auf den Grundriß übertragen zu können.

In neuester Zeit hat man auch Versuche gemacht, mit Hilfe des Aneroidbarometers Horizontalkurven zu legen und dieselben zur Anfertigung forstlicher Terrainkarten und zu Wegnetzprojekten zu verwenden. In wie weit sich auf barometrischen Höhenmessungen gründende Terrainkarten für die Projektierung von Wegnetzen bewähren werden, muß die Zukunft lehren*).

Daß man endlich aus der Entfernung der einzelnen Schichtenringe in der Karte von einander auf die Böschung derselben schließen kann, wurde bereits im vorigen Paragraphen erwähnt.

Wollte man z. B., Figur 292, an der Stelle b′ c′ die Größe des Neigu ngswinkels wissen, so nehme man den Abstand b′ c′ dieser Schichte



Figur 292.

nur in den Zirkel, setze die eine Zirkelspitze in den Punkt 1 der Linie A B des zugehörigen Böschungsmaßstabes (Figur 291) ein und durchsteche mit der anderen Spitze die horizontale Linie 1, 5 in dem Punkte a, so gilt

*) Wer sich näher für diesen Gegenstand interessiert, lese nach: Karl Crug, k. bair. Forstamts-Assistent: „Die Anfertigung forstlicher Terrainkarten auf Grund barometrischer Höhenmessungen und die Wegnetzprojektierung“. Mit 5 lithogr. Karten. Berlin. Verlag von J. Springer. 1878.

letzterer, da er mit der Linie A, 25 zusammenfällt, einen Winkel von 25 Grad an.

Wäre die zweite Zirkelspitze jedoch nach n hin gefallen, so wäre der Winkel, da er zwischen 5 und 10 fällt, beiläufig = 7 Grad.

So verfährt man in allen ähnlichen Fällen.

3. Das Schraffieren der Berge.

§ 143.

Da man nach der vorbeschriebenen Methode die Höhe der Berge aus der Anzahl Schichten, die Form und Abdachung derselben aber aus der Form der Schichtenringe mit genügender Genauigkeit beurteilen, mittelst Anwendung des Zirkels und Maßstabes aber ganz genau ermitteln kann, so wäre ein Überlegen der Berge mit Strichen oder ein Schraffieren derselben streng genommen ganz überflüssig. Um jedoch der Zeichnung eine gefälligere Form zu verleihen, sie überhaupt für das Auge anschaulicher und lesbarer zu machen, pflegt man auch hier die Karte in der Regel zu schraffieren*).

Für forstliche und landwirtschaftliche Pläne dürfte jedoch in den meisten Fällen eine bloße Andeutung der Schichtenringe schon hinreichen.

Die gute Wirkung, welche die Zeichnung auf das Auge hervorbringen soll, richtet sich zunächst nach der Länge, Richtung, Form und Breite der Striche.

Was nun die Länge der Striche anlangt, so soll sich diese, da man aus derselben die Böschungen der Berge beurteilen soll, immer von einem Schichtenringe bis zum andern in der Art erstrecken, daß die einzelnen Striche immer möglichst senkrecht auf den beiden Schichtenringen, zwischen welchen sie liegen, stehen.

Da jedoch bei Beobachtung dieser Vorschrift, wie dies aus dem Böschungsmaßstabe, Figur 291, ersichtlich ist, die Schraffierstriche bei geringen Böschungen von 5 bis 10 Grad unverhältnismäßig lang würden, was für den Zeichner beschwerlich ist und auch nicht gut aussieht, so deutet man bei so kleinen Böschungen die weiter von einander liegenden

*) Auch nach der sogenannten Tuschmanier werden Bergkarten gezeichnet, indem man die Licht- und Schattenverhältnisse der Berge durch hellere und dunklere Tuschtöne auszudrücken sucht. Vergleiche in dieser Beziehung: „Theorie des Planzeichnens von Ludwig Wörner, Aschaffenburg. Verlag von C. Krebs, 1863."

Schichtenringe vorteilhaft durch feine punktierte Tuschlinien an und legt zwischen zwei auf einander folgende Ringe mehrere unterbrochene Strichlagen.

Die Richtung der Striche soll dem Laufe des vom höchsten Punkte eines Berges nach dem Fuße desselben herabfließenden Wassers oder einer herabrollenden schweren Kugel folgen. Diese Richtungen werden aber, wie man sich an Bergmodellen am leichtesten überzeugen kann, durch die verschiedenen Bergformen fortwährend modifiziert. Bei Bergen, welche genau die Form eines vollen oder abgestutzten Kegels oder eines Kugelabschnittes haben, deren Schichtenringe daher konzentrisch sind, wird eine Kugel, welche man von dem äußersten Gipfel herabrollen läßt, eine mit der Vertikalebene zusammenfallende gerade Richtung einschlagen d. h. bei solchen Formen müssen die Striche vom Gipfel des Grundrisses bis zum Fuße desselben in kürzester und gerader Richtung gezogen werden.

Sind jedoch die Schichtenringe exzentrisch, was bei den Bergformen in der Natur in der Regel der Fall sein wird, so bilden die Richtungen der Bergstriche, wie leicht einzusehen, neben den geraden auch noch mehr oder weniger stark gekrümmte Linien, deren Lage man immer am besten erhält, wenn man sich an jedem Punkte, z. B. c′, Figur 292, einer Bergschichte eine Tangente m n an dieselbe gezogen denkt und auf diese nach der folgenden Schichte eine Senkrechte c′ b′ errichtet. Verfährt man nun mit dem gefundenen Punkte b′ gerade so, so ergiebt sich die Richtung des Striches b′ a′ u. s. w. Es drückt somit die gleichmäßig gekrümmte Linie C′ A′ die Lage der Bergstriche in der Richtung des Abhanges C′ A′ aus. In der Regel dürfte es aber schon genügen, die Linien C′ B′, C′ D′, C′ E′, C′ F′ u. s. w. in der Richtung der Hauptbergrücken und Schluchten, welche zugleich die Richtung des herabfließenden Wassers ausdrücken, nach dem Augenmaße zu ziehen und die Bergstriche zwischen zwei solchen Linien dann weiter einzuzeichnen. Je mehr Linien man vor der Schraffur der Berge in dieser Art auf dem Plane entwirft, in um so engeren Grenzen werden dadurch die Lagen der einzelnen Bergstriche eingeengt, und um so richtiger muß die Zeichnung derselben daher werden.

Eine verschiedene Form der Striche wird schon wegen der verschiedenen Richtung derselben notwendig, ist aber noch mehr aus dem Grunde nicht zu umgehen, weil die Übergänge der verschiedenen Abdachungen in einander nicht schön und der Natur entsprechend durch ein und dieselbe Strichform ausgedrückt werden können.

Die wesentlichsten Formen, Figur 293, sind:

a) gleich dicke und gerade Striche,

b) gleich dicke und konkav gebogene Striche,

c) gleich dicke und konvex gebogene Striche,

d) nach unten keilförmig zulaufende gerade Striche,

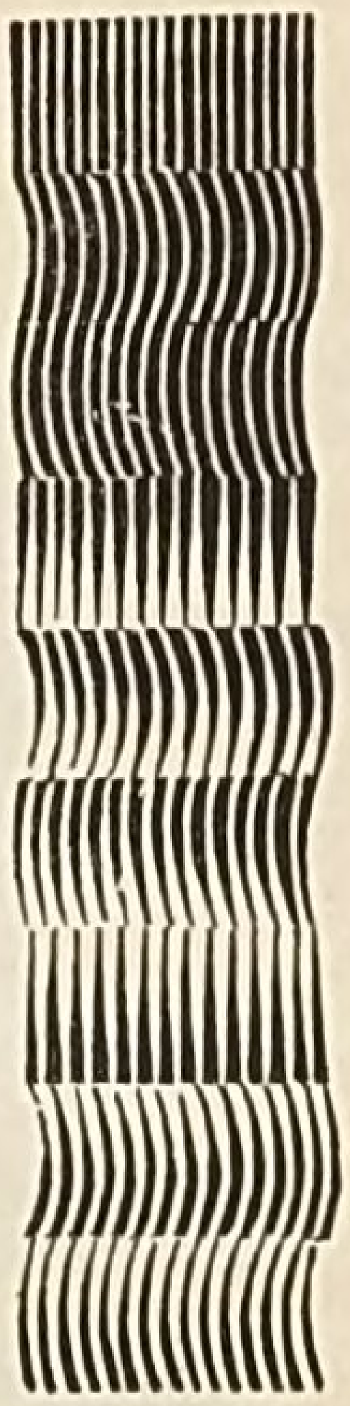
e) nach unten keilförmig zulaufende konkav gebogene Striche,

f) nach unten keilförmig zulaufende konvex gebogene Striche,

g) nach oben keilförmig zulaufende gerade Striche,

h) nach oben keilförmig zulaufende konkav gebogene Striche,

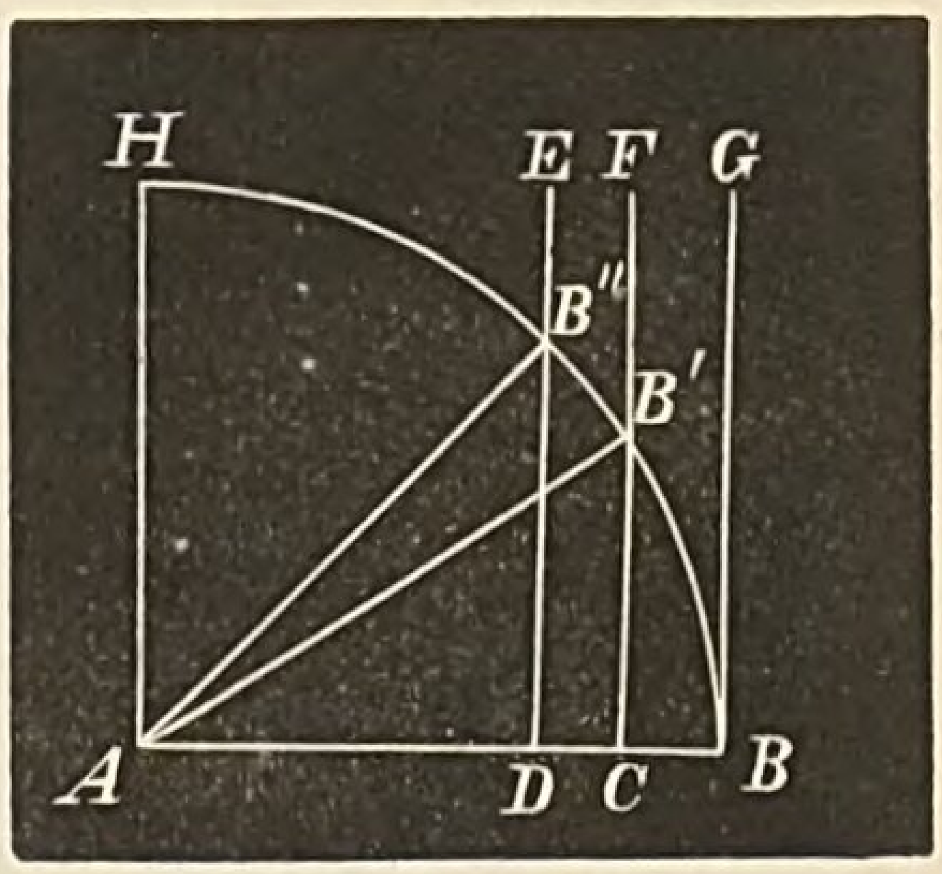
i) nach oben keilförmig zulaufende konvex gebogene Striche.



Figur 293.

Ehe der Zeichner zur Schraffur der Berge übergeht, hat sich derselbe in der Nachahmung dieser Strichformen gehörig zu üben, wobei er am besten irgend eine Bergsituationszeichnungsschule zu Grunde legt.

Die Breite der Striche und die Entfernung derselben von einander, richtet sich nach den verschiedenen Böschungsgraden, indem man den durch die Schraffierung hervorzubringenden Ton da dunkler wählt, wo die Neigung des Bergabfalls gegen den Horizont stärker ist und umgekehrt. Um jedoch für die Bestimmung dieser verschiedenen Töne einen bestimmten Maßstab zu haben, geht man von der Annahme aus, daß eine horizontale Fläche A B, Figur 294, welche von einem vertikal einfallenden Lichtstrahlenprisma H A B G getroffen wird, eine vollständige Beleuchtung erhält, und daß jede andere Ebene A B′, A B″ u. s. w. mit derselben Basis = b von um so wenigeren Lichtstrahlen getroffen, d. h. um so weniger hell beleuchtet wird, je größer die Neigungswinkel B A B′, B A B″ u. s. w. werden, und daß endlich die Fläche vollständig dunkel erscheint und von gar keinem Lichtstrahle des Prismas mehr getroffen wird, wenn dieselbe die senkrechte Stellung A H einnimmt. Drückt man daher den Beleuchtungsgrad der horizontalen Ebene durch die Linie A B aus, so ist derjenige der schiefen Fläche A B′ nur noch = A C, weil das Lichtprisma F C B G für diese schon verloren geht. Aus demselben Grunde ist der Beleuchtungsgrad der Fläche A B″ nur noch = A D.



Figur 294.

Setzt man endlich den Neigungswinkel = α und die Basis = A B = A B′ = A B″ = b, so ist der Beleuchtungsgrad allgemein ausgedrückt durch $b \cdot \cos \alpha$. Für $\alpha = 90°$ ist $\cos \alpha = 0$, daher auch $b \cdot \cos \alpha = 0$, mithin die Beleuchtung = 0, d. h. es herrscht vollständige Dunkelheit.

Da nun aber Bergabhänge mit Böschungen von 45 und mehr Graden in der Natur äußerst selten und dann immer nur als Felsen vorkommen, daher meist unzugänglich und für die menschlichen Verrichtungen ohne Interesse sind, so betrachtet man nach der Lehmannschen Theorie Berge von 45 Grad als gänzlich unbeleuchtet, zeichnet dieselben ganz schwarz, wogegen die horizontalen Flächen auf dem Papiere ganz weiß gelassen werden. Die zwischen 0 und 45 Grad liegenden Böschungswinkel sucht man endlich noch durch die verschiedenen Schattierungsverhältnisse zwischen weiß und schwarz darzustellen.

Da es aber für die vorliegenden Zwecke vollständig genügt, die Böschungswinkel nur von 5 zu 5 Grad zu bestimmen, so drückt man auch die Schattierungsverhältnisse nur für diese Gradabstufungen aus, wodurch sich, wenn man mit α allgemein die Böschungswinkel bezeichnet, nach der einfachen Proportion

Schwarz : Weiß = $\alpha : (45 - \alpha)$

die folgende Lehmannsche Böschungsskala ergiebt:

für 0 Grad ganz weiß
„ 5 „ Schwarz : Weiß = 1 : 8,
„ 10 „ „ : „ = 2 : 7,
„ 15 „ „ : „ = 3 : 6,
„ 20 „ „ : „ = 4 : 5,
„ 25 „ „ : „ = 5 : 4,
„ 30 „ „ : „ = 6 : 3,
„ 35 „ „ : „ = 7 : 2,
„ 40 „ „ : „ = 8 : 1,
„ 45 „ ganz schwarz.

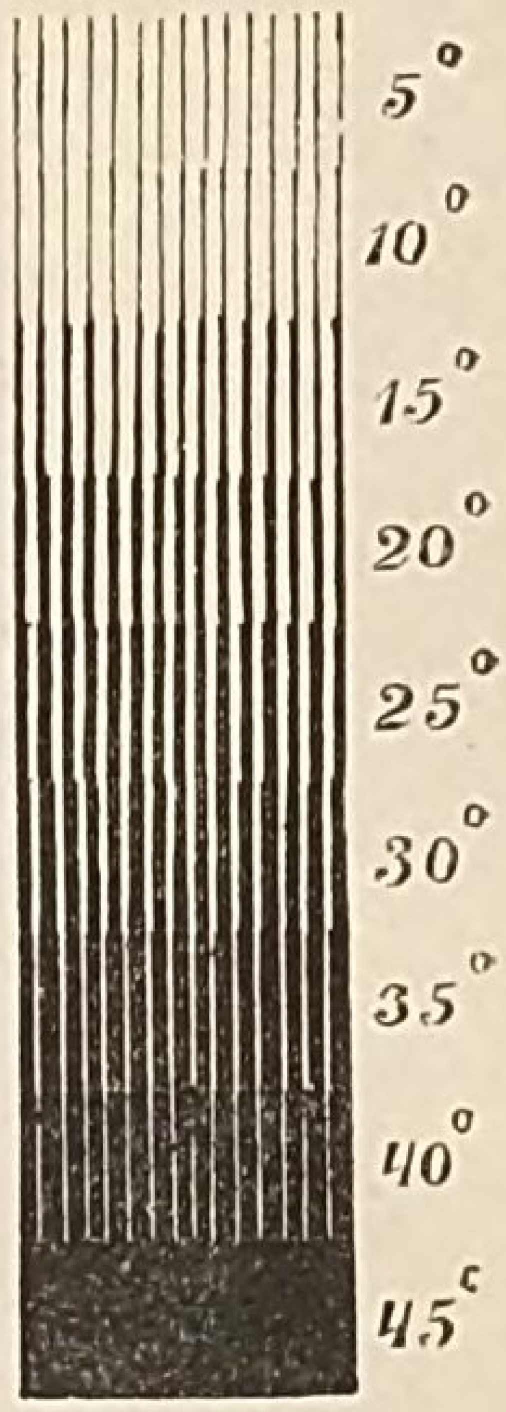
Aus dieser Skala geht nun hervor, daß sich allgemein die Breite eines schwarzen Striches zu der des nebenliegenden weißen Striches wie der Böschungswinkel α zu $(45 - \alpha)$ verhalten soll.

Bei einem Winkel α = 15 Grad hat man daher:

Schwarz : Weiß = 15 : (45 − 15) oder
„ : „ = 15 : 30
„ : „ = 3 : 6

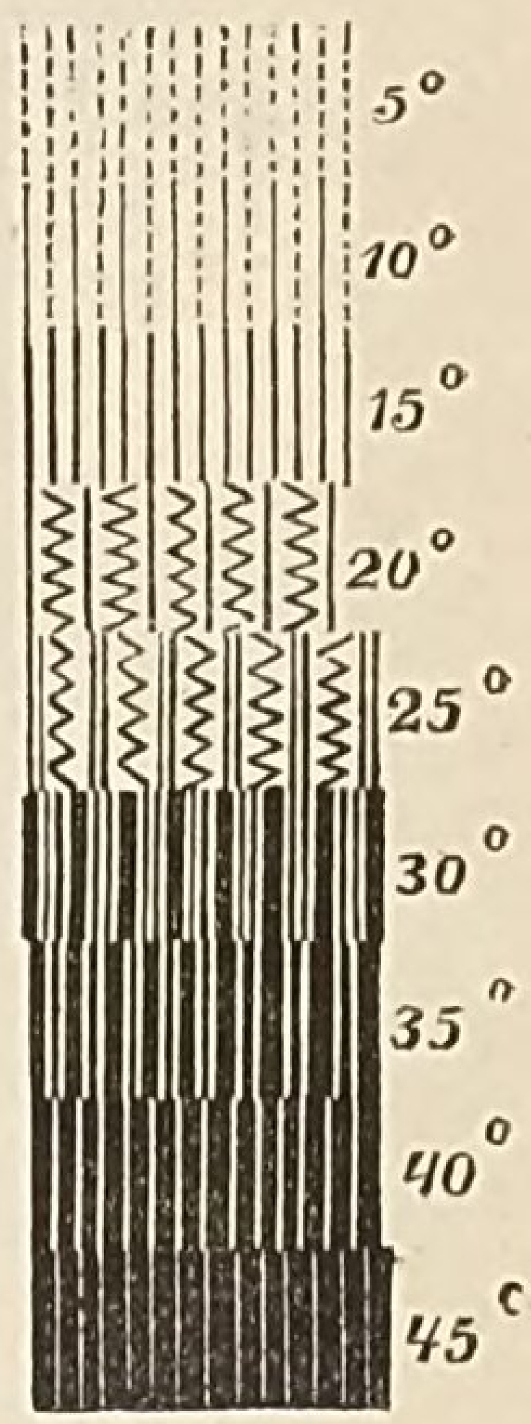
Ebenso bei allen übrigen Böschungswinkeln.

Bei der Lehmannschen Methode, nach welcher die Böschungen der Berge nach diesen Verhältnissen, Figur 295, abgeleitet werden sollen, muß natürlich auf Einhaltung dieser Skala sorgfältig geachtet werden. Bei der Louis-Winklerschen Methode, welche die Böschungen nur nach der Länge der Striche bestimmt, bilden diese Verhältnisse nur die allgemeinen Anhaltspunkte für die richtige Schattierung der Karte und sind daher mehr Nebensache. Während daher kleinere Überschreitungen in den Licht- und Schattenverhältnissen hier ohne Einfluß bleiben, sind diese bei der strengen Lehmannschen Methode oft die Ursache großer Unrichtigkeiten beim Ablesen der Neigungswinkel.



Figur 295.

Dieser große Mißstand in der Lehmannschen Manier wurde kurz nach der Veröffentlichung derselben auch schon von dem Chef des königlich preußischen Generalstabes von Müffling gerügt, indem dieser die Meinung äußerte, daß es schon sehr geübte Zeichner fordere, um eine richtige Karte bloß nach dem Verhältniß der Strichbreiten anzufertigen, daß aber die Schwierigkeiten, eine Lehmannsche Karte schnell und richtig abzulesen, noch weit größer seien.



Figur 296.

Um diesem Mißstande abzuhelfen, schlug Müffling die Methode der sogenannten charakterisierenden Striche vor, nach welcher das Prinzip der Lehmannschen schwarzen und weißen Intervalle, um der Karte die nötige Schattierung zu verleihen, zwar aufrecht erhalten wird, die Striche selbst aber, zum leichteren Ablesen der Böschungsgrade die nebenstehende Form, Figur 296, erhalten.

Druck von Gebr. Unger in Berlin, Schönebergerstr. 17a.



VERLAG von PAUL PAREY in BERLIN.

PAUL PAREY IN BERLIN
Verlagsbuchhandlung.